EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

LA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO, DE NVMERI ET MISVRE,

DI NICOLO TARTAGLIA.

NEL QVALE SI DECHIARANO I PRIMI PRINCIPII, ET LA PRIMA PARTE DELLA GEOMETRIA, CON BELLISSIMO, ET FACILISSIMO MODO;

COSE VTILISSIME, ET DILETTEVOLI, PER TVTTE QVELLE PERSONE, CHE SI DILETTANO DI SAPERE.

DIMOSTRASI OLTRA DI CIO, LA PRATTICA del Misurare ciascuna cosa, con breue, & facile via.

CON SVOI PRIVILEGII.

TRAIANO CVRTIO

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO.

M. D. L. X

PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Vtriusq; Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Vngariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Nauarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galetiæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murtiæ, Giennis, Algarbiorum, Algezeræ, Gibaltaris, Insularum Canariæ, nec non Insularum Indiarum, & terræ firmæ maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Barcinonæ, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarum, & Neopatriæ, Comes Rossilionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gottiani, Illustribus, spectabilibus, magnificis, dilectis consiliarijs, & fidelibus nostris Proregibus, locum tenenti, & capitaneis generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iusticiarijs, eorumq; locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistri rationalibus, thesaurarijs, & conseruatori nostri regij patrimonij, aduocatis quoq; & procuratoribus fiscalibus, cæterisq; demu uniuersis officialibus & subditis nostris maioribus & minoribus in præfato utroq; Siciliæ regnis constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & omne bonum. Ex positum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtij Naui impressoris Veneti se non absq; maximo sumptu, atq; labore typis mandasse, atq; edidisse libros Nicolai Tartaliæ de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quale era dappoi che serue à ciascuna città, maiestati nostræ humiliter supplicando, ne à quoquam omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in omnibus regnis, & dominijs nostris per uiginti annos imprimantur, aut uendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero propriam ac peculiare munus nostrum esse censentes omnibus bonarum artium professoribus maxime, qui literis incum bunt, fauere: Volentesq; erga dictum Curtium Nauium munificentiam nostram penendere, ut ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tanquam rationi consonæ ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaq; authoritate nostra deliberate & consultò, motuq; nostro proprio & ex gratia speciali, maturaq; sacri supremi penes nos assistentis consilij accedente deliberatione, Ne quis in dictis Siciliæ citra & vltra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauius, aut ab eo potestatem habentes, uel alij, cum quibus sua rationes conuenta fuerint, per uiginti annos a die datæ præsentium in antea computandos, sub pœna amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum una accusatori, altera fisco nostro, alia uero, eidem Curtio constatur adscripta, libros prædictos imprimat, aut alibi impressos uendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisq;, & uestrum cuilibet, ad quos spectet dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnæq; unciarum mille nostro fisco applicandarum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneant firmiter, & obseruent, teneriq; & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciant: Quibuscunq; in contrarium facientibus non obstantibus quoquo modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum exteriorū Siciliæ regni sigillo à Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1555. Die 29. Iulij in Rogatis.

CHE à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo consiglio concesso, che per spacio de anni uinti prossimi niun'altro che lui, ò che hauerà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo della S. N. ne altroue stampati in quella uender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quatro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati 2. per opera, un terzo delliquali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecution, & un terzo del denonciante essendo obligato di osseruar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.
ne de sopracontenuti.

Aloysius de Augustinis
Duc. not.

AL MAGNIFICO MESSER DANIEL D'ANNA PATRONE, ET SIGNOR MIO SEMPRE OSSERVANDISSIMO.

ESSENDO *Io certissimo, honoratissimo Signor Daniello, così dell'altre innumerabili virtù, che felicissimamente ornano l'animo di V. S. come del suo essere sempre stata desiderosissima di uedere risorgere, e rinuerdirsi le scienze, e l'arti ueramente degne di huomo libero, e particolarmente le discipline mathematiche tanto da gli antichi nostri celebrate, come piu uolte mi affermò l'eccellente M. Nicolo Tartaglia gia di esse honoratissimo professore, e sottilissimo interprete, il quale piu uolte ragionando meco honoratamente di V. S. mi diceua essere stato piu uolte da quella essortato, e con prieghi astretto, ad impiegare l'ingegno suo tutto in riuocare quelle dal sepolcro, e ritornarle in uita, dando in publico à commune beneficio quelle sue tante fatiche, durate tanti anni in tale professione; hò giudicato cosa degna dell'amore ch'io porto a V. S. hauendosi hora a mandare in luce la terza parte dell'opre del detto M. Nicolo, farnegli d'essa dono, parendomi così fare cosa gratissima alla memoria de l'autore gia affettionatissimo seruitore di V. S. et a un tempo medesimo procurare honoratissima, e sicurissima protettione alla presente opera, e parimente fare testimonio al mondo della seruitù chè tengo con V. S. la quale prego, che per la sua solita cortesia, si uogli degnare di accettar questo piccolo dono da me, e pigliare amoreuolmente la protettione di questa opera, che sotto l'ombra del honoratissimo suo nome s'appresenta al commune giudicio d'ogn'uno, tenendome nel numero de gli piu affettionati seruitori di S. Sig. alla quale baccio le mani. Di Vinegia. Il primo d Genaro. M D LX. Di V. S. S.^r Curtio Troiano.*

TAVOLA DELLA CONTINENTIA DI CIASCVN LIBRO ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

LE SEQVENTI SONO LE TAVOLE della general continenza de i capi di ciascun libro, con il numero delle carte, doue principia ciascun capo: acciochè con facilità ogniuno possi ritrouar le materie desiderate.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza de i capi del primo libro.

TAVOLA DELLA CONTINENZA del secondo libro.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza del Terzo libro.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza del quarto libro.

TAVOLA GENERALE DELLE materie contenute nel quinto libro.

IL FINE.

LA TAVOLA DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO.

LIBRO PRIMO.

LIBRO SECONDO DELLA terza parte. Cap.1

LIBRO TERZO.

Come

LIBRO QVARTO.

IL QVINTO LIBRO.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO

DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO

di numeri, & misure, nelqual si dichiara tutte le diffinitioni del primo di Euclide, si secondo la consideration naturale, come mathematica, con altre piu chiare ragioni di quelle adutte sopra di esso Euclide da lui tradutto insieme con molte altre dal detto autore aggionte alla pratica necessarie.

Che cosa sia la Geometria. *Cap. I.*

1 LA Geometria (come fu da noi detto anchora nel principio di Euclide da noi tradutto) è vna scientia, ouer disciplina, che contempla la descrition delle figure, ouer forme della quantita continua immobile, come che è la terra, & altre cose simili.

Delle specie della Geometria.

2 LE specie principali della geometria sono due, dellequali l'una è detta theorica, & l'altra pratica. La theorica è quella che per inuestigar le propinque cause de gli effetti di quella, considera, & guarda le quantita, le proportioni, & le misure di quelle, con vna speculatione di mente, & di questa abondantemente ne parla, & tratta Euclide Megarense in dodici libri.

Delle specie della pratica geometrica.

3 LA general pratica geometrica diuidemo in due parti, ouer specie, la prima dellequali è quella, che delle gran quantita, & figure, si mescola con la pratica arithmetica, oue la si denomina, & rappresenta con numeri di misure lineali, ouer superficiali, ouer corporee, & la seconda, laqual è pura geometrica non è mista con numeri, come al suo luogo s'intendera. Anchor la detta pratica mista con numeri diuidemo in due specie. L'una chiamiamo pratica menore, & l'altra maggiore, la menore è la piu humile, ouer bassa, ma la piu vtile, & necessaria a ogni qualita di persone, perche quella ne da il modo, & la regola da saper conoscer con numeri, & misure la quantita si corporea, come superficiale di tutte quelle cose, che manualmente misurar si possa (essendo personalmente sul fatto) & di quella sorte di pratica si ha da trattar (naturalmente parlando) in questa nostra terza parte, delle altre due specie, nelle due sequenti parti abondantemente ne parleremo.

Quanti siano li generi delle misurationi geometrice.

4 LI generi delle misurationi, che in geometria interuengono sono tre, la prima è di vna sola misuratione, cioe secondo la longhezza solamente detta linealmente. La seconda è di due misurationi, cioe secondo la longhezza, & la larghezza chiamata superficialmente. La terza, & vltima è di tre misurationi, cioe secondo la longhezza, larghezza, & altezza, ouer profondita, detta corporalmente.

Che cosa sia misurare.

5 MIsurare alcuna quantita, non vuol inferir altro, che vn voler trouar quante volte si ritroui in quella alcuna famosa quantita, ouer qual parte, ouer qual parti sia di detta famosa quantita.

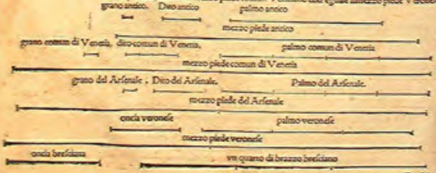
Che cosa siano le famose quantita.

6 PEr famose quantita si debbe intendere per quelle specie di misure communamente vsitate per le prouintie, ouer citta, in tai misurationi.

Che cosa sia misura geometrica.

7 MIsura geometrica non è altro, che vna certa terminata longhezza di piu interualli equali, il nome, & la quantita dellaquale alli presenti tempi, è diuersa non solamente secondo la diuersita delle prouintie, ma anchora delle citta, vero è che molte citta immitano in parte li nostri antichi, in quanto al nome di dette misure da nostri antichi costituite, ma non la medesima quantita. E per tanto narraremo prima il nome, & la quantita delle misure geometrice, che costumauano li nostri antichi, la minima parte dellequali era la larghezza di

vno comun grano di orgio, & si fondorno (secondo il parer mio) sopra vn grano di orgio, & non di formento, perche li grani dell'orgio di vna istessa prouintia sono piu egualmente di vna medesima forma di quelli del formento, & cosi 4 grani di orgio facea vna larghezza di vn dito della mano di vn'huomo commune, & cosi 4 diti facea vn palmo, & 4 palmi facea vn piede, & 5 piedi facea passo, il qual passo alli presenti tempi in molte citta si costuma nelle commensurationi geometrice, ma alquanto diuerso in quantita di quello di nostri antichi (come di sotto s'intendera) vsauano anchora li detti nostri antichi vn'altra specie di misura chiamata da alcuni cubito, & da alcuni vlna, il qual cubito era longo vn piede, e mezzo. Vsauano anchora li detti nostri antichi nelle misurationi geometrice, vn'altra specie di misura chiamata pertica longa piedi 10. cioe duoi passi, laqual pertica anchora alli presenti tempi in molti luoghi si costuma in quanto al nome, ma in quanto alla diuisione, & quantita varia da quella di detti antichi. Nelle longhe misurationi (cioe di paesi) costumauano li detti nostri antichi il stadio, il qual stadio era 125 passa, vsauano anchora nelle simili misurationi il megliaro, come che anchora alli presenti tempi si costuma, il qual megliaro era otto stadi, i quali otto stadi fanno 1000 passa. Costumauano anchora vn'altra misura detta leuca, laqual leuca era vn meglio, e mezzo, cioe passa 1500. Et tutte queste tai antiche misure, come si puo comprendere hanno il loro primo principio, ouer fondamento dalla detta grossezza, ouer larghezza del gran dell'orgio, o vuoi dir del grano del orzo, ma penso, che per esser il detto orzo piu corpulento in alcune prouintie di quello, ch'e in vn'altra, che le dette misure siano alquanto diuerse in longhezza, perche mi son piu volte informato della longhezza del piede geometrico, che in Inghilterra si costuma, con il mio honorando compare signor Ricardo Ventworth gentil'huomo inglese (huomo peritissimo, si in pratica, come in theorica, nelle mathematice) lui mi ha accertato il detto loro piede geometrico (delliquali 3 fanno vna verga) esser assai piu curto del piede dell'Arsenal di Venetia, la quantita, ouer longhezza di sotto si dira, & si ponera in figura, dapoi mi sono anchora informato della grossezza dell'orzo, che nasce in quelle bande, & mi ha accertato, che il detto orzo, & anchora il formento esser assai piu picolo di grano di quello, che nasce in queste bande, credo per causa del suo clima, qual e molto piu freddo del nostro, laqual cosa vien a rafficar la mia openione, & forsi che anchora per questa medesima ragione li pesi di vna prouintia sono differenti da quelli dell'altra, perche tutti hanno origine dal detto grano di orgio, o vuoi dir orzo, perche esse manifesto che nel peso dell'oro, ouero argento qua in Venetia quattro grani cõmuni di orgio a peso fanno vn caratto a peso, & 36 caratti fanno vn quarto di oncia a peso, & oncie 8 a peso fanno vna marca, ouer vn marco. Similmente nel peso del muschio, perle, zafrano, garofoli, sede, & altre materie di prezzo, pur 4 grani fanno vn caratto, & 24 caratti fanno vn saggio, & 6 saggi fanno vna oncia, & 12 oncie fanno vna ℔, & questo ch'e detto di pesi di Venetia si trouara seguir in tutti gli altri di altre citta, anchor che nelle cose di poco valore non vi si nomina ne grani, ne caratti, ne saggi, ma solamente lire, & oncie. Ma lasciamo questa mia openion da banda, o buona, o falsa, che la sia, & torniamo alle nostre misure geometrice, dellequali antiche di alcune tu ne habbi notitia qua in margine ti ho notato in figura la giusta misura del grano, & del dito, & del palmo, & del mezzo piede, che vsauano li nostri antichi, & similmente quelli, che al presente si vsano in Venetia, in Verona, & in Brescia. Et se ben li considerarai, & compassarai, trouarai il mezzo piede comun Venetiano esser eguale al mezzo piede Veronese.



Da chi

Da chi fu trouata la Geometria, & l'Arithmetica.

8 LA geometria, & l'arithmetica, come narra Polidoro Vergilio fu trouata da gli Egitti, perche dal solstitio della estate fino all'equinottio dell'Autunno, il gran fiume Nilo con smisurata acqua, ogni anno tutto lo Egitto allaga (ma piu vn'anno, che l'altro) dal cui crescere gli detti Egittij la copia, ouer la carestia di frutti pronosticono. Et perche il detto Nilo con tal suo crescere, & calare, non solamente confondea li termini, ouer confini di loro campi, ma anchora li mutaua da luogo a luogo, & tal hora gli annullaua insieme con alcuni altri segni, con i quali erano diuisi i loro terreni, ouer campi, per laqual cosa fu di mistiero a ciascuno di misurar la sua terra. Onde per auttorita di Strabone, & di Herodoto concludde (come e detto) la geometria da gli Egittij esser stata trouata.

L'Arithmetica poi, cioe la scientia, & pratica di numeri, dice che fu trouata dalli Phenici per le mercantie, & per questa causa nel nostro general trattato di numeri habbiamo voluto principiare dalle cose pertinenti alle mercantie, per esser anchora materia communamente piu vtile, & necessaria. Et per la medesima ragione, nel nostro general trattato di misure principiaremo anchora (naturalmente parlando) circa al misurar delle terre, ouer campi per esser anchora materia communamente piu vtile, & necessaria, & di piu facile apprensione, & massime essendo personalmente sul fatto, & dapoi andaremo di mano in mano piu speculatiuamente ascendendo.

Onde deriui questo nome Geometria.

9 QVesto nome Geometria è vocabolo greco, che in nostra lingua significa misuration della terra, cioe arte, ouer disciplina di misurare essa terra, ouer campi di terra.

Qual sia il principio, & fine della Geometria.

10 IL principio della Geometria è il Ponto, il qual Ponto da greci (come afferma Giorgio Valla) è detto Segno, & il fine di quella è nelli solidi, o vuoi dir corpi, cioe che quella principia, ouer che piglia il suo principio dal detto Ponto, ouer Segno, & da quel procede nelle linee, & dalle linee nelle superficie, & vltimamente finisse, ouer termina nelle speculationi, & operationi di solidi, o vuoi dir corpi, le specie delle forme di quai solidi, ouero corpi sono infinite.

Che cosa sia il Ponto, che da greci è detto Segno.

11 IL Ponto, che da greci è detto Segno (come diffinisse Euclide) è quello, che non ha parte, & quantunque quello sia stato da noi dichiarito in esso Euclide, nondimeno non restaremo da dichiarirlo vn'altra volta in questo luogo, per quelli che non hanno visto il detto Euclide con qualche altra particolarita piu alla pratica conueniente. Dico adunque che il ponto, ouer segno geometrico è quello, che non ha parte, cioe che non si puo tuore, ne dare, ne imaginare la mita di vn ponto, ne manco vn terzo, ne vn quarto, ne alcun'altra parte simile, per laqual cosa seguita il detto ponto non esser quantita, perche ogni quantita continua è diuisibile in infinito. Ma bisogna notare, che vi sono alcuni ponti, ouer segni fatti dalla natura, alcuni da l'arte, alcuni a caso, & alcuni con la mente immaginati, quelli fatti dalla natura sono, come il centro della sphera del mondo, & cosi il centro di tutti li corpi spherici celesti, come il centro del corpo spherico del Sole, della Luna, & di ogni stella, & infiniti altri simili, quelli fatti dall'arte sono quelli che sono fatti artificialmente con qualche stiletto appontito, ouer con qualche materia colorata in qualche spacio, alla similitudine di quello, che con la ponta della penna habbiamo segnato in margine con inchiostro. Vero è che con quanti philosophi, & persone dotte, che di tal ponto artificialmente fatto habbia ragionato, tutti gli ho ritrouati di questa ferma openione, che tal ponto artificialmente fatto, non esser in conto alcuno considerato da Euclide, ne da alcun'altro mathematico, perche dicono che tal ponto artificialmente fatto dall'operante per piccolissimo, che sia notificato esser diuisibile appresso del nostro intelletto in due parti, il che saria al contrario della diffinitione di Euclide, & per questo dicono che nō è considerato da quello, & dicono che il vero ponto mathematico è solamente intentionale, & non sensibile, ma astratto totalmente da ogni materia sensibile, & esser impossibile di darlo, ouero di porlo in atto, & quantunque da molti saro giudicato arrogante a volermi opporre a tal commune openione, nondimeno son sforzato a far conoscere la verita, & a mostrare, come ciascuno di quelli tali s'ingannano di grosso. Dico adunque che tal

ponto, ouer segno, & altri simili, si chiamano ponti naturali, perche li naturali li considerano, & intendono, si secondo l'essere, come secondo la ragione per tutta quella materia colorata, che sensibilmente si vede, e pero anchora nel nominario, lo nominano insieme con quel material colore, dicendo questo ponto, ouer segno negro, ouer rosso, ouer bianco, & cosi discorrendo secondo la qualita del color di quello. Dico adunque che secondo la detta consideration naturale, tal ponto è diuisibile, nondimeno dico anchora che tal ponto naturale è considerato secondo l'essere dal mathematico, & da quello ne caua, ouero estrae secondo la ragione il ponto mathematico indiuisibile, & questo tal ponto mathematico lo intende, & piglia per il centro di quel tal ponto naturale, il qual centro non è ne negro, ne rosso, ne di altro colore, per non esser alcuna minima parte di quel la materia colorata, ma solamente è il simplice centro di quello. Et tal simplice centro è realmente il ponto mathemathematico, com'è detto. Et questo è quello, che vuol inferire Aristotele nel sesto della metaphisica, testo, & comento secondo. Quando che'l dice la mathematica, considera le cose congionte secondo l'essere, ma separate secondo la ragione dalla materia. La metaphisica le considera astratte per l'uno, & l'altro modo, & la phisica le considera congionte per l'uno, & l'altro modo.

Ma che ben auertisse ad alcune operationi di naturali, & altri, molte volte trouera quelli accordarsi con il mathematico nella consideration del ponto, & questo si vedera verificarsi nelli arcieri, balestreri, & schiopeteri, quando vogliono giocar fra loro a chi tira piu dritto a vn qualche ponto, ouer segno tondo accolorato imbroccato quello in cima di qualche hasta, ouer bastone, & tamen tirano, & quantunque molti diano nel detto ponto, ouer segno, non per questo tutti quelli tali s'intende, che habbiano vinto, ma solamente colui, che hauera percosso piu appresso al centro di quel tal material ponto, ouer segno s'intendera hauer vinto. E pero si vede che questi tali per il vero ponto intendono (per natural discorso) il centro di quell'altro ponto, ouer segno, & qual tal centro non è parte alcuna di quel pōto materiale, & perche tutto quel primo pōto colorato è sensibile seguita, che anchora il suo centro sia sensibile, non dico corporalmente, ne manco superficialmente, ne manco linealmente, per non esser tal cētro (com'è detto) alcuna minima parte di quel tal material colorato spacio, ma dico che vedendo noi tutto quel colorato spacio, vedemmo anchora il centro di quello, il qual centro non è quantita, ma vn simplice ponto terminante tal centro, & questo credo sia bastante alla verificatione di quello, che di sopra habbiamo detto.

Li ponti con la mente immaginati sono, come che nella sphera del mondo il ponto dell'Equinottio della Primauera, & quello dell'Autunno, similmente li duoi solstitij, il zenit, & infiniti altri simili, delli ponti fatti a caso per esser simili a quelli fatti dal'artefice non accade a parlarne.

Che cose sia linea.

1. LA linea, qual è la prima specie della quantita continua (come diffinisse Euclide) è vna longhezza senza larghezza, li termini dellaquale (essendo terminata) sono duoi ponti. Anchora di queste linee (come fu detto del ponto) ve ne sono alcune fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune con la mente immaginate, quelle fatte dal la natura sono le longhezze, larghezze, grossezze, ouer profondita di tutte le specie di corpi, ouer solidi dalla natura produtti. Et similmente le distantie di qual si voglia due cose, come saria la distantia di due citta, ouer di due stelle, & altre cose simili. Quelle fatte dall'arte sono quelle, che sono fatte, ouer designate con inchiostro, ouer con altro colore da geometrici, designatori, perspettiui, architettori, & da altri artefici, come saria a dir la linea. a. b. c. d. in margine con inchiostro designata, & queste tal specie di linee, & altre simili, sono dette linee naturali, perche li naturali le considerano, & intendono, si secondo l'esser, come secondo la ragione, per tutta quella materia colorata, che sensibilmente si vede. Vero è che a tal specie di linee se gli puo dir linee artificiale, per esser fatte designate dall'artefice, circa di queste tal linee naturali, ouer artificiali, quanti philosophi, phisici, & altre persone dotte, con che ne ho parlato, gli ho trouati tutti, come fu detto del ponto, cioe di questa openione, che tal specie di linee, non sono considerate in conto alcuno da Euclide, ne da alcun'altro mathematico, alcuni dicono, perche tai specie di linee per sottili, che siano designate, hanno sempre qualche larghezza in se, siche è contra la diffinitione di Euclide, e pero non sono considerate da quello, alcuni altri dicono le linee mathematiche esser considerate dal mathematico totalmente astratte da ogni materia sensibile, & le sopradette linee artificiali sono composte di quel tal material color sensibile, & per tal ragione non sono in conto alcuno considerate dal mathematico, altri affermano le linee mathematiche esser totalmente immaginarie, lequali non cadono sotto al senso nostro, ma solamente sono considerate mentalmente, & non si ponno dar in mo-

La sopradetta è vna linea naturale per il mezzo della larghezza, dellaqual passa la linea mathematica.

Questo

Questo medesimo dubbio fu da me anchora adutto, & anchor risolto sopra di Euclide, ma per quelli, che non hanno visto Euclide, ne tal mia risolutione lo voglio risoluere vn'altra volta in questo luogo, & per vn'altra via piu alla pratica conueniente di quella data di sopra di tal auttore. Dico adunque che secondo la sopradetta consideratione del naturale senza dubbio (per sorte che siano) hanno sempre qualche sensibil larghezza, nondimeno tai linee naturali son considerate anchora secondo l'esser suo dal mathematico, vero è che secondo la ragione il detto mathematico niente considera di quella colorata materia, ma alcune volte considera solamente quella simplice longhezza, che passa per mezzo di quella colorata larghezza, che è fra quelle quattro lettere a. b. c. d. come saria quella, che passa dal ponto .e. al ponto .f. (nella seconda figuratione) diuidendo tal colorata larghezza (per longo) in due parti equali, & questa tal simplice longhezza s'intende realmente la linea mathematica, laqual linea mathematica non è negra, ne bianca, ne di altro colore, perche la non è parte alcuna di quella colorata larghezza artificialmente designata. Eglie ben vero che la longhezza della detta linea mathematica è precisamente equale alla longhezza di quella linea naturale, & cosi li termini di tal linea mathematica in questo caso sariano li duoi ponti e. & f. Alcune altre volte, tal linea mathematica è considerata dal detto mathematico, per quella simplice longhezza, che è commun termine fra quella negrezza (di tal linea naturale) & quella biancherza della carta, nellaquale è designata, cioe dalla banda di sopra, ouer dalla banda di sotto di tal linea naturale, il qual commun termine considerando dalla banda di sopra veniria a esser quella simplice longhezza, che dal simplice ponto. a. al simplice ponto. b. laqual simplice longhezza veniria a esser realmente la detta linea mathematica, laquale in questo caso non saria ne negra, ne bianca, ma è vn simplice commun termine di quella negrezza, & di quella biancherza, il qual commun termine non è parte alcuna, ne di quella negrezza, ne di quella biancherza. E per tanto la longhezza di tal linea mathematica è sensibile, e pero color che dicono tal linea mathematica non esser sensibile, non puoco s'ingannano. Eglie ben vero, che tal linea mathematica per non hauer alcuna larghezza seguita di necessita, che in lei non vi si possa veder quello, che in lei non è (cioe larghezza) ma ben la sua longhezza vien a esser manifesta al senso, e pero eglie sensibile, & sensata la longhezza di tal linea mathematica è sensibile, anchora li termini di quella vengono a esser sensibili, & li termini di quella sono duoi ponti (essendo terminata) seguita adunque il ponto mathematico esser sensibile per mezzo della linea mathematica, cioe se noi vediamo tutta la longhezza di quel commun termine, che è dal a. al b. fra quella biancherza, & negrezza, el non si puo negare, che noi non vediamo li duoi termini di tal longhezza, i quali duoi termini, l'uno è il ponto a. & l'altro il ponto. b. Il medesimo seguiria quando che il detto mathematico considerasse per la detta linea mathematica quel altro commun termine, ch'è dal c. al d. dalla banda di sotto di tal linea naturale. E per tanto non solamente vien a esser risolto il nostro proposito dubbio, ma anchora vien a esser verificato quello, che dice Aristotele nel secondo della phisica testo 20. nelqual luogo conchiude, che il geometra considera la linea naturale, ma non secondo che la è naturale, perche per quello, che di sopra è stato detto, si vede, che il mathematico niente considera di quella materia sensibile, con laquale è composta tal linea naturale.

Oltra di questo bisogna anchor notar, che tutte quelle spetie di misure geometrice, narrate nella quarta di questo capo, o siano tai misure fatte di legno, ouer di ferro, ouer di qualche altro material metallo, o siano grosse, ouer sottili sono linee naturali, & la linea mathematica tai hora s'intende dal mathematico transire per il mezzo della larghezza, & grossezza di quelle, si, come fa la medolla per mezzo di vna drettabacheta, ouer tondo bastone, & tai hora tal linea mathematica s'intende dal detto mathematico passar per il mezzo, ouer da vna bãda di quelle superficie, che circõda quella tal misura, & tal linea mathematica non è alcuna minima parte di quella materia corporale di quella tal misura, ne manco di quella superficie, che circonda quella tal misura, vero è che la longhezza di quella tal linea mathematica è precisamente equale alla longhezza di quella tal misura, & questo è quello, che vuol inferire Aristotele nel sesto della methaphisica testo 21. Et similmente il comentator Auerrois sopra il primo de celo, & mondo, comẽto primo, ma piu diffusamente Aristotele nel sopradetto secondo della phisica testo 20. Oltra di questo Auerrois volẽdo sopra il medesimo dichiarire la cõsideratione del prospettiuo esser media fra quella del naturale, & del mathematico circa alla linea dice queste parole formali. Geometra enim cõsiderat de magnitudinibus abstractis a materia. Naturalis vero considerat de eis secundum quod sunt in materia, Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes, non enim considerat de lineis secundum quod est linea simpliciter, vt Geometer, neq; secundũ quod est linea lignea, sive enea vt naturalis, sed secundum quod visualis, per ilche è da saper, che per linea lignea, ouer me-

talica si piglia naturalmente, non solamente per quelle misure materiali di legno, ouer metallo des-
te di sopra, ma anchora per la simplice longhezza di qual si voglia altro legno, ouer verga di me-
tallo, ouer di pietra, ouer di terra, ouer di qual si voglia altra material longhezza.

Circa a quelle linee, che dinotano la distantia di due cose, non vi è dubbio, che sono sensibili. Essem-
pigratia se duoi schiopetteri giuocano a tirar a qualche material segno, sempre quello che dara
piu appresso al segno s'intendera hauer vento, & se le dette distantie delle dette due botte al cen-
tro del segno non fussero sensibili non si poria giudicar qual di loro hauesse vinto, ouer perso, &
li termini delle dette due distantie l'uno saria il centro del legno, doue tirano, & l'altro saria il cen-
tro di ciascuna botta, i quali centri sono ponti mathematici, i quali vengono a esser sensibili per
mezzo di quelle loro distantie lineali, e pero è manifesta la nostra sententia contra quelli, che dicono
la linea mathematica, & il ponto non esser sensibili.

Le linee immaginate con la mente sono si come le circonferentie delli circoli immaginati nella sphera
celeste, cioe l'equinottiale, li duoi coluri, l'orizonte, il meridiano, li duoi tropici, il circolo, artico,
antartico, li paralleli, & infinite altre simili. Delle linee fatte a caso non accade a parlarne per esser si-
mili alle artificiali, che a caso si fanno.

Che cosa sia linea retta.

13 LA linea retta (come diffinisse Euclide) è la breuissima estensione da vn ponto all'altro,
che riceue l'uno, & l'altro di quelli nelle sue estremita. Essempi gratia essendo signati li
duoi ponti a. & b. dico che dal ponto a. al ponto b. si puo estendere, ouer designare
infinite linee curuate verso la banda, dou'è signato il c. l'una maggior dell'altra, cioe
quella, che sara piu curua sara piu longa di quella, che sara manco curua. Et il medesimo si puo far
verso la banda, dou'è signato. d. ma la piu breue, che tirar si possa dal detto ponto a. al ponto b. sa
ra quella, che da Euclide è detta linea retta, e pero vna sola linea retta si puo tirare da vn ponto a
vn'altro come nell'essempio appare in figura, ma delle curue, & tortuose infinite vi se ne possono
tirar, & per esser tal cosa communamente nota non staro circa cio a dar altramente figura, ouer essempio.

Che cosa sia superficie.

14 LA superficie è la seconda specie della quantita continua, & questa è quella (come dice Euclide)
che ha solamente longhezza, & larghezza, li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee.
Essempi gratia si come, che la quantita di vna linea è compresa, & conosciuta sotto di vna sola
misuratione, qual è in longhezza. La quantita di vna superficie vien compresa, & conosciuta so-
lamente sotto di due misurationi, l'una è per longhezza, & l'altra è per larghezza, & manca della
terza misuratione (cioe della grossezza) laqual si aspetta al corpo. Anchor di queste superficie (come
fu detto delle linee) alcune sono fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune con la
mente immaginate, le superficie fatte dalla natura sono quelle, che sono intorno di ogni corpo ma-
teriale, come saria a dir la superficie della terra, la superficie dell'acqua, & cosi di ogni altra qualita
di corpo. Le superficie fatte dall'arte sono quelle, che sono fatte, ouer designate, ouer dipinte con
qualche colorata materia in qualche spacio, come saria la superficie a. b. c. d. dipinta con inchiostro
nel margine di questa carta, li termini dellaquale sono le quattro linee a. b. c. d. a. c. & b. d. lequali
quattro linee vengono a esser quelli quattro communi termini, che sono fra il bianco, & il nero
delli detti quattro lati a. b. c. d. a. c. & b. d. della detta superficie a. b. c. d. iquali quattro termini non
sono ne negri, ne bianchi, perche non sono alcuna minima parte di quella materia bianca, ne man-
co della nera, e pero non hanno alcuna larghezza, ma solamente hanno simplice longhezza, lequali
longhezze l'una è dal ponto a. al ponto b. & la seconda dal ponto c. al ponto d. la terza dal pon-
to a. al ponto c. & la quarta è dal ponto b. al ponto d. e pero li detti quattro termini di tal superfi-
cie sono quattro linee secondo la consideratione mathematica, & sono sensibili per mezzo di tal
superficie alla similitudine, che fu detto della linea naturale, ouero artificiale, perche tal linea natu-
rale, ouero artificiale non è altro, che vna colorata superficie di vna picolissima larghezza, e pero
li duoi communi termini, che procedeno al longo fra il bianco, & il nero da l'una, & l'altra ban-
da sono linee secondo la consideratione mathematica, si come sono le due a. b. & c. d. di questa co-
lorata superficie, ma la longhezza, & larghezza di tal superficie puo esser compresa, & considera-
ta dal mathematico in piu modi, secondo la forma di tal proposta superficie, l'uno di quali in que-
sta si poria considerare passar per il mezzo di tal colorata superficie, cioe la longhezza conside-
rarla passar dal ponto e. al ponto f. (come sopra la linea naturale fu anchor fatto) & la larghezza
considerarla passar dal ponto g. al ponto h. vero è che in questo essempio tal longhezza si poria

considerar

considerar per la linea a b. ouer c d. & la larghezza per la linea a c. ouer b d. similmente circa di queste specie di superficie artificialmente designate, ouer colorate, con quanti philosophi, & persone dotte ne ho parlato (come fu detto anchora della linea naturale) gli ho trouati tutti di questa openione, che tal specie di superficie non sono in conto alcuno considerate da Euclide, ne d'alcun altro mathematico, atento che tai colorate superficie per sottile, che siano sempre hanno alquanto di grossezza, ouer profondita, che saria al contrario della diffinitione di Euclide, & per questa causa dicono non esser considerate da quello, sottogiongendoui, che la superficie mathematica non ha niente di grossezza, e pero non è sensibile, ne si ponno mettere in atto, ma sono solamente intentionarie (come fu detto della linea) hor per chiarire tal sua falsa openione. Dico che pigliando tal specie di superficie secondo la consideratione del naturale, il quale sempre le considera si secondo l'esser, come secondo la ragione congiontamẽte con quella materia colorata, el non si puo negare, che tai superficie per sottili, che siano, che sempre non habbiano alquanto di grossezza, ma per questo non resta, che tai specie di superficie materiali non siano anchora considerate secondo l'esser dal mathematico, perche da quelle medesime ne cava, ouero estrae la superficie mathematica, cioe si come che il contadino dalla vua ne estrae, ouer caua il vino, & dalle oliue l'oglio, similmente il mathematico dalle cose naturali ne estrae, ouer caua le mathematiche. E per tanto il detto mathematico dalla detta superficie colorata considerando secondo la ragione quel comun termine, ch'è fra quella colorata superficie, & l'aere che sopra vi sta, il qual comun termine vien a esser realmente la superficie mathematica, laqual superficie non è ne negra, ne bianca, ne d'altro colore per non esser alcuna parte di quella colorata materia, ne manco dell'aere, che vi sta sopra, ma solamente è quel simplice comun termine, ch'è (com'è detto) fra ambiduoi, il qual comun termine, ouer superficie mathematica vien a esser precisamente tanto longa, & larga quanto ch'è la detta superficie naturale, o vuoi dir colorata, & li termini di tal superficie mathematica vien a esser quelle medesime quattro linee mathematiche dette di sopra, cioe a b. c d. a c. & b d. & la sua longhezza sara per la distantia, ch'è dal ponto e. al ponto f. & la larghezza quella, ch'è dal ponto g. al ponto h.

Da notare sopra il ponto, & la linea, & la superficie naturale, & mathematica.

Bisogna notar, che il ponto naturale non puo essere, ne stare senza il ponto mathematico, ma il ponto mathematico non solamente puo essere, & stare senza il ponto naturale, o vuoi dir artificiale, ma quel è realmente in ogni luogo, & parte, e pero lo poßiamo considerare in che luogo ne pare, ma perche considerato che fusse si scordaressimo il luogo di tal nostra consideratione, la maggior parte delle volte in quel tal luogo per nostra memoria gli notemo il detto ponto naturale, ouero artificiale. Per esser adunque il detto ponto mathematico in ogni luogo, & parte, gli nostri antichi sapienti attribuirno questo nome Ponto al summo, & magno Iddio (come nelli suoi 72 nomi appare) per esser quello in ogni luogo, & parte, si, com'è detto del ponto mathematico.

Similmente dico della linea naturale, ouero artificiale, che la non puo esser, ne stare senza la linea mathematica, ma la linea mathematica non solamente puo esser, & stare senza la linea naturale, ouero artificiale, ma quella è realmente in ogni spacioso luogo, e pero la poßiamo considerare in qual spacioso luogo ne pare, ma perche in molti spaciosi luoghi considerata che fusse si scordaressimo la sua precisa estensione, & la quantita, & qualita di quella vi designamo (per nostra memoria) l'artificiale, ma pero il non resta, che auanti, che vi fusse designata l'artificiale, che non vi fusse prima la detta linea mathematica. Similmente anchora per esser la detta linea mathematica in ogni spacioso luogo, & parte, li sopradetti nostri antichi sapienti attribuirno questo nome linea al detto nostro summo, & magno Iddio, come nelli detti suoi 72 nomi si troua scritto.

Questo medesimo si debbe intendere della superficie artificiale, cioe che ogni superficie artificiale non puo essere, ouer stare senza la superficie mathematica (per esser sempre contigua con quella) ma la superficie mathematica non solamente puo esser, & stare senza l'artificiale, ma quella non solamente è intorno, ma anchora di dentro di ogni qualita di corpo, & lei non è parte alcuna di quel tal corpo. Essempi gratia auanti che fusse designata la detta colorata superficie a b c d. nel margine di questa carta prima di lei vi era la superficie mathematica, qual era quel comun termine, ch'era generalmente fra la biancheza di questo foglio di carta, & quell'aere, che sopra staua, & sopra sta a questo detto foglio di carta, & tal superficie mathematica non era, ne manco è bianca, ne negra, ne grisa per non esser parte, ne di questa carta, ne manco dell'aere, che vi sta sopra, ma solamente è vn simplice comun termine (com'è detto) fra l'uno, & l'altro quasi alla similitudine, ch'è quella pellicula, ch'è comun termine fra il rossumo, & la chiara del ouo, laqual pelicula nõ è parte del rossumo, ne manco della chiara, questo essempio te l'ho adutto, acioche tu intenda doue si considera la superficie mathematica, ma non per questo dico, che quella pelicula del ouo sia superficie mathematica, perche anchora lei ha alquanto di grossezza, anchor che sottilissima sia. Et tutto questo c'habbiamo detto del ponto, et della superficie secõdo la consideration del mathematico, lo viene a confirmar in sostanza Auerrois nel sesto della phisica commento 26. Quando che'l dice, che intra duoi ponti egl'è necessario, che gli sia vna linea, & che intra due linee egl'è necessario, che gli sia vna superficie, & intra due superficie egl'è necessario, che gli sia vn corpo, et similmẽte, che tra duoi instanti egl'è necessario, che gli sia tempo. E pero dato, ouer considerato duoi ponti, ponianio a. & b. egl'è necessario, che fra quelli gli sia la linea mathematica, anchor che da l'uno all'altro di quelli nõ gli sia tirata la linea artificiale, perche quella simplice distantia da l'uno all'altro di quelli non è altro che vna linea, come fu detto della distantia di doe citta, ouer di doe stelle, & essemplificato sopra le botte di quelli duoi schiopetteri. Et per tanto essendo signati, ouer considerati, ouero immaginati li detti duoi ponti a. & b. & li duoi c. & d. essendo adunque fra li duoi a. & b. vna linea, & vn'altra fra li duoi c. & d. seguira, che siano date due linee l'una sara dal a. al b. & l'altra sara dal c. al d. fra lequali due linee per le ragioni dette è necessario, che fra quelle vi sia la superficie mathematica, anchor che non vi sia dessignata, ouer dipinta la superficie artificiale, perche oltra le dette due linee a b. & c d. ne vien a esser causate doe altre, l'una sara fra li duoi ponti a. & c. & l'altra fra li duoi altri, cioe b. & d. lequali quattro linee vengono a serrare, & a terminar la detta superficie mathematica dentro da quelle, anchor che non vi siano tirate le dette quattro linee artificiali, ne manco la detta colorata superficie. E pero nelle superficie terree dati li termini materiali, che si cõstituiscono a terminare le terre immediatamente vien a esser nota quella terminata particolar superficie terrea, dico particolare, perche quasi ogni particolar superficie vien a esser parte di vn'altra piu generale superficie. Essempi gratia la sopradetta superficie terminata dalle dette quattro linee a. b. c. d. a c. & b d. si vede che la è parte della general superficie, che si riposa sopra quella natural della bianchezza di questo foglio di carta, perche come in principio fu detto la detta superficie mathematica è d'intorno, non solamente a ogni qualita di corpo dalla natura produtto, ma anchora a ogni altro da l'arte fabricato, & per tal suo essere d'intorno, & anchora di dentro di ogni qualita di corpo, li nostri antichi savi attribuirno questo nome superficie al summo Iddio, come che nelli detti suoi 72 nomi si troua notato.

Correlario.

Da tutte le cose dette di sopra circa del ponto, & della linea, & della superficie, secondo la consideratione del mathematico, si manifesta qualmente il ponto mathematico è visibile per mezzo della linea mathematica, & la linea mathematica è visibile per mezzo della superficie mathematica, & la superficie mathematica è visibile per mezzo del corpo, il corpo poi resta inuisibile, perche di quello solamente li suoi termini si puo vedere, come piu amplamente in vn nostro trattato di perspettiua piacẽdo a Iddio si sara noto, ouer manifesto.

Che cosa sia superficie piana.

Primo essempio

Secondo essempio

5 La superficie piana (come diffinisse Euclide) è la breuissima estensione da vna linea a vn'altra, che termina nelle sue estremita l'una, & l'altra di quelle due linee, laqual diffinitione è simile a quella della linea retta. Essempi gratia essendo le doe linee a b. & c d. poste nel primo essempio, dico che dalla linea a b. & c d. si puo estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie inarcate in suso verso e. l'una maggior dell'altra, cioe quella, che sara piu altamente inarcata, sara di maggiore estensione di quella, che sara manco inarcata in suso, & infinite altre se ne porra estendere inarcate in giuso, cioe penetrante questo foglio di carta dall'altra banda, ma la piu breuissima sara quella, che sara stesa per questo foglio di carta, come ch'è quella, ch'è dessignata nel secondo essempio, & questa sara superficie piana secondo il detto Euclide, & perche penso che tu mi habbi inteso, non staro a porti altro figurato essempio.

Che cosa sia angolo piano.

6 L'Angolo piano (come diffinisse Euclide) è il toccamento, & l'applicatione non diretta di due linee, si rette, come curue, che la espansione di quelle sia in vna superficie piana. E pertanto il detto angolo piano (come habbiamo detto sopra a tal diffinitione in Euclide) è compreso sotto di tre

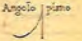
conditioni

condicioni. La prima è il toccamento di due linee, nondimeno tal toccamento per se solo non formaria angolo, quando l'applicatione delle dette due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee. a b. & b c. lequali si toccano in ponto. b. di vna diretta applicatione, & per esser tal applicatione diretta non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne forma vna sola, laqual è tutta la. a b c. Ma se le dette due linee si toccassero di vna applicatione non diretta alla similitudine dalle due linee. d e. & e f. in ponto. e. nondimeno se le dette due. d e. & e f. s'ispandessero sopra vna superficie globosa, ouer montuosa il detto angolo. e. non saria angolo piano, ma montuoso, ouer globoso, come saria quando fusse descritto sopra la superficie di vna balla, ouer d'un'ouo, perche douendo esser angolo piano bisogna, che habbia la terza condicione, cioe che le dette due linee si spandono per la superficie di sopra scritta (cioe piana) che cosi intende Euclide, nondimeno vno angolo piano puo esser contenuto da due linee rette, & da due curue, & da vna retta, & vna curua, come ne gli essempij posti figuratamente in margine. Eglie il vero che l'angolo piano si potria dir piano a differentia del angolo solido, del quale al suo conueniente luogo parlaremo.

Applicatiõ diretta

Che cosa sia angolo rettilineo.

17 L'Angolo rettilineo (come diffinisse Euclide) è quello, ch'è contenuto da due linee rette, come in margine si vede, vero è che le specie dell'angolo rettilineo sono tre, cioe retto, maggior del retto, & menor del retto.



Che cosa sia angolo retto.

18 EVclide dice, quando che vna linea retta stara sopra vn'altra linea retta, & che li duoi angoli contenuti da l'una, & l'altra parte siano eguali, l'uno, & l'altro di quelli sara retto, & la detta linea è detta perpendicolare, ouer catheto sopra di quella, doue soprasta. Essempi gratia, perche la linea. a b. sta sopra la linea. c b d. talmente che l'angolo formato dalla detta linea. a b. con la parte. b d. sia equale a quell'altro angolo formato dalla medesima a b. con l'altra parte. c b. si conchiudera (per la presente diffinitione) l'uno, & l'altro di quelli esser angolo retto, & la detta linea. a b. si chiama perpendicolare, ouer catheto sopra della detta linea. c d. Ma per esser meglio inteso nel nostro processo, bisogna notare, che quando si vuol notificar vno angolo in scrittura, quel si notifica la maggior parte delle volte con tre lettere, dellequali la lettera media sempre sara quella, che ne dinotara il ponto doue termina il detto angolo. Essempi gratia volendo per questo modo dir quello, che di sopra habbiamo detto, diremo in questa forma. Se l'angolo. a b d. sara equale all'angolo. a b c. l'uno, & l'altro sara retto, onde per l'angolo. a b d. s'intende l'angolo contenuto dalla linea. a b. & dalla linea. b d. in ponto. b. & per l'angolo. a b c. s'intende per l'angolo contenuto dalla medesima linea. a b. & dalla linea. c b. in ponto. b. & cosi si douera intendere nel nostro processo.

Come si chiami l'angolo, ch'è maggiore, & quello ch'è menor del retto.

19 L'Angolo ch'è maggior del retto (come diffinisse Euclide) è detto ottuso, & quello, ch'è menore del retto se gli dice acuto. Essempi gratia se la linea. a b. stara inclinata sopra alla linea. c b d. (come appar in questa seconda figuratione) lei formara duoi angoli inequali, l'uno di quali sara maggior del retto, & questo sara l'angolo. a b d. & l'altro sara menore, & quello sara l'angolo a b c. l'angolo adunque. a b d. per la presente Euclidiana diffinitione sara detto ottuso, & l'altro ch'è menor del retto, cioe l'angolo. a b c. sara chiamato acuto.

Che cosa sia termine.

20 EL termine (come diffinisse Euclide) è quello, ch'è fine della cosa. Essempi gratia sia la linea. a b. & similmẽte la superficie. a b c d. & perche ciascun delli duoi ponti. a. & b. sono principio, & fine della detta linea. a b. E pertanto l'uno, & l'altro di quelli s'intende esser termine della detta linea. a b. Similmente perche la superficie. a b c d. finisse in quelle quattro linee. a b. a c. c d. & b d. E pero ciascuna delle dette quattro linee sara termine della detta superficie.

Che cosa sia figura.

21 FIgura (come diffinisse Euclide) è quella, ch'è contenuta sotto a vno, ouer a piu termini, quali sono le figure superficiali, contenute sotto di vn solo termine si narrara nella sequente diffinitione,

& quelle che sono poi contenute sotto di duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle altre consequenti diffinitioni si fara manifesto.

Che cosa sia cerchio, ouer circolo.

22 IL cerchio (come diffinisse Euclide) è vna figura piana contenuta da vna sola linea, laqual è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è vn ponto, dalquale tutte le linee rette, che vsciscono, & vadino alla circonferentia sono fra loro eguali, & quel tal ponto è detto ctro del cerchio.

PEr esser il cerchio figura communamente cognita da ogni pratico, & similmente la circonferentia, & il centro di quello, non voglio star a dichiarire altramente la sua diffinitione, per esser da se chiara, ma voglio che basti la sua figura posta in margine.

Che cosa sia il diametro del cerchio.

23 IL diametro del cerchio (come dice Euclide) è vna linea retta, che passa per il centro di quello, & applica le sue estremita alla circonferentia, & diuide il cerchio in due parti eguali, come che in margine appare in figura.

Che cosa sia mezzo cerchio.

24 IL mezzo cerchio (come dice Euclide) è vna figura piana contenuta dal diametro del cerchio, & dalla meta della sua circonferentia, come figuratamente in margine appare.

Che cosa sia portion di cerchio.

25 POrtion di cerchio è vna figura piana contenuta da vna linea retta, & da vna parte della circonferentia maggiore, ouer menore del mezzo cerchio, come che nelle due figurate in margine appar, dellequali l'una è detta portion maggiore, & l'altra è chiamata portion menore.

Che cosa siano figure rette linee.

26 LE figure rette linee (come diffinisse Euclide) sono quelle, che sono contenute da linee rette, dellequali alcune sono dette trilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da tre linee rette, alcune sono dette quadrilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da quattro linee rette, alcune sono dette moltilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da piu di quattro linee rette, come che nelle sequenti diffinitioni essemplarmente si notificara.

Triangolo equilatero, ouer isopleuro.

Delle specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi lati.

27 LE specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi lati (come diffinisse Euclide) sono tre, la prima è detta triangolo equilatero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati eguali, l'altra è chiamata triangolo isoscelo, ouer isocele, & questo è quello, ch'è contenuto solamente sotto di duoi lati eguali, l'altro è chiamato triangolo scaleno, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati inequali, altramente tengo da Arabi, sono denominati li detti triangoli, cioe al equilatero gli dicono isopleuro, al isocelo, equicurro.

Triangolo isocele, ouer equicurro.

Delle specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi angoli.

28 ANchora delle dette figure di tre lati in rispetto di suoi angoli (dal detto Euclide) se ne assegna tre specie, dellequali la prima è detta triangolo orthogonio, ouer rettangolo, & questo è quello, che ha vn'angolo retto, l'altra specie è chiamata triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha vn'angolo ottuso, la vltima specie è detta triangolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Triangolo scaleno.

Delle specie delle figure di quattro lati.

29 LE specie delle figure di quattro lati, vna è detta quadrato, & questo è quello, che ha li suoi quattro lati eguali. Et oltra di questo ha anchora gli angoli retti, l'altra è detta tetragono longo, & questa tal figura è rettangola, cioe che ha tutti li suoi angoli retti, ma nõ è equilatera, com'è il quadrato, anzi è piu longa, che larga. L'altra è detta da Arabi Helmuaym, & da Greci Rhombo. Et questa tal figura è equilatera, si come il quadrato, ma non è rettangola, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti, come che in margine si puo vedere. L'altra è chiamata da Arabi simile Helmuaym, & da Greci Rhomboide, & questa ha gli oppositi lati eguali, & similmente gli angoli oppositi eguali,

eguali, nondimeno non è contenuta da lati eguali, ne da angoli retti. Tutte le altre specie di figure quadrilatere, eccettuādo le sopradette, da arabi sono chiamate Helmuariphe, & da greci trapezie.

Triangolo rettangolo.

Triangolo ambligonio.

Da notare.

30 Bisogna avertire, che le sopra narrate quattro specie di figure di quattro lati, cioe il quadrato, il Tetragon longo, il Rhombo, & il Rhomboide generalmente da greci sono dette figure parallelograme, & di queste quattro specie di figure parallelograme, il quadrato, & similmente il Tetragon longo è detto Parallelogramo rettangolo, ma il Rhombo, & il Rhomboide sono ben detti parallelogrami, ma non rettangoli per non havere li suoi angoli retti.

Di alcune altre specie di figure quadrilatere, lequali frequentemente occorrono nel misurar di terreni, over campi dette capo tagliato.

31 Nel misurare, & squadrare di terreni di figure differente quasi sempre dal perito agrimensore si risolvono in triangoli, & in una specie di figura di quattro lati detta capo tagliato, laqual figura deriva dal parallelogrammo rettangolo, cioe dal quadrato, overo dal tetragon longo, perche se dall'uno, & dall'altro ne sara tagliato via un di suoi capi con un taglio obliquo, la restante figura sara detta capo tagliato. Essempi gratia sia il quadrato. a b c d. & da quello con la linea retta. e f. obliquamente tirata ne sia tagliata la parte. a b e f. dico che la restante figura e c f d. è detta capo tagliato, il medesimo si diria anchora alla parte tagliata, cioe alla figura. a e b f. Questo medesimo si diria del tetragon longo. a b c d. tagliandone con la retta linea e f. obliquamente tirata, cioe che la restante figura. e c f d. si chiamaria capo tagliato, & similmente la parte tagliata a b e f. si chiamaria pur capo tagliato, il medesimo seguiria se il detto tetragon longo. a b c d. fusse tagliato per longo, come nella terza figura si vede esser tagliato per dritto detta linea. e f. cioe che la parte. a e c f. saria pur detta capo tagliato, & similmente l'altra parte. e b f d.

Donde deriva la figura detta capo tagliato.

Di alcune altre figure quadrilatere, che occorre pur frequentemente nel misurar di terreni, che ragionevolmente se gli poria dir doppio capo tagliato.

32 Molte volte accade alle mani del misurator di terreni un'altra figura quadrilatera, cioe di quattro lati, laqual ragionevolmente si poria chiamar doppio capo tagliato, laqual figura deriva pur alle volte dalla figura quadrata quādo gli fusse tagliato con due linee rette, ma obliquamente tirate, li duoi capi contraposti. Essempi gratia sia il quadrato a b c d. & da quello con la linea retta. e f. obliquamente tirata ne sia tagliato il capo. a b e f. & che dal l'altro capo opposito al primo con la linea retta. g h. obliquamente tirata ne sia tagliato il capo. g h. c d. dico che la intermedia figura. e f. g h. ragionevolmente si puo chiamar doppio capo tagliato, per esserli stato tagliato via li duoi capi oppositi. Questo medesimo si debbe intendere del tetragon longo. a b c d. cioe essendovi tagliato il capo. a b e f. & l'altro a quel opposito, cioe il capo. g h. c d. dalle due linee rette obliquamente tirate. e f. g h. la intermedia restante figura. e f g h. saria chiamata doppio capo tagliato, il medesimo si diria quando li detti duoi capi fussero tagliati per longo, & circa cio non ti pongo altramente essempio in figura, perche so che tu mi hai inteso senza quello.

Che cosa siano linee equidistante, overo parallele.

33 Le linee equidistanti, over parallele (come diffinisse Euclide) sono quelle, che sono in una superficie collocate, con tal conditione, che protratte nell'una, & l'altra parte non concorrano insie-

Donde deriuò la figura detta doppio capo tagliato.

me, anchor che fussero protratte in infinito. Essempi gratia essendo le due linee a.b. & c.d. in tal modo assettate sopra la superficie di questo foglio di carta, che protraendole, ouero slongandole ambedue dall'una, & l'altra parte, cioe dalla parte verso a. & c. & dall'altra verso b. & d. che giamai concorreranno insieme, anchor che fussero allongate in infinito, tai due linee si chiamariano equidistanti, ouer paralelle. Questa e l'ultima diffinitione del primo di Euclide, e pero voglio che la sia l'ultima di questo nostro primo. Vero e che dapoi questa tal diffinitione nel detto primo di Euclide seguita le sue sei petitioni, & doppo quelle seguita le sue noue commune sententie, lequai cose per non esser al proposito per la pratica, ma sono solamente per disputar la scientia speculatiuamente, le habbiamo interlasciate.

Che differentia sia a mostrare, ouer dichiarare, ouero a essemplificare vna questione parlando mathematicalmente, & naturalmente.

Fra il mostrare, dichiarare, ouero essemplificare vna questione mathematicalmente, & naturalmente parlando non vi è altra differentia, saluo che parlando mathematicalmente la si dichiara, & essemplifica solamente formalmente, cioe astratta da ogni materia sensibile, ma naturalmente la si proferisse sempre congionta con qualche materia sensibile. Essempi gratia parlando mathematicalmente egli e vn parallelogrammo rettangolo longo 70. & largo 64. si adimanda la quantita di tal rettangolo, onde multiplicando 64 fia 70 fara 4480. & tanto si responderà mathematicalmente esser la quantita di tal parallelogrammo rettangolo. Ma volendo proponere tal questione naturalmente diremo egli e vna pezza di terra parallelogramma rettangola longa pertiche 70 da piedi 6 per pertica, & larga pertiche 64. si adimanda quanto sara tal pezza di terra secondo il costume di Verona, che vna pertica quadra fa vna tauola, et 30 tauole fa vna vanezza, & 24 vanezze fanno vn campo. Onde multiplicando medesimamente le pertiche 64 fia le pertiche 70 faranno per 4480. & quelle diremo esser tauole di terra, qual partendole per 30 (perche 30 tauole fanno vna vanezza) ne venera 149 vanezze, & tauole 10. dapoi partendo le dette vanezze 149 per 24 (perche vanezze 24 fanno vn campo) ne venera campi 6. vanezze 5. & quelle tauole 10. & tanto si responderà naturalmente parlando, esser la quantita di tal pezza di terra. E pero si vede che tal questione, mathematicalmente parlando, esser piu generale, dell'altra, perche tal questione non solamente la s'intende in vna tal figura terrea, ma in qual si voglia altra specie di materia, & misurata con qual si voglia specie di misura. E pero di questa cosa ne ho voluto auertire accio conoschi, ouero intendi la differentia di tai doi modi di parlare.

Il fine del primo libro.

LIBRO SECONDO DELLA TERZA PARTE. CAP. I.

Perche la pratica di geometria (come fu detto nella ottaua diffinitione del precedente libro) hebbe principio circa il misurar delle terre, & da quel primo principio li posteriori poi di mano in mano la sono andata talmente aggrandando, & allongiando, che non solamente per mezzo di quella potiamo venire in cognitione di tutte le specie di quantita terrestre, che manualmente misurar potiamo, ma anchora delle celeste, & altre che manualmente misurar non potiamo. E per tanto conueniente cosa mi pare, che il principio di questa pratica di geometria sia circa il misurare delle terre, come cosa piu communamente vtile, & necessario, & per esser meglio inteso proferiremo le cose congionte in materia, come costumano li naturali, dapoi di mano in mano andaremo piu specolatiuamente ascendendo.

Che cosa sia il voler saper la quantita dell'area di vna superficie.

Questo voler saper la quantita dell'area di vna superficie, non è altro che vn volersi certificar quante volte il quadrato, di qualche famosa, ouer costumata misura, si specificherà in quella tal superficie. Et per esser meglio inteso voglio addure vn molto mecanico essempio. Il calegaro volendosi certificare quante sole di scarpe potra cauare da vna qualche croppa di curame da lui comperata, lui pigliara vn certo cartone fatto alla similitudine di vna sola di scarpa, & quel tal cartone lo andara superponendo a quella croppa di curame, designando, & compassando talmente la superficie di quella croppa di curame, che venira in cognitione quante sole di scarpa potra cauar di quella tal croppa di curame.

Questo medesimo (ma per altre vie con arte fatte piu accommode) costuma il geometro, cioe volendo saper la quātita dell'area di vna superficie, non e altro, che a voler saper quāte volte intra, ouer misura la detta superficie vn quadrato di vna costumata lineal misura per lato, vero e che grosso modo se ne poria certificar secondo l'ordine detto di quel calzolaro, cioe se la costumata misura del paese fusse poniamo vna pertica longa p. 6. lui poria far far vn quadrato di tauola di vna pertica per lato, & quel tal quadrato andarlo superponendo di mano in mano per quella tal superficie, & tener conto delle volte, che ve lo hauera soprapposto, & tanto quanto sara il numero de dette volte, tanto porra dir esser la quantita di detta superficie, cioe tanti di quelli tai quadrati, & se vi occorresse alcuna parte, ouer parti grosso modo se ne poria certificare, & questo modo lo insegna la natura all'huomo, qual vsandolo non poria incorrere in grande errore, ma per esser vna via molto faticosa, & discommoda l'arte l'ha tirata a via piu facile, & commoda, come che nella sequente, & nel nostro longo processo s'intendera.

Nota che quel quadrato di vna pertica, o altra misura simile per lato, s'intende esser quella quadrata superficie, che diffinisse Euclide nella sestima diffinitione del suo decimo libro, con laquale dal presupposito, ratiocinamo, che da lui e detta superficie rationale, per essere a noi cognita, & famigliar. Et tal superficie quadrata s'intende la nostra superficial misura da misurar tutte le specie di superficie a noi ignote, & questo e quello che tutti li filosofi affermano, che ogni misura e necessario esser omogenea, con la cosa misurata, cioe di quella medesima specie. Essempi gratia a misurar vna quantita lineale, tal effetto si essequisse con vna misura lineale, cioe con vn passo, ouer pertica, ouer altra longhezza simile, ma a misurare vna quantita superficiale, si essequisse tal effetto naturalmente con vna misura superficiale, alla similitudine di quel calligaro, anchor che l'arte habbia trouato a essequir tal effetto con altri mezzi piu facili, & cosi a voler misurare vn corpo, bisogna essequir tal effetto con vna misura corporea (come al suo luogo s'intendera) & cosi volendo misurar vn tempo, bisogna essequir tal effetto con vna misura di tempo, cioe con l'anno, ouer con vn mese, ouer con vn giorno, ouer hora. &c.

Da notare.

3 Per ben intendere questa pratica da sapere con arte calcular, & determinar l'area superficiale, di qual si voglia pezza di terra, che sia di forma parallelogramma rettangola, bisogna notare, come che la superficie di ogni figura parallelogramma rettangola (come afferma Euclide nella prima diffinitione, ouer suppositione del suo secōdo libro, & come anchora da noi piu volte sustantialmente e stato detto, & essemplificato, e cōtenuta sotto di quelle due linee, che comprendono vno di suoi angoli retti, e pero tal superficie vien a esser il produtto della multiplicatione delle misure di vna de dette linee fia le misure dell'altra, il che non e altro, che il produtto della longhezza fia la larghezza di quella. Essempi gratia sia la superficie di terra a b c d. parallelogramma rettangola, laquale sia longa pertiche 8. & larga pertiche 6. dico che l'area sua superficiale sara il produtto della multiplicatione della larghezza fia la longhezza, cioe di 6 fia 8. che fara 48. & cosi diremo la superficie di detta pezza di terra esser 48 pertiche quadre, cioe 48 quadretti di terra di vna pertica per lato, ouer per faccia, come che sensibilmente nella detta figura puoi vedere.

Da notare.

4 ANchora bisogna notare qualmente quasi ogni citta ha vn certo suo particolar ordine, ouer costume, non solamente nel vendere, & comprar li terreni, ma anchora nella misura materiale, che oprano per misurar quelli, & quantunque sia impossibile a poterti narrare il costume della comprensima parte delle citta d'Italia, nondimeno te ne dichiarero tal parte di quelle, & con tal modo, & ordine, che per mezzo di tai mie dichiarationi saprai da te medesimo, con vna picciola informatione, trouar il modo, & la regola di saper calculare, & risoluere in qual si voglia strano paese ogni peticgatione, che ti fusse proposta. Et per dar principio a questo, conueniente cosa mi pare, che cominciar debba dal costume della citta di Verona, & del suo territorio, come mia patria, perche anchor che sia nato in Brescia, nōdimeno Verona non solamente fu il mio primo appoggio (vscito fui dal nido, dou'io nacqui) ma anchora da quella son stato amoreuolmente nutrito, carezzato, & honorato per circa anni 15 (nella mia giouentu) con non poca mia vtilita, & honore. Ma da Brescia ho riceuuto tutto al contrario molto, & molto piu e il danno, cioe che da quella ho riceuuto in 18 mesi, che vi fui chiamato, & condotto da alcuni nobili, per leggerui publicamente Euclide, della summa della vtilita, che nella mia pueritia, et parte della adolescentia habbia riceuuto da quella, come nella mia trauagliata inuētion appar.

Et perche il mio secondo appoggio è stato la magnifica citta di Venetia, nellaquale per anni 16. che continuamente vi son habitato, per li molti vtili beneficii, che di quella ne ho riceuuti non posso negare, che tal magnifica citta non sia la mia seconda, & amena patria. E pero trattato che haueremo il costume di Verona, parleremo delli costumi delle citta circonstanti a Venetia, & dapoi andaremo procedendo nel costume di alcune altre secondo che ne ritornara piu in proposito.

Del costume di Verona, & del suo territorio, circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. II.

1 VEròna con il suo territorio costumano di vendere, & comprare il terreno a campi, & per misurar quelli vsano vna misura chiamata pertica longa piedi 6. & il piede è diuiso in 12 parti, chiamate oncie 12 di misura. Et vn quadro di terreno di vna pertica per lato gli dicono vna tauola di terra, & 720 di dette tauole fanno vn campo di terra, ma per non hauer a maneggiar cosi gran numero, qual è quel 720 hanno diuiso il detto campo in 24 parti, & a ciascuna di dette parti gli dicono vna vanezza, laqual vanezza vien a esser tauole 30 di terra, talche 30 tauole fanno vna vanezza, & 24 vanezze fanno vn campo di terra. Ma perche la pertica è diuisa in piedi 6 (come di sopra è stato detto) seguita, che vna tauola di terra sia 36 piedi superficiali, cioe 36 quadretini di terra di vn piede per lato, ouer per faccia. Et perche il piede lineale è diuiso in ℥ 12 di misura seguita, che'l piede superficiale sia ℥ 144 ℥ superficiali, cioe 144 quadretini di vna oncia di misura per lato, ouer per faccia, ma per nõ hauer da maneggiar cosi gran numero, qual è quel 144 a que ste tal oncie quadre gli dicono ponti, dellaquali costumano che 12 facciano vna oncia di terra, & che 12 di dette oncie di terra facciano vn piede di terra, laqual diuisione torna molto cõmoda al ragionero, perche non vi occorre mai a partir per gsia, ouer botello, massime sapendo la multiplicatione del 24. & del 36, a mente, come si costuma qua in Venetia, & similmente il 12 come si costuma per tutta Italia. Concluderemo adunque il campo veronese esser 24 vanezze, & la vanezza esser 30 tauole, & la tauola esser 36 piedi superficiali, & vn piede superficiale esser ℥ 12 (vero è che vna di tal ℥ vien a esser vna superficie longa ℥ 12 lineale, & larga vna sola oncia lineale) & tal oncia superficiale vien a esser 12 ponti superficiali, ma questi ponti superficiali vengono a esser (come è detto detto) ciascun di loro vn quadretino di terra di ℥ 1 lineal per lato, ouer faccia. Ma perche nel squadrar le pezze di terra in forma di triangolare, ouer in forma di capo tagliato, molte volte gl'interuien qualche rotto di oncia lineale, & per fuggir detti rotti, con l'intelletto, o vuoi dir con la immaginatione diuideremo anchora la oncia lineale in 12 ponti lineali, per laqual diuisione veniremo a diuider il ponto superficiale in 144 quadretini di vn ponto lineale per lato, ma per abbreuiar la diuisione costumaremo a diuidere il ponto superficiale in 12 parti, & a ciascuna di dette parti gli diremo athomo, & ciascuno di detti athomi diuideremo per in 12 parti, & a ciascuna di dette parti gli diremo vn menicolo, & questo menicolo vien a esser vn quadretino di terreno di vn ponto lineale per lato.

Diuision della misura lineale detta pertica con le sue parti.
la pertica è piedi 6.
il piede è oncie 12.
la oncia è ponti 12.

Diuisione del campo superficiale con le sue parti.
il campo è vanezze 24.
la vanezza è tauole 30.
la tauola è piedi 36.
il piede è oncie 12.
la oncia è ponti 12.
il ponto è athomi 12.
l'athomo è menicoli.


Forma della pertica veronese.

Di vn'altra seconda diuisione del campo veronese.

2 PEr vn'altro modo si costuma da diuider il cãpo veronese, laqual diuision è molto piu cõmoda per quelli ragioneri, che non sanno partir per 24 a mente, ne manco per 20. e pero tal diuision è cõmunemente piu costumata da contadini, & altri, che sono mal pratichi nel partir, laqual secõda diuisione procede secondo la diuision della ʒ di ʒ, qual ʒ di ʒ, come si sa si diuide in ʒ 20. & il ʒ si diuide in ʒ 12. E pero quel quadretto di terra di vna pertica per lato, che di sopra nella prima diuision fu chiamato vna tauola di terra, in questa secõda diuision gli dicono vn ʒ di terra, e cosi 12 di questi ʒ di terra fanno vn ʒ di terra, & 20 di questi ʒ di terra fanno vna ʒ di terra, & finalmente ʒ 3 di terra fanno vn cãpo per di terra, il qual cãpo di terra vien a esser in quantita eguale a quello della prima diuisione, perche se ben cõsideremo in questa secõda diuisione, ritrouaremo, che se ʒ 3 di terra fanno vn cãpo ʒ 60 di terra fanno per vn cãpo, & se ʒ 60 fanno vn cãpo, ʒ 720 di terra farãno vn campo, & perche ʒ 1 di terra è tanto quanto vna tauola di terra, & gia fu per la prima diuisione, che tauole 720 fanno per vn cãpo di terra, e pero è manifesto tanto esser la quantita del detto cãpo per vna via quanto per l'altra, circa alla diuision della tauola, & del danaro, osseruano il medesimo ordine, cioe si come, che la tauola si diuide in piedi 36 superficiali, similmente diuidono il detto danaro per in piedi 36 superficiali, & cosi il piede superficiale (per l'uno, & l'altro modo) lo diuidono in 12 ℥ superficiali, & la ℥ in 12 ponti superficiali, il põto in 12 ath. & l'ath. in 12 m.

3 ET accioche ogni principiante di questa pratica del misurar le terre, & altre particolarita accadenti intenda la qualita, ouer forma della sopradetta misura, che opano non solamẽte a misurar li detti terreni, ma anchor li fossi, muri, biaue, legne, tabule, cauamẽti, & vini in botte, & altre, qua in

margine ne ho dessignata vna piccola simile alla grande, cioe diuisa in p. 6. & ciascun pie in ℥ 12. Ma acioche occorrendoti il bisogno tu possi formare vna pertica reale, cioe grande, pur qua in margine ti ho dessignata la real quantita della oncia, & anchora del mezzo piede, con laquale potrai eseguire il proposito, douendo che tu sia diligentissimo nel operare, perche egli e cosa difficile con vna misura piccola a formarne vna grande, che sia giusta, che non e diligentissimo.

4 HOr che ti ho auertito dell'ordine, & modo, che si costuma a vendere, & comprar li terreni fra veronesi, & della misura, che oprano per misurar quelli, ci resta mo a dichiararti la regola, & modo di saper con il calculo determinare, ouero di sapere assignar la quantita superficiale di qual si voglia pezza di terra ben squadrata, ouer che sia di forma parallelogramma rettangola, per mezo delle misure della longhezza, & larghezza di quella, a te proposte. Dico adunque tal quantita superficiale potersi determinare, & assignare per tre diuerse vie, & massime doue, che interuiene varie denominationi di misure, lequali a volerle intendere tutte tre. Egli e necessario di saper a mente quello, che rappresenta non solamente le pertiche multiplicate fra altre pertiche, ma anchora le pertiche fra qual si voglia delle altre sue parti, & similmente le altre parti multiplicate in tutti li versi fra loro, lequai rappresentationi, acioche con facilita tu le possi mandar a memoria qua di sotto tale ho poste ordinatamente, cominciando prima secondo la diuisione costumata fra cittadini.

Della rappresentatione delle misure multiplicate l'una fia l'altra.

A multiplicar pertiche fia pertiche rappresentano tauole di terra, cioe superficiale.
A multiplicar pertiche fia piedi rappresentano sesti di tauola da piedi 6 per sesto.
A multiplicar pertiche fia oncie rappresentano mezzi piedi di terra da oncie 6 l'uno.
Oltra di questo a multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi di terra da 36 alla tauola.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede di terra, cioe superficiale.
Oltra di questo a multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti di terra da 12 alla oncia di terra.
Et perche come di sopra è stato detto, nel squadrare di triangoli, & capi tagliati, molte volte v'interuiene nelle misure di ponti di oncia, & perche alle volte bisogna diuidere la oncia lineale con la imaginatione in 12 ponti lineali, e pero per causa di detta diuisione bisogna notare, che a multiplicar pertiche fia ponti rappresentano mezze oncie di terra, cioe superficiali.
Et a multiplicar piedi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
Et a multiplicar oncie fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
Et a multiplicar ponti fia ponti rappresentano menicoli di terra da 12 al athomo, & questo menicolo, come nella prima fu detto, vien a esser vn quadretino di terra di vn ponto lineale per lato, e pero in fine della operatione, si colui, che compra, come colui, che vende non debbe tener conto, ne delli ponti, ne delli athomi, & manco delli menicoli, perche sono di pochissimo valore, ma nel principio della operatione ben si debbe tener conto di ponti lineali, perche anchor che siano quasi insensibili, alle volte puo causar non puoco errore in fine della conclusione, perche ogni picciolo errore fatto nel principio di vna operatione nel fine si troua maggiore, ma li piccoli errori, che si fanno volontariamente nella conclusione non si augmentano piu di quello, che sono, come piu volte è stato detto nella prima, & seconda parte.

5 IMparato, che hauerai a mente le soprascritte rappresentationi secondo la diuisione della citta, facilmente alla diuisione costumata da contadini le potrai redure non mutando altri vocaboli saluo, che alle tauole, cioe doue che tu debbi dir tauole, dirai danari, & hauerai l'intento tuo.

Della rappresentatione delle misure l'una fia l'altra
secondo la diuisione di contadini veronesi.

Pertiche fia pertiche rappresentano danari di terra da 12 al soldo.
Pertiche fia piedi rappresentano sesti di danari da piedi 6 per sesto.
Pertiche fia oncie rappresentano mezzi piedi da oncie 6 l'uno.
Oltra di questo piedi fia piedi rappresentano piedi da 36 al danaro.
Piedi fia oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede.
Anchora oncie fia oncie rappresentano ponti di terra da 12 alla oncia.
Similmente per la diuisione della oncia (fatta con la imaginatione) in 12 ponti, diremo (come nelle precedenti rappresentationi fu detto) che
Pertiche fia ponti rappresentano mezze oncie di terra.
Piedi fia ponti rappresentano ponti di terra.
Oncie fia ponti rappresentano athomi di terra da 12 al ponto.
Ponti fia ponti rappresentano menicoli di terra da 12 al athomo.

oncia veronesa

mezzo piede veronese

Prime rappresentationi.
pe. fia pe. fa tauole
pe. fia pie. fa $\frac{1}{6}$ di tauola
pe. fia ℥ fa $\frac{1}{2}$ pie
pe. fia põ. fa $\frac{1}{2}$ ℥

pie. fia pie. fa piedi
pie. fia ℥ fa ℥
pie. fia põ. fa ponti

℥ fia ℥ fa ponti
℥ fia põ. fa athomi.

põ. fia põ. fa menicoli

Seconde rappresentationi
pert. fia pert. fa danari
pert. fia pie. fa $\frac{1}{6}$ di danaro
pert. fia ℥ fa $\frac{1}{2}$ piedi
pert. fia põn fa $\frac{1}{2}$ oncie

piedi fia piedi fa piedi
piedi fia oncie fa oncie
piedi fia ponti fa ponti

oncie fia oncie fa ponti
oncie fia ponti fa athomi

ponti fia ponti fa menicoli

Si che si vede, che hauendo ben alla mente le prime rappresentationi queste seconde con poco studio si fanno famigliari, perche non vi accade altro, che di tramutare quel nome di tauola, ouer tauole in danaro, ouer danari.

prima

Pertiche 80.

Pertiche 9.

fa un Campo.

6 Oiche hai inteso le rappresentationi delle misure in tutti li versi, che occorrer possa per dar principio alla materia promessa, cioe al far le ragioni di ogni pertegation posta. Supponeremo, che sia vna pezza di terra squadrata, ouer paralelogramma rettangola longa pertiche 60. & larga pertiche 12. volendo saper quanto sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 12 della larghezza fia le pertiche 60 della longhezza, & faranno 720. & perche gia sai per le prime rappresentationi, che pertiche fia pertiche rappresentano tauole, e pero dirai tal pezza di terra esser tauole 720. lequali partirai per 30 (per farne vanezze) perche 30 tauole fa vna vanezza, e ne venira vanezze 24 a ponto, & perche vanezze 24 fanno vn campo, diremo tal pezza di terra essere a ponto vn campo veronese.

seconda

Pertiche 80.

Pertiche 9.

fa un Campo.

Il medesimo ti seguira per il modo di contadini, cioe diremo quel produtto di 720 esser danari, i quali tirandoli in soldi a ₰ 12 al soldo faranno ʃ 60. I quali tirandoli in lire faranno ₤ 3. & perche ₤ 3 di terra fa vn campo, concluderemo medesimamente questa pezza di terra per questo secondo modo essere vn campo, il medesimo seguiria, ouer saria una simil pezza di terra, che fusse longa pertiche 80. & larga pertiche 9. perche multiplicando 9 fia 80 faria per tauole, ouer danari 720 che saria pur un campo.

terza

vna pezza di terra

longa pertiche 122.

testa pertiche 84.

fa campi 14. va. 8. ta. 12

7 Oniamo anchor che sia una pezza di terra parallelogramma rettangola pertiche 122. & larga pertiche 84. volendo saper quanto sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 84 della larghezza fia le pertiche 122 della longhezza faranno per le prime rappresentationi tauole 10248. lequali partendole per 30 te ne venira v. 344. & tauole 12. partendo poi le dette vanezze 344 per 24 te ne venira campi 14. vanezze 8. & tauole 12. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra rettangola.

Et nota che la larghezza di ogni pezza di terra squadrata, ouer parallelogramma rettangola fra pratici misuratori si costuma di chiamarla testa, cioe in questa tale la profeririano in questo modo, longa pertiche 122. testa pertiche 84. e pero il medesimo costumaremo anchora noi, & massime negli essempi, che in margine poneremo, anchora per abbreuiar la Scrittura vsaremo le sottoscritte abbreuiature.

Abbreuiature, che si hanno da costumare per l'auenire.

pert. cioe pertiche	cam. cioe campi di terra	c. cioe campi di terra
p. cioe piedi	va. cioe vanezze di terra	₤, cioe lire di terra
on. cioe oncie	ta. cioe tauole di terra	ʃ, cioe soldi di terra
pō. cioe ponti	p. cioe piedi di terra	₰, cioe danari di terra.
pez. cioe pezza	on. cioe oncie di terra	
lō. cioe longa	pō. cioe ponti di terra	
te. cioe testa	ar. cioe arboreti di terra	
	m. cioe menacoli di terra	

vna pezza di terra

longa pertiche 122.

testa pertiche 84.

fa cam. 14. ₤ 1. ʃ 2. ₰ 0.

Ma volendo concludere la sopraseritta pertegatione, ouer misuratione secondo il modo di contadini, mutarai quel nome di tauole in danari, dicendo tal produtto esser ₰ 10332. quali tirandoli in soldi faranno ʃ 861. quali tirandoli in lire faranno ₤ 43 ʃ 1. tirando poi le ₤ 43 in campi, partendole per 3 te ne venira in tutto campi 14 ₤ 1 ʃ 1.

quarta

vna pezza di terra

longa pertiche 214. piedi 4.

testa pertiche 76.

fa cam. 22. v. 15. ta. 14. p. 24.

8 Gli e vna pezza di terra parallelogramma rettangola longa pertiche 214. piedi 4. & per testa pertiche 76. Si addimanda quanto sara tal pezza di terra.

Questa si puo risoluere per tre diuersi modi. Il per longo, & tedioso modo e a redure quelle pertiche 214. piedi 4. tutte in piedi, il che facendo trouarai esser piedi 1288. I quali multiplicandoli per le pertiche 76 della larghezza faranno 97888. & perche pertiche fia piedi rappresentano sessi di tauola, e pero partendoli per 6. ne venira tauole 16314⅔. partendo le dette ta. 16314. per 30 te ne venira vanezze 543. ta. 24⅔. partendo poi quelle vanezze 543 per 24. te ne venira cam. 22. va. 15. ta. 24⅔. che multiplicando quelli 4 sessi per 6 (perche ogni sesso e piedi 6) faranno in tutto campi 22. va. 15. ta. 24. p. 24. & tanto diremo esser la detta pezza di terra.

Il secondo modo di far una tal pertegatione, e a non mouer le misure del suo essere, ma lasciarle nel suo grado, cioe multiplicar quelle pertiche 214 della longhezza, per quelle pertiche 76 della larghezza, il che facendo faranno tauole 16264. quale notarai da banda, poi bisogna multiplicare

quelli

quelli piedi quattro della longhezza, per per quelle pertiche 76. della larghezza, faranno 304. i quali faranno sesti di tauole, perche pertiche fia piedi rappresentano sesti di tauola, quali partendoli per 6. ne venira tauole 50. & sesti quattro, che fariano tauole 50. & piedi 24. quale notarai sotto alle altre tauole, che saluasti, & summando tutte insieme faranno tauole 16314. piedi 24. quale tirandole in vanezze (partendole per 20) te ne venira vanezze 815. tauole 14. lequai vanezze 815. partendole per 36. per farne campi te ne venira in tutto campi 22. vanezze 23. tauole 14. piedi 24. si come per il primo modo.

Il terzo modo di far tal pertegatione è questo, recca quelli piedi quattro della longhezza a parte di pertica, che faranno duoi terzi di pertiche. Fatto questo multiplica le pertiche 76. fia pertiche 214. & duoi terzi secondo la regola di rotti, trouarai che faranno tauole 16314. & duoi terzi, onde trasmutando quelli duoi terzi di tauola in piedi, trouarai che faranno piedi 24. quali insieme con le dette tauole 16314. faranno pur tauole 16314. piedi 24. si come per gli altri duoi modi, lequai tauole tirandole in vanezze, & in campi, faranno pur li medesimi campi 22. vanezze 23. tauole 14. piedi 24.

Ma volendola risoluere secondo la distintion di contadini, tramutarai quel nome di tauole in danari, & hauerai danari 16314. piedi 24. onde tirando tai danari 16314. in soldi, & poi in lire, & in campi, hauerai campi 22. lire 1. soldi 19. danari 6. piedi 24. che in quantita sara eguale all'altra soprascritta conclusione.

vna pezza di terra longa pertiche 214.p.4. tesia pertiche 76.

fa c. 22. £ 1. ß 19. δ 6. p. 24.

9 Ponimo anchora che sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 154. piedi 5. & larga (cioe per tesia) pertiche 87. piedi 2. Volendo sapere quanto sia tal pezza di terra per quel primo modo detto nella precedente, reccaremo tal longhezza, & larghezza in piedi, & dapoi multiplicaremo li piedi di tal longhezza per li piedi di tal larghezza, & il prodotto di tal multiplicatione sfiarimo piedi terra da 36 alla tauole, quali tirandoli in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, si trouara venir in tutto campi 18. vanezze 28. tauole 2. piedi 4. & tanto conchiuderemo esser tal pezza di terra.

quinta
vna pezza di terra
longa pertiche 154. piedi 5.
tesia pertiche 87. piedi 2.

sara campi 18. vanezze 28. tauole 2. piedi 4.

Ma volendola soluere per il secondo modo, cioe senza alterar le misure del suo essere, multiplica le le pertiche 154. della longhezza per le pertiche 87. della larghezza, fara tauole 13398. quale salluarai da banda, poi multiplicarai li piedi cinque della longhezza per le medesime pertiche 87. della larghezza, & trouarai, che faranno 435. sesti di tauola, quali partendoli per 6. te ne venira tauole 72. & tre sesti, che facendo li tre sesti in piedi, faranno piedi 18. & queste tauole 72. piedi 18. notarai sotto alle altre tauole 13398. che saluasti, fatto questo multiplicarai le pertiche 154. della longhezza per quelli piedi 2. della larghezza, & trouarai che faranno 308. sesti di tauola, quali partendoli per 6. te ne venira tauole 51. & duoi sesti facendo li duoi sesti in piedi faranno tauole 51. piedi 12. quali notarai sotto alle altre tauole, che saluasti ordinatamente, fatto questo multiplicarai li piedi cinque della longhezza per li p. 2. della larghezza, faranno piedi 10. quali notandoli sotto a gli altri prodotti, & summandoli insieme, trouarai che faranno in summa tauole 13522. piedi 4. quale tirandole in vanezze, & le vanezze in campi trouarai che faranno medesimamente campi 18. vanezze 28. tauole 2. piedi quattro, come per l'altro modo.

tauole	13398.	
tauole	72.	piedi 18.
tauole	51.	piedi 12.
tauole		piedi 10.

Summa tauole 13522. piedi 4. che saria cam. 18. van. 28. t. 2. piedi 4.

Nota che in tale specie di multiplicationi, tu potresti procedere per via di crocetta, & anchora per via di scachiero, come fu fatto sopra il multiplicar di binomii, & residui nella seconda parte, & saria via molto leggiadra, ma perche dubito di non ti confondere con tanti varii modi, me ne passo solamente con questi piu communamente vsitati, ma mi è parso di auertirtene, acioche da te medesimo ti possi industriare per tutti li versi.

Ma volendo anchora conchiudere il proposito per il terzo modo, recca li piedi della longhezza, & della larghezza a parte di pertica, & hauerai per longhezza pertiche 154. & cinque sesti, & per larghezza pertiche 87. & vn terzo, poi multiplicarai 87. & vn terzo fia 154. & cinque sesti, secondo la regola di rotti, & trouarai che ti venira il medesimo, cioe campi 18. vanezze 28. tauole 2. piedi 4.

Et se ti paresse di volerla conchiudere secondo la distintione di contadini, trouarai quel nome di tauole in danari dicendo, che sa danari 1 3 1 2 1. piedi quattro, tirando poi quelli danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi hauerai in vltimo campi 18. ₤ 2. ʃ 6. ꝟ 10. p. 4.

vna pezza di terra
longa pertiche 124. p. 5
te. pertiche 87. p. 2

fa cam. 18. ₤ 2. ʃ 6. ꝟ 10. p. 4

10 POniamo anchora che sia vna pezza di terra squadrata, che sia longa pertiche 124. & per testa pertiche 103. piedi 5. oncie 4. Et volendo saper quanto sia la detta pezza di terra per il primo modo, qual per esser tedioso, & longo te lo replicaro solamente in parole, cioe reccarai quelle pertiche 103. piedi 5. oncie 4. della larghezza tutto in oncie, & quella quantita di oncie multiplicarai per quelle pertiche 124 della longhezza, & quel produtto sara mezzi piedi di terra, perche se ben ti aricordi della rubrica a multiplicar pertiche fia oncie rappresentano mezzi piedi di terra, e pero tirando li detti mezzi piedi in piedi longhi, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, trouarai in vltimo campi 17. vanezze 21. tauole 11. piedi 8. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra.

vna pezza di terra
longa pertiche 124.
testa pertiche 103. p. 5. ◌ 4

fara cam. 17. v. 21. ta. 11. p. 8.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, quale in vero e piu da huomo perito, multiplicarai le pertiche 124 della longhezza per quelle pertiche 103 della larghezza, & trouarai che fara tauole 12772. quale saluarai, dapoi multiplicarai anchora le medesime pertiche 124 della longhezza per quelli piedi 5 della larghezza, & trouarai che faranno 620 sesti di tauole, che facendone tauole, & piedi, faranno tauole 103. piedi 12. quali notarai sotto all'altro produtto, che saluasti. Fatto questo multiplicarai anchora le medesime pertiche 124 della longhezza per quelle oncie quattro della larghezza, & trouarai che faranno 496 mezzi piedi, quali facendone piedi, & dapoi tauole, trouarai esser tauole 6. & piedi 32. quali notandole sotto a gli altri duoi produtti, & summandole insieme trouarai, che faranno in summa tauole 12881. piedi 8. quale tirandole in vanezze, & le vanezze in cãpi, & hauerai in vltimo campi 17. va. 21. ta. 11. p. 8. come per l'altro modo.

Ma volendo procedere per il terzo modo reccarai quelli piedi 5. & oncie 4. a parte di pertica, & hauerai per la larghezza pertiche 103 $\frac{8}{9}$, quale multiplicarai fia quelle pertiche 124 della longhezza, & trouarai che ti venira tauole 12881 $\frac{7}{9}$, onde trasmutando quelli $\frac{7}{9}$ di tauola in piedi, trouarai quelli esser piedi 8 di terra, che fara pur in tutto tauole 12881. piedi 8. come per l'altro modo.

vna pezza di terra
longa pertiche 124
te. pertiche 103. p. 5. ◌ 4

fa cã. 17. ₤ 2. ʃ 14. ꝟ 6. ◌ 4

Ma volendola conchiudere secondo l'ordine di contadini, trouarai quel nome di tauole in danari (come piu volte ti ho detto) i quali tirandoli in soldi, & in lire, & in campi hauerai in vltimo campi 17. ₤ 2. ʃ 12. ꝟ 6. piedi 8.

Somma
vna pezza di terra
longa pertiche 105. p. 3. ◌ 4.
te. pertiche 74. p. 5.

fa cã. 10. v. 25. ta. 9. p. 2. ◌ 8.

11 POnendo anchora, che sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 105. piedi 3. oncie 4. & per larghezza pertiche 74. piedi 5. Et volendo sapere quanto sia tal pezza di terra per il primo modo, reccarai quelle pertiche 105. piedi 3. oncie 4. della longhezza tutto in oncie, & quelle pertiche 74. piedi 5. della larghezza reccarai tutte in piedi, fatto questo multiplicarai quelli piedi della larghezza fia quelle oncie della longhezza, & quel produtto sara oncie di terra da 12 al piede (come nelle sue rappresentationi fu detto) e pero le tirarai in piedi (partendole per 12) & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, il che facendo trouarai in vltimo campi 10. va. 25. tauole 9. piedi 2. oncie 8. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra.

Ma volendola risoluere per il secondo modo piu laudabile di tutti gli altri, cioe senza mutar le misure del esser suo, multiplica le pertiche 105 della longhezza per le pertiche 74 della larghezza, & trouarai che faranno tauole 7770. quale saluarai da banda, poi multiplicarai li piedi 3 della longhezza, per quelle medesime pertiche 74 della larghezza, & trouarai che faranno 222 sesti di tauola, i quali tirarai in tauole, & in piedi, trouarai che faranno tauole 37. piedi 0. quale notarai sotto alle altre che saluasti, dapoi multiplicarai anchora quelle oncie 4 della longhezza per quelle medesime pertiche 74 della larghezza, & trouarai che faranno 296. & quelli saranno mezzi piedi di terra (come fu detto nelle rappresentationi) quali tirandoli in piedi, & in tauole, trouarai che faranno tauole 4. p. 4. quali notarai sotto a gli altri 2 produtti. Fatto questo multiplicarai li piedi 5 della larghezza fia quelle pertiche 105 della longhezza, & trouarai che faranno 525 sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, & piedi, trouarai che faranno tauole 87. piedi 18. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, dapoi multiplicarai li piedi 5 della larghezza fia quelli piedi 3 della longhezza, & trouarai che faranno piedi 15 di terra, quali notarai sotto a gli altri 4 produtti, finalmente multiplicarai li medesimi piedi 5 della larghezza fia quelle oncie 4 della longhezza, & trouarai che faranno 20. & questo 20 faranno oncie di terra (come fu detto nelle rappresentationi) quale tirandole in piedi faranno piedi 1. ◌ 8. quali notandoli sotto a gli altri 5 produtti, & summandoli tutti insieme trouarai, che faranno in summa tauole 7899. piedi 2. oncie 8. come per l'altro modo.

vna pezza di terra
longa pertiche 105. p. 3. ◌ 4
te. pertiche 74. p. 5

fa cã. 10. v. 25. ta. 9. p. 2. ◌ 8.

Ma volendola soluere per il terzo modo recca quelli piedi 3. oncie 4. della longhezza a parte di pertica, (secondo le regole date nel trattato di rotti) & trouarai esser $\frac{5}{9}$, finalmente reccarai quelli piedi cinque della larghezza per 2 parte di pertica, che faranno $\frac{5}{6}$, fatto questo multiplicarai pertiche 74$\frac{5}{6}$ della larghezza fia pertiche 105$\frac{1}{6}$ della longhezza (secondo le regole date nel multiplicar di fani, & rotti, & il prodotto fara tauole, & parte di tauola, onde tirando le tauole in van. & in campi, & il rotto di tauola tradurandolo in piedi, & in oncie in vltimo trouarai li medesimi campi 10. vanezze 2. tauole 9. piedi 2. oncie 8. che per gli altri duoi modi fu trouato.

vna pezza di terra lon. pert. 105. p. 2. ☋ 4. te. pert. 74. p. 5.

fa c. 10 ꝭ 2 ℨ 9 ꝭ 2 p. 2 ☋ 8

Et volendola conchiudere secondo la diuision di contadini, procederai per l'ordine piu volte detto, cioe tramutarai quel nome di tauole in danari, & quelli tirandoli in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in vltimo campi 10. ꝭ 2. ℨ 9. ꝭ 2. piedi 2. oncie 8.

12 PONgo anchora che'l sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 124. piedi 3. oncie 5. & larga pertiche 86. piedi 4. oncie 3. Volendo mo sapere per la prima regola quanto sia tal pezza di terra tira tutte le dette due misurationi in oncie, dapoi multiplicarai le oncie della longhezza, per le oncie della larghezza, & il loro prodotto fara ponti di terra da 12 alla oncia di terra (come fu detto nelle rappresentationi delle misure) e pero tal ponti tirarai in oncie, partendoli per 12. & le oncie tirarai in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & finalmente le vanezze in campi, il che facendo trouarai hauer in tutto campi 16. vanezze 4. tauole 28. piedi 10. oncie 6. ponti 3. & tanto dirai che sia la detta pezza di terra.

contra vna pezza di terra lon. pert. 124. p. 3. ☋ 5 te. pert. 86. p. 4. ☋ 3

fa c. 16. va. 4. ta. 28. p. 10. ☋ 6. ponti 3.

Ma volendola conchiudere per la seconda regola, ouer modo, cioe senza mutare le misure del esser suo, multiplica le pertiche 124 della longhezza, per quelle pertiche 86 della larghezza, & trouarai che faranno tauole 10664. quale saluarai, poi multiplicarai li piedi 3 della longhezza, pur per quelle pertiche 86 della larghezza, & trouarai che ti fara 258 sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, faranno tauole 43. quale notarai sotto alle altre, che saluasti, poi multiplicarai le oncie 5 della longhezza, pur per quelle medesime pertiche 86 della larghezza, & trouarai che fara 430 mezzi piedi di terra, quali tirandoli in piedi, & dapoi in tauole, & trouarai che faranno tauole 5. piedi 2 5. quali notarai sotto a gli altri duoi prodotti, fatto questo multiplicarai li piedi 4 della larghezza fia le pertiche 124 della longhezza, & trouarai che faranno 336 sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, & lo auanzo in piedi, trouarai che faranno tauole 83. piedi 12. quali notarai sotto a gli altri tre prodotti, poi multiplicarai li medesimi piedi 4 fia li p. 3 della longhezza fara piedi 12. quali notarai sotto a gli altri 4 prodotti, poi multiplicarai li medesimi piedi 4 della larghezza fia le ☋ 5 della longhezza fara 20 oncie di terra, perche piedi fia oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede, che faranno piedi 1. & oncie 8. quale notarai sotto a gli altri cinque prodotti, fatto questo multiplicarai le oncie tre della larghezza fia le pertiche 124 della longhezza, & trouarai che faranno 402 mezzi piedi, i quali tirandoli in piedi, & dapoi in tauole, trouarai che faranno tauole 5. piedi 21. quali notarai sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicarai li piedi 3 della longhezza per quelle medesime oncie 3 della larghezza fara ☋ 9 di terra da 12 al piede, perche pie fia oncie fa ☋, quale notarai sotto a gli altri 7 prodotti, finalmente multiplicarai le medesime oncie 3 della larghezza fia quelle oncie 5 della longhezza, & faranno 15 ponti di terra da 12 alla oncia, perche oncie fia oncie rappresenta ponti da 12 alla oncia di terra, liquali ponti 15 faranno oncia vna, & ponti tre, i quali notandoli sotto alle altre otto multiplicationi, & summandoli tutti insieme faranno in summa tauole 11668. piedi 10. oncie 6. ponti 3. onde tirando le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai in vltimo li medesimi campi 16. vanezze 4. tauole 28. piedi 10. oncie 6. ponti 3. si come per il primo modo.

Anchor che credo, che tu habbi inteso l'ordine, che osseruiamo nel multiplicar quelle tre specie di misure della larghezza fia quelle tre della longhezza, nondimeno a buona cautella te lo voglio dichiarire di nuouo in parole.

Prima si debbe multiplicare quelle pertiche 86 della larghezza fia quelle tre specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 124. piedi 3. oncie 5. di vna in vna, cioe comminciando prima dalle pertiche 124. & dapoi proseguir alli piedi 3. & dapoi alle oncie 5. & cosi questi 3 prodotti notarli l'uno sotto l'altro, spedita le dette pertiche 86. contra alle dette tre misure della longhezza, tu verrai a quelli piedi quattro della larghezza, & quelli medesimamente multiplicarai pur fia quelle medesime 3 specie di misure della longhezza, comminciando pur dalle pertiche 124. & dapoi fia quelli piedi tre, & dapoi fia quelle oncie cinque, & cosi questi altri tre prodotti notarli sotto a quelli altri tre. Fatto questo tu verrai a quelle oncie tre della larghezza, & quelle multiplicarai pur fia quelle medesime tre specie di misure della longhezza, comminciando pero prima da quelle pertiche 124. & dapoi fia quelli piedi tre, & finalmente fia quelle ☋ 5. & cosi questi altri tre prodotti notarai sotto a gli altri 6. & dapoi summar tutti li detti 9 prodotti insieme, & dapoi proseguire, come nel nostro processo e stato detto. Et questo medesimo ordine (se ben consideratai) e stato da noi osseruato in tutte le passate, e pero anchora tu cerca di osseruarlo, perche non tenendo sempre tal ordine fermo sarai soggetto a lasciare, ouero a scorrere qualche multiplicatione. Vero è che tu potresti anchora procedere secondo l'ordine del multiplicar per scachiero, ouer della crosetta, come fu detto nel multiplicar di binomij, & trinomij nella seconda parte, il che ti lascio al tuo arbitrio, ma ti essorto a mantener vn sol ordine, altramente sarai soggetto a intricarte nelle tue operationi.

Volendo anchora risoluere la tua pertegatione per il terzo modo, recca quelli piedi 5. oncie 9 della longhezza a parte di pertica, onde operando per le regole date nel trattato di rotti, trouarai quelli esser $\frac{2}{3}\frac{1}{4}$, il medesimo farai di quelli piedi 4. oncie 5 della larghezza, che trouarai quelli esser $\frac{1}{2}\frac{5}{4}$ di pertica, fatto questo multiplicarai quelle pertiche 86$\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ fia pertiche 134$\frac{2}{3}\frac{1}{4}$, & lo auenimento sara tauole, & parte di tauola, tirando poi le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, & il rotto di tauola in piedi, oncie, & ponti, trouarai finalmente venirti li medesimi campi 16. va. 4. tauole 18. piedi 10. oncie 6. & ponti 3.

Ma volendo dar la conclusione secondo la diuisione di contadini, doue dice tauole 11668. dirai danari 11664. piedi 10. oncie 6. ponti 3. onde tirando poi quelli danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in fine campi 16 ℥ 0. § 12. § 4. piedi 10. oncie 6. ponti 3. & tanto concluderai esser tal pezza di terra.

13 ANchora per fortificarti meglio, pongo che sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 65. piedi 0. oncie 8. & larga pertiche 25. piedi 0. oncie 6. & volendo saper per il primo modo quanto sia tal pezza di terra, farai quelle pertiche 65. piedi 0. oncie 8. tutto in oncie. Finalmente farai di quelle pertiche 25. piedi 0. ℥ 6. poi multiplicarai quelle due quantita di oncie, l'una fia l'altra, & quel produtto sara ponti di terra (come nelle rappresentationi fu detto,) quali tirandoli in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai in vltimo campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 1. oncie 4. & tanto sara la detta pezza di terra.

Ma volendo procedere per il secondo modo, multiplicarai le pertiche 25 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 65. & quelle oncie 8. cominciando prima dalle pertiche (secondo il solito) multiplicando adunque le dette pertiche 25 fia quelle pertiche 65. fara tauole 1625. quale saluarai da banda, poi multiplicarai quelle medesime pertiche 25 della larghezza, fia quelle oncie 8 della longhezza fara 200 mezzi piedi diterra, quali tirandoli in piedi, & in tauole faranno tauole 2. piedi 12. quali notarai sotto alle altre tauole, che saluasti, fatto questo multiplicarai poi quelle oncie 6 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 65. & oncie 8. cominciando prima da quelle pertiche 65. & trouarai che faranno 378 mezzi piedi, quali tirandoli in piedi, & in tauole, faranno tauole 5. & piedi 9. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti. Finalmente multiplicarai le dette ℥ 6. fia quelle oncie 8. faranno ponti 48. quali tirandoli in ℥ faranno oncie 4 di terra, quale notandole sotto a gli altri tre produtti, & summandoli tutti quattro insieme faranno in summa tauole 1625. piedi 1. oncie 4. onde tirando le dette tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai per campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi. 1 oncie 4. si come per l'altro modo.

Volendola anchora soluere per il terzo modo, recca quelle oncie 8 della longhezza a parte di pertica, onde operando per l'ordine dato nel trattato di rotti, trouarai quelle esser $\frac{1}{9}$ di pertica, qual posto appresso a quelle pert. 65 daranno pert. 65$\frac{1}{9}$, finalmente reccarai anchora quelle ℥ 6. a parte di pertica, & trouarai quelle esser $\frac{1}{12}$ di pertica, qual posto appresso a quelle pe. 25 della larghezza, daranno pert. 25$\frac{1}{12}$, hor multiplica le dette pert. 25$\frac{1}{12}$, fia quelle pert. 65$\frac{1}{9}$ fara tauole 1633$\frac{1}{27}$, eualuando quel $\frac{1}{27}$ di tauola in piedi, & ℥ trouarai, che fara in tutto tauole 1625. piedi 1. ℥ 4. si, come per gli altri duoi modi, che tirando le dette tauole in vanezze, & campi, faranno quelli medesimi campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi. 1. oncie 4.

Ma volendo dar la risposta secondo la diuisione di contadini, dirai tal pezza di terra esser danari 1625. piedi 1. oncie 4. onde tirando li detti danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in vltimo campi 2. ℥ 0. § 11. § 11. p. 1. ℥ 4.

14 ANchora perche nel squadrare le pezze di terra occorre alcuni pezzetti piccoli, et grandi, i quali daranno nel giustar le teste vna mezza oncia di misura, come che al suo luogo si vedera ti voglio ponere questa piccola. Egliè vna pezza di terra longa pertiche 4. piedi 2. oncie 9. & larga solamente piedi 5. oncie 3$\frac{1}{2}$, si adimanda quanto sara questa pezzetta di terreno. Volendola risoluere per il primo reccarai quelle pertiche 4. piedi 2. oncie 9. tutto in oncie, che faranno 321. finalmente farai quelli piedi 5. oncie 3$\frac{1}{2}$ in oncie, che faranno oncie 63$\frac{1}{2}$, fatto questo multiplica queste oncie 63$\frac{1}{2}$ fia quelle oncie 321. & trouarai che faranno

20383$\frac{1}{2}$

vna pezza di terra
longa pertiche 136. p. 5. ℥ 9.
tessa pert. 86. p. 4. oncie 5.

fa cl. 16 ℥ 0 § 12 § 4 p. 10. oncie 6. ponti 3.

nona
vna pezza di terra
lõga pertiche 65. p. 0. oncie 8.
tessa pertiche 25. p. 0. oncie 6.

fa cl. 2. va. 4. ta. 25. p. 1. ℥ 4
ponti nulla.

vna pezza di terra
longa pertiche 65. p. 0. ℥ 8.
tessa pertiche 25. p. 0. oncie 6.

fa cam. 2 ℥ 0 § 11 § 11 p. 1
oncie 4.

decima
vna pezza di terra
longa pertiche 4. p. 2. oncie 9.
tessa pertiche 0. p. 5. oncie 3$\frac{1}{2}$

fa cam. 0. v. 0. ta. 5. p. 11. oncie 6. ponti 7$\frac{1}{2}$.

2038 3 $\frac{1}{2}$, & questi saranno ponti di terra da 12 alla oncia, e pero sarano oncie, & di oncie in piedi, & di piedi in tauole, il che facendo trouarai esser tauole 2. piedi 33. oncie 6. ponti 7 $\frac{1}{2}$. Ma non essendo ben esperto nelli rotti, tu puoi ridur la larghezza in ponti di misura, che sarano pōti 752. i quali multiplicandoli fia quelle oncie 321. faranno atho. 144672. i quali tirandoli in ponti di terra, & dapoi in oncie. Trouarai finalmente tauole 2. piedi 33. oncie 6. piedi 7 athomi 6.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure dal suo essere, multiplica quelli piedi 2 della larghezza fia quelle tre specie di misure della longhezza cominciando secondo il solito dalle pertiche 4. dicendo 5 fia 4. fara 20 sesti tauole, che sarano tauole 3. & piedi 12. quali saluarai da banda, poi multiplica quelli medesimi piedi 5 della larghezza fia quelli piedi 2 della longhezza fara piedi 10. i quali notarai sotto all'altro produtto, poi multiplicarai anchora li medesimi piedi 5 della larghezza fia quelle ⅌ 9 della longhezza, & fara 45 ⅌, quale tirandole in piedi faranno piedi 3. ⅌ 9 quale notarai sotto a gli altri 2 produtti, fatto questo multiplicarai anchor quelle oncie 3 $\frac{1}{2}$ della larghezza, fia quelle 3 specie di misure, comminciando dalle pert. 4 quale multiplicate per quelle ⅌ 3 $\frac{1}{2}$, farano 14 mezzi piedi, che faranno p. 7. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, poi multiplicarai anchora quelli piedi 2 della longhezza per quelle medesime oncie 3 $\frac{1}{2}$ della larghezza faranno 7. & questi saranno oncie, quale notarai sotto a gli altri quattro produtti. Finalmente multiplicarai quelle medesime oncie 3 $\frac{1}{2}$ della larghezza fia quelle oncie 9 della longhezza fara 31 $\frac{1}{2}$, & questi faranno ponti, quali tirandoli in oncie faranno oncie 2. ponti 7 $\frac{1}{2}$, quali notandoli sotto a gli altri cinque produtti, & summandoli tutti 6 insieme si trouara, che faranno medesimamente tauole 2. piedi 33. oncie 6 ponti 7 $\frac{1}{2}$, come per l'altro modo.

Ma ponendo per la mezza oncia ponti 6 di misura, & multiplicando li detti ponti 6. fia le tre misure della longhezza, trouarai che produranno da se piedi 2. oncie 3. ponti 2. che tutta la summa fara pur tauole 2. piedi 33. oncie 6. ponti 7 ath. 6 come di sopra.

Ma volendo dar la risposta secondo la dimandone diconcadimi, tu dirai, che sara danari 2. piedi 33. oncie 6. ponti 7 $\frac{1}{2}$, ouer ponti 7 ath. 6 come di sopra.

25 ANchora per fortificarti meglio, pongo che sia vn pezzetto di terreno longo pertiche 2. piedi 3. oncie 4. ponti 3. & largo pertiche 2. piedi 0. oncie 7. ponti 3. si adimanda quanta sara questo pocco terreno. Per risoluere questa pertegatione per il primo modo recarai quelle pertiche 2 piedi 3. oncie 4. ponti 3 della longhezza a ponti, & trouarai esser ponti 2221. similmente farai di quelle pertiche 1. piedi nulla, oncie 7. ponti 3 della larghezza, & trouarai esser ponti 957. & quelle multiplicarai fia quelli altri ponti 2221. & trouarai, che faranno 2125497. et questi faranno menicoli, perche a multiplicar ponti fia ponti fanno (se ben ti aricordi di quello, che fu sotto giorno alle rappresentationi) menicoli, i quali tirandoli in athomi (con partirli per 12) faranno ath. 177124. & menicoli 9. poi tirando gli athomi in ponti (pur con partirli per 12) faranno ponti 14760. atho. 4. & cosi andar tirando li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, hauerai in vltimo tauole 2. piedi 29. oncie 0. ponti 4. at. 4. menicoli 9.

Ma per solverla per il secondo modo multiplicarai quella pertica vna della larghezza fia quelle quattro specie della longhezza a vna per vna, comminciando secondo il solito da quelle pertiche 2. & fara tauole 2. poi multiplicar quella medesima pertica 1 fia quelli piedi 3, fara 3 sesti di tauola, che faranno piedi 18. poi multiplicala fia quelle oncie quattro, & fara quattro mezzi piedi, che faranno piedi 2. dapoi multiplicala fia quelli ponti tre, & fara tre mezze oncie, che faranno oncia vna, & ponti 6. quali notarai tutti secondo il solito, poi multiplicarai quelle oncie 7 della longhezza fia quelle medesime quattro misure della longhezza, & prima con le pertiche 2. & fara 14 mezzi piedi, che faranno piedi 7. poi fia quelli piedi 3. fara oncie 21. che faranno piedi 1. oncie 9. poi fia quelle oncie 4 fara ponti 28. che faranno oncie 2. ponti 4. poi fia quelli ponti 3 fara athomi 21. che faranno ponti vno, athomi 9. quali quattro produtti assettarai secondo il solito. Poi multiplicarai finalmente quelli ponti 3 della larghezza fia quelle medesime quattro misure della longhezza, & prima fia le pertiche 2. & fara 10 mezze oncie, che faranno oncie 5. poi fia quelli 3 piedi faranno 15 ponti, che faranno oncie 1. ponti 3. poi fia quelle oncie 4. & faranno 20 athomi, che faranno ponti 1. athomi 8. poi multiplicarai finalmente quelli ponti 3. & faranno menicoli 15. che faranno atho. 1. menicoli 3. quale assettandoli sotto a quelli altri otto produtti, & summandoli poi tutti 12 insieme trouarai, che faranno medesimamente tauole 2. piedi 29. oncie 0. ponti 4. athomi 6. menicoli 3. si come per il primo modo, & se ti parera di volerla soluere per il terzo modo, recarai tutte quelle misure a parte di pertica, & le multiplicarai secondo la regola di rotti, & trouarai il medesimo. Et nota che quantunque nella quarta del secondo capo, cioe in fine delle prime rappresentationi t'habbia detto, che colui, che compra, & colui, che vende non debba tener conto,

vndecima
vn pezzo di terra
lon. pert. 2. p. 3. ⅌ 4. ponti 3
se. pert. 1. p. 0. ⅌ 7. ponti 3.

fa tau. 2. v. 0. 12. 2. p. 29. ⅌ 7
pon. 4. menicoli 3.

ne di ponti, ne di athomi, ne manco di menicoli di terra, per esser quasi di niun valore, nondimeno colui che calcula tal peregatione bisogna tenerne pontalmente conto per causa della proua, che di sotto ti mostraro, perche ogni volta, che tu errasti da vn solo menicolo, ouer di piu, la proua nõ ti verria buona, e pero bisogna in cio auertire, & cõ questo voglio facciamo fine a questo capo.

Regola di saper prouare con la proua del sette, ouer del noue tutte le operationi fatte in qual si voglia conclusa peregatione. Cap. III.

Hauendo mostrato il modo di saper determinar la quantita di qual si voglia pezza di terra squadrata, ouer parallelogramma rettangola in tutti quelli strani modi, che mi ho possuto immaginare di poter occorrere le misurationi di quella. Hora intendo di mostrare la regola di saper approuare, con vna sola proua tutte le calculationi, & altre operationi fatte circa alla conclusione di qual si voglia peregatione.

Del modo di saper cauar le proue del sette, ouer del noue di pertiche, piedi, & oncie &c.

Anchor che per le regole date nel terzo libro della prima parte, di saper cauar la proua si del 9. come del 7. nelle varie denominationi di monete, pesi, & misure, son certo che senza alcun mio auiso sapresti anchora cauar la detta proua di pertiche, piedi, & oncie, & anchora nelle mezze oncie. Et similmente nelle conclusioni di campi, vanezze, tauole, piedi, oncie, & ponti, & parte, ouer parti di ponti, nondimeno a tua maggior instruttione ne ponero alcune di cauate solamente per la proua del sette.

1 Volendo adunque cauar la proua del 7. di pertiche 138. piedi 2. oncie 6. caua prima la proua di quelle pertiche 138. che trouarai tal proua esser pertiche 5. quale farai in piedi multiplicandole per 6 (perche piedi 6 fanno vna pertica) fara piedi 30. alliquali aggiongerai quelli altri piedi 2. faranno piedi 32. cauane la proua, & trouarai quella esser piedi 4. & quelli farai in oncie multiplicandoli per 12. fara oncie 48. alle quali giontoui quelle altre ℥ 6. fara oncie 54. cauane la proua, & trouarai quella esser oncie 5. & cosi concluderai la proua di dette pertiche 138 piedi 2. ℥ 6. esser oncie 5. Et cosi con tal ordine procederai nelle altre simili, che per abbreuiar scrittura, & parole te ne pongo quattro altri essempij in margine di cauate, lequai per le regole date (come il detto) nel terzo libro della prima parte, & anchora nel trattato di rotti, non dubito che da te medesimo, non solamente le intenderai, ma le saprai anchora cauar per la proua del 9. Nota che a ridur la proua di piedi in oncie tu la puoi multiplicare solamente per la proua del 12. ch'è 5. & fara piu breue la operatione.

di pertiche 138 p. 2. ℥ 6. la proua è ℥ 5.
di pertiche 24.p.4.℥ 5. la proua è ℥ 2.
di pertiche 9.p.2.℥ 8. la proua è ℥ 1.
di pertiche 2.p.1 — la proua è p. 2.
di pertiche 12.p.2.℥ 5 $\frac{1}{2}$ la proua è ℥ $\frac{1}{2}$
ouero che tal proua saria ponti 2.

2 Similmente volendo cauar la proua del 7. di campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10. prima caua la proua di campi 17. che fara campi 3. i quali campi 3. di proua, volendoli ridur in vanezze, bisognaria multiplicarli per 24. ma in quanto alla proua il medesimo mi dara a multiplicarle per la proua di 24. ch'è 3. e pero diremo 3 fia 3 fara 9. alliquali giontoui quelle vanezze 16. fara vanezze 25 la cui proua fara vanezze 4. lequali volendole ridur in proua di tauole basta a multiplicarle per la proua di 30. ch'è 2. & fara tauole 8. la cui proua è tauole 1. laqual volendola ridur in proua di oncie, basta a multiplicarla per la proua di 12. che è 5 dicendo 1 fia 5 fa oncie 5. alliquali giontoui quelle altre oncie 5. fara oncie 10. la cui proua è oncie 3. laqual proua volendola ridur in ponti, basta a multiplicarla per la proua di 12. ch'è 5. & fara ponti 15. alliquali giontoui quelli altri ponti 10. faranno ponti 25. la cui proua fara ponti 4. & cosi concluderai la proua di detti campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10 (prouando per 7) la proua esser ponti 4. Et con tal ordine procederesti volendo cauar la detta proua per 9. Et accio che meglio la intendi te ne pongo 4. altre in margine con la sua proua cauata per 7. lequali non dubito, che senz'altro mio auiso da te medesimo la intenderai.

Di campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10. la proua è ponti 4.
Di campi 25. vanezze — tauole 15. piedi 19. oncie 5. ponti 2. la proua è ponti 6.
Di campi 9. vanezze 19. tauole 9. — — — — la proua è tauole 5.
Di campi 34. vanezze tauole 15. piedi 26 — — — la proua è piedi 4.
Di campi 15. vanezze 5. tauole 15. piedi 9. oncie 6. ponti 6 $\frac{1}{3}$ la proua è ponti $\frac{1}{3}$,
ouer che tal proua saria athomi 5.
Di campi 12. vanezze 13. tauole 15. piedi 13. oncie 5. ponti 7. atho. 9. meni. 4. la proua è 2.

Non dubito anchora che da te medesimo saprai, come seguenti volendo cauar le dette proue nelle conclusioni fatte secondo la diuisione di contadini, cioe a campi Ƶ § ʒ, &c. Che a volerti essemplificare ogni minima particolarita alle persone d'ingegno verria in fastidio, e pero da te medesimo studiarai gli essempij di quelle che cauate ti ho posto in margine.

Di campi 21. Ƶ 2. § 17. ʒ 10. p. 26. oncie 9. la proua è ℥ 1.
Di campi 47. Ƶ 2. § 11. ʒ 1. p. 17. oncie 6. la proua è oncie 2.
Di campi 71. Ƶ 2. § 13. ʒ 8. p. 8. oncie 3. la proua è oncie 3.
Di campi 119. Ƶ 2. § 9. ʒ 5. p. 25. oncie 9. la proua è oncie 5.
Di campi 22. Ƶ 2. § 12. ʒ 3. p. 12. ℥ 3. pũ. 1 atho 4. menicoli 9. la proua è menicoli 1.

3 Hor per approuare in vn colpo solo ciascuna di quelle peregationi concluse nel precedente capo cominciaremo dalle due prime proposte nella sesta del precedente capo, dellequali la prima e longa pertiche 60. & larga pertiche 12. & fu concluso, che fossea precisamente vn campo di terra. Et per far la proua di tal conclusione, caua la proua di quelle pertiche 60 della longhezza, che sara pertiche 4. quale notarai consequentemente, come in margine vedi, & similmente cauarai la proua di quelle pertiche 12 della larghezza, che sara pertiche 1. hor multiplica le dette due proue l'una fia l'altra sara tauole 10. la cui proua è tauole 6. & tauole 6 debbe essere la proua della conclusione, cioe di quel campo 1. la proua di quel tal campo. 1 sara per campo 1. qual farai in proua di vanezze, multiplicando per la proua di 15 che sara 5. & fara vanezze 3. di proua, laqual bisogna ridur in proua di tauole (come ch'è il prodotto delle prime proue delle misure) multiplicandola per la proua di 10 (che sara 2. & fara tauole 6. che ben è equale al prodotto delle due proue delle misure, il qual prodotto fu pur tauole 6. e pero tal nostra operazione è buona.

> La prima.
> lon. pert. 60. la proua è pert. 4
> la. pert. 12. la proua è pert. 1
>
> fa campo 1. la proua è ta. 6.
>
> la seconda.
> lon. pert. 80. la proua è pert. 3
> vella pert. 9. la proua è pert. 2
>
> fa campo 1. la proua è ta. 6

Il medesimo farai della seconda, cioe caua la prima di quelle pertiche 80. che sara pertiche tre, & similmente caua la proua di quelle pertiche 9. che sara pertiche 2. poi multiplica quelle due proue l'una fia l'altra, & fara pur tauole 6. & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quel campo 1. la proua delqual campo 1. riducendola in proua di vanezze, & poi di tauole secondo l'ordine detto di sopra, & trouarai tal proua esser medesimamente tauole 6. E pero bisogna notar, che la proua del prodotto bisogna sempre ridurla per fin alla natura del prodotto delle proue delle due prime misure, anchor che nella conclusione non vi fusse quantita di tal natura.

4 Volendo anchora approuar per la proua del 7. la terza peregazione posta nella settima del precedente capo, nellaquale fu posto tal pezza di terra esser longa pertiche 123. & larga pertiche 84. & fu concluso esser campi 14. vanezze 8. & tauole 12. caua la proua delle pertiche 123 della longhezza, che sara pertiche 4 (quale notarai come in margine vedi) poi cauarai anchora la proua di quelle pertiche 84 della larghezza, quala trouarai esser pertiche. 0. poi multiplica quelle due proue l'una fia l'altra, & trouarai che faranno tauole 0. & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 14. vanezze 8. tauole 12. laqual cauandola per le regole date di sopra, quella trouarai medesimamente esser tauole nulla, e pero sta bene.

> terza.
> lon. pert. 123. la proua è pert. 4
> la. pert. 84. la proua è pert. 0.
>
> fa ca. 14. v. 8. ta. 12. proua 0

5 Hor approuar la quarta posta nella ottaua del precedente capo, nellaquale tal pezza di terra fu supposto esser longa pertiche 124. piedi 4. & larga pertiche 76. & fu concluso esser campi 22. vanezze 15. tauole 24. piedi 24. Caua la proua di quelle pertiche 124. piedi 4 della longhezza, & trouarai quella esser piedi nulla. Caua anchora la proua di quelle pertiche 76 della larghezza, laqual trouarai esser pertiche 6. ma per fuggir rotti, cioe per non venir in sesti di tauola, reducerai tal proua di pertiche in proua di piedi, il che farai multiplicandola per 6. & fara piedi 36. la cui proua saria piedi 1. poi multiplica le dette due proue l'una fia l'altra, & trouarai, che fara piedi 0. di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 22. vanezze 15. tauole 24. & piedi 24. laqual proua cauandola secondo l'ordine dato, ben la trouarai esser piedi nulla di terra, e pero la è buona.

> quarta
> lon. pe. 124. p. 4. la proua è p. 0
> vella pert. 76. la proua è p. 1
>
> fa ca. 22. va. 15. ta. 24. p. 24. la proua è p. 0.

Se ti parera di voler far tal proua, & di questa, come di tutte quelle, che seguitano a te lascio la impresa, perche so che la ti sara facile per mezzo de gli essempij per auanti posti in margine.

6 Volendo anchora approuar la quinta peregazione (posta nella nona del precedente capo) nellaquale la pezza di terra fu supposta esser longa pertiche 154. piedi 5. & per vella pertiche 87. piedi 2. & fu concluso tal pezza di terra esser campi 18. vanezze 18. tauole 22. piedi 4. Caua la proua di quelle pertiche 154. piedi 5 della longhezza, che

> quinta.
> lon. pe. 154. p. 5. la proua è p. 5
> la. pert. 87. p. 2. la proua è p. 6
>
> fa ca. 18. van. 18. ta. 22. p. 4. la proua è piedi 2.

trouarai quella esser piedi 2. poi caua anchora la longhezza di quelle pertiche 87. piedi 2. della larghezza, che trouarai quella esser piedi 6. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & faranno piedi 30 di terra, la cui proua è piedi 2 di terra, & tanto debbe essere anchora la proua della conclusione, cioe di quelli campi 16. vanezze 16. tauole 22. piedi 4. che se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

7 Volendo anchora approuar la sesta peregatione, posta nella decima del precedente capo, la cui pezza di terra fu supposta esser longa pertiche 124. & larga pertiche 103 piedi 5. oncie 4. & fu concluso esser campi 17. vanezze 11. tauole 12. piedi 8. caua la proua di quelle pertiche 124. che trouarai quella esser pertiche 1. ma per schiuar confusione della proua di pertiche fia la proua di oncie, che faria mezzi piedi) ridurrai quelle cinque pertiche a proua di piedi, multiplicandole per 6. & faranno piedi 30. la cui proua è piedi 3. qual notarai al solito luogo, poi cauarai la proua di quelle pertiche 103. piedi 5. oncie 4. che trouarai quella esser oncie 4. Hor multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & faranno oncie 8. la cui proua è ℥ 1. di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di campi 17. vanezze 11. tauole 12. piedi 8. laquale trouarai prima esser piedi 13 quali bisogna ridurli in proua di oncie per esser la proua del producto delle misure prime oncie di terra, e pero ridurrai quelli piedi 3. a proua di oncie multiplicandoli per la proua di 12 (quale è 5) & fara oncie 15. la cui proua è pur oncie 1. di terra, e pero la sta bene.

sesta
longhezza pertiche 124. la proua è piedi 3.
larghezza p. 103. p. 5. ℥ 4. proua ℥ 4

fa cam. 17. van. 11. ta. 12. p. 8. la proua è ℥ 1.

8 Per prouare anchora la settima peregatione posta nella vndecima del precedente capo, nella quale fu supposta tal pezza di terra esser longa pertiche 103. piedi 5. oncie 4. & larga pertiche 74. piedi 1. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai tal proua esser oncie 2. similmente caua la proua delle misure della larghezza, che trouarai esser piedi 1. poi multiplicarai queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara oncie 5 di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di campi 10. vanezze 23. tauole 9. piedi 2. oncie 8. laquale se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

longhezza pertiche 103. p. 5. ℥ 4. la p. è ℥ 5
lar. pert. 74. p. 1 la proua è p. 1

fa cam. 10. va. 23. ta. 9. p. 2. ℥ 8 la proua è ℥ 5.

9 Anchora volendo prouare la ottaua peregatione fatta nella duodecima del precedente capo, laqual peregatione fu supposta esser longa pertiche 124. piedi 3. oncie 5. & larga pertiche 86. piedi 4. oncie 3. & fu concluso esser campi 16. vanezze 4. tauole 18. piedi 10. oncie 6. ponti 3. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser ℥ 1. similmente caua la proua delle misure della larghezza, che trouarai quella esser oncie 6. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara ponti 6 di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 16. vanezze 4. tauole 18. piedi 10. oncie 6. ponti 3. laqual proua se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

lon. p. 124. p. 3. ℥ 5. la p. è ℥ 1
lar. pe. 86. p. 4. ℥ 3. la p. è ℥ 6

fa cam. 16. va. 4. ta. 18. p. 10. ℥ 6. pon. 3 la proua è pont. 6.

10 Per prouare anchora la nona conclusione fatta sopra la nona peregatione aduta nella decimaterza del precedente capo, laqual fu supposta esser pertiche 63. piedi 0. oncie 8. & larga pertiche 25. piedi 0. oncie 6. & fu concluso quella esser campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 1. oncie 4. ponti 0. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser oncie 1. & similmente quella delle misure della larghezza, & trouarai quella esser oncie nulla, poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara ponti 0. di terra, & tanto debbe esser la proua della nostra conclusione, cioe di quelli campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 1. oncie 4. ponti 0. che se la cauarai trouarai cosi essere.

nona
longa pertiche 63. p. 0. ℥ 8. la proua è ℥ 1.
ssella pertiche 25. p. 0. ℥ 6. la proua è ℥ 0.

fa campi 2. vanezze 4. tauole 25. p. 1. oncie 4. ponti 0. la proua è ponti 0.

11 Volendo anchor prouar la decima peregatione data nella decimaquarta del precedente capo, laqual fu supposta esser longa pertiche 4. piedi 2. oncie 9. et larga pertiche 0. piedi 5. oncie $5\frac{1}{2}$, laqual larghezza non essendo tu ben esperto nell'operar di rotti, tu puoi notare tal mezza oncia per ponti 6. di misura, tal che la detta conclusione verra a esser tauole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 0. athomi 6. onde per prouar tal conclusione, caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser ℥ 6. Dapoi caua anchora la proua delle misure della larghezza, che trouarai tal proua esser ponti 6. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che faranno 36. & questi faranno athomi

decima
longa pertiche 4. p. 2. ℥ 9. la proua è oncie 6
ssella pertiche 0. p. 5. ℥ $5\frac{1}{2}$. la proua è pon. 6

fa cã. 0. vanezze 0. ta. 3. p. 33. ℥ 6. pon. 0. $\frac{0}{6}$. la proua è atho. 1.

(perche

(perche oncie fia ponti rappresentano athomi) la cui proua sara atho. 2 di terra, & tanto debbe esser la proua della nostra conclusione, cioe di tauole 2. piedi 13. oncie 6. ponti 7. athomi 6. che se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

12 Per prouare finalmente la vndecima & vltima peretgatione posta nella vltima del precedente capo, laquale fu supposta esser longa pertiche 2. piedi 2. oncie 4. ponti 3. & larga pertiche 1. piedi 0. oncie 7. ponti 5. & fu conchiuso esser tauole 2. piedi 29. oncie 7. ponti 4. athomi 6. menicoli 3. Caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai quella esser ponti 6. Similmente caua anchora la proua delle misure della larghezza, che trouarai quella esser ponti 1. poi multiplica queste due proue l'vna fia l'altra, & trouarai che faranno 6. & questi faranno 6 menicoli (perche a multiplicare ponti fia ponti rappresentano menicoli) & tanto debbe essere la proua della nostra conclusione, cioe di tauole 2. piedi 29. oncie 7. ponti 4. athomi 6. menicoli 3. che se la cauarai, la trouarai cosi essere, e pero è buona, & con questa voglio far fine a questo capo.

vndecima

lon. pert. 2. p. 2. ℥ 4. pon. 3 — la proua è ponti 6.

st. pert. 1. p. 0. ℥ 7. pon. 5 — la proua è ponti 1.

fa campi 0. van. 0. ta. 2. p. 29. oncie 7. pon. 4. atho. 6. menicoli 3. la proua menicoli 6.

Del costume di Padoua, & del suo territorio circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. IIII.

1 Padoua con il suo territorio costumano di vendere & comperare il terreno pur a campi, & per misurar quelli costumano pur vna misura chiamata pertica longa piedi 6. (si come quella di Verona) & il piede è diuiso in 12 oncie. Et cosi vno quadretto di terreno di vna di dette pertiche per lato, gli dicono pur vna tauola di terreno (si come a Verona) & tauole 840. fanno vn campo di terreno padouano, ma per non hauer a maneggiare cosi grande numero di tauole hanno diuiso il detto campo in 4 quarteri, talche ogni quartero veneria a esser tauole 210. cioe il quarto di dette tauole 840. Ma perche la pertica è diuisa in piedi 6. (come è detto) seguita che la detta tauola di terreno venghia esser diuisa in piedi 36 di terreno, cioe in 36 quadretini di terra di vn piede di misura per lato (si come la tauola Veronesa) Et perche il piede della misura, cioe il piede lineale è diuiso in oncie 12 lineali, seguiria che il piede superficiale fosse diuiso in oncie 144 superficiali, cioe in 144 quadretini di terra di vna oncia lineale per lato. Ma per esser tal numero di 144. troppo grande da maneggiare costumano il medesimo che fu detto del Veronese a chiamarli ponti di terreno, cioe tal piede superficiale, lo diuidono in 12 parti, & ciascuna di dette parti gli dicono vna oncia di terra, laqual oncia di terra veniria a esser composta da 12 ponti di terra, cioe da 12 di quelli quadretini di terra, da vna oncia lineale per lato, come fu detto nel costume di Verona, & per tanto diremo il campo Padouano esser 4 quarteri, & il quartero esser tauole 210. & la tauola esser piedi 36 superficiali, & il piede esser 12 oncie superficiali, & la oncia superficiale esser 12 ponti superficiali, & il ponto superficiale viene a essere vno quadretino di terra, come di sopra è stato detto di vna oncia lineale per facia, ouer per lato, ma perche nel squadrare di triangoli, & capitagliani (come nel seguente libro s'intendera) molte volte gli interuiene qualche rotto di oncia, onde per schiuar li detti (per li mal esperti in quelli) diuideremo con la imaginatione la detta oncia lineale in 12 ponti lineali, come fu fatto anchora nella pratica di Verona. Per laqual diuisione veneremo anchora ad hauer diuiso il ponto superficiale, pur in 144 quadretini di vno ponto lineal per lato (come che anchor fu fatto nella pratica di Verona) ma per esser tal numero di 144 discomodo, costumaremo a diuidere il ponto superficiale in 12 athomi superficiali, et ciascuno di detti athomi diuideremo pur in 12 parti, & ciascuna di dette parti gli diremo menicolo, & questo menicolo viene a essere vno di quelli quadretini di terra di vno ponto lineal per lato, come nel costume di Verona fu anchor detto, & anchor fatto.

Diuisione della misura lineale chiamata pertica con le sue parti.
La pertica è piedi 6.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Diuisione del campo superficiale cō le sue parti.
Il campo è quarteri 4.
Il quartero è ta. 210.
La tauola è piedi 36.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.

Della rappresentatione delle misure lineali multiplicate fra loro.

2 Perche le rappresentationi delle misure di Padoua non sono differente da quelle, che nelle prime rappresentationi delle misure di Verona non staro abondare in parole, ma notaro simplicemente le dette rappresentationi in margine.

Rappresentationi
perti. fia perti. fanno ta.
perti. fia p. fan $\frac{1}{6}$ di ta.
perti. fia ℥ fanno $\frac{1}{6}$ p.
perti. fia ponti fan $\frac{1}{6}$ ℥

piedi fia piedi fa piedi
piedi fia oncie fa oncie
piedi fia ponti fa ponti.

℥ fia ℥ fa pō.
℥ fia pō. fa ath.

pō. fia pō. fa menicoli.

vna pezza di terra
longa pertiche 70.
larga pertiche 12.

fa a ponto campo 1 di terra.

3 HOr per dar meglio ad intendere quello che fin'hora in questa pratica Padouana habbiamo detto. Ponimo che sia vna pezza squadrata, ouer parallelogramma rettangola (che cosi si ha da intendere se altro non si dice) longa pertiche 70. & larga pertiche 12. volendo mo sapere quanto sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 70. della longhezza per le pertiche 12. della larghezza sara 840. & queste saranno tauole di terra, perche pertiche fia pertiche fanno tauole, le quali tauole facendone quarteri con partirle per 210. (perche tauole 210. fanno vn quarto di campo) te ne venira quarteri 4. quali partendoli per 4. per farne campi, te ne venira vno campo di terra a ponto.

longa pertiche 70.

larga pertiche 12.

tauole 840.
cioe campo. 1.

Il medesimo seguiria essendo vna pezza di terra longa pertiche 40. & larga pertiche 21. perche a multiplicare 21. fia 40. fara medesimamente tauole 840. che faria pur vn campo di terra.

4 POnimo anchora che sia vna pezza di terra longa pertiche 932. & larga pert. 131. multiplica pur secondo l'ordinario il numero delle pert. 932. della longhezza per il numero delle pertiche 131. della larghezza sara tauole 122092. lequali partendole per 210. per farne quarteri te ne venira quarteri 581. & tauole 82. poi partendo li quarteri 581. per 4. per farne campi te ne venira campi 145. quarteri 1. tauole 82. & tanto concluderemo esser tal pezza di terra, se ne farai proua per la proua del 9. la trouarai buona, & anchora con quella del 7. ma per variare, in queste vsaremo la proua del 9.

vna pezza di terra
lõ. pert. 932. la proua è più 5.
la. pert. 131. la proua è più 5.

fa c. 145. q. 1. t. 82. la p. è 7.

Similmente bisogna notare che in questa, & similmente nelle altre seguenti citta di che intendiamo di trattar di loro costumi circa il vendere, & comperare di loro terreni, & della misura che operano nel misurar quelli, ti ponero solamente 3. ouer 4. essempij di pertegationi, perche a volerti in ciascuna porre tante pertegationi, come ti ho fatto nel costume di Verona v'intraria scrittura assai, ma per mezzo delle varie pertegationi, & essempi posti nella detta pratica di Verona da te medesimo non dubito, che in tutte le altre simili saperai come regerti.

Similmente non staro a darti il modo in ciascuna di quelle di saper cauar le proue, & di approuar tal pertegationi per le ragioni dette, ma ti ponero solamente le prouationi sopra di ciascuna pertegatione, con laquale se non sarai vn buffalo da te medesimo saperai come gouernarti a cauarle, & a prouarle, auertendoti solamente che queste Padouane le prouaro con la proua del 9. per la ragion di sopra detta. Anchora nota che questa breuiatura q. significa quarteri in questa pratica, & quest'altra pro. significa proua, il resto seguita, come in quelle di Verona.

5 POnimo anchora, che sia vna pezza di terra longa pert. 309. p. 4. & larga pert. 43. p. 4. volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Queste medesime pertegationi si possono risoluere in 3 modi, si come fu detto in quelle di Verona, cioe facendo si la longhezza, come la larghezza in piedi, & multiplica quelle due quantita di piedi, l'una fia l'altra, & il prodotto saria pur piedi di terra, quali partendoli per 36. te ne venira ta. 13522. & p. 4. si come seguiria anchora secondo l'ordine di Verona, ma volendo di queste ta. 13522. far campi piu nõ seguirai l'ordine di Verona, anzi tu partirai tai ta. 13522. per 210. per farne q. & te ne venira q. 64. ta. 82. onde tirando quelli q. 64. in campi con partirli per 4. te ne venira campi 16. q. 0. ta. 82. p. 4. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona, si per 7. come per 9.

vna pezza di terra
lõ. pe. 309. p. 4. la proua è p. 4.
la. pert. 43. p. 4. la proua è p. 1.

fa c. 16. q. 0. 82. p. 4. la p. è p. 4.

Ma volendola fare per il secondo modo (cioe senza mouere le misure de l'esser suo, procederai secondo il medesimo modo, che fu fatto nella pratica di Verona, cioe multiplica le pertiche 43 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 309. & dapoi fia quelli piedi 4. & trouarai che la prima multiplicatione fara ta. 13287. & la seconda fara ta. 28. & piedi 24. quale ponerai (secondo il solito) sotto le altre, poi multiplicarai quelli piedi 4. della larghezza fia quelle medesime pertiche 309. piedi 4. della longhezza, siche facendo trouarai che li detti 4. piedi fia quelle pertiche 309. fara tauole 206. io non sto a dirti che li detti piedi 4. fia le dette pertiche 309. fanno 1236 sesti di tauola, perche penso che hormai ti sia famigliare per la pratica data nel costume di Verona, che cosi fanno, & che partendoli poi per 6. fanno le dette tauole 206. si che non ti marauigliare se mi vado di mano in mano restringendo nel dire, perche per hauerti amplamente narrato l'ordine del procedere nella detta vsanza, ouer costume di Verona, questa ampiezza di dire voglio, che ti serua anchora in questa, & anchora in quelle, che si ha da parlare, hor per tornar al nostro proposito, multiplicarai anchora li medesimi piedi 4. della detta larghezza (come detto) fia quelli altri piedi 4. della longhezza, faranno piedi 16. onde ponendo tutti quattro li detti prodotti l'uno sotto l'altro secondo il solito, & sumandoli poi tutti insieme trouarai che faranno in summa le medesime tauole 13522. piedi 4. riducendole in quarteri, & in campi hauerai pur li medesimi campi 16. quarteri 0. tauole 82. & piedi 4.

Il medesimo ti venira per il terzo modo, cioe reccando quelli piedi 4. si della longhezza, come della

larghezza

larghezza a parte di pertica, che saranno ⅓ di pertica, & cosi multiplicando pertiche 109⅓ per pertiche 41⅓, trouarai che ti venira le medesime tauole 13452. & piedi 4. che saranno pur li medesimi campi 16. quarti 0. tauole 12. piedi 4.

Non ti marauigliar lettor se io non ti pongo tanta varieta di pertegationi in questo capo del costume di Padoua, & nelle altre citta, che andaremo dichiarando, come nel precedente capo i stano fatta, cioe nel costume di Verona, perche superfluo saria a gli huomini di giudicio, ma ti pongo in questa, & cosi in ciascuna delle altre citta, che seguita vna pertegatione facile, & vna mediocre, & vna difficile, cioe vna pertegatione ti pongo, & ponero, nelle altre con pertiche simplice, si nella longhezza, come nella larghezza, & vna con pertiche, & piedi, & l'altra, cioe la vltima con tutte le specie di misure, si nella longhezza, come nella larghezza, come la seguente, laquale son certo che ti sodisfara per tutte le altre varieta date nella pratica di Verona.

6 Poniamo anchora per abbreuiar essempij, che sia vna pezza di terra longa pert. 120. piedi 4. oncie 7. ponti 2. & larga pertiche 62. piedi 2. oncie 3. ponti 5. Et volendo sapere (per il primo modo) quanto sia questa pezza di terra, reccarai si le misure della longhezza, come quelle della larghezza tutte in ponti lineali, & trouarai quelli della longhezza esser ponti 104342. & quelli della larghezza esser ponti 53897. quali multiplicando l'vn fia li detti ponti 104342. trouarai che saranno 5623777487 1. & questi saranno menicoli di terra, quali tirandoli in athomi (con partirli per 12) saranno athomi 418647889. & menicoli 3. poi tirarai li detti athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole trouarai in vltimo esser tauole 7533. piedi 10. oncie 3. ponti 2. athomi 9. menicoli 2. dapoi tirarai le dette tauole 7533 in quarteri partendole per 210. & trouarai che te ne venira quarteri 35. & tauole 183. tirando poi li detti quarteri in campi (con partirli per 4) saranno in tutto campi 8. quarteri 3. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, & se ne farai proua trouarai cosi essere.

vna pezza di terra	
longa pertiche 120. p. 4. oncie 7. pon. 2.	la proua è ponti 6.
e sta pertiche 62. p. 2. oncie 3. pon. 5.	la proua è ponti 5.
fa cam. 8. q. 3. ta. 183. p. 10. oncie 3. pon. 2. athomi 9. menicoli 2.	la proua è menicoli 2.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza alterare, ouer mouere le misure dal esser suo procederai secondo l'ordine dato in quelle del costume di Verona, cioe multiplica quelle pertiche 62. della larghezza fia quelle 4 specie di misure della longhezza a vna per vna, tenendo sempre l'occhio alle rappresentationi, & quelli 4 produtti notarli l'uno sotto a l'altro di mano in mano, fatto questo multiplicar poi quelli p. 2. di detta larghezza fia quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & quelli 4 produtti notarli ordinatamente sotto a gli altri 4. & fatto questo multiplicar anchora quelle oncie 3 di detta larghezza, fia quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & quelli terzi 4 produtti notarli ordinatamente sotto a gli altri 8. & fatto questo multiplicarai finalmente quelli 5 pōti pur di detta larghezza, per fia quelle 4 specie di misure della longhezza, & quelli vltimi 4 produtti notarli sotto a gli altri 12. & cosi sumando poi tali 16 produtti insieme li trouarai quelle medesime tauole 7533. piedi 10. oncie 3. ponti 2. athomi 9. menicoli 2. dapoi tirando le dette tauole in quarteri, & li quarteri in campi, trouarai li medesimi campi 8. quarteri 3. tauole 183. piedi 10. oncie 3. ponti 2. athomi 9. menicoli 2.

Et se ti paresse di voler procedere per il terzo modo, cioe reccando tutti quelli fragmenti a parte di pertica, & dapoi procedendo secondo l'ordine piu volte detto si trouara il medesimo, ma il tutto sta che tu ti aricordi il modo di reccar li detti fragmenti in parte de pertica, secondo le regole date nel trattato di rotti. Et perche hauendo tu inteso il modo, & la regola da risoluere, ouer di saper calcular la sopra notata pertigatione, con tutte quattro le specie di misure (cioe di pertiche, piedi, oncie, & ponti) si nella longhezza, come nella larghezza, stimo che da te medesimo piu facilmente saprai risoluere, & calculare quelle doue interuenera men di dette quattro specie di misure, mediante li essempi posti nella pratica di Verona.

Del costume di Vicenza, & del suo territorio circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli.

7 Vicenza con il suo territorio costumano di vendere & comperare il terreno a campi, & per misurar quelli costumano vna misura per chiamata pertica longa p. 6. & il piede è diuiso in 12. oncie, si come fu detto della pertica di Padoua, & similmente vn quadrato di terreno di vna per-

tica per lato gli dicono pur vna tauola di terra, & cosi tauole 840. fanno pur vn campo di terreno, si come costuma anchora Padoua, & perche questa non è in cosa alcuna differente del costume di Padoua per nõ far altro capo li essempi pratticali di tal citta li rimettiamo a quelli di Padoua.

Del costume di Rouigo, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura che oprano per misurar quelli.

ROuigo con il suo territorio costumano di vendere, & comperar il terreno secondo il medesimo modo che costuma Padoua, cioe a campi, & per misurar quelli costumano anchora loro vna pertica diuisa in piedi 6. et il piede in oncie 12. si come costuma Padoua, & il loro campo è pur di tauole 840. si come costuma Padoua, & la sua tauola è pur medesimamente vn quadro di terreno di vna pertica per lato, e pero li materiali essempi, & la pratica sua operatiua per non far altro capo li rimettiamo a quelli adutti nel costume di Padoua.

Del costume di Treuiso, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. V.

Diuisione della misura lineale, chiamata pertica, ouer passo con le sue parti.
La pertica è piedi 5.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Diuision del campo cõ le sue parti.
Il cãpo è tauole 1250.
La tauola è piedi 25.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.

TReuiso con il suo territorio costumano di vendere, & comperar il terreno a campi, & per misurar quelli costumano vna misura chiamata pertica, ma nel misurar di fabriche è detta passo, diuisa in piedi. 5. e pero piu se gli conuien questo nome passo, ch'e pertica, perche communamente il passo è diuiso in piedi 5. ma perche questo non importa a quello, che vogliamo trattar e la chiamaremo pur pertica diuisa, com'è detto, in piedi 5. & il piede è diuiso in oncie 12. si come nelle altre passate è stato detto. Et similmente vno quadrato di terreno di vna di dette pertiche per lato è detta tauola di terreno, & tauole 1250. fanno vn campo di terra Triuisano, ma per non hauer a maneggiar cosi gran numero di tauole (come nelle passate è stato detto) egli è da credere che anchora loro habbiano diuiso il detto campo in altre denominationi di parti secondo il parer di loro primi institutori, li nomi delle quai parti per non hauerne notitia li lassaremo da banda, perche non mi importa in questo caso. Ma per esser diuisa la pertica lineale in 5. piedi seguiria, che anchora la tauola venghi a esser diuisa in piedi 25. superficiali, cioe in 25 quadretti di terra di vn piede lineale per lato, et perche il piede lineale è diuiso in 12 oncie seguiria, che il piede superficial saria diuiso in 144 quadretti superficiali di vna oncia lineal per lato, liquali 144. quadretti sariano realmente oncie quadre, ma per non hauer a maneggiar cosi grande numero tali quadretti li chiamaremo ponti superficiali da 12 alla oncia superficiale, si come nelle due precedenti citta è stato fatto, cioe diremo la tauola del terreno esser piedi 25. & il piede esser oncie 12 di terra, & la oncia di terra esser ponti 12 di terra, cioe superficiali. Ma perche nel squadrare di triangoli, & capi tagliati (come nelli costumi delle due precedenti citta è stato detto) spesso incorrera rotti di oncia lineale, onde per fuggir li detti rotti diuideremo idealmente la oncia lineale in 12 parti, lequali chiamaremo 12 ponti lineali, si come nelle passate due citta è stato fatto, per laqual diuisione seguira, che il ponto di terra, cioe superficiale venghi diuiso in 12 athomi di terra, & l'athomo in 12 menicoli di terra, cioe superficiali, dicendo il campo esser tauole 1250. la tauola esser piedi 25. il piede esser oncie 12. la oncia esser ponti 12. il ponto esser athomi 12. & lo athomo esser menicoli 12. Et tutte queste parti, & parti di parti si debbe intendere esser tutte superficiali, cioe di terreno.

Nota che il detto campo, & anchor la tauola si poria altramente diuider secondo il parer de gli huomini, ma perche questa diuisione mi pare assai commoda in tal modo mi è parso di diuidere la tauola, & le parti di quella.

Delle rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

Rappresentation
perti. fia perti. fa tauole.
perti. fia pie. fa $\frac{1}{5}$ di pie.
perti. fia on. fa $\frac{1}{5}$ di oncie
perti. fia põ. fa $\frac{1}{5}$ di põ.

A Multiplicar pertiche fia pertiche rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar pertiche fia piedi rappresentano quinti di tauola di terra, ouer quintupli di piedi di terra da cinque piedi l'uno.
A multiplicar pertiche fia oncie rappresentano quintupli di oncie da oncie 5 l'uno.
A multiplicar pertiche fia ponti rappresentano quintupli di ponti da 5 ponti l'uno.

---

pie. fia pie. fa pie.
pie. fia on. fa on.
pie. fia põ. fa põ.

A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi da 25 alla tauola, cioe superficiali.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar piedi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

---

on. fia on. fa põ.
on. fia põ. fa ath.

---

põ. fia põ. fa meni.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar

A multiplicar oncie fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

Nota che li quintupli di piede superficiali, s'intendono valer 5 piedi superficiali l'uno. Et li quintupli si rappresentano in questo modo $\frac{1}{5}$ di piedi. Et cosi li quintupli di oncie s'intende valer oncie 5 l'uno, & tal quintuplo, ouer quintupli si scriue in questo modo $\frac{1}{5}$ di oncie. Et similmente li quintupli di ponti, s'intendono valer ponti 5 l'uno.

3 DApoi che hai inteso le rappresentationi delle misure lineali multiplicate fra loro, per venir al nostro intento. Poniamo che sia vna pezza di terra (rettangola si debbe sempre intendere) longa pert. 250. & larga pert. 50. & volendo saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica (secondo il solito) quelle pert. 50 della larghezza fia quelle pert. 250 della lõghezza fara ta. 12500. quale partendole per 12500. per farne cãpi, & te ne venira vn cãpo solo, & tanto faria tal pezza di terra. pertiche 50. | pert. 250. | Tauole 1250 cioe un campo

4 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra longa pert. 2752. & larga pert. 146. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur quelle pert. 2752 per quelle pert. 146. trouarai che faranno tauole 70492 8. quale per farne campi partirai per 1250. & trouarai che te ne venira campi 322. & tauole 681. & tanto faria la detta pezza di terra. vna pezza di terra lon. pert. 2752. la. pert. 146. | fa campi 322. ta. 481.

5 SVpponiamo anchora, che sia vna pezza di terra longa pert. 125. p. 5. ℥ 4. & larga pert. 47. p. 2. ℥ 7. Per saper quanto sia tal pezza di terra, tu puoi procedere communamente per 3 vie, ouer modi, come nella pratica delle 2 precedēti ditte ti ho mostrato, il primo modo e a ridur le pert. p. et ℥ si della lõghezza, come della larghezza, nella minima specie di quelle sue misure, cioe in oncie, il che facendo trouarai la longhezza esser ℥ 7420. et la larghezza esser ℥ 2851. fatto questo multiplica le dette due quantita di ℥ l'una fia l'altra, & trouarai che faranno ponti 21154420 superficiali, quali tirandoli in ℥ con partirli per 12 te ne venira ℥ 1762868. põ. 4. poi tirarai le dette ℥ in piedi, partendole pur per 12. hauerai p. 146905. ℥ 8. põti 4. poi tirarai li piedi in tauole, partendoli per 25. perche p. 25 superficiali fanno vna tauola, & hauerai ta. 5876. p. 5. ℥ 8. ponti 4. finalmente tirando quelle tauole in campi partendole per 1250. perche ta. 1250 fa vn campo, te ne venira cãpi 4. ta. 876. p. 5. ℥ 8. ponti 4. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra, & se ne fa tal la proua generale la trouarai buona. vna pezza di terra pert. 125. p. 5. oncie 4. pert. 47. p. 2. oncie 7. | fa cã. 4. ta. 876. p. 5. ℥ 1. põ. 4.

Nota che per ridur la proua di campi in tauole, tu la multiplicarai per la proua di 1250. ch'e 4. & vi aggiongirai la proua delle tauole, nel resto seguirai l'ordine dato in quelle di Verona, hauendo pero rispetto alla varieta delle altre parti.

Ma volendo risoluere tal pertegatione per il secõdo modo, cioe lassando tutte le misure nel esser suo, multiplica quelle pert. 47 della larghezza, fia quelle 3 specie di misure della longhezza a vna per vna, & prima fia quelle pert. 125 di detta longhezza, fara ta. 5875. quale notarai da banda, poi multiplicarai le medesime pert. 47 fia quelli p. 5. di detta lõghezza fara quintupli 141 di piedi, delli quali quintupli ogni 5 fa vna tauola, e pero partirli per 5. & te ne venira ta. 28. & quintupli 1. & perche ogni quintuplo e p. 5. e pero diremo tal produtto esser ta. 28. p. 5. quali notarai sotto al primo produtto, poi multiplicarai quelle medesime pert. 47 fia quelle ℥ 4 di detta longhezza fara 188 quintupli di ℥, quali farai in ℥, multiplicãdoli per 5. perche ogni quintuplo val ℥ 5. faranno ℥ 940. quale tirandole in piedi faranno p. 78. ℥ 4. tirãdo anchora quelli p. 78 in tauole (partẽdoli per 25) te ne venira in tutto ta. 3. p. 3. ℥ 4. da notar sotto a gli altri duoi produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelli p. 2 della larghezza fia quelle medesime 3 specie di misure della lõghezza, et prima fia quelle pert. 125. fara 246 quintupli di piede, quali partirai per 5 (per farne tauole) te ne venira ta. 49. quintupli 1. cioe ta. 49. p. 5. da notar sotto a gli altri 3 produtti, poi multiplica anchora quelli medesimi p. 2. fia quelli altri p. 5 di detta longhezza, fara p. 6. da notar sotto a gli altri 4 produtti, poi multiplica anchora li medesimi p. 2. fia quelle ℥ 4 della longhezza fara ℥ 8. da notar sotto a gli altri 5 produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelle ℥ 7 della detta larghezza fia quelle medesime 3 specie di misure della lõghezza, & prima fia quelle pert. 125. fara 861. quintuplo di ℥, quali multiplicandoli per 5. faranno ℥ 4305. quale tirandole in piedi (per 12) & li piedi in tauole (per 25) faranno ta. 14. p. 8. ℥ 9. da notar sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicar anchora quelle medesime ℥ 7 fia quelli p. 5 della detta longhezza fara ℥ 21. che faranno p. 1. ℥ 9. da notar sotto a gli altri 7 produtti, poi multiplicarai finalmente le medesime ℥ 7. fia quelle altre ℥ 4 della longhezza, fara ponti 28. che faranno ℥ 2. ponti 4. quali notãdoli sotto a gli altri 8 produtti, & dapoi summando tutti li detti 9 produtti insieme, trouarai che faranno tauole 5876. piedi 5. oncie 1. ponti 4. onde tirando le dette tauole 5876. in campi (partendole per 1250) hauerai finalmente campi 4. tauole 876. piedi 5. oncie 1. ponti 4. si come per l'altro modo.

Et se ti parera di voler esseguire tal pertegatione per il terzo modo reccarai quelli piedi, & oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di pertica, & dapoi procedere secondo l'ordine del multiplicar de sani & rotti, & trouarai il medesimo.

6. SVpponiamo anchora (per vltimar questa pratica nel maggior numero di varie specie di misure) che sia vna pezza di terra longa pertiche 234. piedi 3. oncie 4. ponti 5. & larga pertiche 106. piedi 4. oncie 3. ponti 6. per sapere quanto sia questa pezza di terra per il primo modo reccarai tutte quelle 4 specie di misure, si della longhezza, come della larghezza in ponti, si che facendo, hauerai per la longhezza ponti 168965. & per la larghezza ponti 76938. poi multiplicarai li ponti della longhezza per quelli della larghezza. Et trouarai che fara menicoli 12999829170. quali tirarai in athomi (per 12) & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole (partendoli per 25) & hauerai in vltimo tauole 25076. piedi 20. oncie 9. ponti 3. athomi 5. menicoli 6. poi tirando quelle tauole 25076 in campi partendole per 1250. trouarai che in vltimo ti venira campi 20. tauole 76. piedi 20. oncie 9. ponti 3. athomi 5. menicoli 6. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra, & se ne vorrai far la proua generale, cauarai la proua della longhezza, che trouarai quella esser ponti 6. poi cauarai quella della larghezza, che trouarai quella esser ponti 1. quale multiplicandole insieme faranno menicoli 6. & tanto debbe esser la proua della conclusione, che se la cauarai ben trouarai esser menicoli 6. e pero sta bene.

vna pezza di terra
lon. pert. 234. p. 3. ℥ 4. pon. 5. // la proua è pon. 6.
lar. pert. 106. p. 4. ℥ 3. pon. 6. // la proua è pon. 1.

fa camp. 20. ta. 76. p. 20. ℥ 9. pon. 3. atho. 5. me. 6. // la proua è menicoli 6.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure de l'esser suo, multiplica quelle pertiche 106 della larghezza, fra quelle 4 specie di misure della longhezza, & prima fra quelle pertiche 234 fara tauole 24804. quale notarai da banda, poi multiplica quelle medesime pertiche 106. fra quelli piedi 3. della longhezza fara 318 quintupli di piedi, quali partirai per 5. ne venira tauole 63. & quintupli 3. che faranno tauole 63. piedi 15. quali notarai sotto a l'altro primo produtto, poi multiplica le medesime pertiche 106. fra quelle oncie 4. della longhezza, fara 424 quintupli di oncie, quali multiplica per 5 (per farne oncie) fara oncie 2120. che faranno piedi 176. oncie 8. cioe tauole 7. piedi 1. oncie 8. da notar sotto a gli altri 2 produtti, poi multiplica anchora le medesime pertiche 106. fra quelli ponti 5 della longhezza, fara 530 quintupli di ponti, quali multiplicandoli per 5. faranno ponti 2650. quali tirandoli in oncie, & in piedi faranno piedi 18. oncie 4. ponti 10. quali notarai sotto a gli altri 3 produtti fatto questo multiplicarai anchora quelli piedi 4. della larghezza fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, e prima fra quelle pertiche 234. di detta longhezza fara 936 quintupli di piedi, quali partendoli per 5. (per farne tauole) te ne venira tauole 187. e quintupli 1. il qual quintuplo fara piedi 5. e pero notarai tauole 187. piedi 5. sotto a gli altri 4 produtti, poi multiplica anchora li detti piedi 4. fra quelli altri piedi 3 della longhezza fara piedi 12. da notar sotto a gli altri 5 produtti, poi multiplica anchora li medesimi piedi 4 fra quelle oncie 4 della longhezza, fara oncie 16. che faranno piedi 1. oncie 4 da notar sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplica anchora quelli medesimi piedi 4. fra quelli ponti 5 della detta longhezza fara ponti 20. che faranno oncie 1. ponti 8. da notar sotto a gli altri 7 produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 3 della detta larghezza fra quelle 4 specie di misure della detta longhezza, & prima fra quelle pertiche 234. fara 702 quintupli di oncie, quali multiplicarai per 5 (per farne oncie) faranno oncie 3510. quale tirandole in piedi, & in tauole faranno tauole 11. piedi 17. oncie 6. da notar sotto a gli altri 8 produtti, poi multiplica anchora le medesime oncie 3. fra quelli piedi 3 della longhezza fara oncie 9. quale notarai sotto a gli altri 9 produtti, poi multiplicarai le medesime oncie 3. fra quelle altre oncie 4 della longhezza, fara ponti 12. che faranno oncie 1. quale notarai sotto a gli altri 10 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 3. fra quelli ponti 5 della longhezza fara athomi 15. che faranno ponti 1. athomi 3. da notar sotto a gli 11 produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelli ponti 6 della larghezza, fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & prima fra quelle pertiche 234. fara 1404 quintupli di ponti, quali multiplicandoli per 5. faranno ponti 7020. quali tirandoli in oncie, & in piedi, & in tauole faranno tauole 1. piedi 23. oncie 9. quale notarai sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplica anchora li medesimi ponti 6. fra quelli piedi 3 della longhezza

ghezza fara ponti 18. che faranno oncie 1. ponti 6, da notar sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplica anchora li medesimi ponti 6. fia quelle oncie 4. della longhezza fara athomi 24. che faranno ponti 2. quali notarai sotto a gli altri 14 produtti, poi multiplica finalmente, quelli medesimi ponti 6. fia quelli altri ponti 5 della longhezza fara menicoli 30. che faranno athomi 2. menicoli 6. quali notarai sotto a gli altri 15 produtti, & sotto questo summarai tutti li detti 16 produtti, & trovarai che faranno tavole 15076. piedi 10. oncie 9. ponti 3. athomi 1. menicoli 6. onde tirādo le tavole 15076 in campi (partendole per 1500) te ne venira finalmente campi 10. tavole 76. piedi 10. oncie 9. ponti 3. athomi 1. menicoli 6. si come per l'altro modo.

Et se ti piacesse di volerla risolvere per il terzo modo reccarai tutti quelli piedi, oncie, & ponti, si della longhezza, come della larghezza a parte di pertica, & dapoi multiplicar secondo l'ordine de sani, & rotti, & haverai il medesimo.

Del costume de Milano & del suo territorio, cerca al vendere & comprar de terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VI.

Milano con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a pert. di terra, & per misurar quelli usano una misura chiamata volgarmente (come narra Cesare Cesariano commentatore di Vitruvio) zucata, longa braccia 12. il brazzo è diviso in oncie 12. Et un quadrato di terreno di una zucata per lato gli dicono una tavola di terra, & 24 di dette tavole di terra fanno una pertica di terra. Et perche la zucata lineale è divisa in 12 braccia, seguiria che la tavola fosse divisa in 144 braccia quadri superficiali, cioe in 144 quadretti di terra di uno brazzo per lato, ma per ridure la divisione della detta tavola a menor numero di parti (per commodità) a quelli tali braccia quadri gli dicono oncie di terra, delle quali 12 fanno un piede di terra, & 12 piedi di terra fanno una tavola di terra, laqual divisione ritorna piu commoda al calculatore, perche non vi occorre a partir salvo che per 12. come nella rappresentatione della sopradetta zucata, & le sue parti fra loro, & pero dividono la detta tavola di terra in 12 parti, allequai parti gli dicono 12 piedi di terra, & il piede di terra lo dividono in oncie 12 di terra, & la oncia di terra la dividono in 12 ponti di terra. Ma perche nel squadrare di triangoli, & capi tagliati vi occorre molte volte di dividere la oncia lineale (come che nel sequente libro s'intendera) cioe della misura, talche per fuggir quelli rotti di dette oncie lineali (per quelli che non hanno la pratica di rotti) si costuma di dividere con la imaginatione, la detta oncia lineale in 12 parti, lequai parti se gli puo dire 12 ponti lineali, a differentia di ponti superficiali, come che nella pratica di Verona fu anchor fatto, e detto, & pero per causa di questa divisione della detta oncia lineale, egli è necessario a dividere il ponto superficiale (per seguir l'ordine) in 12 parti, lequali chiamaremo 12 athomi) & ciascuna di dette parti, cioe di detti athomi lo divideremo in 12 menicoli, come fu fatto nel costume di Verona, & lo menicolo divideremo in 12 momenti di terra, over di superficie. Conchiuderemo adunque la pertica superficiale (cioe di terra) Milanesa esser tavole 24. & la tavola esser 12 piedi superficiali, & il piede esser 12 oncie, & la oncia 12 ponti, & il ponto esser 12 athomi, & lo athomo esser 12 menicoli, & lo menicolo esser 12 momenti, & tutte queste parti s'intendono superficiali, cioe di terra.

Divisione della principal misura lineale detta zucata con le sue parti.
La zucata è braccia 12
Il brazzo è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
lineali.

Divisione della pertica superficiale, con le sue parti.
La pertica è tavole 24.
La tavola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
L'oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è menic. 12.
Il meni. è momenti 12.
superficiali.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

	Rappresentationi.
A multiplicare zucate fia zucate rappresentano tavole di terra, cioe superficiali.	zucate fia zucate fa ta.
A multiplicare zucate fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.	zucate fia brac. fa piedi
A multiplicare zucate fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.	zucate fia oncie fa ℥
A multiplicare zucate fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.	zucate fia ponti fa pōti
A multiplicare braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.	br. fia br. fa oncie.
A multiplicare braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.	br. fia oncie fa ponti.
A multiplicare braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.	br. fia ponti fa athomi.
A multiplicare oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.	℥ fia ℥ fa atho.
A multiplicare oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.	℥ fia pōt. fa meni.
A multiplicare ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.	pōt. fia pōt. fa momēti.

vna pezza di terra.
lon. zu. 8.
te. zu. 3.

---

fa ta. 24. che faria per. 1.

zucate 8.
zucate 3. | tauole 24. cioe vna pertica

2 HOr che hai inteso le rappresentationi delli produtti delle multiplicationi fatte delle misure fra loro. Supponiamo che sia vna pezza di terra rettangola longa zucate 8. & larga zucate 3. volendo sapere quanto sia tal pezza di terra, gia sai che a multiplicar quelle zucate 3 della larghezza fia quelle zucate 8 della longhezza, che fara 24. (per la prima suppositione del secondo di Euclide) sara l'area superficiale di tal pezza di terra, & perche zucate fia zucate fanno tauole, & pero diremo tal pezza di terra esser tauole 24 di terreno, & perche tauole 24 di terreno fanno vna pertica di terra. E per tanto conchiuderemo tal pezza di terra esser vna pertica, secondo il costume di Milano. Il medesimo seguiria se la detta pezza di terra fusse longa zucate 6. & larga 4. perche 4 fia 6 fa 24 tauole, che faria pur vna pertica. Nota che questa zu significaria zucate.

vna pezza di terra
lon. zu. 39. proua zu. 4
te. zu. 25. la proua z. 7.

---

fa pe. 37. ta. 9. pro. ta. 1.

3 POniamo anchora, che sia vna pezza di terra rettangola longa zucate 39. & larga zucate 25. Volendo tu sapere quanto sia tal pezza di terra, multiplica quelle zucate 25 fia quelle zucate 39. fara tauole 897. quale partirai per 24. per farne pertiche, & trouarai, che te ne venira pertiche 37. tauole 9. & tanto sara la detta pezza di terra, facendone proua che la trouarai buona.

vna pezza di terra
lo. z. 33. br. 4. la pro. b. 1
te. zu. 25. la proua z. t. 4

---

fa pe. 34. ta. 17. p. 4. p. p. 4

4 POniamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa zu. 33. braccia 4. & larga zucate 25. volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Questa similmente si puo risoluere per tre diuerse vie, ouer modi, come in tutte le altre e stato detto, il primo e a ridur quelle zucate 33. braccia 4. tutte in braccia, che saranno braccia 400. & quelli multiplicali per quelle zucate 25 della larghezza, faranno 10000. & questi saranno piedi di terra, perche zucate fia braccia fanno piedi di terreno, liquali piedi 10000. tirarai in tauole partendoli per 12. e te ne venira tauole 833. piedi 4. fatto questo tirarai le dette tauole 833. in pertiche partendole per 24. & te ne venira pertiche 34. tauole 17. & piedi 4. & tanto concluderai che sia la detta pezza di terra, & se ne farai la proua la trouarai buona.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure del suo essere, multiplica quelle zucate 25 della larghezza, fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle zucate 33. braccia 4. dicendo prima 25 fia 33. fara 825 tauole, quale saluarai, poi multiplica anchora quelle medesime zucate 25. fia quelli braccia 4. fara piedi 100. quali tirandoli in tauole faranno tauole 8. piedi 4. quale ponerai sotto alle altre, che saluasti, & summale poi tutte insieme, & trouarai che faranno tauole 833. piedi 4. che tirandole in pertiche faranno pur pertiche 34. tauole 17. piedi 4. si come per l'altro modo.

Volendola anchora risoluere per il terzo modo recai quelli braccia 4. a parte di zucata, che fara in tutto zucate 33 $\frac{1}{3}$. & quelle multiplicandole per quelle zucate 25. per l'ordine dato nelli rotti trouarai, che fara tauole 833 $\frac{1}{3}$. il qual $\frac{1}{3}$ di tauola fa piedi 4. si come per l'altre due vie, ouer modi.

5 POngo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa zucate 42. braccia 8. & larga zucate 25. braccia 3. Et volendo saper per il primo modo quanto sia la pezza di terra, ridurai le misure, si della longhezza, come della larghezza tutte in braccia, & hauerai per la longhezza braccia 512. & per la larghezza braccia 279. multiplicarai li detti braccia della larghezza fia quelli della longhezza, & hauerai che faranno oncie 142848 di terra, perche braccia fia braccia fa oncie, lequali oncie 142848 tirandole in piedi, & di piedi in tauole, & di tauole in pertiche, hauerai in vltimo perti. 41. tauole 8. piedi 0. oncie 0. & tanto dirai, che sia tal pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona.

Vna pezza di terra.
lon. zu. 42. braccia 8. la proua e braccia 1.
te. zu. 25. braccia 3. la proua e braccia 6.

---

fa perti. 41. ta. 8. p. o. & o. la proua & 6.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, multiplica quelle zucate 25 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza di vna in vna, onde multiplicando le dette zucate 25 fia quelle zucate 42. fara tauole 966. quale saluarai, poi multiplica anchora le dette zucate 25. fia quelli br. 8 della detta longhezza, fara piedi 184. quali tirandoli in tauole (per 12) faranno tauole 15. piedi 4. quale notarai sotto alle altre, che saluasti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 3 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure della longhezza a vna per vna, onde a multiplicar li detti braccia 3 fia quelle zucate 42. fara piedi 126. quali tirandoli in tauole (per 12) faranno tauole 10. piedi 6. quale notarai sotto a gli altri 2 produtti, poi multiplicarai anchora quelli medesimi braccia 3. fia quelli braccia 8 della longhezza fara oncie 24. che faranno piedi 2. quali notandoli sotto a gli altri 3. produtti, & summandoli tutti 4. insieme trouarai, che faranno tauole 992. piedi 0. oncie 0. lequal tauole tirandole in pertiche (per 24) faranno medesimamente pertiche 41. tauole 8 piedi 0. oncie 0. come per l'altro modo.

Similmente trouarai il medesimo procedendo per il terzo modo, cioe reccando li braccia a parte di zucata, che te ne venira per la longhezza zucate 42 $\frac{1}{4}$, & per la larghezza zucate 23 $\frac{1}{4}$, il che multiplicando mo 23 $\frac{1}{4}$ fia 42 $\frac{1}{4}$ fara tauole 972. che faranno per pertiche 40 tauole 2.

6 MA per vltimar questa pratica nelle piu strane misurationi (quasi) che occorrer possa. Pongo che sia vna pezza di terra rettangola, longa zucate 24. braccia 9. oncie 5. ponti 4. & larga zucate 12. braccia 3. oncie 6. ponti 5. Volendo saper quanto sia tal pezza di terra, per il primo modo, ouer per la prima regola ridurai tutte quelle misure, si della longhezza, come della larghezza in ponti lineali, siche facendo trouarai la longhezza esser ponti 60422. & la larghezza ponti 31801. quali multiplicandoli fia quelli della longhezza ti produranno momenti 2251552060. liquali momenti tirandoli (per 12) in menicoli, & li menicoli in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche, trouarai in vltimo pertiche 46. tauole 19. piedi 5. oncie 2. ponti 2. athomi 7. menicoli 2. momenti 8. & tanto concluderai esser tal pezza di terra.

vna pezza di terra

lon. zu. 24. br. 9. ○ 5. pon. 4 —— la proua è ponti 2.

la. zu. 12. br. 3. ○ 6. pon. 5 —— la proua è ponti 4.

---

fa pertiche 46. ta. 19. p. 5. oncie 2. pont. 2. atho. 7. meni. 2. momenti 8. la proua è momenti 2.

Nota che li ponti, & li athomi, & li menicoli, & li momenti di terra sono quantita da tenerne puoco conto nella conclusione, si da colui, che compra, come da colui, che vende, come e stato detto anchora sopra la quarta del secondo capo, per esser quasi di niun valore, vero è che'l calculatore bisogna tenerne conto, & pontalmente, per causa della proua, perche se in tutta la operatione tu hauerai errato di vno sol momento, la proua ti mostrara tal tua operatione esser falsa, come che anchora in fine della 15 del secondo capo fu detto, e pero auertirai.

Ma volendo risoluere la soprascritta pertegatione, per il secondo modo, o vuoi dir per la seconda regola, cioe senza mouere le misure dal esser suo, procederai secondo l'ordine dato nel costume di Verona, cioe multiplicarai quelle zucate 12 della larghezza, fia quelle quattro specie di misure della longhezza a vna per vna, e per tanto multiplicamo prima le dette zucate 12 della larghezza fia quelle zucate 24 della longhezza, & fara tauole 288. poi multiplica anchora le dette zucate 12 fia quelli braccia 9 fara piedi 108. che sono tauole 24. quale notarai sotto alle altre, poi multiplica anchora le dette zucate 12 fia quelle oncie 5 (pur della longhezza) fara oncie 160. che faranno piedi 13 oncie 4. da mettere sotto a gli altri duoi produtti. Multiplica anchora le dette zucate 12 fia quelli ponti 4 (pur della longhezza) faranno ponti 128. quali tirandoli in oncie faranno oncie 10. ponti 8. quale notarai sotto a gli altri tre produtti, fatto questo pigliarai mo li braccia 3 della larghezza, & multiplicarali fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando prima da quelle zucate 24. dicendo 3 fia 24 fara piedi 102. quali tirandoli in tauole faranno tauole 8. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplica anchora li medesimi braccia 3. fia quelli braccia 9 della detta longhezza fara oncie 27. che faranno piedi 2. oncie 3. quali notarai sotto a gli altri 5 produtti, poi multiplicarai anchora li detti braccia 3. fia quelle oncie 5 della longhezza, fara ponti 15. che faranno oncie 1. ponti 3. da notar sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplica anchora li detti braccia 3 fia quelli ponti 4 della longhezza fara athomi 12. che sono ponti 1. da notar sotto a gli 7. produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 6 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando pur prima dalle zucate 24. dicendo 6 fia 24 fara oncie 204. che faranno piedi 17. da notar sotto a gli altri 8 produtti, poi multiplica anchora le medesime oncie 6 fia quelli braccia 9. della longhezza fara ponti 54. che sono oncie 4. ponti 6. da notar sotto a gli altri 9 produtti, poi multiplicar anchora quelle medesime oncie 6 fia quelle oncie 5 della longhezza fara athomi 30. che sono ponti 2. athomi 6. da notar sotto a gli altri 10 produtti, poi multiplicare anchora quelle medesime oncie 6. fia quelli 4 ponti della longhezza fara menicoli 24. che faranno athomi 2. menicoli 0. da notar sotto a gli altri 11 produtti, fatto questo multiplica anchora quelli ponti 5 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza cominciando prima da quelle zucate 24. dicendo 5 fia 24 fara 170 ponti, che faranno oncie 14. ponti 2. da notar sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 5. fia quelli braccia 9 della longhezza fara athomi 45. che sono ponti 3. athomi 9. da mettere sotto alli altri 13. produtti. Poi multiplica li medesimi ponti 5. fia quelle oncie 5. della longhezza faranno menicoli 25. che sono athomi 2. menicoli 1. da mettere sotto a gli altri 14 produtti, similmente multiplica li medesimi ponti 5. fia quelli ponti 4 della longhezza fanno momenti 20 che sono menicoli 1. momenti 8. da mettere sotto a gli altri 15 produtti, & fatto questo summar tutti quelli 16 produtti insieme, & ... facendo trouarai che ti venira tauole 1125. piedi 3. oncie 2. ponti 1. athomi 7. menicoli 1. momenti 8. onde tirando poi le tauole in pertiche hauerai quelle medesime pertiche 46. tauole 21. piedi 3. oncie 2. ponti 1. athomi 7. menicoli 1. momenti 8. come per l'altro modo.

Et se ti paresse di volerla risoluere per il terzo modo reccaria quelle braccia, oncie, & ponti, si della longhezza, come della larghezza a ponti di zucca, & da poi procedendo secondo l'ordine del multiplicar di sani, & rotti, & trouarai il medesimo.

Del costume di Bergamo, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VII.

1 Bergamo con il suo territorio costumano di vendere, & comperar li terreni a pertiche di terra, si come il costume di Milano, ma per misurar detti terreni vsano vna misura chiamata cauezzo longa braccia 6. & ciascun braccio è diuiso pur in 12 oncie, la oncia anchora per le ragioni piu volte dette, con la imaginatione si diuide in 12 ponti. Et vno quadrato di terreno di duoi detti cauezzi per lato, gli dicono vna tauola di terra, & 24 di dette tauole fanno vna pertica di terreno, talche il costume di questa citta non è differente dal costume di Milano, eccetto nel nome della misura, perche la zucca è longa braccia 12. si come che è anchora li duoi cauezzi, talche vna tauola di terreno, si secondo il costume di Milano, come secondo il costume di Bergamo viene a essere vno quadrato di terreno di braccia 12 per lato, talche se il brazzo della misura di Milano sara precisamente equale in longhezza al brazzo della misura di Bergamo seguira di necessita, che la tauola della terra, alla Milanesa sia precisamente equale alla tauola della terra alla Bergamasca, & consequentemente la pertica alla pertica, & le parti della tauola dell'una alle parti dell'altra, & cosi le parti delle parti, & se per sorte il brazzo della misura di Milano sara maggiore, ouer menore del brazzo della misura di Bergamo seguira il medesimo nella tauola, & nella pertica, & similmente nelle parti, & parti di parti della tauola, ma egli è ben vero che li nomi delle parti, & parti di parti della tauola sono li medesimi, & anchora mantengono vno medesimo ordine, cioe che la tauola della terra secondo il costume di Bergamo si diuide in piedi 12. & il piede in 12 oncie, & l'oncia in 12 ponti, & il ponto in 12 athomi, & lo athomo in 12 menicoli, & il menicolo in 12 momenti di terra, cioe superficiali, come che fu anchora detto di quella secondo il costume di Milano, vero è che volendo nelle misurationi proferir in voce, & notar in scrittura li detti cauezzi causaranno piu oscure le sue rappresentationi di quello si fa nelle misurationi fatte, ouer notate a zucche secondo il costume di Milano, perche se vorremo notare le dette misurationi per cauezzi, braccia, oncie, & ponti, le sue rappresentationi saranno come di sotto vedi.

Diuisione della principal misura lineale, detta cauezzo, & delle sue parti, & parti di parti.
Il cauezzo è braccia 6.
Il brazzo è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Diuision della pertica, & tauola superficiale, & delle sue parti, & parti di parti.
La pertica è tauole 24.
La tauola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.
Il menic. è momenti 12.

Delle rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate tra loro secondo le notationi di simplici cauezzi.

A multiplicar cauezzi fia cauezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{2}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{2}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{2}$ ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentation sotto breuita.
cauez. fia cauez. fa $\frac{1}{4}$ ta.
cauez. fia br. fa $\frac{1}{2}$ pon.
cauez. fia ℥ fa $\frac{1}{2}$ ℥
cauez. fia pon. fa $\frac{1}{2}$ pō.

---

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia ℥ fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

℥ fia ℥ fa athomi.
℥ fia pō. fa menicoli.
pō. fia pō. fa momenti.

Si che si vede le sue rappresentationi esser assai piu difficultose da tener alla memoria di quelle secondo il costume di Milano, per causa di quelli rotti di tauole, piedi, oncie, et ponti che rappresentano, & perche tutto questo procede per causa del cauezzo, qual è solamente la mita della zucca Milanesa

volendo

volendo ridure tai rappresentationi alla medesima facilita di quelle di Milano, eglie da pensar, che coloro che misurano li detti terreni non adoprino vn simplice cauezzo, perche per la cortezza di tal misura, longa solamente braccia 6. gli causaria doppia fatica con il tanto spesso inchinarsi a terra a ponere, & a leuare il detto simplice cauezzo, anzi eglie da credere, che per misurare li detti terreni oprino vna misura longa duoi cauezzi, cioe longa 12 braccia. E per tanto a voler facilitar le dette rappresentationi, si doueria notar le dette misurationi a misure di duoi cauezzi per misura, & a 12 braccia per misura. Essempi gratia se'l fosse vna pezza di terra longa ponimo cauez. 137. braccia 4. oncie 7. voria che tal misuratione fosse notata in questa forma. Doppi cauezzi 68. braccia 10. oncie 7. cioe pigliar la mita di quelli cauezzi 137. che saria li detti 68 doppi cauezzi, & braccia 6 li quali braccia 6. gionti con quelli altri braccia 4. saranno poi li detti doppi cauezzi 68. braccia 10. oncie 7. & cosi a tal modo notando le altre specie di misurationi si nelle larghezze, come nelle longhezze le rappresentationi di tal notationi veniranno senza rotti, come di sotto apparerà. Auertendoti, che per abbreuiar la scrittura li detti doppi cauezzi si notaranno in questa forma 2. cauezzi, & alcune volte per maggior breuita li detti doppi cauezzi li notaremo in quest'altro modo 2. c. e pero auertirai.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro a duoi cauezzi per misura principale.

Doppi cauezzi fia 2. cauezzi rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
Doppi cauezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2. cauezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2. cauezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi sotto maggior breuita.
2. c. fia 2. c. fa ta.
2. c. fia br. fa p.
2. c. fia on. fa on.
2. c. fia po. fa po.

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia on. fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

on. fia on. fa athomi.
on. fia po. fa momenti.

po. fia po. fa momenti.

Lequali rappresentationi, se ben le consideterai trouarai esser molto piu facile da conseruar nella memoria, di quelle che di sopra con li simplici cauezzi furno narrate, e pero quelle, che per l'auenire notaremo nelle sue operationi le poneremo a doppi cauezzi.

2 Hor che hai inteso le rappresentationi delli produtti delle multiplicationi delle sopra narrate misure lineali fra loro. Supponeremo mo, che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 8. & larga doppi cauezzi 3. volendo saper quanto sia tal pezza di terra, gia sai, che a multiplicare quelli doppi cauezzi 3. della larghezza, fia quelli 8. doppi cauezzi della longhezza (che fara 24.) sara l'area superficiale della detta pezza di terra, & perche doppi cauezzi fia doppi cauezzi rappresentano tauole, e pero diremo tal pezza di terra esser tauole 24. di terra, & perche tauole 24 fanno vna pertica, e pero concluderemo tal pezza di terra esser vna pertica secondo il costume di Bergamo. Il medesimo seguiria se tal pezza di terra fosse longa doppi cauezzi 6. & larga 4. perche 4 fia 6 faria pur 24 tauole, che faria pur vna pertica.

vna pezza di terra
lõ. 2 c. 8.
la. 2 c. 3.

fa t. 24. che faria per. 1.

2 cauezzi 8.

2. c. 3.	tauole 24. cioe vna pertica.

3 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 78. & larga doppi cauezzi 46. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica quelli doppi cauezzi 46 della larghezza, fia quelli 2. ca. 78 della longhezza, & fara ta. 3588. quale tirandole in pertiche (partendole per 24) trouarai essere pertiche 149. tauole 12.

vna pezza di terra
lõ. 2 c. 78. proua 2 c. 6.
la. 2 c. 46. proua 2 c. 4.

fa pe. 149. ta. 12. p. 6.

4 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 46. braccia 6. & larga doppi cauezzi 21. braccia 4. per saper quanto sia tal pezza di terra, per quel primo modo, ouer regola detta in tutti gli altri costumi, ridurai si le misure della longhezza, come quella della larghezza in braccia, & trouarai la longhezza esser braccia 558. & la larghezza braccia 256. onde multiplicando 256 fia 558. trouarai che fara 142848. liquali saranno oncie di terra, perche braccia fia braccia fa oncie di terra, liquali tirandole in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche trouarai finalmente esser pertiche 41. tauole 18. & tanto concluderai esser tal pezza di terra, aricordati che prouandola a 12 e necessario di ti-

vna pezza di terra
lõ. 2 c. 46. br. 6. pro. b. 5
la. 2 ca. 21. br. 4. pro. b. 4

fa pe. 41. ta. 18. pro. ∅ 6.

rar la proua di quelle pertiche 41. tauole 8. (quale faria tauole 5) sia proua d'oncie di terra, che fara oncie 6. per causa che il produtto delle due prime proue, dellequali l'una è braccia 5. & l'altra braccia 4. fanno oncie di terra, siche facendo la trouarai buona.

Ma volendo concludere la sopradetta ponegatione per il secondo modo, cioe senza alterar le misure dal esser suo, multiplicarai li doppi cauezzi 21 della larghezza fia quelle due specie di misure della larghezza, multiplicando prima li detti doppi cauezzi 21 fia quelli 2 ca. 46. & trouarai che fara tauole 966. quale saluarai, poi multiplicarai li medesimi 21 ca. della larghezza fia quelli braccia 6 della longhezza fara 126 piedi, quali tirandoli in tauole faranno tauole 10. piedi 6. quale notarai sotto l'altro primo produtto, fatto questo multiplicarai anchora li braccia 4 della larghezza, fia quelle medesime due specie di misure della longhezza, & prima 4 fia quelli 46 doppi cauezzi faranno piedi 184. quali tirandoli in tauole faranno tauole 15. piedi 4. quale notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplica li medesimi braccia 4 fia quelli braccia 6 della longhezza, fanno oncie 24. che faranno piedi 2. quali notandoli sotto a gli altri 3 produtti, & summando poi tutti quattro insieme trouarai che faranno in tutto tauole 991. quale tirandole in pertiche fanno pertiche 41. tauole 8. si come per l'altro modo.

Volendola anchora risoluere per quel terzo modo piu volte detto, recarai quelli braccia, si della longhezza, come della larghezza a parte di doppio cauezzo, & hauerai per la longhezza doppi cauezzi $46\frac{1}{2}$, & per la larghezza doppi cauezzi $21\frac{1}{3}$, onde multiplicando poi $21\frac{1}{3}$ fia $46\frac{1}{2}$ secondo la regola di rotti trouarai, che ti venira medesimamente tauole 992. che sono per pert. 41. ta. 8.

5 Supponiamo anchora (per vltimar questa pratica di Bergamo nelle piu difficultose misurationi, che occorrer possa) che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 43. braccia 10. oncie 4. ponti 6. & larga doppi cauezzi 24. braccia 8. oncie 6. ponti 10. per saper quanto sia questa tal pezza di terra per il primo modo, ridurai tutte quelle misure della longhezza, & anchora quelle della larghezza in ponti, & trouarai la longhezza esser ponti 75798 lineali, & la larghezza pon. 42706. pur lineali, fatto questo multiplica li detti ponti 42706 della larghezza fia quelli pon. 75798 della longhezza, & trouarai che faranno 3237029388. & questi saranno momenti di terra, perche ponti lineali fia ponti lineali rappresentano momenti superficiali, e per tanto tirando li detti momenti in menicoli, & li menicoli in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche hauerai in vltimo pertiche 45. tauole 4. piedi 0. oncie 10. ponti 8. athomi 10. menicoli 9. momenti 0. & tanto sara la detta pezza di terra.

Nota (come piu volte ti ho detto nelli costumi delle altre citta) che li ponti, & gli athomi, & li menicoli, & li momenti in fine della conclusione, cioe nel far il conto del amontar di tal pezza di terra, non è da tenerne conto per esser quantita di valore quasi insensibile, ma per causa di voler conoscere per la proua se vi è errore nella operatione non bisogna lasciar cosa alcuna, perche la detta proua vniuersale ti daria la tua operatione per falsa.

vna pezza di terra
longa doppi cauezzi 43. braccia 10. oncie 4. ponti 6 —— la proua è ponti 2.
larga doppi cauezzi 24. braccia 8. oncie 6. ponti 10 —— la proua è ponti 6.

---

fa pertiche 45. ta. 4. piedi 0. oncie 10. ponti 8. ath. 10. menicoli 9. momenti 0. la proua è momenti 0.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza muouere le misure dal esser suo procederai, si come nelli costumi delle altre citta, nelle simili è stato fatto, cioe multiplica li doppi cauezzi 24 della larghezza fia tutte quelle quattro specie di misure della longhezza, di vna in vna, cioe multiplica prima li detti doppi cauezzi 24 di detta larghezza, fia quelli 43 della longhezza, & fara tauole 1032. quale notarai da parte, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 24. fia quelli braccia 10 della longhezza fara 240 piedi, che faranno tauole 20. quale notarai sotto al secondo produtto, che saluasti, poi multiplicarai anchora li medesimi doppi ca. 24 fia quelle 4 oncie della longhezza fara 96 oncie superficiali, che faranno piedi 8. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 24 fia quelli ponti 6 della longhezza, fara ponti 144 superficiali, che faranno oncie 12. cioe piedi 1. quali notarai sotto a gli altri 3 produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 8 della larghezza, fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando pur dalli doppi cauezzi 43 di detta longhezza dicendo 8 fia 43 fara piedi 344. che fara tauole 28. piedi 8. quale notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi

multiplicarai

multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelli altri braccia 10 della longhezza, fara 80 superficiali, che fara piedi 6. oncie 8. quali notarai sotto a gli altri cinque produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelle oncie 4 della longhezza fara ponti 12 superficiali, che saranno oncie 1. ponti 8. quali notarai sotto a gl'altri 6 produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelli ponti 6 della longhezza fara athomi 48. che sono ponti 4 superficiali, quali notarai sotto a gli altri 7 produtti, fatto questo saltarai alle oncie 6 della larghezza, & quelle multiplicarai per sia quelle quattro medesime specie di misure della longhezza, & prima dalli doppi cavezzi, dicendo 6 fia 42 fara oncie 138. che saranno piedi 11. oncie 6. quali notarai sotto a gli altri 8 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelli braccia 10 della detta longhezza fara ponti 60. che saranno oncie 5. quali notarai sotto a gli altri 9 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelle oncie 4 della longhezza, saranno athomi 24. che saranno ponti 2. quali notarai pur sotto a gli altri 10 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelli ponti 6 di detta longhezza fara menicoli 36. che saranno ponti 3. quali notarai pur sotto a gli altri 11 produtti, fatto questo saltarai in quelli ponti 10 della larghezza, & quelli multiplicarai per sia quelle quattro specie di misure della detta longhezza, & prima con li doppi cavezzi 42. fara ponti 420 superficiali, che saranno piedi 2. oncie 11. ponti 10. quali notarai sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplicarai li medesimi ponti 10 lineali fia quelli braccia 10 della longhezza, & fara athomi 100. che saranno ponti 8. athomi 4. quali notarai sotto a gli altri 13 produtti, poi multiplicarai anchora li medesimi ponti 10. fia quelle oncie 4. della detta longhezza fara menicoli 40. che fara uno athomo 3. menicoli 4. quali notarai sotto a gli altri 14 produtti, poi multiplicarai finalmente li medesimi ponti 10. fia quelli ponti 6 della longhezza fara momenti 60 di terra, che saranno menicoli 5. quali notandoli sotto quelli altri 15 produtti, & summandoli poi tutti insieme trovarai, che saranno in summa tavole 1084. piedi 0. oncie 10. ponti 4. athomi 10. menicoli 9. onde tirando le tavole in pertiche saranno pur pertiche 45. tavole 4. piedi 0. oncie 10. ponti 4. athomi 10. menicoli 9. si come per l'altro modo.

Et se ti paresse di voler risolvere tal perequatione per il terzo modo notarai li braccia, oncie, & ponti, si della longhezza, come della larghezza a parte di doppi cavezzi, & dapoi multiplicarai le dette due quantita secondo l'ordine di rotti, & trovarai che ti venira il medesimo.

Del costume di Crema, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura che oprano per misurar quelli.

6 Crema con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a pertica, si come costuma Bergamo, & per misurar quelli costumano una misura, pur chiamata cavezzo longa braccia 6. & ciascun braccio è diviso in oncie 12. si come quello di Bergamo, & la oncia, per le ragioni piu volte dette, con la imaginatione si divide in ponti 12. Et similmente uno quadretto di terreno di duoi di detti cavezzi per lato gli dicono pur una tavola di terra, & 24 di dette tavole fanno una pertica di terreno, siche il costume di questa citta, & suo territorio non è differenti in cosa alcuna dal costume di Bergamo, et suo territorio. E per tal la essemplificatione del costume di questa per non far altro capo la rimettiamo a quelli medesimi essempi adutti nel costume di Bergamo.

Divisione della misura lineale chiamata cavezzo, & delle sue parti.
Il cavezzo è braccia 6.
Il braccio è 12 oncie.
La oncia è ponti 12.

Del costume di Mantova & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VIII.

1 Mantova con il suo territorio costumano di vendere, & comperare, li terreni a biolchi, & per misurar detti terreni costumano pur una misura chiamata cavezzo, longa pur braccia 6. alla similitudine di Bergamo, & ciascun braccio è pur diviso in oncie 12. & anchora la oncia (per le ragioni piu volte dette) con la imaginatione dividono in ponti 12. Et similmente uno quadrato di terreno di duoi di detti cavezzi per lato gli dicono pur una tavola di terra, & tavole 100. fanno un biolco di terreno, alcuni gli dicono una biolca di terra. Onde si vede, che la tavola secondo il costume di questa è simile alla tavola secondo il costume di Milano, & anchora di Bergamo, perche ciascheduna è un quadrato di terreno di braccia 12 per lato, e pero anchora le parti della detta tavola sono similmente denominate, cioe che la detta tavola è divisa in piedi 12 di terreno, & il piede in oncie 12. & la oncia in ponti 12. & il ponto in athomi 12. & l'athomo in menicoli 12. & il menicolo in momenti 12.

Divisione del biolco superficiale, & delle sue parti.
Il biolco è tavole 100.
La tavola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è menic. 12.
Il menic. è momenti 12. di terra, cioe superficiali

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

Le rappresentationi delle sopra narrate misure dette cauezzi fra loro, & le sue parti a simplici cauezzi, come che in voce si proferiscono, rappresentano precisamente, come fu detto nelle prime rappresentationi narrate nel precedente costume di Bergamo, cioe come qua sotto si vede notato.

Rappresentationi scritte sotto breuita.
caue. fia caue. fa $\frac{1}{4}$ ta.
caue. fia br. fa $\frac{1}{4}$ p.
caue. fia ℧ fa $\frac{1}{4}$ ℧
caue. fia pon. fa $\frac{1}{4}$ pō.

A multiplicar cauezzi fia cauezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{4}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{4}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{4}$ ponti di terra, cioe superficiali.

---

braccia fia br. fa oncie
braccia fia oncie fa pon.
braccia fia pon. fa ath.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

℧ fia ℧ fa ath.
℧ fia pō. fa me.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

---

pō. fia pō. fa momenti.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Ma per fuggir quelle rotte rappresentationi, lodarei, che li cauezzi si notassero a misure di duoi cauezzi per misura, come fu detto, & fatto nel precedente capo, del costume di Bergamo, siche facendo tai rappresentationi verranno senza rotti, & piu facilmente si conseruaranno nella memoria, e pero qui di sotto tele ho annotate, & in tal modo le ponemo nelle nostre site pertegationi, cioe a misure di doppi cauezzi, & a braccia 12 per ciascuna di tai misure.

Rappresentationi delle sopradette misure lineali multiplicate fra

loro a duoi cauezzi per misura principale, detta doppi cauezzi.

Rappresentationi notate sotto breuita.
2. c. fia 2. c. fa ta.
2. c. fia br. fa p.
2. c. fia ℧ fa ℧
2. c. fia pō. fa pō.

Doppi cauezzi fia 2 cauezzi rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
Doppi cauezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2. cauezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2. cauezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

---

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia ℧ fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

℧ fia ℧ fa athomi.
℧ fia pō. fa menicoli.

oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

---

pō. fia pō. fa momenti.

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

---

vna pezza di terra
longa 2 ca. 20.
lessa 2 ca. 5.

fa t. 100. cioe vn biolco

2 cauezzi 10.

2 ca. 5.

tauole 100. cioe vn biolco.

2 HOr che inteso hai le rappresentationi delle sopra notate misure lineali multiplicandole fra loro. Supponeremo che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 20. & larga doppi cauezzi 5. Volendo mo sapere quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur secondo il solito li doppi cauezzi 5 della larghezza, fia quelli doppi cauezzi 20 della longhezza, fara tauole 100. che veniria a esser vn biolco di terreno.

Il medesimo seguiria quando che vna tal pezza di terra fosse longa doppi cauezzi 25 & larga doppi cauezzi 4. perche multiplicata la larghezza fia la longhezza faria medesimamente tauole 100. che saria pur vn biolco di terreno.

vna pezza di terra
longa 2 ca. 321.
lessa 2 ca. 54.

fa biolchi 173. t. 34.

3 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra (intendendo sempre tal rettangola, se altro non si dice) longa doppi cauezzi 321. & larga doppi cauezzi 54. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur li doppi cauezzi 54 della larghezza fia li doppi cauezzi 321 della longhezza faranno tauole 17334 di terreno, liquali partendole per 100. ne veniria biolchi 173. & tauole 34. & tanto sara la detta pezza di terra.

Supponemo

4 Supponiamo anchora che sia una pezza di terra longa doppi cavezzi 54. braccia 10. & larga doppi cavezzi 35. br. 7. on. 8. per saper quanto sia tal pezza di terra, & volendo proceder per quel primo modo piu volte detto, ridurai quelli doppi cavezzi 54. braccia 10 della longhezza, tutti in braccia, che fara braccia 658. & ridurai anchora quelli doppi cavezzi 35. braccia 7. oncie 8. tutti in oncie, che saranno oncie 5132. poi multiplica quelli braccia 658 della longhezza fia quelle oncie 5132 della larghezza fara 3376856. & quelli saranno ponti di terreno, cioe superficiali, quali tirandoli in oncie saranno oncie 281404. ponti 8. tirando poi le oncie in piedi, & li piedi in tavole haverai tavole 1954. piedi 2. oncie 4. ponti 8. facendo poi le tavole in biolchi (partendoli per 100) haverai finalmente biolchi 19. tavole 54. piedi 2. oncie 4. ponti 8. & tanto sara la detta pezza di terra, che se la provarai secondo l'ordine, che nel costume di Verona t'insegnai, la trovarai buona.

una pezza di terra

longa 2 ca. 54. braccia 10 —— la prova è braccia 0.
tesa 2 ca. 35. braccia 7. oncie 8. la prova è oncie 1.

fa biolchi 19. tavole 54. piedi 2. oncia 4. ponti 8. la prova è ponti 0.

Ma volendo procedere in tal conclusione per il secondo modo, cioe senza muovere le misure dell'esser suo, multiplica quelli doppi ca. 35 della larghezza, fia quelle due specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 54 di detta longhezza, fara tavole 1890. quale salvarai da banda, poi multiplica li medesimi doppi cavezzi 35 fia quelli braccia 10 della longhezza, & fara piedi 350. che saranno tavole 29. piedi 2. quale notarai sotto all'altro primo produtto, fatto questo multiplicarai anchor quelli braccia 7 della detta larghezza, fia quelle medesime due specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi ca. 54. fara piedi 378. che saranno tavole 31. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri doi produtti, poi multiplicarai quelli medesimi braccia 7. fia quelli altri braccia 10 della longhezza fara oncie 70. che saranno piedi 5. oncie 10. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 8 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure di detta longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 54. fara oncie 432. che saranno tavole 3. quale notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplicarai le dette oncie 8. fia quelli braccia 10 della longhezza fara ponti 80. che saranno oncie 6 ponti 8. da notar sotto a gli altri cinque produtti, finalmente summarai insieme li detti 6 produtti, & trovarai che saranno in summa tavole 1954. piedi 2. oncie 4. ponti 8. facendo poi le tavole in biolchi (partendoli per cento) haverai similmente biolchi 19. tavole 54. piedi 2. oncie 4. ponti 8. si come per l'altro modo.

Se ti paresse mo di volerla far per il terzo modo, recarai quelli braccia 10 della longhezza a parte di doppio cavezzo, che trovarai esser $\frac{5}{6}$, & similmente farai di quelli braccia 7. oncie 8 della larghezza, che trovarai esser $\frac{23}{36}$, poi multiplicando li doppi cavezzi $35\frac{23}{36}$ fia li doppi cavezzi $54\frac{5}{6}$ secondo l'ordine dato nelli rotti, come piu volte è stato detto, & trovarai che ti venira il medesimo.

5 Per ultimar questa pratica nel maggior numero di varie specie di misure. Supponemo anchora, che sia una pezza di terra longa doppi cavezzi 53. braccia 10. oncie 3. ponti 4. & longa doppi cavezzi 42. braccia 9. oncie 8. ponti 6. & volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Volendo proceder per il primo modo ridurai quelle 4 specie di misure, si della longhezza, come della larghezza in ponti lineali, che trovarai la longhezza esser ponti 93064. & la larghezza ponti 73974 poi multiplica quelli ponti della larghezza fia quelli ponti della longhezza, & trovarai che saranno 6884316336. & quelli saranno momenti di terra, cioe superficiali quali tirandoli in menicoli con il partirli per 12. & li menicoli in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tavole, haverai in ultimo tavole 2305. piedi 6. oncie 6. ponti 3. athomi 4. menicoli 4. & momenti 0. Tirando poi le tavole in biolchi, con partirli per 100. & haverai biolchi 23. tavole 5. piedi 6. oncie 6. ponti 3. athomi 4. menicoli 4. momenti 0. & tanto conchiuderai esser tal pezza di terra. Aricordandoti, che se la provarai a procedere con la prova per fino alli momenti nella sua conclusione.

una pezza di terra

longa 2 ca. 53. braccia 10. oncie 3. pon. 4. —— la prova è ponti 6.
tesa 2 ca. 42. braccia 9. oncie 8. pon. 6. —— la prova è ponti 5.

fa biol. 23. ta. 5. p. 6. oncie 6. pon. 3. athomi 4. menicoli 4. momenti 0. la prova è momenti 2.

Ma volendo in tal operatione procedere per il secondo modo, cioe senza mutare le misure del suo essere, multiplicarai li doppi cavezzi 42 della larghezza sulla quelle quattro specie di misure della longhezza, & prima fia quelli altri doppi cavezzi 53. & trovarai che fara tavole 2226. quale notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42. fia quelli braccia 10 della longhezza fara piedi 420 di terra, che fara tavole 35. quale notarai sotto alle altre prime, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42. fia quelle oncie 3 della longhezza fara oncie 126 superficiali, che fara piedi 10. & 6. quale notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42. fia quelli ponti 4 della longhezza fara ponti 168. che faranno piedi 1. oncie 2. ponti 0. quali notarai sotto a gli altri 3 produtti, & fatto questo pigliarai li braccia 9 della larghezza, & quelli multiplicarai fia quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 53. & fara piedi 477. che faranno tavole 39. piedi 9. quali notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9 fia quelli braccia 10 della longhezza fara oncie 90 che faranno piedi 7. oncie 6. quali notarai sotto a gli altri cinque produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9. fia quelle oncie 3 della detta longhezza, & fara ponti 27. che faria oncie 2. ponti 3. i quali notarai sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9. fia quelli ponti 4. della larghezza, fara athomi 36. che faranno ponti 3. quali notarai sotto a gli altri 7 produtti, fatto questo pigliarai le oncie 8 della larghezza, & multiplicarai fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 53. che fara oncie 424. che fara piedi 35. oncie 4. cioe tavole 2. piedi 11. oncie 4. quali notarai sotto a gli altri 8 produtti, poi multiplicarai le medesime oncie 8. fia quelli braccia 10. della longhezza fara ponti 80. che fariano oncie 6. ponti 8. quali notarai sotto a gli altri 9 produtti, poi multiplicarai le medesime oncie 8. fia quelli ponti 3 della longhezza fara athomi 24. che faranno ponti 2. quali notarai sotto a gli altri 10 produtti, poi multiplicarai le medesime oncie 8. fia quelli ponti 4. della longhezza fara menicolli 32. che faranno athomi 2. menicoli 8. quali notarai sotto a gli altri 11 produtti, fatto questo pigliarai quelli ponti 6 della detta larghezza, & quelli multiplicarai medesimamente fia quelle quattro specie di misure della detta longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 53. fara ponti 318. che faranno oncie 26. ponti 6. cioe piedi 2. oncie 2. ponti 6 da mettere sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplicare anchora quelli medesimi pōti 6. fia quelli braccia 10 di detta longhezza fara athomi 60. che faranno ponti 5 da ponere sotto a gli altri 13 produtti, poi multiplicare anchora li medesimi ponti 6 fia quelle oncie 3 della detta longhezza fara 18 menicolli, che faranno athomi 1. menicoli 6 da mettere sotto a gli altri 14 produtti, poi multiplicare finalmente li medesimi ponti 6 fia quelli ponti 4 della detta longhezza, fara momenti 24. che faranno menicoli 2 da mettere sotto a gli altri 15 produtti, & dapoi summando tutti li detti 16 produtti insieme, trovarai che faranno medesimamente tavole 2303. piedi 6. oncie 4. ponti 3. athomi 4. menicoli 4. & momenti 0. che fara per biolchi 23. tavole 3. ponti 3. ath. 4. menicoli 4. & momenti 0. si come per l'altro modo fu trovato.

Divisione della principale misura lineale detta cavezzo, & delle sue parti, & parti di parti.
Il cavezzo é braccia 6.
Il brazzo é oncie 12.
La oncia é ponti 12.

Ma se ti parera di voler procedere per il terzo modo, per essercitarti per tutti li versi, recarai tutti quelli braccia, oncie, e ponti, si della larghezza, a parte di doppio cavezzo, poi multiplicando secondo la regola di rotti, & trovarai il medesimo.

Del costume di Brescia, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. IX.

Divisione del pio, et della tavola di terra, cioe superficiale, & delle sue parti, & parti di parti.
Il pio é tavole 100.
La tavola é piedi 12.
Il piede é oncie 12.
La oncia é ponti 12.
Il ponto é athomi 12.
L'athomo é meni. 12.
Il menic. é momēti 12.
di terra, cioe superficiali

BResscia con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a pio, & per misurare li detti terreni costumano pur una misura chiamata cavezzo pur longa braccia 6. (alla similitudine di Bergamo, & di Mantova) & il brazzo di tal misura lo dividono per in 12 oncie, & la oncia (per le ragioni piu volte dette) con la imaginatione (& non in atto) la dividono in ponti 12. Et uno quadro di terreno di doi detti cavezzi per lato gli dicono per una tavola di terreno, & 100 di dette tavole, fanno un pio di terra, la tavola poi la dividono per in 12 piedi, & il piede in 12 oncie, & la oncia in 12 ponti, & il ponto in 12 athomi, l'athomo in 12 menicoli, & il menicolo in 12 momenti, & tutte queste parti, & parti di parti di detta tavola s'intendono di terra, cioe superficiali, come piu volte è stato detto, nelli costumi delle altre citta, e pero si vede che il costume di questa citta nō è differente dal costume di Mantova, eccetto in quel nome biolco, che lo chiamano pio, ma in tutti gli altri nomi, divisioni, et quantita, si della misura lineale, & parti di quella, come che anchora nella divisione del biolco, over pio sono in tutto simili. Et anchora le rappresentationi delle sopradette misure lineali, & le sue parti, multiplicate fra loro saranno simile, e per tanto anchora in queste si puo notar le calculationi, &

rappresentationi

rappresentationi in duoi modi, cioe a simplici cavezzi, come si proferiscono in voce, overo in scritto (come che nel costume di Mantoua fu detto) come di sotto vedi, & anchora per maggior commodita si ponno notar a doppi cavezzi.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro secondo le notationi di simplici cavezzi.

A multiplicar cavezzi fia cavezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tavole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{2}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{2}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{2}$ ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi notate sotto brevita.
cavez. fia cavez. fa $\frac{1}{4}$ ta.
cavez. fia br. fa $\frac{1}{2}$ p.
cavez. fia ⊖ fa $\frac{1}{2}$ ⊖
cavez. fia pon. fa $\frac{1}{2}$ pō.

braccia fia br. fa oncie
braccia fia oncie fa pon.
braccia fia pon. fa ath.

⊖ fia ⊖ fa ath.
⊖ fia pō. fa me.

pō. fia pō. fa momenti.

Ma perche in effetto, per quelli rotti, che interuengono in tai rappresentationi si causa alquanto difficulta a mandarle alla memoria, e per tal rispetto, che tai misurationi si notassero a misure di duoi cavezzi per misura (come fu detto nel costume di Bergamo, & di Mantoua) & tai misure chiamarle doppi cavezzi, divisi in braccia 12. & le dette rappresentationi saranno senza rotti, vero è che coloro, che sono usati, & assuefatti alla usanza antica gli parera strano a rimouersi da quella, e pero per satisfare a l'una, & l'altra openione habbiamo posto le dette rappresentationi per l'una, & l'altra via, delle quali usarai quella, che piu ti aggradira, vero è che le nostre essempla misurationi le noteremo a misure di doppi cavezzi.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro, secondo la notatione di doppi cavezzi per misura principale.

Doppi cavezzi fia 2 cavezzi rappresentano tavole di terra, cioe superficiali.
Doppi cavezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2. cavezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2. cavezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

---

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

---

oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

---

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi a doppi cavezzi per misura principale.
2. c. fia 2. c. fa ta.
2. c. fia br. fa p.
2. c. fia ⊖ fa ⊖
2. c. fia pō. fa pō.

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia ⊖ fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

⊖ fia ⊖ fa athomi.
⊖ fia pō. fa menicoli.

pō. fia pō. fa momenti.

1 HOr che inteso hai le rappresentationi delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro, & si secondo la notatione di simplici cavezzi, come di doppi cavezzi. Supponeremo mo, che sia una pezza di terra rettangola doppi cavezzi 25. & larga doppi cavezzi 4. Volendo saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica secondo il solito li doppi ca. 4. della larghezza, fia quelli doppi cavezzi 25 della longhezza fara 100. & queste saranno tavole (perche doppi ca. fia 2 ca. rappresentano tavole) & perche tavole 100 fanno un pio di terreno, diremo tal pezza di terra esser un pio. Il medesimo seguiria se tal pezza di terra fosse longa doppi cavezzi 20. & larga doppi cavezzi 5. perche multiplicando 5 fia 20 fariano pur tavole 100. che saria pur un pio.

una pezza di terra
lō. 2 c. 25.
la. 2 c. 4.

fa ta. 100. cioe un pio

2 ca. 25.
2 ca. 4.

tavole 100. cioe un pio.

2 SVpponemo anchora che sia una pezza di terra (pur rettangola) longa doppi cavezzi 125. & larga doppi cavezzi 125. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur secondo il solito li doppi cavezzi 125 della larghezza fia li doppi cavezzi 125 della longhezza, & trouarai, che faranno tavole 15625. lequali tirandole in pio con il partirle per 100. fariano pio 156. & tavole 25.

una pezza di terra
lon. 2 ca. 125.
la. 2 ca. 125.

fa pio. 156. ta. 25.

4 SVpponimo anchora che sia vna pezza di terra rettangola, longa doppi cauezzi 53. braccia 10. oncie 5. & larga doppi cauezzi 46. braccia 5. oncie 5. per saper quanto sia tal pezza di terra, & secondo quel primo modo piu volte detto, reccarai tutte quelle tre specie di misure, si della longhezza, come della larghezza a oncie lineali, & trouarai la longhezza esser oncie 7757. & la larghezza oncie 6687. fatto questo multiplica le dette oncie 6687. fia quelle oncie 7757. & trouarai che saranno athomi 51871049. quali tirandoli in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, hauerai in vltimo tauole 2501. piedi 5. oncie 11. ponti 8. athomi 3 di terreno, & tirando poi le tauole in pio (partendole per 100) hauerai pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. athomi 3. & se ne farai proua la trouarai buona.

vna pezza di terra
longa doppi cauezzi 53. braccia 10. oncie 5. la proua è oncie 1.
tessa doppi cauezzi 46. braccia 5. oncie 5. la proua è oncie 2.

---

fa pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. athomi 3. la proua è athomi 2.

Ma volendo risoluere tal pertegatione per il secondo modo, cioe senza mouere le misure dal esser suo, procederai come nelle passate, cioe multiplica quelli doppi cauezzi 46 della larghezza, fia quelle 3 specie di misure della longhezza di vna in vna, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. che trouarai che fara tauole 2438. quale saluarai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 46. fia quelli braccia 10 della longhezza fara piedi 460. che saranno tauole 38. piedi 4. quali notarai sotto all'altro primo prodotto, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 46. fia quelle oncie 5 della longhezza, fara oncie 230. che saranno piedi 19. oncie 2. cioe tauole 1. piedi 7. oncie 2. quali notarai sotto a gli altri duoi prodotti, fatto questo multiplicarai mo quelli braccia 5 della detta larghezza, fia quelle 3 specie di misure della gia detta longhezza, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. fara piedi 265. che saranno tauole 22. piedi 1. quali notarai sotto a gli altri 3 prodotti, poi multiplicare li medesimi braccia 5. fia quelli altri braccia 10 della longhezza, fara oncie 50. che saranno piedi 4. oncie 2. da notar sotto a gli altri 4 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelle oncie 5 della detta longhezza, fara ponti 25. che saranno oncie 2. ponti 1. quale notarai sotto a gli altri 5 prodotti, fatto questo multiplicarai quelle oncie 5 della detta larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. fara oncie 265. che saranno piedi 22. oncie 1. cioe tauole 1. piedi 10. oncie 1. quali notarai sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie 5. fia quelli braccia 10 della detta longhezza, fara ponti 50. che saranno oncie 4. ponti 2. quali notarai sotto a gli altri 7 prodotti, poi multiplicarai finalmente le medesime oncie 5. fia quelle altre oncie 5 della longhezza faranno athomi 25. che saranno ponti 2. athomi 1. quali ponerai sotto a gli altri 8 prodotti, & summando poi tutti li detti 9 prodotti insieme trouarai, che saranno per tauole 2501. piedi 5. oncie 11. ponti 8. athomi 3. che tirando le tauole 2501 in pio, saranno in tutto pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. athomi 3. si come per l'altro modo.

Et parendoti di voler essequire tal pertegatione per quel terzo modo detto in ciaschaduno de gli altri costumi passati, credo che horamai ti debbia esser noto senza piu particolarmente ti dica, che tutti quelli braccia, & oncie, si della longhezza, come della larghezza si debbano reccare a parte di doppio cauezzo, poi multiplicando secondo la regola di fani, & vorrisi trouara il medesimo.

5 SVpponiamo anchora (per vltimar questa pratica in tutte le varieta di misure, che occorrer possa) che sia vna pezza di terra rettangola, longa doppi cauezzi 54. braccia 9. oncie 7. ponti 3. & larga doppi cauezzi 51. braccia 5. oncie 8. ponti 10. per saper quanto sia tal pezza di terra per il primo modo, ridurai tutte quelle quattro specie di misure, si della longhezza, come della larghezza a ponti lineali, & che facendo trouarai la longhezza esser ponti 94695. & la larghezza pō. 88954. fatto questo multiplicarai quelli pō. 88954 della larghezza, fia quelli ponti 94695 della longhezza, & trouarai che saranno momenti 8423499030. di terreno, cioe superficiali, i quali tirandoli in menicoli (con partirli per 12) & li menicoli in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pio (con partirle per 100) hauerai in vltima pio 28. tauole 21. piedi 0. oncie 2. ponti 10. athomi 2. menicoli 0. momenti 6. & se ne vorrai far la proua general per 7. trouarai la proua della longhezza esser ponti 6. & quella della larghezza esser ponti 5. & multiplicando le dette due proue faranno momenti 30. la cui proua è momenti 2. & tanto trouarai esser la proua della conclusione, come di sotto in figura appare.

longa

vna pezza di terra
longa doppi cavezzi 54. braccia 9. oncie 7. ponti 3 —— la proua è ponti 6.
larga doppi cavezzi 51. braccia 5. oncie 8. ponti 10 —— la proua è ponti 5.

---

fa pio 28. tavole 11. piedi 0. oncie 1. ponti 10. ath. 2. menicoli 0. momenti 4. la proua è momenti 2.

Ma volendo risoluere tal peregatione per il secondo modo, cioe lasciando tutte le misure nel esser suo, procederai secondo il solito, cioe multiplicarai quelli doppi cavezzi 51. della larghezza, fia quelle quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cavezzi 54. & trouarai che fara tavole 2754. quale salvarai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 51. fia quel li braccia 9 di detta longhezza, fara piedi 459. che faranno tavole 38. piedi 3. quale notarai sotto a l'altro primo prodotto, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 51. fia quelle oncie 7 della longhezza, fara oncie 357 di terra, che faranno tavole 2. piedi 5. oncie 9. quale notarai sotto a gli altri duoi prodotti, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 51. fia quelli pōti 3 della longhezza, fara ponti 153. che fara ponti 1. & 0. pōti 3. quali notarai sotto a gli altri 3 prodotti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 5 della larghezza, fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cavezzi 54. fara piedi 270. che fara tavole 22. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri quattro prodotti, poi multiplicarai anchora li medesimi braccia 5. fia quelli altri braccia 9 della longhezza fara oncie 45. che faranno piedi 3. oncie 9 da notar sotto a gli altri 5 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelle oncie 7 della longhezza, fara ponti 35. che fara oncie 2. ponti 11 da notar sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelli ponti 3 della longhezza, fara athomi 15. che fara pō. 1. ath. 3 da notar sotto a gli altri 7 prodotti, fatto questo multiplicar anchora quelle oncie 8 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cavezzi 54. fara oncie 432. che faranno tavole 3. piedi 0. oncie 0. da notar sotto a gli altri 8 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelli braccia 9 della longhezza, fara ponti 72. che faranno oncie 6. da notar sotto a gli altri 9 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelle altre oncie 7 della longhezza, fara athomi 56. che fara ponti 4. athomi 8. da notar sotto a gli altri 10 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelli ponti 3 della longhezza fara menicoli 24. che faranno athomi 2. da notar sotto a gli 11 prodotti, fatto questo multiplicar anchora quelli 10 ponti della larghezza, fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li 2. ca. 54. che fara ponti 540. che faranno piedi 3. oncie 9. da notar sotto a gli altri 12 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. fia quelli braccia 9 della detta longhezza, fara athomi 90. che fara ponti 7. athomi 6. da notar sotto a gli altri 13 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. fia quelle oncie 7 della detta longhezza, fara menicoli 70. che fara athomi 5. menicoli 10. da notar sotto a gli altri 14 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. finalmente fia quelli altri ponti 3. fara momenti 30. che fara menicoli 2. momenti 6. da notar sotto a gli altri 15 prodotti, poi summando tutti li detti 16 prodotti insieme si trouara che faranno medesimamente tavole 2811. piedi 0. oncie 1. ponti 10. athomi 2. menicoli 0. momenti 4. si come per l'altro modo, cioe pio 28. tavole 11. piedi 0. oncie 1. ponti 10. athomi 2. menicoli 0. momenti 4. & con tal ordine procederai nelle altre simili.

Nota che queste simile, & altre si potriano risoluere secondo l'ordine del multiplicar per crosetta, & anchora per via di scachiero, come fu detto nel costume di Verona, & fariano molto piu leggiadre operationi, ma per non ti confondere gli ho posposti, perche mi basta hauerti di cio auertito.

Volendo soluere la medesima per il terzo modo, per farti pratico per tutti li versi, cioe reccando tutti quelli braccia, oncie, ponti, si della longhezza, come della larghezza a parte di doppio cavezzo, & multiplicar secondo l'ordine di numeri sani, & rotti lo puoi fare, & facendo trouarai che ti venirà medesimo.

Del costume di Firenze, & del suo territorio circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli, secondo che narra Frate Luca dal Borgo San Sepolcro. Cap. X.

1 FRate Luca dal borgo nel suo trattato di Geometria, volendo dichiarare il modo, che si costuma a Firenza, & per la Toscana a vendere, & comperar li terreni, & la misura con che si costuma di misurarli, & del modo che si costuma a fare, ouero a risoluere le loro peregationi, dice precisamente in questa forma. Divisione della misura finale detta braccio. Il braccio è oncie 12.

Diuisione del staiora superficiale.
Il staiora è 12 panora.
Il panora è 12 pugnora
Il pugnora è 12 braccia.
Il braccio è 12 oncie.
La oncia è 12 ponti superficiali anchor che fra Luca non lo dica.

Per lo contado di Firenza si vende il terreno a staiora, che vn staioro è 1728 braccia quadri di terra, & soggiunge che 'l detto staioro si diuide in 12 parti eguali, & che ciascuna di quelle se gli dice panoro. Et che vn panoro si diuide in 12 parti eguali, & ciascuna di quelle se gli dice pugnoro, & che anchora il pugnoro si diuide in 12 parti, & a ciascuna di quelle se gli dice braccio di terra quadro, onde vn panoro è 144 braccia di terra quadri, & vn pugnoro è 12 di quelli braccia quadri, & anchora lo staioro è 144 pugnora. Et dapoi la sopradetta dichiaratione, lui seguita poi precisamente, come di sotto è notato.

Parole di Frate Luca formale.

2 Hauendo detto la diuisione, & il modo che si vsa di misurare è da dire, come si multiplica gran quantità di braccia infra loro. Dico che hauendo a multiplicare vna somma di gran numero, come sarebbe a dire 3940 braccia via 3940 braccia, doue puoi tenere il modo delle caselle, ouero per bericocolo, & hauerai 15523600 braccia quadri, delliquali farai staiora in questo modo, che prima ne farai pugnora, che sono 1293633 pugnora 4 braccia. Et dapoi di 1293633 pugnora farai panora, partendo per 12 & hauerai 107802 panora 9 pugnora 4 braccia, & dapoi ne farai staiora diuidendo per 12. & hauerai, che sono 8983 staiora 6 panora 9 pugnora 4 braccia, & per tal modo si può anchora fare.

Parole di fra Luca formale seguitante le precedenti.

Et anchora potresti per l'altro modo fare la detta multiplicatione, ma prima daremo questa ordinatione nel multiplicar Panora, & gli altri nomi fra loro, cioè
Multiplicando braccia per braccia, fanno braccia quadre.
Multiplicando braccia per pugnora, fanno pugnora.
Multiplicando braccia per panora, fanno panora.
Multiplicando braccia per staiora, fanno staiora.
Multiplicando pugnora per pugnora, fanno pugnora, come dicendo 6 pugnora via 8 pugnora, fanno 48 panora, che sono 4 staiora.
Multiplicando pugnora per panora, fanno staiora, come dicendo 6 pugnora via 8 panora, fanno 48 staiora.
Multiplicando pugnora via staiora, fanno per ogni volta 12 staiora, come a multiplicare 6 pugnora via 8 staiora, fanno 48 volte 12 staiora, che sono 576 staiora.
Multiplicando panora per panora fanno per ogni volta 144 staiora, che hauendo a multiplicare 6 staiora via 8 panora fanno 48 volte 144 staiora, che sono 6912 staiora.
Multiplicando staiora per staiora fanno per ogni volta 1728 staiora, come
Multiplicando 6 staiora via 8 staiora, fanno 48 volte 1728 staiora, che sono 82944 staiora.

Parole del detto Fra Luca seguitanti le precedenti.

st.	pa.	pu.	br.
2.	3.	4.	4.
2.	3.	4.	4.
0.	0.	1.	4.
0.	2.	8.	0.
3.	4.	0.	0.
40.	0.	0.	0.
300.	0.	0.	0.
1728.	0.	0.	0.
6912.	0.	0.	0.
Sũma 8983.	6.	9.	4.

3 Et accio che meglio s'habbia lo intendimento diremo, io voglio multiplicare 3940 braccia via 3940 braccia da terra intendi. Doue farai prima di 3940 braccia staiora, e panora, pugnora, & braccia, che sono 2 staiora, & 3 panora, & 4 pugnora, & 4 braccia, adunque a multiplicare 3940 braccia via 3940 braccia, è come a multiplicare 2 staiora. 3 panora. 4 pugnora. 4 braccia, doue per questo fare segnarai queste quantità a modo di caselle, ouer crosetta, cioè 2 staiora, 3 panora, 4 pugnora, & 4 braccia, segnando le specie eguali, cioè le staiora sotto le staiora, & le panora sotto le panora, & le pugnora sotto le pugnora, & le braccia sotto le braccia, come io ho fatto nella dispositione dal lato, & incomincia al minor grado sempre ascendendo per ordine, & diremo 4 braccia via 4 braccia fanno 16 braccia, che sono vn pugnoro, & 4 braccia, & questo segna. Et dapoi multiplicarai le braccia contra alle pugnora, dicendo 4 braccia via 4 pugnora, fanno 16 pugnora, & vn'altra volta per la crosetta, 4 braccia via 4 pugnora, fanno 16 pugnora, che aggionte alle 16 pugnora di prima, fanno 32 pugnora, che sono 2 panora, & 8 pugnora, i quali segna, come ordinando vn casellaccio, dipoi multiplicarai li braccia contra le panora multiplicando sempre per canto, dicendo 4 braccia via 3 panora, fanno 12 panora, & vn'altra volta per la crosetta 4 braccia via 3 panora, fanno 12 panora, che giunte alle 12 panora, fanno 24 panora, & a quelli aggiongi la multiplicatione di 4 panora via 4 pugnora, che fanno 16 panora, saranno 40 panora, che sono 3 staiora, & 4 panora & segnale, dipoi multiplicarai li braccia contro alle staiora dicendo 4 braccia via 2 staiora, fanno 8 staiora, &

con

con vn'altra volta per la crosera 4 braccia via 2 staiora, fanno 16 staiora, & a questo aggiongi la multiplicatione di 4 pugnora in 5 panora, & anchora 4 pugnora in 5 panora, ch'è 24 staiora, che con 16 staiora fanno 40 staiora, i quali segna, dipoi multiplicarai 4 pugnora via 2 staiora, & vn'altra volta per la crosera 4 pugnora via 2 staiora, & questo aggiongi la multiplicatione di 5 panora in 5 panora, et haremo 25 volte 12 staiora, cioe staiora 300. i quali segna, et dipoi multiplicarai 5 panora via 2 staiora, & 2 staiora per 5 pugnora, & haueremo 12 volte 144 staiora, cioe 1728 staiora, & segna, & dapoi multiplica 2 staiora via 2 staiora fanno 4 volte 1728 staiora, cioe 6912 staiora, lequali segnarai, & dapoi aggiongi le dette summe fanno 8983 staiora, 6 panora, 9 pugnora, & 4 braccia quadre, come di sopra trouammo. Onde qual modo vuoi puoi vsare, & questo basti quanto a questo, che circa l'instromento ód misurare è da dire.

Parole dell'Auttore della presente opera.

4 EL sopradetto fra Luca in dichiarare questo sol costume di Firenza patria sua, circa al misurare delle terre alquanto oscuramente lo esprime, & per tanto cercaremo di dilucidarlo. Dico adunque per quanto che lui infinisse tal citta di Firenza con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a staiora, & per misurare quelli costumano vna misura chiamata vn brazzo, & abenche non dica che tal brazzo sia diuiso in altre parti, per esser forsi la sua minima misura, nondimeno anchor che in vso tal brazzo non fusse diuiso in altre parti, eglie necessario, per causa di fuggir li rotti di brazzo nel squadrar di triangoli, & capi tagliati (come nel sequente libro s'intendera) di diuidere il detto brazzo, con la imaginatione in 12 parti equali, & queste tai 12 parti, per accordarsi con le altre diuisioni passate, le chiamaremo 12 oncie lineali. Et vn quadretto di terra di vno brazzo lineale per lato gli dicono per brazzo di terra, cioe vn brazzo quadro, o vuoi dir vn brazzo superficiale & 1728 di detti braccia quadri, fanno vn staiora di terreno, ma perche tal numero di 1728 è molto discommodo da maneggiare per la grandezza sua, e pero hanno diuiso il detto staiora di terreno in 12 parti, & ciascheduna di dette parti gli dicono panora, & questo panora lo diuidono anchora in altri 12 parti, a ciascuna di dette parti gli dicono pugnora, & ciascun pugnora vien a esser diuiso in 12 di quelli braccia quadri, cioe di terreno, talche 12 braccia superficiali fanno vn pugnoro superficiale, & cosi 12 pugnora fanno vn panora, & 12 panora fanno vno staiora di terreno, cioe superficiale, ma per quanto posso considerare (per la sua operatione, & conclusione) non solamente vuol che il detto staiora, panora, & pugnora s'intendono superficiale, ma anchora lineali, si come s'intende anchora il brazzo, il qual brazzo vi s'intende linealmente, & superficialmente, & questo si manifesta per quelle multiplicationi, & rappresentationi da lui notate, lequali non mi accade di replicarle, perche tal sue rappresentationi, non credo che siano vsate, ne costumate da quelli del paese per esser via longa, & assai oscura, ma pēso che tal via sia stata da lui trouata per cōcluderla per via di crosera, ma tengo che dalli misuratori di tal paese sia costumato per il primo modo da lui narrato per esser piu facile assai de l'altro da lui narrato, e pero essemplificaremo alquante paregationi, per la quale non accade a tenerle in memoria saluo queste sottoscritte poche rappresentationi.

Rappresentationi delle sopradette braccia lineali, & delle sue parti multiplicate fra loro.

Rappresentationi sono breuita notate.
braccia fia braccia fa br.
braccia fia oncie fa ☉
☉ fia ☉ fa po.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano braccia quadri, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano oncie di terreno, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti di terreno, cioe superficiali.

5 HOr che t'ho dichiarato le rappresentationi della misura lineale fra loro multiplicate. Supponeremo che sia vna pezza di terra rettangola longa braccia 48. & larga braccia 36, per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica secōdo l'ordinario quelli braccia 36 della larghezza fia quelli braccia 48 della longhezza, fara 1728, & quelli sono braccia quadri, cioe superficiali, delliquali ne farai pugnora (partendoli per 12. perche 12 braccia quadri fanno vn pugnoro, ouer pugnora) & te ne venira pugnora 144 di terreno, quali forarai in panora (partendoli per 12) ne venira panora 12. quali farai in staiora partendoli per 12. & finalmente ne venira vn staiora. Et cosi diremo tal pezza di terra esser precisamente vn staiora.

vna pezza di terra longa braccia 48 e sia braccia 36

fa br. 1728. che sono vn staiora.

braccia 48.

b. 36 | braccia 1728. cioe vn staiora.

6 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra longa braccia 175. & larga braccia 150. per saper quanto sia la detta pezza di terra, multiplica quelli braccia 150 della larghezza fia

vna pezza di terra
longa braccia 175.
lesta braccia 139.

fa sta. 14. pa. 0. p. 11. b. 1

quelli braccia 175 della longhezza, & trouarai che faranno 24325. et questi saranno braccia quadri, cioe superficiali, quali tirandoli in pugnora (con partirli per 12) faranno pugnora 2027. braccia 1. poi tirarai li detti pugnora in panora, partendoli per 12. te ne veniria panora 168. pugnora 11. braccia 1. finalmente tirarai li detti panora 168 in staiora, partendoli per 12. te ne veniria in ultimo staiora 14. panora 0. pugnora 11. braccia 1. & tanto sara la detta pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona.

7 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa braccia 123. oncie 10. & larga braccia 114. oncie 7. per saper quanto sia questa tal pezza di terra, puoi procedere per 3 vie, come che in tutti li costumi delle altre citta è stato detto, la prima via è a ridur quelli braccia, & oncie, si della longhezza, come della larghezza, in oncie, il che facendo trouarai la longhezza esser oncie 1486. & la larghezza oncie 1375. hor multiplicarai queste due quantita di oncie l'una fia l'altra, & trouarai che fara ponti 2043250 superficiali, i quali tirandoli in oncie, con partirli per 12. & le oncie in braccia quadri, & li braccia in pugnora, & li pugnora in panora, & li panora in staiora, il che facendo hauerai in vltimo staiora 8. panora 2. pugnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, che se ne farai la proua generale la trouarai buona.

vna pezza di terra
lōga braccia 123. oncie 10 —— la proua è 2.
testa braccia 114. oncie 7 —— la proua è 5.

fa staiora 8. panora 2. pugnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe lasciando li braccia, & le oncie, si della longhezza, come della larghezza nel esser suo, multiplicarai li braccia 114 della larghezza fia quelli braccia 123. oncie 10 della longhezza, & prima fia quelli braccia 123. & trouarai che fara 14022 braccia quadri, cioe superficiali, quali notarai da banda, poi multiplicarai quelli medesimi braccia 114. fia quelle oncie 10 della longhezza, & fara oncie 1140. quali tirandoli in braccia, fara braccia 95. oncie 0. quali notarai sotto al primo prodotto, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 7 della larghezza, fia quelli medesimi braccia 123. oncie 10. & prima fia li braccia 123. fara oncie 861. lequali tirandole in braccia faranno braccia 71. oncie 9. quali notarai sotto a gli altri 2 prodotti, poi multiplicarai finalmente quelle medesime oncie 7 fia quelle altre oncie 10 della longhezza, fara ponti 70. che faranno oncie 5. ponti 10. quali notandole sotto a gli altri 3 prodotti, & summandoli poi tutti 4 insieme, trouarai che faranno braccia 14189. oncie 2. ponti 10. onde tirando le braccia in pugnora, & li pugnora in panora, & li panora in staiora, hauerai finalmente li medesimi staiora 8. panora 2. pugnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10. si come per l'altra via.

Et se ti paresse di voler essequir tal parteggiatione per quel terzo modo piu volte detto, recciarai quelle oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di braccio, poi procedi secondo la regola di rotti, & trouarai il medesimo.

Nota che questa, & altre simili (come fu detto sopra la pratica di Verona) si potriano far per modo di crosetta, & anchora secondo l'ordine del scachiero, cioe cominciando le multiplicationi dalle minime misure, cioe dalle oncie, ma per non ti confondere con tante varieta di modi, io me ne scorrero con silentio.

FINE DEL SECONDO LIBRO.

IL TERZO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

Dell'istrumento materiale, necessario a misuratori di terreni, chiamato squadro, & come si fabrica, & si conosce s'eglie giusto. Cap. I.

1 HAuendo nel precedente libro dichiarato il modo, & la regola da saper trouare, & assignare con numeri & misure la quantita dell'area superficiale di ogni pezza di terra di forma rettangola, ma perche rare volte interuiene, che vna pezza di terra sia rettangola, e però é cosa necessaria di mostrare il modo di saper squadrar le dette pezze di terra non rettangole, essendo personalmente in sul fatto. E per tanto si, come che li marangoni, murari, spezza predi, designatori, & altri, é impossibile di ridur le opere loro a perfettione senza quel istromento materiale communamente chiamano squadra (che da mathematici é detto angolo retto) per poter con quello ridure le forme imperfette (come é detto) a perfettione, il medesimo interuiene al misurator di terreni, cioe ch'eglie impossibile di poter ben squadrare vna pezza di terra di forma non rettangola, senza lo aiuto di quell'istromento materiale chiamato squadro, ouer squadra a tal negotio pertinente, il qual squadro non é altro, che vno istrumento da saper formar con l'aspetto l'angolo retto, che da pratici é detto angolo a squara, il qual istrumento communamente si costuma di far far al tornitore vn tondo alla similitudine di vno taiero di buon legno forte, piano da vna banda, grosso almeno duoi dita, & da l'altra banda con vn buso, talmente che si possa fittar in cima d'vn bastone, ouer asta lóga circa piedi 4. laqual asta habbia da l'altro capo vn pontal di ferro per poter piantare tal istrumento in terra, la suprema parte piana, & tonda, vuole esser di diametro circa vna spanna, vero é quanto ch'eglie di maggior diametro, eglie piu giusto, ma é poi piu discommodo da portarsi dietro, poi per compire questo tal istrumento, alcuni costumano di assettarui nella detta suprema circolar superficie piana, quala pongo sia il cerchio. a b c d. quattro busettini, ouer forami nelli 4 ponti a b c d. l'uno a dirimpetto all'altro, cioe il forame b sia adirimpetto al forame a. & il forame d. adirimpetto al c. talmente che la linea visuale, che trasira per b. & a per fin in f. seghi ad angoli retti la linea visuale, che transira per c. & d. per fin in. e. nel centro del cerchio a b c d. alcuni altri costumano di ponere in luogo di 4 forami 4 pontine acute, & có quelle si seruino in tai negotij. Ma a me pare, che ne vno, ne l'altro di questi duoi modi possa seruire per trasguardare da alto a basso, ouer da basso in alto (essendo piátato lo detto istrumento perpendicolarmente) laqual cosa spesso accade, e però a me mi par che segando diligentemente la detta superficie a b c d. con vna seghatta sotile dal ponto a. al ponto. b. profondando la detta segatura, quasi per tutta la grossezza del detto istrumento, & il medesimo far dal ponto. c. al ponto. d. talmente che queste due segature si venghino a intersecare ad angoli retti nel centro di tal superficie piana, vero é che bisogna esser diligentissimo in far le dette due segature, cioe che s'intersechino talmente che facciano li quattro angoli nel centro di tal istrumento equali fra loro, & che le segature procedano rettamente, o vuoi dir perpendicolarmente per la grossezza di tal istrumento, & fatto questo sara compito il detto istrumento, qual nelle operationi stara, come che in margine vedi, & essendo tal istrumento perpendicolarmente piantato, & occorrendo a trasguardare per la segatura. b a qualche segno in alto posto dalla banda verso. a. sempre potrai esseguire il tuo intento abbassando con l'occhio di sotto dal ponto. b. cioe nel fondo della segatura, facendo víscir la linea visuale per la suprema parte della segatura verso il ponto a. & cosi volendo trasguardare per qualche bassura dalla banda verso. b procederai al contrario con il tuo occhio nel ponto. b. e però piu accommodo é tal istrumento con le dette due segature, che per alcuno de gli altri sopradetti duoi modi, come che con la isperienza da te medesimo te ne potrai chiarire, perche tal particolarita mal si puo dar ad intendere in scrittura.

squadra materiale necessaria a marangoni, murari, spezza predi, designatori, & altri.

squadro per squadrar li terreni.

Come si puo conoscere se un squadro material é giustamente segato.

2 PEr conoscere se'l tuo squadro é giusto, cioe giustamente segato, pianta tal tuo istrumento in qualche terreno piano, hor poniamo che la suprema superficie di tal istrumento piantato sia il

cerchio.a.b.&.c.d. il cui centro sia il ponto.i.fatto questo farai piantar vn segno alquanto lontano dal detto istrumento, hor poniamo che tal segno piantato sia il ponto.e.ma piantato talmente, che ponendo l'occhio in ponto.b. guardando per la segatura.b.i.a.si veda il detto ponto.e.fatto questo far piantar vn'altro segno, qual sia il ponto.f.talmente che ponendo l'occhio in ponto.c. senza muouere l'istrumento, & guardando per la segatura.c.i.d.si veda il detto ponto.f.fatto questo si debbe voltar il detto istrumento, senza cauarlo del suo luogo, talmente che il ponto.a.si trasferisca nel luogo, doue che al presente è il ponto.d.&che secondo il ponto.d.si trasferira nel luogo, doue che al presente è il ponto.b.&.il.b.si trasferira nel luogo del.c.&.il.c.nel luogo, doue che prima era.a.come che nella subsequente figura appare, & fatto tal reuolutione assettarai talmente il detto istrumento, che ponendo il tuo occhio nel ponto.d.et guardando per la segatura.d.i.c.che tu veda il ponto.e.& fatto questo senza muouere lo detto tuo istrumento, ponerai il tuo occhio in ponto.b.& guardarai per la segatura.b.i.a. se per sorte tu vederai il ponto.f.sarai chiaro tal tuo istrumento esser stato giustamente segato, secondo il proposito, perche seguira langolo.a.i.d. della prima positione esser equale.a.i.c.della seconda, e pero l'uno, e l'altro di detti duoi angoli (per la 8. diffinitione del primo di Euclide) seranno retti, & similmente gli altri duoi a quelli contraposti (per la 15. del primo del detto Euclide) saranno retti, e per tai ragioni il detto istrumento sara stato segato giustamente secondo il proposito.

Ma se per sorte quando guardarai per il detto ponto.b.della seconda positione non potessi discerner (per la detta segatura.b.i.a.) il detto ponto.f.sarai certo il tuo istrumento esser fallo, cioe esser stato malamente segato, e pero cercarai di refarne segar vn'altro con maggior diligenza, altramente nelle tue operationi, & squadrationi ne seguiria non piccoli errori, e pero circa cio sarai auertente.

Del modo di saper operar il sopradetto squadro materiale, & come che si ha da intendere nelle essemplar squadrationi. Cap. II.

2 PErche saria difficultoso, con tal gran forma d'istrumento nel margine della presente opera a darti il modo, & la regola di saper operar tal istrumento nelle nostre squadrationi, e per tanto auertirai doue sopra di vna linea trouarai segnato vn.o.quello intenderai per il detto squadro, & massime quando tal.o.sara signato con questo.s. laqual lettera rappresenta questo nome squadro.

Da notare.

BIsogna notare, che il misurator di terreni debbe sempre hauere vn mazzo di bacchette dritte, parte sottile, & parte grosse, che siano bianche, cioe scortzate da far piantare per segno nelli luoghi doue occorrera il bisogno, come per l'auenir s'intendera.

2 HOr per meglio intendere la regola, & il modo di saper operar il sopradetto squadro, & cõ ragione dico ch'egli e possibile da vn ponto dato in vna linea retta cicauare vna linea perpendicolarmente, cioe a squadra. Questa propositione Euclide (nella vndecima del suo primo libro) la insegna a essequir con il compasso, & noi in questo luogo mostraremo a mandarla ad effetto con il squadro. Essempi gratia sia la linea retta a b. & in quella sia signato il ponto.c. Volendo mo dal detto ponto.c.cicauare vna linea perpendicolare sopra della detta a b.farai piantare perpendicolarmente vna bacchetta grossa in vna delle due estremita della detta linea.a b.hor poniamo che tal bacchetta sia la.b d.fatto questo piantarai il tuo squadro perpendicolarmente nel ponto.c. & quello girarai talmente, che stando tu con l'occhio dalla banda verso.a.& guardando per vna delle 2 segature tu veda la detta bacchetta.b d.& vista quella, senza muouere il squadro, tu te voltarai con l'occhio a l'altra segatura verso.e.et guardarai per quella, & farai piantar vna bacchetta delle grosse, talmente che tu la veda guardando per la detta seconda segatura, laqual seconda bacchetta pongo sia la.e f. hor dico la distantia, ch'e dal ponto.c. al ponto.e.sara la ricercata linea perpendicolare sopra la linea a b.laqual linea, ouer distantia, che è dal ponto.c.(doue piantato il nostro istrumento) al ponto.e.doue piantata la bacchetta.e f.non l'ho voluta tirare altramente con inchiostro in questo primo essempio, per due ragioni prima, perche nelle peregationi tal linee non si segnano con inchiostro, come che in carta si costuma, anzi s'intendono con la imaginatione, perche come fu detto nella diffinitione della linea, per la distantia di duoi ponti, non è altro che vna linea, anchor che tal linea non visia con color dipenta, ne designata. Et perche quando che la distantia di duoi ponti fusse molto longa volendola far misurare, accio che'l misuratore proceda per linea retta nel misurare bisogna fra la bacchetta.e f.&.il nostro istrumento piantato in ponto.c.piantar molte bacchette, come sono quelle.i. piantate so-

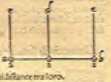
pra la

pra la linea .a b. nelli ponti .a .c .d .e f .b. in margine poste, & tale bacchette vogliono essere delle sotile, & non grosse, lontana vna dall'altra circa .10. ouer .12. pertiche lineali, lequali bacchette con facilita si faranno (con l'aspetto) piantar per retta linea, per mezzo della bacchetta grossa .e f. & del nostro istrumento piantato in ponto .c. e pero il misuratore, per vigore delle dette bacchette piantate, volendo misurare dal ponto .c. al ponto .e. procederai per retta linea, ma senza le dette bacchette piantare facilmente nel misurare si incorreria, o da vna bãda, o da l'altra, facendo molto piu la detta distantia dal .c. al .e. di quello che la fusse, il che saria in danno di colui, che comprasse tal terreno, e pero colui che compra debbe cercare di trouare vn buon misuratore, perche la maggior parte de gli errori, che puo occorrere in vna pertegatione sono in danno di colui che compra, & in vtile di colui che vende, e per tanto bisogna in cio auertire.

bacchete piantate per misurar rettamente dalla a. b.

Da notare.

Bisogna auertire, anchor che in questa prima figuratione non habbi voluto tirare, ouer figurare, con inchiostro dal ponto .c. al ponto .e. la sopradetta linea .c e. (per le ragioni di sopra dette) nondimeno per l'auenire in tutte le simili (per farmi meglio intendere) tirarò tale distantie con inchiostro, e pero nõ te ne marauigliare. Anchor nota che cõ la sopra detta regola puoi eleuar .2. ouer piu linee perpendicolari sopra vna medesima linea, come in margine vedi le .3. linee .a c. .h d. .b e. a squadro sopra la .a b. & pero tutte .3. vengono a esser equidistante tra loro.



3 Anchora dico, che da vn ponto dato fuora di vna linea retta, de indefinita quantita, eglie possibile di tirar vna linea perpendicolare sopra quella. Questa medesima propositione dimostra di esseguire con il compasso Euclide nella .12. del suo primo libro, & noi mostraremo di esseguire tal problema con il nostro istrumento materiale chiamato squadro.

Sia adunque la linea retta .a b. & il põto dato fuor di quella sia .c. dico che dal detto ponto .c. eglie possibile di condur vna linea perpendicolare sopra la .a b. et per far tal effetto piãtarai nel detto ponto .c. vna bacchetta perpendicolare al piano, quala pongo sia la .c e. Similmente ne piantarai, ouer farai piantar vn'altra in vna delle due estremita della data linea .a b. ouer in vna, & l'altra estremita delle quali põgo che l'una sia la .b f. & l'altra la .a g. fatto questo piãtarai il tuo squadro sopra la detta linea .a b. talmente che ponendo il tuo occhio dalla banda verso .a. & guardando per la segatura verso .b. che veda la bacchetta .b f. hor poniamo che tal istrumento talmente posto in questa prima positione sia .h. hor bisogna senza muouer l'istrumẽto mettere l'occhio tuo verso .h. & se guardando per tal segatura per sorte tu potrai rettamente veder la bacchetta .c e. la distantia lineale dal detto ponto .h. al detto ponto .c. saria perpendicolare sopra la data linea .a b. che saria il proposito. Ma se per caso in tal prima positione .h. (come la maggior parte delle volte accade) nõ potrai veder la detta bacchetta .c e. trasportarai tal istrumento piu verso .a. ouer verso il .b. secondo che la ragion naturale ti dira, hor trasportamolo nel ponto .i. & assettamolo pur secondo l'ordine detto, cioe ponendo l'occhio tuo verso .a. che tu veda per la segatura la bacchetta .b f. ouer che ponendo il detto tuo occhio verso .b. & guardando per la segatura verso .a. che tu veda la bacchetta .a g. perche quello che ti venira per vn verso ti doueria venir anchora per l'altro, essendo la linea .a b. retta, e pero se ponendo l'occhio dalla banda verso .a. & vedendo per la segatura la bacchetta .b f. & ponendo poi l'occhio dalla banda verso .b. et guardando per la segatura verso .a. tu non potessi veder la bacchetta .a g. saria segno la data linea nõ esser retta, perche tutti li põti interposti nella linea retta debbono corrispondere alli estremi di quella, ma tornando al nostro primo proposito. Supponemmo pur che da l'una, & l'altra banda che sia posto l'occhio, che si veda la bacchetta contra posta, fatto questo bisogna anchora (senza muouere l'istrumento) trasportar l'occhio dalla banda verso .i. & guardar se per tal segatura tu puoi veder la bacchetta .c e. & se per sorte la vederai, la distantia lineale, che sara dal ponto .c. al ponto .i. sara perpendicolare sopra la detta linea .a b. che saria il proposito.

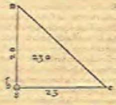
Ma se per sorte guardando per la detta segatura non potrai veder la detta bacchetta .c e. a te sara necessario a trasportar il tuo istrumento sopra la detta linea .a b. verso .a. ouer verso .b. secondo che la ragion naturale ti dira, hor poniamo che trasportandolo in ponto .K. faccia lo sercercato effetto, cioe che ponendo l'occhio dalla banda dell'istrumento verso .a. & guardando per la segatura verso .b. che tu veda la bacchetta .b f. & ponendo anchora il detto occhio dalla bãda verso .K. & guardando per la segatura verso il põto .c. che tu veda la bacchetta .c e. et trouato tal luogo sara chiaro

che la distantia lineale, che sara dal ponto. c. al ponto. k. esser perpendicolare sopra la detta linea. a. b. come che era il proposito di trouare, laqual distantia. c. K. in fatto proprio tu la notificaresti con il far piantar rettamente piu bacchette fra l'istrumento, & la bacchetta. c. e. come nella precedente fu detto. Laqual cosa facilmente farai far a vna seconda persona incontrando tu con l'aspetto ciascuna di dette bacchette, con la bacchetta. c. e. & con il tuo istrumento, ma accio meglio la comprendi ti ho tirata tal linea dal. c. al. k. con inchiostro, come che in margine puoi vedere.

Ma quando che per sorte non trouassi luogo sopra la data linea terrea. a. b. di poter vedere per le due segature la bacchetta. b. f. & la bacchetta. c. e. come che in questa seconda figuratione appare, saria segno, che dal detto ponto. c. non si poria tirare vna perpendicolare sopra la terminata linea. a. b. ma perche la propositione dice sopra vna linea de indiffinita quantita, & per tanto per trouar di conseguir tal effetto, bisogna procedere in piantar il nostro istrumento direttamente in longo, fuora della detta terminata linea. a. b. da quella banda, doue si vedera il bisogno, come saria a dir in ponto. l. nelqual ponto. l. se trasguardando per le due segature potrai discernere la bacchetta. a. g. & la c. e. la distantia lineale, che sara dal. c. al. l. sara perpendicolare sopra la linea. a. b. intesa di indefinita quantita, perche protrahendo la detta linea. a. b. con inchiostro per fin al detto ponto. l. & consignando la distantia lineale con inchiostro dal. c. al. l. quella si vedera sensibilmente esser perpendicolare sopra la linea. a. b. c. che saria il proposito.

Del modo di squadrar li terreni contenuti da linee rette. Cap. III.

1 Dapoi che inteso hai le due precedenti propositioni, lequali in effetto sono il fondamento del maneggiar l'istrumento del squadro, nel squadrar di terreni, voglio che principiamo al detto squadrar di terreni, & prima di quelli che sono in forma triangolare. E per tanto supponemmo che sia la pezza di terra. a. b. c. in forma triangolare, hor volendo saper quanto sia questa pezza di terra, prima troua, se possibile è, vna linea, che dal ponto. a. venghi perpendicolarmente sopra la linea. b. c. onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, se per sorte tal linea cascasse precisamente in ponto. b. detto saria tal triangolo. a. b. c. esser rettangolo, cioe langolo. b. (doue è il squadro) saria retto, & perche ogni triangolo rettangolo è sempre la mita di vna superficie rettangola, laqual superficie rettangola in questo caso saria longa quanto che è la linea. b. c. quala supponemmo esser pertiche 23. & larga quanto che è la linea. a. b. laqual supponemo esser pertiche 20. onde tutta la detta superficie rettangola, in questo caso veneria a esser il produtto di pertiche 20. fia pertiche 23. che saria tauole 460 di terreno, ma perche il detto triangolo é solamente la mita di tal integra superficie rettangola, e pero pigliaremo la mita di quelle ta. 460. che sara ta. 230. & cosi diremo tal pezza di terra triangolar esser ta. 230 di terreno, & tutto questo generalmente si dimostra nella



41 del primo di Euclide, dallaqual propositione nella pratica di geometria si costuma a determinare l'area superficiale d'ogni specie di triangolo rettilineo, in tre modi, prima con il multiplicar la quantita della perpendicolare fia la quantita di quel lato doue casca sopra la detta perpendicolare, il qual lato si chiama basa del detto triangolo, & di tal produtto pigliarne la mita, come che di sopra é stato fatto, che habbiamo multiplicato la quantita della perpendicolare. a. b. laqual é pertiche 20. fia la quantita della basa. b. c. quale é 23 fa 460. & la mita di quella, che sara 230. habbiamo detto esser l'area superficiale di tal triangolo. a. b. c.

Il secondo modo é a multiplicar la mita della perpendicolar. a. b. laqual mita sara pertiche 10. fia quelle pertiche 23 della basa, & fara medesimamente tauole 230. si come per l'altro modo.

Il terzo modo é a multiplicar tutte quelle pertiche 20 della perpendicolare fia la mita di quelle pertiche 23 laqual mita saria pertiche 11 $\frac{1}{2}$, onde multiplicando 20 fia 11 $\frac{1}{2}$, fara medesimamente 230 si come per gli altri duoi modi.

Son certo che colui, che intende queste pratiche, con queste mie tanto minute dichiarationi gli verro in fastidio, ma tai mie minute dichiarationi non le pongo per coloro che le sanno, ma solamente per insegnarle a coloro che non le sanno, e pero non ti scandalizar di me, perche vna cosa é a voler mostrar simplicemente, che l'huomo sa, & vn'altra é il voler insegnar a quelli, che non sanno.

2 Supponemmo anchora che sia la triangolar pezza di terra. a. b. c. dellaquale supponemmo anchora che la basa. b. c. sia pertiche 18. per saper quanto sia tal pezza di terra, bisogna dal ponto

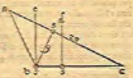
a. che

a.che è fuora della detta linea.b c.condure vna linea perpendicolare, se possibil è, sopra la detta ter mi nata linea.b c.onde operando per la regola data nella terza del precedente capo, & supponemmo che quella sia la.a.d.& che quella sia pert.14. e per tanto pigliaremo la mita di 14. che sara 7. & multiplicaremo il detto 7. fia tutta la quantita della basa.b c.che è pertiche 18.fara 126.& cosi tauole 126. diremo essere tal pezza di terra, il medesimo si veniva multiplicando la mita della basa, che saria 9.fia tutta la perpendicolare,ch'è 14. & similmente tutta la perpendicolare sia tutta la basa, & di tal produtto pigliarne poi la mita, come nella passata fu fatto, & detto, & questa particularita tienela in memoria, perche piu non intendo parlarne, ma nelle operationi bisogna di detti tre modi operar quello,che torra piu in proposito per schiuar li rotti,cioe sel numero delle misure della perpendicolare sara numero disparo,& quel della basa paro,pigliaro la mita della basa, & lo multiplicaro fia tutta la detta perpendicolare,& se fusse al contrario,cioe che la basa fusse numero disparo,& quello della perpendicolare paro pigliaro la mita della perpendicolare,& la multiplicaro fia tutta la basa.Et se per sorte,si il numero della basa,come quello della perpendicolare fusse numero disparo,multiplicaro tutta la perpendicolare, fia tutta la basa, & di tal produtto pigliaro la mita, & di questa cauda ti ho voluto auertire.

Dennotare.

Bisogna notare,che si nelli sequenti essempi di pertegationi, & squadrationi, come nelle due sopranotate,te le ponero solamente con misure simplici,per non ti confondere, perche hauendoti mostrato nel precedente libro il modo di calculare in tutte le varieta di misurationi composte di diuerse specie di misure quello ti debbe satisfare in tutte le altre occorrentie.

3 SVpponemmo anchora, che sia vna pezza di terra di forma triangolare alla similitudine del triangolo.a b c. volendo squadrare tal triangolo con il trouar la perpendicolare, che discenda dal ponto, ouer angolo.a.sopra la terminata basa.b c. tal cosa tornarai essere impossibile,perche se andarai tastando per la linea.b c.con il tuo strumento, secondo l'ordine dato nella vltima del precedente capo, tu vedi, che niuna delle due linee visuale.e d.& .s e. passar tutte molto lontano dal detto ponto.a. e pero tal perpendicolare veneria a cascar fuora del triangolo dalla banda del ponto b.come fu detto anchora nella penultima del precedente capo, cioe protraendo la.c b. per fino a tal luogo, laqual perpendicolar in vn simil caso la ne seruiria, trouata che fusse, perche multiplicando tal perpendicolare per la mita della quantita della linea,ouer basa.b c.ne produria la quantita di tal pezza di terra triangolare, ma perche bisogna pensare, che a far tal effetto bisogna intrare sul terreno del tuo confinante, che per vna cosa strana a chi puoco intende, e pero nelle simili per far tal effetto, piglia per la basa il maggior lato di tal triangolo, sopra delquale sempre si trouara il ponto, doue cadera la perpendicolare dal angolo opposito a tal maggior lato, laqual perpendicolare in questo caso, il ponto del suo cadimento lo cercaremo sopra il lato.a c. discendendo quel dal angolo.b. a tal lato opposito, onde procedendo per la regola data nella vltima del precedente capo trouaremo quella esser.b s. laqual perpendicolare supponendo che la sia, poniamo pertiche 9. & supponendo la basa.a c. esser pertiche 20. seguiria l'area superficiale di tal pezza di terra esser tauole 90.cioe 90 pertiche quadre, o vuoi dir 90 quadretti di terreno di vna pertica lineale per lato,& se in tal misuratione hauessi misurato con vna mezza, ouero con cauezzo, ouero con vn passo, ouero con vn'altra misura formata a tuo piacere, tal pezza di terra saria 90 quadretti di terreno di vna di quelle tai misure per lato, & di questo te ne ho voluto auertire, perche per l'auenire la maggior parte delle volte non ponero nome alle misure, accioche la questione s'intenda generalmente, cioe con qual si voglia specie di misura.



Come si quadrano le pezze di terra in forma di capo tagliato, & doppi capi tagliati.

4 ESsendo vna pezza di terra in forma di capo tagliato, & volendola squadrare sempre si debbe summar insieme le quantita di quelli duoi lati fra loro equidistanti, & di tal summa pigliarne

la mita, & tal mita multiplicarla fia la quantita di quel lato, doue sopra stanno perpendicolarmente quelli duoi lati equidistanti, & il produtto di tal multiplicatione sara l'area superficiale di tal capo tagliato. Essempi gratia sia il capo tagliato. a b c d. & per conoscere se sia capo tagliato, con il squadro bisogna vedere se li duoi angoli. a. & b. sono retti, ouerammente non, & questo facilmente conoscerai per la regola data sopra la seconda del precedente capo, cioe eleuando due linee nelli ponti. a. & b. perpendicolari sopra la. a b. & se tai perpendicolari l'una cascara precisamente sopra il lato. a c. & l'altra sopra il lato. b d. tal forma di terreno sara capo tagliato, hor poniamo che la linea a c. sia 10. & la. a b. 8. & la. b d. 7. volendo mo squadrare tal capo tagliato summa insieme le quantita di duoi lati equidistanti, cioe 10. & 7. che fa 17. pigliane la mita, che sara 8 ½. & questa multiplica sia la quantita della. a b. quale e supposta 8. & fara 68. & tanto sara l'area superficiale del detto capo tagliato. a b c d. & con tal regola squadrarai gli altri simili, auertendoti che le misure di capi tagliati se notano in poliza con due teste, & vna longhezza, come che in margine vedi, perche nel squadrare le strane forme delle pezze di terra si risolueno la maggior parte in triangoli, & capi tagliati, perche si misura prima vna delle due teste, & poi la longhezza, & finalmente l'altra seconda testa. E pero si come di mano in mano si vanno facendo misurare, cosi anchora di mano in mano se vanno notando in su la sua poliza per non scordarsele.

vna pezza di terra
te. pertiche 10.
lō. pertiche 8.
te. pertiche 7.

5 ESsendo anchora vna pezza di terra in forma di doppio capo tagliato, & volendola squadrare, & saper quāto sia tal pezza di terra, summarai pur le due teste equidistanti, & la mita di tal summa multiplicarai sia la longhezza di tal figura, & il produtto sara l'area superficiale di tal pezza di terra. Essempi gratia sia la pezza di terra. a b c d. in forma di doppio capo tagliato, cioe che la testa. a b. (quale supponēmo che sia 26 misure) sia equidistante all'altra maggior testa. c d. (laqual supponēmo che sia 30 misure, & supponemmo anchora che la sua longhezza. f e. (quale debbe esser a squadro sopra l'una, & l'altra testa) sia 29 misure, ma se per sorte la. f e. non si potesse trouare con il squadro esser perpendicolare sopra a l'una, & l'altra testa saria segno tal forma di terreno non esser doppio capo tagliato, e pero in tal caso altramente bisognaria procedere per saper quanto fusse tal pezza di terra, di quello che di sopra habbiamo narrato, & questo nel nostro processo si dira. Ma in questa supponemmo pur che la testa a b. non solamente sia equidistante alla testa. c d. ma che eleuando dal ponto. f. la linea. f e. a squadro sopra della. c d. che quella vada a cascare sopra la. a b. in ponto. e per a squadro. Onde per saper quanto sia tal pezza di terra, summa le due teste, cioe 26. & 30. fara 56. pigliane la mita, che fara 28. & questo 28 multiplica sia la longhezza, cioe sia quel 29. fara 812. & tante misure quadre sara tal pezza di terra.

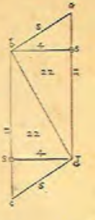
Nota che li duoi lati a. c. & b. d. s'intende che siano retti, & non curui, perche quando che fussero alquanto curui non saria tal forma doppio capo tagliato, e pero in tal sorte di forme bisognaria procedere altramente di questo, che e stato detto di sopra, come per lo auenire s'intendera.

6 ESsendo anchora vna pezza di terra in forma di helmuaim, ouer rhombo, & volendo squadrare, & sapere quanto sia tal pezza di terra, resoluerai tal pezza di terra in duoi triangoli, & dapoi squadrerai l'uno, & l'altro di quelli per la regola data sopra di triangoli, & la summa de l'uno, et l'altro di detti 2 triangoli, sara la quātita superficiale di tal forma rhombica di terreno. Essempi gratia sia vna pezza di terra. a b c d. in forma rhombica, & sia misure 6 per lato. Egliè manifesto, che se tal pezza di terra fusse rettangola, che la saria vno quadrato, & l'area superficiale di tal quadrato saria 36. ma per esser rombica dal presupposito seguira necessariamente queste tre particolarita, cioe che niun di suoi angoli sia retto, cioe a squadro, anzi duoi di quelli saranno acuti, & duoi ottusi, come che anchora al senso si vede, cioe che li duoi. a. & c. contraposti sono acuti, & li duoi. b. & d. contraposti sono ottusi, l'altra particolarita sara questa, che l'area superficiale di tal rhombo di necessita sara meno di 36. perche la maggior superficie, che contener si possa fra 4 linee equali e la forma quadrata, & quanto piu che tal forma si va allontanando dalla figura quadrata (con piu acuti, & ottusi angoli) tanto piu, men superficie andara contenendo, la terza, & vltima particolarita e che resoluendo tal figura, ouer forma in duoi triangoli, con il tirarui il diametro a c. ouer b d. trouando poi le due perpendicolari con il squadro le dette due perpendicolari cascaranno nel mezzo di tal diametro, come nella forma si vede, hor supponemmo, che la basa de l'uno, & l'altro di duoi triangoli a b d. & b d c. laqual e. b d. sia 20 misure, & l'una, & l'altra delle due perpendicolari, poniamo che sia 5. onde multiplicādo la detta perpendicolare sia la mita della basa fara 50. & tanto saria l'uno di detti duoi triangoli, talche tutti duoi li detti triangoli veniriano a essere 100. & perche a multiplicar tutta la perpendicolare d'vn triangolo sia tutta la basa di quello, il produtto e sempre doppio all'area superficiale di quel

tal triangolo, e pero in questo caso il produtto di vna delle dette due perpendicolari fia tutta la basa.b d.ne dara l'area superficiale di tutta tal figura rhombica.

7 POnimmo anchora che sia vna pezza di terra in forma di vno simile helmuaim, ouero rhomboide, laqual volendola squadrare, & determinare la quantita superficiale di quella, tal atto si puo fare in duoi modi, il piu laudabile da ogn'uno è a risoluerla in duoi triangoli, tirando l'uno di suoi diametri, & dapoi trouar l'area superficiale di ambiduoi li detti triangoli, & la summa di quelle sara l'area superficiale di tal pezza di terra. Essempi gratia sia il detto rhomboide.a b c d.che l'uno, & l'altro di duoi lati maggiori, & contraposti di quello sia vndici misure, & l'uno, & l'altro di duoi menori sia cinque misure. Volendo mo squadrare, & determinare l'area superficiale di tal figura terrea, egli e manifesto quando che tal figura fusse rettangola, quella saria vn tetragon longo, o vogliamo dire vno rettangolo, & l'area superficiale di quello saria 55 misure superficiali, ma per non esser rettangolo, anzi li duoi angoli.a. & c.contraposti sono acuti, & gli altri duoi.b. & d. sono ottusi, e pero la detta sua area superficiale necessariamente sara men di 55. & tanto piu sara meno (come fu detto nel rhombo) quanto piu li detti angoli acuti, ouero ottusi saranno discosti dal angolo retto, & perche tal discostamento puo procedere in infinito, e pero il suo minoramento puo diminuir in infinito.

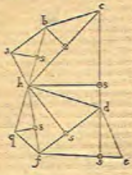
Hor per tornar al nostro primo proposito, per squadrar tal figura per il primo modo, qual e il piu laudabile, da ogn'uno, tiraremo l'uno di suoi diametri, hor tiramo il diametro.b d. & cosi tal figura sa ra diuisa nelli duoi triangoli.a b d. & b d c. delliquali trouando con il squadro le due perpendicolari.b e. & d f. & supponemmo che l'una, & l'altra di quelle sia quattro misure, onde multiplicando la mita de l'una, & l'altra di quelle fia la basa, & fara 22. & tanto sara l'area superficiale di vno, & anchora dell'altro di detti duoi triangoli, la summa delle quai due aree veniria a esser 44. & tanto sara l'area superficiale di tutta la detta figura, il medesimo si veniria al primo colpo multiplicando tutta la perpendicolare di qual si voglia di detti duoi triangoli fia tutta la basa di quello, come fu detto anchora del rhombo.



8 VOlendo anchora squadrare, & determinare l'area superficiale di vna pezza di terra, che habbia forma di vna helmuariffe, o vuoi dire di vna trapezia, laquale è contenuta di quattro lati, & angoli disegualmente posti, tal figura si puo squadrare in piu modi, secondo la qualita di tal forma, ma la general sua regola è a risoluerla in duoi triangoli (con il tirare l'uno di suoi diametri) & dapoi procedere, come nelle due precedenti, cioe trouar l'area de l'uno, & l'altro di detti triangoli secondo le regole date sopra di detti triangoli, & la summa di tai due aree superficiali sara l'area superficiale di detta figura. Essempi gratia sia la trapezzal forma di pezza di terra.a b c d. Volendo squadrare tal pezza di terra per il modo piu lodato da ogn'uno, tiraremo il diametro.a d. & cosi sara risolta tal pezza di terra nelli duoi triangoli.a b d. & a c d. delliquali trouando la perpendicolare a ciaschaduno di quelli, lequai perpendicolari l'una sia la.c e. (laqual supponemmo che la sia misure 7) et l'altra sia la.a e. (laqual supponemmo che sia misure 23) supponemmo anchora che la basa.a d. sia 40 misure, & la.b d. 44. onde per le ragioni date sopra il squadrar di triangoli il triangolo.a c d. saria 140 misure superficiali, cioe quadrate, & il triangolo.a b d. ne saria 506. quale due quantita superficiali gionte insieme faranno 646. & tanto sara l'area superficiale di tutta la trapezzal forma terrea.a b c d.

9 VOlendo anchora squadrare, & determinare la quantita di vna pezza di terra rettilinea di 5. ouer di 6. ouer di piu lati contenuta la commune openione de gli intelligenti è, che si debba risoluere tal figura rettilinea in triangoli, & dapoi trouar l'area superficiale di ciascuno di detti triangoli, secondo le regole date al suo luogo, & cosi la summa di tutte quelle aree superficiali sara la qualita superficiale di tutta tal pezza di terra, laqual sua openione da vna banda la lodo, & da vn'altra nō molto la commendo, lodo tal sua openione di risoluere ogni specie di figura rettilinea in triangoli, per piu ragioni prima, perche di tutte le figure rettilinee, la prima è il triangolo, & tutte le altre da piu lati contenute sono composte di triangoli, & perche rarissime volte accade, che si troui vna pezza di terra di quattro lati, che sia perfettamente parallelogramma rettangola, ne manco che sia perfetto rhombo, ouer rhomboide, e pero senza perder tempo alla prima la si puo risoluere in duoi triangoli, & quelli squadrar secondo che nelle precedenti è stato detto, & cosi se tal pezza di terra sara di cinque lati rettilinei risoluerla in tre triangoli, & se la sara di 6. risoluerla in quattro triangoli, & se la sara di sette lati risoluerla in cinque triangoli, & cosi discorrendo in qual si voglia numero di lati di linee rette, che sia contenuta vna pezza di terra, tu la puoi sempre risoluerla in tanti triangoli quanti sono li suoi lati meno duoi, cioe se la sara di otto lati, tu la puoi risoluere in 6 triangoli, cioe in 8 men 2. che è pur in 6. & cosi si seguira nelle altre di maggior numero.

Ma perche saria cosa tediosa a essemplificare tante pezze di terra quanto è la varieta del numero di lati, che le possono contener, e pero per ultimar il squadrar di queste figure rettilinee lo voglio far con una figura di otto lati, qual sia la. a b c d e f g h. hor volendola squadrare (con il rissolverla in triangoli) tal rissolutione si puo far in diversi modi, secondo il parer de l'operante, delliquali l'uno è questo, che in margine ti ho desegnato, i quali 6 triangoli, squadrandoli a uno per uno secondo la regola data sopra quelli, & similmente trovando la quantita superficiale di ciaschaduno di quelli, & sumando poi tai sei quantita superficiali insieme, tal summa sara la quantita superficiale di tal figura terrea di otto lati, & quantunque tal rissolutione, & conclusione, non si puo negare, che la non sia buona, & giustamente conclusa, nondimeno dico, che colui, che usa tal modo in tutte le figure rettilinee esser puoco prudente, perche lui non intende quanta fatica, e tempo gli accresca il proceder per tal via, over modo, perche el non si puo negare, che in tutti li luoghi, doue si vede esser piantato il squadro, bisogna che lui vi vada personalmente, per che tutte le altre accidenti operationi (come è il far piantar li signali nelli angoli di tal pezza di terra, & similmente il far piantar le bachette, per misurar rettamente le perpendiculari di tai triangoli, & similmente il misurar doue bisogna) le puo, & lo debbe far fare a quelli contadini, ouero altri a cio deputati, ma il maneggiar de l'instrumento del squadro a lui solo s'appartiene di far tal officio, & non ad altri. E pero si vede quante volte bisogna che lui vada trauersando tal proposta pezza di terra per andare a piantar il detto squadro alli luoghi doue bisogna, oltra molte altre sue discommodita, che gli seguono appresso, che longo saria a narrarteli, ma tu nelle operationi in tal caso le conoscerai se in tal modo procederai.



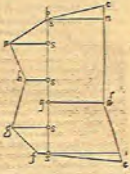
Et se a rissoluere una pezza di terra in triangoli per volerla squadrare con l'instrumento del squadro è via molto faticosa, & longa, molto piu faticosa & longa sara a voler squadrar li detti triangoli per via di radici, come vogliono molti, & massime Hieronimo Cardano, & non si auertiscono questi tali, che il squadrare una figura per via di proportioni, & di radici, non è stato inuestigato da nostri antichi geometri, per operarlo nel squadrar di terreni, ne in quelle figure, che manualmente si possono misurar doue, che fa dibisogno, ma solamente per quelle che manualmente non si posiono misurare in quelli luoghi, doue fa dibisogno, come nella seguente quarta parte si fara manifesto, perche egli è una simplicita espressa a voler star a trouar per forza di radici, & di proportioni (nelle attioni naturali, ouer materiali) quelle linee che manualmente con la misura si possono misurare. Alcuno potria dire, che con la misura non si puo realmente misurare quelle linee, che sono irrationali, rispondo che nelle simili questioni di terreni, & altre materiali questioni non si tien conto nelle conclusioni naturali de gli errori insensibili.

Anchora per un'altra ragione non molto commendo tal modo di rissoluere ogni figura rettilinea in triangoli, perche colui che compra, come colui che vende per ragion naturale non sono tanto capaci della regola, che si costuma a squadrare li detti triangoli, come sono di quella, che si costuma in squadrare li capi tagliati, e pero il misuratore (per tal ragione) si debbe sforzare di procedere, talmente che le sue attioni siano intese per ragion naturale dalli interessanti, cioe si da colui che vende, come da colui che compra, si vuole esser da loro, & altri soprastanti commendato.

10 MA volendo procedere secondo la mia openione, in tal mia openione si poria anchora procedere in diuersi modi, delliquali te ne narraro un solo, qual è questo, formarai una linea retta, che passi da un capo a l'altro di tal pezza di terra a b c d e f g h. come che in questa saria la. a h. & questa ti seruira per tuo principal fondamento in tal squadratione, & similmente con il tuo instrumento voglio, che da l'angolo. f. tu vi troui la linea. f i. a squadra sopra la fondamental linea. a h. & questa linea. f i. sara la seconda tua linea fondamentale, & per non ti abbagliare nelle tue operationi, voglio che nel andare dal. a al. h. che tu vadi trouando col squadro la linea perpendiculare dalla banda destra. q d. & similmente la. b n. con lequai linee tu hauerai risolta la parte destra nelli duoi capi tagliati. a i q d. & q d b n. & nel triangolo. n h c. & anchora nel triangolo. f i e. & perche nel andar (com'è detto dal. a al. h.) dei far misurare di mano in mano le longhezze, & le teste di detti duoi capi tagliati, & andar de notando in una polizza secondo che le vai facendo misurare di mano in mano talmente, che quando sarai gionto al

ponto

ponto.b.che tu habbi notate le dette misure, acciochè tu non habbi causa a tornar a far misurar le dette perpendicolari, & gionto al detto ponto.b.per non hauer a tornar piu in quel luogo squadrarai quel triangoletto.b n c.secondo le regole date, & notarai nella tua poliza la misura della basa, & della perpendicolare di tal triãgolo, & fatto questo voglio che tu ti parti dal detto ponto. b. & che venghi ritornando verso.s.sopra la medesima linea.b s.& in tal ritornare voglio che di mano in mano tu vadi trouando le perpendicolari a s.h s.g s. & secondo che le vai trouando di mano in mano, voglio che tu le vadi facendo misurare insieme con le base, ouer longhezze. b s. s. s. & s. s. & che tu medesimamente le vadi notando di mano in mano su la tua poliza, siche facẽdo gionto che farai al ponto.s.sopra la linea.f i.tu ti trouarai nella tua poliza (nel detto tuo ritorno) hauer prima il triangolo.a b s. & il capo tagliato.a s h s. & l'altro capo tagliato. h s g s. & anchora l'altro capo tagliato. g s f s. finalmente squadrarai quel triangolo f i e.& notarai le misure della sua basa.et quelle della sua perpendicolare nella tua poliza, et fatto questo tu te ne ritornarai alla stantia tua, & in quella commodamente trouarai la quantita superficiale di quelli cinque capi tagliati, & di quel li tre triangoli nella tua poliza annotati, & trouate le dette ot to quantita superficiali ordinatamente assettãdole l'una sotto l'altra, & summandole poi insieme, & tal summa conchiuderai essere la data pezza di terra . a b c d e f g h.



Nõ ti ho voluto ponere alcun numero di misure alle dette perpendicolari, ne manco alle parti fatte sopra la linea fondamentale.s b. con il squadro, perche tali numeri generariano piu presto confusione, che chiarezza alcuna.

L'ordine di formar la poliza, & del far misurar la sopra data pezza di terra per ispedirsi con summa breuita di tempo.

22 HAuendoti dato il modo, & la regola di saper squadrare, la soprascritta pezza di terra contenuta da linee rette in duoi modi, cõueniente cosa mi par a narrarti sotto breuita, nõ solamente l'ordine di formar la tua poliza, ma anchora l'ordine di far misurar quel la, acciochè cõ breuita di tempo si sappi ispedir in tai negotij, laqual cosa non è di poca vtilita, & honore al buon misuratore di terreni, & per tanto dico che subito, che hai tirato la prima linea fondamentale.s b. & similmente la seconda.f s i. tanti che tu ti parti di quel luogo tu farai misurare la linea, ouer perpendicolar.s.i.laqual poniamo che sia pertiche 26. & tu subito notarai nella tua poliza, testa pertiche 26.come che in margine vedi, dapoi tu farai misurar dal squadro.s.per fin al ponto.q. doue hauerai trouato il ponto del cadimento dell'altra perpendicolare q d.hor poniamo che dal detto ponto.s.al põto.q.vi sia pertiche 21.& tu le notarai per longhezza nella tua poliza, come che in margine vedi, & dapoi tu farai misurar l'altra perpendicolare.q d. quale pongo che sia perti. 23.& tu le notarai per l'altra testa nella tua poliza, come in margine vedi, & cosi quãdo che vna pertegatione si troua notata con 2 teste, & vna sol longhezza si piglia, & intende per vn capo tagliato, hor per misurar l'altro secondo capo tagliato.q d n b. tu notarai per la sua prima testa.q d. quelle medesime perti. 23.gia misurate, come in margine vedi, & dapoi tu farai misurar dal ponto.q al ponto.b.doue cade l'altra terza perpendicolare.b n. & pongo che dal detto ponto.q.al põto.b.vi sia perti.34.& tu le notarai per longhezza nella tua poliza, come in margine vedi, poi farai misurare la perpendicolare.b n.& pongo che la sia perti.15.& tu le notarai nella tua poliza per l'altra seconda testa, come in margine vedi, fatto questo tu farai misurar la basa del triãgolo.b n c.cioe quel lato trouarai esserti piu commodo di tuor per basa, laqual basa pongo sia perti.14.poi tu farai misurare la sua perpendicolare (trouata, che l'hauerai) qual pongo sia perti.10.& quelle notarai in poliza, come in margine vedi, & cosi per abbreuiar le parole, tu andarai procedendo, et notãdo in poliza le misure de gli altri capi tagliati, & triangoli, che nel tuo ritornar per la fondamental linea.s b.che da l'altra banda sinistra andarai facendo misurare, & com pito tutte le dette pertegationi tu te ne andarai alla tua stantia, come di sopra vn'altra volta ti ho detto, & cosi con tua commodita andarai calculando le dette pertegationi di vna in vna, & ogni tua conclusione andarai ponendo, & notando adirimpetto della sua pertegatione, & cosi finalmente summarai tutte le tue conclusioni insieme (come che di sopra vn'altra volta ti ho detto) &

vna pezza di terra
testa pertiche 26.
longa pertiche 21.
testa pertiche 23.

---

secondo capo tagliato
testa pertiche 23.
longa pertiche 34.
testa pertiche 15.

---

per il triangolo.b n c.
basa perti. 14.
perpen perti. 10.

tanto conchiuderai esser tutta la detta pezza di terra.a b c d e f g h.

Non ti marauigliare se in molte notationi tal hora l'una, & l'altra testa è piu longa della longhezza di tal pezza di terra, ma questo non importa anchor che paia strano, che tal pezza di terra sia piu larga, che longa perche cosi si costuma, & questo medesimo ordine, che ti ho mostrato con vna sola specie di misure osseruarai doue ti occorrera nelle tue misurationi piu specie di misure, come che la maggior parte delle volte interuiene (come vn'altra volta ti ho detto) ma te le ho poste tutte di vna sola specie, acciò meglio apprendi l'ordine del procedere, & con questo voglio fattamo fine a questo capo.

Del modo, ouer regola di squadrare quelli terreni, che sono contenuti da vna, ouero da piu linee curue, & similmente quelli che sono contenuti da linee curue, & rette. Cap. IIII.

a Nchora che rare volte si ritroui vna pezza di terra, che sia realmente in forma di cerchio, nondimeno per altri rispetti, voglio che ne supponiamo vna, qual sia la. a b c d. laqual volendola naturalmente squadrare con il nostro istrumento del squadro per mezzo di tal figura circolare tiraremo la nostra fondamental linea.a b. & alquanto di dentro dal ponto.a. sopra la medesima linea.a b. tiraremo la seconda linea fondamentale.e f. perpendicolare sopra la prima linea.a b. cioe a squadro sopra quella, & cosi farla misurare, & notarla in polisa, & dapoi intrar alquanto piu auanti con il tuo squadro, & tirar con il medesimo ordine la perpendicolare.g h. & similmente la. i k. & similmente la.c d. sopra il centro del detto cerchio, & cosi tirando le corde.a e.e g. g i. i c. & . a f. f h. h k. & k d. hauerai risolto la mita del detto cerchio nelli tre doppi capi tagliati.c d i k. i k g h. & g h e f. & nel triangoletto. a e f. i quali squadrandoli, & misurandoli secondo le regole date sopra il precedente capo, & notandoli in polisa, & facendo poi commodamente le calculationi, hauerai poi in summa l'area quasi della mita di detta pezza di terra circolare, laqual area superficiale, duplicandola ti dara quasi l'aria superficiale di tutta la detta pezza di terra, vero è che scarseggiaria tanto quanto importaria il doppio di quel poco terreno, che si trouara di dentro di quelli otto archetti.c i. i g. g e. e a. a f. f h. h k. & k d. il qual terreno essendo cosa di momento si poria di ciascuno di detti archetti cauarne vno triangolo alla similitudine, che si vede esser cauato del sottoscritto archetto. l m n. & di tutti li detti otto triangoli trouarne la sua aria superficiale, & la summa di dette otto aree duplicarla (per gli altri otto, che nel l'altra mita del cerchio saria) & tal duplicatione aggiongerla alla prima area cauata di tal cerchio, & a questa vltima summa (per quelli altri archetoni, che restara) vi si potra aggiongere anchora quello, che a descritione si potra giudicar, che possa rileuar tai archetti insieme, & cosi hauerai concluso naturalmente la quantita superficiale di tal pezza di terra.

Vero è che parendoti tu potresti risoluere tutto il detto cerchio in 6. ouer piu doppi capi tagliati, & triangoli, per non hauer causa a duplicar l'area di quella mita di tal cerchio.

Da notare.

Nota che con questa medesima regola tu potrai squadrar naturalmente cō il detto tuo squadro vna pezza di terra, che fusse in forma di mezzo cerchio, ouero in forma di vna portion menore, ouer maggiore di vn mezzo cerchio, laqual cosa per esser facile per causa della sopraposta peregratione non te ne pongo altro essempio per abbreuiar le parole.

a O che molti si marauigliaranno, perche nel squadrare la sopra notata figura circolare di terra, non ho vsato la regola trouata da Archimede Siracusano, il quale geometricamente dimostra, che il dutto della mita del diametro di qual si voglia circolo, nella mita della sua circonferentia, ne da l'aria superficiale di quello (come che nella 4 parte di questo nostro general trattato, abondantemente ne parlaremo) & similmente dimostra, che la circonferentia di qual si voglia cerchio, è circa tre volte tanto, e vn settimo del suo diametro, cioe che sel diametro d'un cerchio sara sette misure, la circonferentia di quello sara circa 22 di quelle tai misure. Ma il tutto ho fatto per mostrarti questa pratica naturale di saper squadrar vn cerchio con il squadro materiale, con laquale facilmente saprai squadrare anchora vna figura ouale, & ogni altra figura contenuta da vna, ouer piu linee curue, & da curue, & rette, lequali figure a volerle squadrare per ragioni geometrice astratte, come costuma il mathematico saria cosa difficilissima, ma piu nel misurar di terreni, tal modo operatiuo sara naturalmente meglio inteso da tutti quelli circostanti, che non hauessero intelligentia di tai archimedane conclusioni, di quello saria procedendo per le dette regole archimedane, & fra la conclusione fatta per le regole del detto Archimede, & quella fatta con l'istrumento del squadro (essendo diligente nel squadrare, & nel far misurar) misurare) non vi si trouera differentia d'importantia, ne da tenerne conto. Et quantunque la intention nostra sia di fare nella seguente parte vn particolar trattato circa alle speculationi fatte da Archimede, & da altri filosofi circa alla quadratura del cerchio, nondimeno per varij rispetti sono bene stato in questo luogo voglio narrare la detta regola di Archimede, si per trouare l'aria superficiale, come per trouare per la notitia del suo diametro quanto sia la sua circonferentia di vn cerchio, & cosi per il contrario.

3 SVpponemmo adunque che'l sia vn cerchio, che'l suo diametro sia poniamo piedi 35 tutali, volendo mo trouare quanto sia la sua circonferentia. Gia di sopra ti ho detto, come che Archimede con mathematiche ragioni approua, che sel diametro di vn cerchio sara 7 misure, che la circonferentia sara senza error sensibile 22 di quelle tal misure, e pero per trouar la circonferentia di quel nostro, che per diametro è piedi 35 diremo se 7 di diametro mi da 22 di circonferentia, che mi dara piedi 35 di diametro, opera, & trouarai, che ti venira piedi 110. & cosi conchiuderai il detto nostro cerchio esser di circonferentia piedi 110. & se tal diametro fusse stato pertiche 35 la detta circonferentia saria pertiche 110. il medesimo seguira in qual si voglia altra specie di misure.

4 SVpponemmo mo che sia vn cerchio, che la sua circonferentia sia pertiche 110. & volendo trouare quanto sia il suo diametro, procederai con la regola al contrario, dicendo, se 22 di circonferentia mi da 7 di diametro, che mi dara pertiche 110 di circonferentia, opera che trouarai che te ne venira pertiche 35.

5 SVpponemmo anchora che sia vna pezza di terra circolare, che per diametro sia passa 35. Volendo saper quanto sia di superficie tal pezza di terra, troua la circonferentia, onde operando per la regola data, trouarai tal circonferentia esser passa 110. Hor per trouar l'area superficiale di tal cerchio, gia di sopra ti ho detto, che Archimede dimostra, che il dutto della mita del diametro fia la mita della circonferentia produra l'area superficiale del detto cerchio, e pero pigliaremo la mita di quelli passa 35 di diametro, che sara passa $17\frac{1}{2}$, & similmente pigliaremo la mita di quelli passa 110 di circonferentia, che sara passa 55. onde multiplicando $17\frac{1}{2}$ fia 55 fara $962\frac{1}{2}$ passa quadri, cioe superficiali, & tanto conchiuderemo esser la detta pezza di terra.

Da notare.

Nota che per fuggir rotti, il medesimo fara a multiplicare tutto il diametro di vn cerchio fia tutta la circonferentia, & di quel produtto pigliarne il quarto, & il detto quarto fara l'area superficiale di tal cerchio. Essempi gratia multiplica quelli passa 35 di diametro, della sopradetta questione fia quelli passa 110 di circonferentia, fara 3850. pigliane il quarto, che trouarai esser passa $962\frac{1}{2}$ quadri, & tanto fara la superficie del detto cerchio, come per l'altro modo fu trouato.

Da notare.

Anchora bisogna notare qualmente Archimede dimostra, che ogni cerchio è li $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro, cioe sel quadrato del diametro fusse piedi 14 superficiali (cioe quadri) quel tal cerchio sara piedi 11 superficiali, e pero per la notitia del diametro di vn cerchio (senza star a cercare la sua circonferentia) potiamo trouar la superficie di quello. Essempi gratia pigliando quelli passa 35 di diametro della sopra notata questione, & quadrandoli, cioe multiplicando 35 fia 35 fara 1225. & di questo trouane li $\frac{11}{14}$, & per trouarli con la regola dirai, se 14 mi da 11. che mi dara 1225. opera che trouarai, che ti venira $962\frac{1}{2}$, & tanto dirai esser la superficie del detto cerchio, come di sopra, & questa tal regola è molto piu ispediente di quella data di sopra.

Da notare.

Anchora bisogna notar che dalli sopra notati modi se ne puo formare molte altre regole, che a volendi narrare, dubito di non venirti in fastidio, pur ti voglio dire anchora, che per la notitia sola della circonferentia, tu poi trouar la superficie del cerchio, laqual è questa, quadra la circonferentia del detto cerchio, & tal quadrato parti sempre per $12\frac{4}{7}$, & lo auenimento fara la superficie del detto cerchio. Essempi gratia se la circonferentia del detto cerchio fusse passa 110. volendo trouare la superficie del detto cerchio, quadra 110. & fara 12100. & questo partilo per $12\frac{4}{7}$, & trouarai, che te ne venira medesimamente $962\frac{1}{2}$, come per gli altri modi, & questa operatione se ben la consideri non vuol dir altro, che multiplicar il quadrato della circonferentia per 7. & tal produtto partirlo per 88. & lo auenimento fara l'area superficiale del detto cerchio.

Figura ouale

6 SVpponemmo anchora che sia vna pezza di terra in forma ouale (come che è la a b c d. (laqual figura da Apollonio Pergeo è detta elettione) volendo quadrare naturalmente con l'istrumento del squadro, tirarai in quella la linea fondamentale a b. & sopra di quella tal linea a b. procederai (come fu fatto nel cerchio) cioe segnarai con il squadro le perpendicolari. e f. g h. i k. l m. n o. & c d. lequal c d. supponemmo che transisca per il mezzo della figura, come fu fatto nel cerchio, ma per non star a tener conto di farla passar per il mezzo di tal figura, tu puoi risoluere tutta la detta figura ouale in doppi capi tagliati, come che in margine vedi, & quanto piu spesse, ouer piu propinque le dette perpendicolari, manco ti occorrera di cauar quelli altri triangoli, che nel cerchio furno signati, ouer quelli archetti, che interuenirno fra le estremita di dette perpendicolari, perche si vedera la curuita di tali archetti non esser quasi sensibile, e pero non causaranno error, che sia di momento, circa al far misurar li detti doppi capi tagliati, non voglio far sommario, perche mi par cosa superflua, perche quello che fu detto sopra del cerchio, & di quell'altra anciana figura rettilinea si debbe bastare insieme con la regola di notar le tue misurationi in poliza.

7 SVpponemmo anchora che sia vna pezza di terra alla similitudine della figura a b c d e f g h i k l m n o p q r. per squadrare tal forma di pezza di terra, tirarai, ouer farai segnare la fondamental linea a a. & dapoi con il tuo istrumento andarai risoluendo in capi tagliati, & prima da vna banda (nel andar dal a al a.) & dapoi da l'altra banda nel ritornar dal a al a. & cosi nel ritornar, come nel andar, si debbe andar facendo misurare di mano in mano le dette perpendicolari secondo l'ordine dato nella nona del precedente capo, accio non habbi causa a ritornar piu in tal luogo, et notar le dette misure di mano in mano su la tua poliza, secondo che si vanno misurando, talche fra l'andar dal a a al a. et nel ritornar dal a al a. tu venirai ad hauer squadrata, & fatta misurare tal pezza di terra.

8 MA quando che per sorte ti occorresse di squadrare, & far misurare vna pezza di terra boschiua, ouero piena di altri arbori fruttiferi, di sorte, che per dentro di tal pezza di terra, tu non potessi maneggiar il tuo squadro per squadrar quella, in tal caso a te saria dibisogno di formar vna figura rettangola, ouer vn capo tagliato includendo dētro di quello il detto bosco, & fatto questo trouar la quantita superficiale di tal figura rettangola, ouer capo tagliato, & tal quantita superficiale saluar da banda, & dapoi squadrare, & trouar la quantita superficiale di tutti quelli residui, che trouarai essere fra li termini della detta pezza di terra boschiua, & li termini di quell'altra figura rettangola, ouer capo tagliato, & tai superficie residuali summarale insieme, & tal summa sottrandola di quella superficie seruata, cioe della superficie di quella figura rettigola, ouer capo tagliato, et quello, che ti restara di tal sottrattione sara la quantita superficiale di tal pezza di terra boschiua. Essempi gratia sia la detta pezza di terra boschiua a b c d e f g h i k l m n o p. laquale volendola squadrare, & far misurare, & determinare la sua quantita superficiale.

Tu descriuerai con il tuo istrumento del squadro, il rettangolo. r s t u. includente dentro di se il detto bosco, o vuoi dir la detta pezza di terra boschiua, & fatto questo troua la quantita superficiale di tal rettangolo. r s t u. & accio meglio m'intendi supponemmo, che la longhezza del detto rettangolo sia misure 694. & la sua larghezza sia misure 321. onde multiplicando 321 fia 694. fara 222774. & tanto sara di superficie il detto rettangolo, cioe sara 222774 di quelle misure quadre, che hauerai operato a misurarlo, cioe tanti quadretti di terra di vna tal misura lineale per lato, & fatto questo notarai tal quantita da banda. Dapoi con il detto tuo istrumento (pigliando per linee fondamentali li quattro lati del detto rettangolo) risoluerai quel terreno, che si trouara fra li detti lati del detto rettangolo, & il bosco in capi tagliati, & in triangoli secondo che vedi in figura, ouer secondo che meglio ti venira in proposito, & le misure di ciaschaduno di quelli di mano in mano li andarai notando in poliza, & dapoi te ne ritornarai a casa tua, & di tutti li detti capi tagliati, & triangoli ne trouarai particolarmente la sua quantita superficiale (secondo le regole date nel terzo capo) & tutte le dette quantita summandole poi insieme, & tal summa sottrarai di quella superficie del rettangolo, che serbasti, cioe da 222774. & il rimanente sara la quantita superficiale della detta

pezza

pezza di terra boschiua, & con tal modo puoi trouar la quantita superficiale di vn luogo paduloso, & similmente della pianta di vn gran palazzo, ouer di vna villa, ouer di vna citta, & similmente della pianta di vna montagna posta in qualche pianura, & altre cose simili.

9 Supponemmo anchora che sia vna pezza di terra circondata, non solamente da larghi, & profundi fossi pieni di acqua, ma che anchora da l'una, & l'altra banda di detti fossi vi sia vna ciesa di folti, alti, & acuti spini, i quali t'impediscano, si dalla bãda di fuora, come di dẽtro di potere approssimarti alli veri lati terminanti tal pezza di terra per esser li principali termini angolari fra l'una, & l'altra ciesa, & tal hora in mezzo del fosso pieno di acqua, & massime quando che tai fossi sono communi con il tuo vicino confinante con te, come ti dimostra la figura posta in margine.

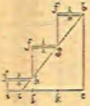
Dico che in tal caso volendo squadrare, & misurare tal pezza di terra, voglio che la tua linea fondamentale, che tu la troui, ouer formi appresso al piu retto lato di tal pezza di terra per vna giusta misura, cioe voglio che per quelli spini tu spingi vn capo della tua misura per fino al segno, doue passa il vero lato di tal pezza di terra, qual in questo caso supponemmo, che tal segno, ouer termine, doue passa tal lato sia il ponto .a. giustando poi la tua misura in piana terra, & dall'altro capo della detta misura, cioe in ponto .c. piantarai vna bacheta, & il medesimo far quasi dall'altro capo del detto fosso, ouer ciesa, come si vede in figura nelli duoi ponti .b. & .d. cioe piantar vn'altra bachetta nel ponto .d. & cosi la linea dal .c. al .d. (protratta da l'una, & l'altra banda quanto bisognara) tenirai per tua linea fondamentale, & a tutte le linee, che cõ il tuo strumento trouarai perpendicolare sopra la detta linea .c d. nel farle misurare, sempre al numero delle misure di ciascheduna di quelle tu gli aggiongirai vna misura di piu, cioe la .a c. ouer .b d. che tu ti sei scostato dal vero retto lato .a b. di tal pezza di terra, & se da l'altro capo, doue hai da piantar le grosse bachette da tirar le perpendicolari necessarie non potessi piantar le dette bachette al suo proprio luogo angolare per causa della ciesa, & fosso d'acqua pieno, tu piãtarai ciaschedune di quelle lontane per vna misura dal detto suo proprio luogo verso la linea .c d. & cosi nel far misurar le dette perpendicolari, alla quantita delle misure di ciaschedune di quelle, tu gli aggiongirai due altre misure, cioe vna per il discostamento della linea .d c. dal vero lato .a b. di detta pezza di terra, & l'altra per quella misura, che hauerai scostato la grossa bachetta (nel piantarla) dal suo vero luogo angolare per causa di quella ciesa spinosa, & di quel fosso pien di acqua, nel restante poi tu procederai, come che nelle passate e stato detto.

Come che le pezze di terra obliquamente situate (cioe in qualche colina) rendano, ouer fruttano meno di quello fariano se fussero situate in piano, & del la causa naturale di tal effetto. Cap. V.

2 Tutte le pezze di terra, che per fino a questo luogo sono state proposte da squadrare, & misurare, si debbono intendere situate in piano, cioe senza alcuna dependentia, ouer eleuatione da vna banda piu, che da l'altra, perche ogni volta che vna pezza di terra sara da vna banda eleuata in suso verso il cielo, & da l'altra procederai al basso, tal pezza di terra scemara della sua quantita terrea, & tanto piu scemara di tal sua quantita terrea, quanto che sara piu obliquamente situata, e pero fruttaranno meno di quello fariano, essendo situate in piano. E pero circa al misurar di tai pezze di terra obliquamẽte situate, vi bisogna hauer molto piu auertenza di quelle situate in piano, perche la maggior parte di professori di questa pratica di geometria hanno (per alcune sue ragioni) contraria openione, e pero in tali accordi danno alcune bastonate da cieco al compratore di tali pezze di terra, con vn puoco vtile di colui che vende.

Per essere adunque queste specie di misurationi, & squadrationi, le piu difficultose, & ingeniose di qual si voglia altra, & tutto questo procede, perche la causa propinqua non e perfettamente conosciuta. E per tanto a comun beneficio di studiosi, & dilettanti, voglio che disputiamo tal parte in questo luogo.

Dico adunque che alcuni misuratori hanno questa openione, che tanto sia vna pezza di terra essendo situata obliquamente, quanto quella medesima essendo situata in piano. Essempi gratia poniamo, che sia la superficie rettangola .a b c d. situata in vno perfetto piano, & questa medesima sia anchora situata obliquamente, cioe in forma di vna colina, o vuoi dir che vada a scarpa, come nella seconda figuratione appare, & l'una, & l'altra ponimo che sia 8 misure, & larga 6. E per tanto dicono alcuni di quelli professori di geometria, che'l non si puo negare, che la superficie dell'una, & dell'altra di queste due pezze di terra rettangole, non sia 48 di quelle tai misure quadrate, che si ha uera operato a misurarle, cioe che l'una, & l'altra di quelle sara 48 quadretti di terra di vna di quelle misure lineali per lato, come che anchora sensibilmente si vede in margine, anchor che la perspettiua ne faccia parer tal seconda figura.a b c d.in forma di vn rhomboide, nondimeno in fatto proprio, che ben vi considera tal figura sara rettangola, si come che è la prima, anchor che sia obliquamente situata. E per tanto questi tali professori di geometria vogliono, che tanto debbia rendere, ouero fruar l'una quanto l'altra (essendo il terreno di equal bonta, & grassezza) & in suo fauor ad ducono alcuni quest'altra ragione dicendo, che coprisse l'una, & l'altra di queste due pezze di terra di tela alta vna di quelle misure operate, ponimo che siano braccia, tanta tela gli vorra precisamente a coprir l'una quanto l'altra, cioe braccia 4 per ciaschedona, e per tanto par che non vi si possa negare, che essendo le dette due superficie equali in quantita, che tanto debba rendere, ouer fruare l'una quanto l'altra essendo (come è detto) di equal bonta.



Per risolutione adunque questo dubbio. Dico quando che le gambe del formento, segala, miglio, melega, ouer sorgo, & altre simili frue procedessero perpendicolarmente alla superficie di quella tal pezza di terra obliquamente situata, si come fanno in quella situata in piano, senza dubbio hauariano ragion da vendere, ma egli e cosa manifesta, che tutte le frue, che nascono da vn terreno (o sia tal terreno situato in piano, ouero obliquamente) tutte procedono rettamente in suso verso il cielo, talche la gamba di ciaschedona frua occupa piu di quella superficie terrea obliquamente situata (per causa che vi fa maggior foro) di quello fa in quella situata in piano, perche il foro, che fa in quella situata in piano, è di figura circolare, & quello che fa in quella obliquamente situata, è di figura ouale (cioe bislonga) come che ogni sano intelletto puo considerare, & tanto piu sara bislonga quanto, che piu tal pezza di terra sara obliquamente situata. E pero per ragion naturale si manifesta che ogni pezza di terra obliquamente situata non puo rendere, ouer fruar piu di quello che sara la basa, ouero il fondo di quella. Essempi gratia la seconda figura.a b c d.obliquamente situata non poria rendere, ouer fruar piu di quello sara la superficie fondamentale rettangola c.b.e.f. sotto della longhezza.e d.& della larghezza.d e.laqual sara molto menor della larghezza.d b.& tanto piu sara menor di quella quanto che piu sara tal superficie.a b c d.obliquamente situata.

Il pezzo in agio ... / ... si fa differenza / il piano ...

Correlario.

E pero si manifesta anchora dalle cose dette, che se per sorte la detta seconda superficie.a b c d. fusse tanto obliqua, che il ponto.e. (doue cade la perpendicolare.b e.) si congiongesse con il ponto.d. seguiria che la detta superficie.a b c d. nulla renderia, ouer fruaria, perche nulla superficie fondamentale hauaria, perche la sua basa fondamentale saria solamente la linea.c d. & nondimeno l'area superficiale della detta seconda figura rettangola a b c d. saria precisamente equale all'area superficiale della prima figura rettangola a b c d.situata in piano, perche l'una, & l'altra è misure 48 quadre, cioe superficiali, & nondimeno la detta seconda nulla renderia, ne fruaria (per causa della sua obliquissima situatione) & la prima piu renderia, & fruaria (per causa della sua piana situatione) di qual si voglia altro modo che fusse situata.

Come si debbe procedere a misurare le sopranarrate pezze di terra obliquamente situate, cioe che sono in qualche colina, ouer montata. Cap. VI.

Essendo adunque vna pezza di terra obliquamente situata, solamente tanto quanto è la basa, ouer fondamento di quella, egli e manifesto che nel misurarla di sotto in suso, ouer di suso in giuso non bisogna con la misura procedere secondo la situatione obliqua di tal pezza di terra, anzi bisogna tener la misura direttamente a liuello in aria. Essempi gratia la linea.b c.la obliqua larghezza di vna pezza di terra obliquamente situata, & volendo misurare tal larghezza.b c.obliqua, come in margine vedi.

Dico che non si debbe procieder con la misura secondo la linea.b c.anzi si debbe mettere il principio della misura in ponto.b.e tener la misura.b f. rettamente a liuello in aria, come nella figura vedi, & dal capo.f. con diligentia veder doue caderia vna perpendicolare dal ponto.f. sopra la linea.b c. che trouarai che cadera in ponto.g. & cosi dal ponto.b.al ponto.g.diremo che vi sara vna delle nostre misure.b f.& dapoi trasportaremo il capo della nostra misura in ponto.g. & cosi tenendo pur suspesa la detta misura rettamente a liuello in aria, come si vede nella seconda positione g f. & veder pur dal ponto.f.doue caderia la perpendicolare sopra la detta linea.b c.& trouaremo, che caderia in ponto.h.& cosi dal ponto.b.al ponto.h.diremo che vi sia due delle nostre misure, & cosi di nuouo trasportaremo il capo della nostra misura in ponto.h.tenendo pur suspesa la nostra misura rettamente a liuello, come si vede nella terza positione, & finalmente vedere doue caderia la perpendicolare dal ponto.f.& trouaremo che la cadera piu in fuora del ponto.c.come si vede in ponto.i.& cosi dal ponto.b.al ponto.i.diremo che vi sia 3 delle nostre misure, & tanto sara anchora

chora la larghezza della basa fondamentale di tal pezza di terra, cioe che dal ponto .e. al ponto .i. sara medesimamente tre delle dette nostre misure, & di questo te ne potrai certificare se protrarai le due perpendicolari f g. & f h per fino alli duoi ponti k. & l. della linea .e c i perche (per la 34 del primo di Euclide) la e k. sara vguale alla b f. & la k l alla g f. & la l i. alla h f. Ma non volendo tu misurare, fatto che la decadura .b c. dalle dette tre misure tu ne cauarai la parte piana .c i. & il restante sara la larghezza della detta basa fondamentale di tal pezza di terra obliquamente situata, cioe che tanto sara la linea .e c.

Ma se per sorte la detta pezza di terra obliquamente situata fusse congionta con vn'altra situata nel piano doue procede la linea .c i. tu continuaresti la tua misuratione di longo, cioe trasportando il capo della misura nel ponto .i. distendendo la detta misura per il piano secondo l'ordine, che nelle misurationi delle superficie di terra situate in piano si costuma, perche molte volte interuiene, che vna parte di vna pezza di terra sara situata in piano, & vna parte procedera suso per qualche colina, ouer montata, e pero la parte piana si debbeno misurare secondo, che communamente si costuma, & la parte, che va in colina nel misurare di sotto in suso, ouer di suso in giuso bisogna procedere, come che di sopra e stato detto. Et quantunque in tal materia vi si potria addure molte varieta di questioni, & essempij, nondimeno se ben considerarai questo solo ti satisfara per tutti.

Correlario.

Dalle cose dette, & essemplificate di sopra si manifesta, che essendo vna grandissima montagna cerca da tutte le bande, & nella summita di varie, & diuerse pezze di terra pratiue, ouer boschiue di vna communita, & che tal communita la volesse vendere a vn'altra communita sua vicina per pascolar le sue bestie, ouer per far legne, come molte volte accade, & volendo misurar, & trouar con somma breuita, la quantita che fruir puo di tutte quelle tal pezze di terra in summa, che basta a trouar la quantita della basa fondamentale di tal montagna, & tanto quanto sara la detta basa fondamentale, tanto sara anchora la summa di tutte quelle pezze di terra (rispetto a quel che rendere, ouer fruir possono) anchor che tal montagna procedesse in altezza per fino al cielo della luna.

Il modo di trouar la quantita della detta basa fondamentale di detta montagna fu detto, & essemplificato sopra la ottaua del quarto capo, perche la detta basa fondamentale non e altro, che la pianta di tal montagna, & quando che tal montagna fusse congionta da vna banda con qualche altra montagna, tu potrai trouar la linea trauersante in piano fra l'una, & l'altra montagna, secondo l'ordine dato di sopra per trouar la larghezza .e c. della basa fondamentale della sopradetta pezza di terra obliquamente situata.

Da notare.

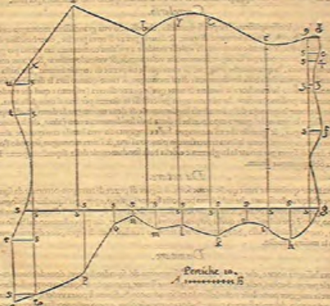
Bisogna notar qualmente tutte quelle strane sorte di figure di pezze di terra puo occorrere da squadrare obliquamente situate, che habbiamo proposte situate in piano, e pero per squadrarle bisogna tener quelli medesimi ordini, & modi che sono stati mostrati nelle squadrationi de quelle situate in piano, vero e che nel misurare quelle perpendicolari, & altre linee, che procederanno dal basso in alto, ouero da alto a basso, bisogna misurarle secondo l'ordine dato di sopra, cioe direttamente con la misura a liuello.

Da notare.

Anchora bisogna notare, che per trouare con l'istromento del squadro li ponti doue debbono cascare le perpendicolari, nelle superficie obliquamente situate, piantando il squadro perpendicolarmente la maggior parte delle volte (essendo tal squadro con busi) non si poria veder il segno piantato nel angolo, da qual si vorra cauare la detta perpendicolare, e pero egli e necessario per tal occorrentie a far li duoi trasguardi del detto istrumento con due segature in perfetta croce, cioe che quelle s'intersechino fra loro nel centro di tal istrumento ad angoli retti (come fu detto sopra la prima del primo capo di questo libro) & far le dette due segature con sua seghetta sottilissima, & che tai due segature vadi molto profunde, perche quanto piu vanno in profundo, tanto meglio seruino in tai negotij, dommente che si profundano rettamente, e pero quanto e piu grosso di morello il detto squadro e meglio, perche le dette due segature si ponno piu profundare.

Regola generale di saper misurare, & trouar la quantita superficiale, & fondamentale di vn grandissimo paese, come saria di vna isola, ouer di tutto il territorio di vna citta, ouer di vna grandissima campagna. Cap. VII.

a ANchora quando che'l ti occorresse di douer misurare, & trouare la quantita superficiale di qualche isola, ouer di qualche gran territorio di vna citta, ouer di qualche gran paese paduloso, ouer di qualche gran campagna. Questo doueresti far con vna di quelle due forme di bossoli narrati nel quinto libro di miei quesiti, & inuentioni diuerse, cioe andar per la circonferentia di quel tal gran paese, isola, ouer territorio, & metterlo in disegno secondo la regola, & modo dato nel quarto, & quinto quesito del detto quinto libro di detti nostri quesiti, & inuentioni diuerse, & il quale to che si hauera in disegno, bisogna poi per squadrarlo procedere, come nelle altre pezze di terra è stato detto, & fatto, eccettuando che per trouar le perpendicolari in luogo del strumento del squadro tu le ritrouarai con il compasso, secondo che dimostra Euclide nel suo primo libro, ouero tu le trouarai con vna squadretta simile a quella che vsano marangoni, spezza preda, designatori, & altri, della quale se ne parlai, & se la dette in disegno nella prima del primo capo di questo libro, & trouate le dette perpendicolari, tu misurarai poi diligentemente ciaschaduna di dette perpendicolari con la tua apertura di compasso proportionata alla tua misura, con laquale anchora gia formasti li lati del tuo disegno, ouer secondo l'ordine della tua scala gia per auanti ordinata secondo l'ordine dato nel detto secondo, terzo, et quarto quesito del detto mio quinto libro di quesiti, & inuentioni diuerse, & con il medesimo modo andar misurando tutte quelle altre linee ne-



cessarie a trouar la quantita superficiale di ciascun di quelli capi tagliati, ouer triangoli, nelli quali hauerai risolto quel tal disegno, & la summa di tutte queste quantita superficiali sara la quantita superficiale di quella tal isola, territorio, ouer campagna, ouer altro paese, che hauerai tolto in disegno. Essempi gratia ponemo che il disegno di quel tal paese, isola, territorio, ouer campagna. Sia la figura a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x. per squadrare, & misurare realmente questa tal figura si puo procedere per piu vie, come che nelle passate squadrationi di pezze di terra finite in piano, cioe a risolverle in triangoli, ouer parte in triangoli, & parte in capi tagliati, ouer doppi capi tagliati, e pero questa anchor che non sia necessaria fatica risoluendola in triangoli piu di quello che saria risoluendola in capi tagliati, perche in questa nõ habbiamo d'andare personalmente con il squadro a trouar le perpendicolari di detti triangoli, anzi quelle si hanno da trouar con vna squadretta materiale simile a quella di marangoni, & nella nostra camera. Nondimeno voglio pur che la risoluiamo in capi tagliati, perche la squadratione sara piu presta, & men confusa. E per tanto tiraremo la linea. g a. per nostro fondamento, & sopra di quella con vna squadretta simile a quella d'i misuratori seguaremo la linea. s g. perpendicolare alla detta nostra linea. g f. & con la medesima tirarai tutte le altre perpendicolari, che a te parera necessarie, come sono s c. s z. s y. s b. s a. s x. & similmente da l'altra banda le. s m. s p. s o. s n. s m. s l. s k. s z. s s. aricordati come quella lettera s. significa a squadra, cioe che tu linee venghino in tal ponto a squadra, il medesimo intenderai in quelle residue particole, cioe la s i. s. s z. s s. s s. s a. s s. f s. 4 s e. & cosi discorrendo, tu hauerai risolto realmente il detto figural disegno in capi tagliati, come in questo puoi vedere, fatto questo bisogna mo misurare, & trouare la quantita superficiale di ciascheduno di detti capi tagliati, & triangoli (se per sorte hauesti formato qualche triangolo in tal squadratione) & questo essequirai con quella medesima apritura di compasso, con la qual formasti i lati di questo disegno proportionati alli relatiui lati di quel tal paese, o sia isola, territorio, campagna, o altro, laqual apritura di compasso rappresentara la tua real misura, o sia tal misura pertica, ouer passo, ouer giocata, ouer cauezzo, o altra misura simile, come nel detto quarto, & quinto questito del quinto libro delli miei quesiti, & inuentioni diuerse chiaramente ti ho narrato, & se per sorte hauerai formato la scala di piu misure composte, tanto piu breuemente trouarai la quantita lineale di ciascheduna di quelle perpendicolari a vna per vna secondo l'ordine detto, dato nel detto quarto, & quinto mio quesito, & similmente della longhezza di ciascheduno capo tagliato, con lequai misure trouarai poi la quantita superficiale di ciascuno di detti capi tagliati, lequali quantita posta l'una sotto l'altra di mano in mano secondo, che le si vanno trouando di vna in vna, & finalmente summarle tutte insieme, & cosi tal summa concluderai esser la quantita superficiale di quel tal paese, isola, territorio, campagna, o altro, & accio meglio m'intendi, ti voglio adur vn puoco di essempio in figura, poniamo che la linea. a b. in margine posta, sia quella proportionata scala adoperata nel formar proportionalmente li lati del presente disegno alli lati della detta nostra isola, territorio, cãpagna, ouer qual si voglia altro paese, & pongo che la detta scala, ouer linea. a b. sia stata supposita per 10 pertiche lineali alla vlanza, ouer costume di Verona. Hor volendo mo misurare realmente, & trouar l'aria superficiale del primo capo tagliato. s g. s c. vederemo quãte volte la detta linea. a b. misurata, ouer intrara nella perpendicolar s g. & trouaremo che la v'intrara 4 volte, & vi auanzara vna certa particella, che sara circa a due di quelle 10 particole della nostra linea. a b. onde tutta la detta perpendicolar. s g. veniria a esser circa perti. 42. quale notarai nella tua polizeta, come in margine vedi, fatto questo vederai quãte volte intrara la nostra linea. a b. nella lõghezza di tal capo tagliato (cioe nella linea ch'e dal primo s. al secondo s.) & trouarai, che la v'intrara vna volta sola, & vi auanzara circa $\frac{1}{3}$ di vna di quelle 10 particole della detta linea. a b. & perche vna di quelle 10 particole rappresenta vna pertica lineale li $\frac{1}{3}$, dellaquale saria piedi 4. a ragion di piedi 6. per pertica alla Veronesa, onde tutta la detta longhezza da. s a. s. veniria a esser perti. 10. & piedi 4. quali notarai per longhezza nella tua polizza, come in margine vedi, fatto questo tu vederai similmente quante volte intrara la detta nostra linea a b. nell'altra perpendicolare. s c. & trouarai che la v'intrara per 4 volte, & auãzara anchora vna certa piccol particella, che sara circa tanto quãto vna di quelle 10 particole, ouer particole della detta nostra linea. a b. onde tutta la detta perpendicolare. s c. veniria a esser perti. 41. & queste notarai nella tua polizeta per la secõda testa del nostro capo tagliato, & cõ tal ordine andarai misurando tutti li altri capi tagliati (a vno per vno) si li picoli, come li grandi in che hai risolto il tuo disegno, et il medesimo faresti di triangoli quando vi occorresse triangoli. Et fatto questo tu andarai poi facendo la ragione, cioe trouar la quantita superficiale di ciascun di quelli a vno per vno secondo le sue regole date alli suoi luoghi. Ma perche se tu le hauesti scordate ti voglio replicar il modo da concludere il sopranotato essempio. Per trouar adunque l'aria superficiale del sopranotato capo tagliato, summa quelle perti. 42. della prima testa, con quelle perti. 41. della seconda sara perti. 83. pigliane la mita, che sara perti. 41. p. 3. & tanto conrai per vna testa squadrata, & per longhezza notarai le medesime perti. 10. p. 4. fatto questo multiplica quelle perti. 10. p. 4. fia quelle perti. 41. p. 3. onde operãdo secondo l'ordine dato nel costume di Verona trouarai che te ne venira tauole 442. p. 24. & tanto sara lo detto capo tagliato. s g. s c. et queste ta. 442. p. 24. notarai da banda, & cõ tal ordine andarai misurando, & concludendo tutti gli altri capi tagliati a vno per vno, & cosi le dette conclusioni andarai notando di mano in mano l'una sotto l'altra, & finalmente summar tutte le dette conclusioni insieme, & tanto quanto sara la detta summa, tãto concluderai esser la detta isola, territorio, campagna, ouer altro paese, che pigliasti in disegno, & con tal ordine procederai nelle altre simili misurationi, & con questa voglio far fine a questo libro.

primo capo tagliato
testa perti. 42.
lon. perti. 10. p. 4.
testa perti. 41.

squadrato
lon. perti. 10. p. 4.
testa perti. 41. p. 3.

fa tauole 442. p. 24.

FINE DEL TERZO LIBRO.

IL QVARTO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

Le diffinitioni di alcune specie di corpi, di che si ha da parlare in questo quarto libro, & in altri. Cap. I.

Che cosa sia corpo.

1 IL corpo, qual anchora è detto solido (come diffinisse Euclide nella prima diffinitione del suo vndecimo libro) è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini delquale sono superficie.

Le specie delle misurationi, ouer misure, che nella pratica di geometria interuengono (come fu detto nella quarta del primo capo) sono tre, la prima è detta misura di linea, ouer lineale, cioe solamente di longhezza, la seconda si è chiamata misura di superficie, ouero superficiale, cioe di longhezza, & larghezza, la terza & vltima è nominata misura di corpo, ouer corporale, cioe di longhezza, larghezza, & di altezza, ne piu oltra ascende le misurationi, e pero il corpo è quello che ha in se queste tre qualita, cioe longhezza, larghezza, & altezza, & li termini del detto corpo vengono a esser quelle superficie, che sono di loro lo estremo, & coprono.

Nota che l'altezza di vn corpo, alle volte è detta profondita, & alle volte è detta grossezza, e pero tu auertirai.

Che cosa sia angolo corporeo, ouer solido.

2 L'Angolo corporeo, ouer solido (come diffinisse Euclide nella decimasettima diffinitione del suo vndecimo libro) è quello, che è compreso sotto a piu di duoi angoli piani costituiti a vno medesimo ponto, liquali non siano siti in vna medesima superficie, cioe si come che due linee rette riferrate insieme non ponno rinchiudere superficie, similmente duoi angoli piani a vn medesimo ponto terminati riuoltando l'uno sopra l'altro non pono conchiudere fra loro quantita corporea, ma essendo piu di duoi, esse possibile alle volte poter formar vn'angolo solido, ma nō sempre, come in altro luogo s'intendera, basta solamente a intendere in questo luogo, che l'angolo solido è sempre compreso sotto a piu di duoi angoli piani, & che non siano tai angoli piani in vna medesima superficie, perche se fussero in vna medesima superficie, anchor che terminassero a vn medesimo ponto non poteriano formar angolo solido, come si manifesta nelli tre angoli. b a c. c a d. d a e. per esser tutti tre in questa medesima superficie di carta non ponno formar angolo solido, ma che riuoltasse la linea. a e. sopra la linea. a b. li detti tre angoli piani veniriano in tal riuolgimento a formar vn'angolo solido in ponto. a. il qual angolo solido veniria a esser compreso sotto di detti tre angoli piani, perche in tal riuolgimento li detti tre angoli piani si trasfeririano in tre superficie diuerse.

Che cosa sia angolo solido rette.

3 L'Angolo solido retto (da noi) s'intende quello che è compreso, ouer contenuto sotto di tre angoli piani, & retti.

Che cosa sia corpo, ouer solido rettangolo.

4 IL corpo, ouer solido rettangolo (da noi) s'intende, & piglia ogni specie di corpo, che tutti gli angoli solidi di quello siano retti, e pero seguita tal specie di corpo esser necessariamente sempre compreso sotto di 6. superficie parallelogramme rettangole formate attorno di quelli 12 lati lineali, & otto angoli solidi, & retti, & ciascuno di detti otto angoli solidi, oltra ch'eglie compreso sotto di tre angoli piani, & retti, ma anchora sotto di tre linee rette, lequali tre linee rette sempre ne rappresentano la longhezza, larghezza, & altezza del detto solido rettāgolo, lequali 3 linee alle volte sono eguali, & alle volte due sono eguali, et l'altra maggiore, ouer menore, et alle volte sono tutte 3 disequali, cioe differenti tra loro, e pero

seguita

seguita le specie del corpo rettangolo esser tre, delliquali quella, che la longhezza, larghezza, & altezza sono eguali è il cubo, come nella seguente s'intendera.

Che cosa sia il cubo.

5 IL cubo (come diffinisse Euclide nella ventesima diffinizione del suo vndecimo libro) è vna figura solida contenuta sotto di 6 superficie quadrate, cioe alla similitudine del dado, con il qual si giuoca, il qual dado è contenuto sotto di 6 superficie quadrate, lequai 6 superficie quadrate nella referatione del detto cubo causano 12 lati, & 8 angoli solidi, come che in margine si vede, & ogni angolo solido è contenuto sotto di tre angoli retti, & li detti tre angoli retti sono formati da tre linee rette eguali, & le dette tre linee eguali ne rappresentano la longhezza, larghezza, & altezza di tal corpo, e pero si manifesta il detto cubo esser solido rettangolo.

cubo

Che cosa sia piramide laterata.

6 LA piramide laterata è vna figura corporea, sopra di vna basa rettilinea costituta, & terminata d'intorno da tanti triangoli, quanti sono li lati della sua basa, i quali triangoli sono in suso eretti concorrenti tutti a vn ponto soprastante in aria opposito alla basa.

Piramidi laterate

Che cosa sia piramide rotonda detta cono.

7 LA piramide rotonda (che da Apollonio Pergeo, & Archimede, & da altri greci è detta Cono) è vna figura corporea (come vuol Euclide nella decimaquinta diffinizione del suo vndecimo libro) laqual si forma dal transito del triangolo rettangolo (stante saldo, e fisso l'vno de suoi lati continenti l'angolo retto) & circondutto il detto triangolo per fino a tanto, che quel ritorni al luogo, doue diede principio a muouersi. Et se il lato fisso sara eguale al lato circondutto, la figura sara rettangola, & sel sara piu longo sara acutiangola, & sel sara piu corto sara ottusiangola, & l'assis di detta figura sara il lato fisso, & la basa sua sara vn cerchio. Euclide si sforza di darne ad intendere, che cosa sia la detta piramide rotonda con il modo speculatiuo, & praticale di costruere quella. Essempi gratia sia il triangolo a b c. che habbia l'angolo a b c. (cioe l'angolo b.) retto, & sia il lato a b. perpendicolarmente piantato, & fisso, & essendo circondutto il detto triangolo, atorno (stante rettamente fermo il detto lato a b. fisso) talmente che il ponto c. insieme con il lato c b. ritorni al medesimo ponto, doue che al presente si ritroua, cioe che in tal reuolutione venghi ad hauer formato vn cerchio, il qual cerchio venira ad esser la basa di tal figura descritta dalla detta reuolutione del detto triangolo a b c. stante il lato a b. fermo, & fisso in piede, & cosi tal figura è detta piramide rotonda, ouer cono. Et quando che il lato a b. sara eguale al lato c b. tal piramide sara detta rettangola, la causa è, che l'angolo c a b. del detto triangolo sara la mita d'vn'angolo retto, e pero quando che il ponto c. nella reuolutione sara gionto al ponto d. l'angolo c a d. venira a esser retto, per esser composto di duoi mezzi angoli retti, e per tanto l'angolo solido di tal piramide sara retto, e per questa causa sara detta rettangola. Ma sel lato a b. sara piu longo del lato c b. per le medesime ragioni sara acutiangola, perche l'angolo c a b. del detto triangolo sara menore di mezzo angolo retto, e pero il suo doppio (cioe l'angolo c a d.) sara acuto. Et sel detto lato a b. sara piu corto del b c. per le medesime ragioni, tal piramide sara ottusiangola, perche in tal caso l'angolo b a c. sara maggiore della mita di vn'angolo retto, e pero il doppio di quello sara ottuso, & tutto questo si puo dimostrare per la 32 del primo, & per la decimanona del medesimo del detto Euclide.

Che cosa siano superficie equidistanti.

8 LE superficie equidistanti sono quelle, che protratte in qual parte si voglia non concorrano anchor che fussero protratte in infinito.

Che cosa sia piramide scauezza, ouer troncata, ouer tronca.

9 QVando che di qual si voglia piramide ne sia tagliata vna parte verso la ponta con vn taglio, che la superficie di quello sia equidistante alla basa della piramide, il restante di tal piramide è detta piramide scauezza, ouer tronca, ouer troncata, come per essempio in margine appare in figura.

Piramide Tronche

Che cosa sia seratile, ouer prisma.

20 EVclide nella nona diffinitione del vndecimo suo libro (tradutto dal Campano) dice, che quel corpo, che è contenuto da cinque superficie, delle quali tre siano parallelogramme, & 2 triangole è detto Seratile, & è alla similitudine di quel tetto, che si costuma a far sopra vna casa di quattro pariete equidistanti, stando che la cima di quel tal tetto sia vna sola linea con vna superficie parallelogramma per banda declinante al basso per poter scorrere giuso per quelle l'acqua che piove, vero è che tal corpo nella tradottione del Zamberto è chiamato generalmente prisma, ouer colona laterata, cioè che questo nome prisma è generale, qual si applica a tutte le specie di colone laterate, perche tal diffinitione nella tradottione del Zamberto dice precisamente in questa forma.

seratile, & prisma

Prisma è vna figura solida, compresa da superficie piane, delle quali le doi, che sono da i capi opposti eguale sono simile, & equidistante, le altre poi sono parallelogramme. E però ogni colona laterata sia di quanti lati si voglia s'intende prisma.

Che cosa sia colona rotonda detta da greci Cilindro.

21 EA figura corporea rotonda, che dal Campano è detta colona, laquale in ciascun capo vi ha vn cerchio, Euclide nella 16 diffinitione, con la sua costruttione la diffinisse, dicendo, che l'altezza di questa figura è il vestigio del parallelogrammo rettangolo formato il lato, che contiene l'angolo retto, & la detta superficie circondotta per fino a tanto che ritorni al luoco suo.

Cilindro

Laqual diffinitione è simile a quella del cono, ouer piramide rotonda, dallaqual diffinitione, credo sia stata cauata la regola, che vsano li spezza pietre nel costruere vna colona rotonda, perche loro incauano vna tauola, facendo in quella la forma, che eßintrinsecamente vogliono dar a tal colona, la qual tauola incauata da loro è detta sagoma, & con la regola di quella vanno scarpellando la detta pietra, che ridur vogliono in colonna, talmente che cō la regola di tal sagoma la riducono a sine, vero è che per dare vn pocco di panzetta a tal colona (che cosi si costuma) non fanno tal incauo nella detta tauola parallelogrammo rettangolo, come dice Euclide, anzi lo fanno alquanto incauo, acciochè tal colōna habbia (come è detto) vn pocco di panzetta, laqual panzetta fa molto vistosa tal colōna, ma per nō mi disuiar da Euclide supponeremo per essempio di tal sua diffinitione il detto parallelogrammo rettangolo a b c d, & sia fermato il lato a b, & quel sia sisso, & circondar tutto il parallelogrammo per fino a tanto, che'l ritorni al primo luogo, doue diede principio a mouersi. Et cosi la figura corporea descritta dal moto di questo parallelogrammo dice Euclide, ouero il Campano, che si chiama colonna. Ma perche questo medesimo modo precisamente vsano li murari per far rettamente vn pozzo, cioè che vi piantano in fondo di tal pozzo rettamente vn trauo, & a quello vi attaccano vn parallelogrammo rettangolo di tauole, girabile attorno, la larghezza delqual parallelogrammo, è quasi la mita del diametro della canna del detto pozzo, & la longhezza sua è quanto che debbe esser l'altezza della detta canna, & cosi nel far la detta canna giusta, & retta si regolano con il detto parallelogrammo girabile, e per tanto la sopradetta diffinitione, par che piu si conuenga per far la canna d'vn pozzo, che per far vna colonna, perche la detta canna non pretenisse in cosa alcuna alla sopradetta diffinitione, & la forma di detta canna, da greci (come di sopra è stato detto) è chiamata cilindro, e però quel nome di colonna rotonda tengo che non sia di Euclide, ma che sia stato aggionto dal Campano, ouer da qualche altro.

Suppositione.

22 EVclide nel principio del suo secondo libro diffinisse che'l si suppone che ogni parallelogrammo rettangolo contenersi sotto alle due linee, che circondano l'angolo retto, & noi diffiniamo in questo luogo, che'l si suppone che ogni corpo, ouer solido rettangolo contenersi sotto a quelle tre linee, che circondano l'angolo retto (solido) delle quali tre linee (come di sopra è stato detto) vna ne rappresenta la longhezza, l'altra la larghezza, & l'altra l'altezza, ouer grossezza di tal corpo solido, e però volendo trouare l'aria corporale di ogni solido rettangolo, si debbe multiplicare il numero delle misure di vna di quelle tre linee fia il numero di quelle di vna delle altre due, & quel produtto fia il numero di quelle dell'altra terza, & tal secondo produtto sarà l'aria corporale di tal solido rettangolo, cioè tal secondo produtto sarà il numero delle volte, che il cubo della nostra misura lineale (che hauere mo operata) intrara, ouer misurara quel tal solido rettangolo. Essempi gratia pongo che sia il corpo, ouer solido rettangolo a b c d e f g, & pongo che la longhezza d c sia 6 misure, cioè passa, ouer 6 pertiche, ouer 6 piedi, ouer altra misura sotta a nostro piacere, & che la larghezza d e, ne sia quattro di quelle medesime,

& l'altezza

& l'altezza.d b 6.hor per esser meglio inteso supponemmo che la detta nostra misura lineale gia operata a misurar le dette tre linee.d c.d e.d b.) sia la linetta.h.laqual supponemmo essere vn piede,& il quadrato di tal linetta.h. supponemmo che sia il quadretto.k.& il cubo di tal linetta.h. supponemmo che sia il cubetto.l.hor per trouar l'aria corporale del detto nostro solido rettangolo.a b c d e f g. multiplicaremo la larghezza sia la longhezza, dicendo 4 fia 6 fa 24. & cosi 24 superficiali sara la basa di tal solido,cioe che la sara 24 quadretti eguali al quadretto.k.i quali 24 quadretti li multiplicaremo per l'altezza del detto nostro solido, cioe per 6.& fara 144.& cosi 144 sara l'aria corporale del detto solido, cioe che il detto solido sara 144 cubetti eguali al cubetto.l.come che sensibilmente nella rissolutione,& diuisione del detto solido puoi vedere,& con tal ordine si douera procedere in tutte le altre specie di solidi rettangoli.

Correlario.

E pero si manifesta in questo caso la linetta.h.esser la nostra misura lineale, con laquale misuramo,& veniamo in cognitione di tutte quelle quantita lineali, che con quella misura potiamo, & tal misura lineale da nostri antichi mathematici è detta altimetria.

Anchora si manifesta, che il quadrato della detta linetta.h.qual è il quadretto.k.esser la nostra misura superficiale (in questo caso) con laquale misuriamo, & veniamo in cognitione di tutte quelle quantita superficiali, che con tal quadretto (con arte) misurar potiamo, laqual misura superficiale da nostri antichi mathematici è chiamata planimetria.

Et similmente si manifesta in questo caso, qualmente il cubo della detta linea.h. qual è il cubetto.l.esser la nostra misura corporea,ouer corporale, con laquale misuriamo, & veniamo in cognitione di tutte quelle quantita corporee,ouer corporali, che (con arte) misurare potiamo,laqual misura corporea, ouer corporale, da nostri antichi geometrici è nominata steriometria, perche in effetto la misura eglie necessario, che la sia del genero della cosa misurata,ouer che si ha da misurare.

Come si costuma di vendere, & comprar li feni per Italia, & anchora della regola di saper misurar quelli. Cap. II.

1 LI feni si costumano communamente di vendere,& comperar a tanto il carro, ma perche sopra di vn carro vi se ne porria cargar, che piu,che meno,secondo la qualita del detto, & secondo la finatione di quello sopra del detto carro, e pero fu necessario a limitar con il peso, & con la misura il detto carro di feno si sul carro,come su li fenili, acciochè li compradori (quali sono la maggior parte malghesi, & peccorari, quando vanno,& vengono con li loro bestiami dalla montagna) come li venditori, i quali sono contadini, gentil'huomini, & altri, habbino vn limitato termine, ma perche quasi ogni famosa citta ha vna sua limitatione a tal materia da loro antichi instituita, che a volerne narrare la millesima parte di quelle, che per Italia si costuma saria cosa longa,& fastidiosa, e pero intendo di narrare solamente il costume di Verona, & di Brescia, con tutte quelle sottilita, che occorrer possa nelle misurationi di quello, con il qual ordine da te medesimo lo saprai accommodare al costume di qual si voglia altra citta.

Come si vendono li feni sul Veronese.

2 IL costume di Verona,& del suo territorio è da vendere il feno a carra, il carro s'intende esser pesi 100.& il peso s'intende esser lire 25 a peso, & per misurar questi feni sopra di loro fenili,ouer su li carri,& in altri luoghi finaci su le montagne, vsano quella medesima pertica diuisa in piedi 6.che costumano anchora a misurar li campi, vero è che nel misurar li feni non si nomina le pertiche, ma solamente li piedi, & con la esperienza fatta da loro antichi hanno trouato, che 240 piedi cubici di feno commune in bonta benissimo accontio,& assettato su li fenili fanno vn carro di feno,cioe pesi 100.& quelli 240 piedi cubici, per ridur la ragion piu facile li chiamano ß 240.i quali fanno soldi 20 di feno, & perche soldi 20 di danari fanno vna lira di danari per similitudine dicono anchora che vna lira a misura di feno fanno vn carro,ma perche li feni ve ne sono di piu grassi, ouer magri della commune institutione,tal hora al stimo di persone di giudicio in tal materia lo conzettano (quando che eglie molto magro) a ragion di soldi 21.ouer 22.ouer 23.il carro,& quando ch'eglie molto grasso,lo conzettano tal hora a soldi 19.ouer soldi 18.il carro,ma il commun termine è soldi 20 il carro,com'è detto.

3 EGlie vn fenile di feno rettangolo longo piedi 18.& largo piedi 12.& alto egualmente per tutto piedi 12. Volendo saper quanto sia questo feno a soldi 20 il carro, multiplica quelli piedi

12 della larghezza fia quelli piedi 12 della longhezza fara 264. & questi faranno piedi superficiali, liquali multiplicandoli per quelli piedi 12 dell'altezza faranno 4368. & questi faranno tanti piedi cubici di feno (liquali da loro sono detti danari, onde reducendoli in soldi (con partirli per 12, perche 12 danari di feno fanno vn soldo di feno) faranno soldi 364. danari 0. liquali reducendoli a carra, & partendoli per 22 ne venira carra 16. soldi 4. cioe tanto sara il detto feno, cioe tanto tal feno esser carra 16 e soldi 4. delquale se ne fa poi il conto al pretio, che si vende il carro. Ma se per sorte nel detto feno vi fusse interposito qualche pilastrone, ouer piu pilastroni (come nella maggior parte occorre) per sustentar il tetto, faresti che hauerai il conto di tutto il composito, cioe del feno, & pilastroni, tu farai poi il conto de l'aria corporale di detti pilastroni, & tal aria corporale tu la cauerai di quella del detto composito, & il rimanente sara la quantita del feno, che per esser cosa matura, & di facile apprensione non ti adduco altro essempio. Auertendoti solamente che'l piede cubo di feno (detto danaro) si diuide in dodici oncie di feno, & la oncia in dodici ponti di feno, & il ponto in dodici athomi di feno, cio è corporei.

Della rappresentatione delle misure che puo occorrere nel misurare

detti feni secondo il costume di Verona, & suo Territorio.

Rappresentationi sotto breuita.
pie. fia pie. fa pie.
pie. fia ⊖ fa ⊖
pie. fia pō. fa pō.
⊖ fia ⊖ fa pon.
⊖ fia pō. fa ath.

4 MA perche rare volte interuiene che le tre misurationi, cioe longhezza, larghezza, & altezza del detto feno vengano a piedi netti, come nella precedente questione è stato supposto, anzi la maggior parte delle volte vengono a piedi, & oncie, & nel giustar le misure, & nel far le ragioni senza rotti vi occorre non solamente piedi, & oncie, ma anchora piedi, oncie, & ponti, delliquali ponti dodici fanno vna oncia, e pero a intendere ben questa pratica, come si conuiene, egli è necessario a saper a mente le rappresentationi delle specie delle misure fra loro, quale sono le sottoscritte.

A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi, ouer danari.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie superficiali, ouer solide.
A multiplicar piedi fia ponti rappresentano ponti superficiali, ouer solidi.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti superficiali, ouer solidi.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano athomi solidi.

vn feno di feno.
lon. pie. 35. oncie 3.
lar. pie. 26. oncie 1. 2. ʒ 2.
alto pie. 23. oncie 7.

fa c. 83. ʒ 4. ʒ 0. ⊖ 6. p. 0. at. 9

5 OR che inteso hai le rappresentationi delle specie delle misure, multiplicandole l'una fia l'altra, per venire alla conclusione. Supponeremo che sia vno fenile, ouer chiuso di feno rettangolo, longo piedi 35. oncie 3. largo piedi 26. oncie 1. & alto piedi 23. oncie 7. Volendo mo saper quanto sia questo feno a ragion di soldi 22 il carro, che saria a ragion di 264. piedi cubi al carro, liquali piedi cubi (come di sopra è stato detto) li chiamano danari, quali tirandoli in soldi per 12. faranno li detti soldi 22. al carro. Hor per trouar quanto sia questo feno si puo procedere per tre vie, la prima, qual è ia piu longa è a ridur le dette tre misurationi in oncie, il che facendo si trouara la longhezza esser oncie 423. di misura, & la larghezza oncie 317. & l'altezza oncie 283. multiplica mo le oncie 317. della larghezza fia quelle oncie 423. della longhezza faranno 134091. & questi saranno ponti superficiali, perche nelle rappresentationi si è detto, che a multiplicar oncie fia oncie fanno ponti, poi questi ponti 134091. multiplicati per quelle oncie 283 dell'altezza faranno 37947753. & questi saranno athomi, perche oncie fia ponti fanno athomi di feno, cioe corporei, quali facendone ponti, partendoli per 12. faranno ponti 3162312. & athomi 9. facendo poi li detti ponti in oncie, & le oncie in piedi cubi, ouer danari, & li danari in soldi, hauerai in vltimo soldi 1830. danari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9 di feno, fatto questo farai li detti soldi 1830. in carra partendoli per 22 (perche fu supposto a soldi 22. il carro) te ne venira carra 83. soldi 4. danari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. & tanto sara il detto feno.

Nota che tu poteui anchora partire li detti athomi 37947753. per il cubo di oncie 12. che saria 1728. il che facendo te ne venira alla prima danari 21960 $\frac{1}{1728}$, che faranno pur soldi 1830 danari 0 $\frac{993}{1728}$. Ma il primo modo ti schiua il partir per banello, ouer galia.

Ma volendo procedere per la seconda via, laqual è assai piu breue della soprascritta (& questa è a non mouer le misure dal esser suo) assetta la larghezza sotto alla longhezza, come in margine vedi, poi multiplica quelli piedi 26 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza a vna per vna, & prima li detti piedi 26. fia quelli piedi 35 faranno piedi 910. quali notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi piedi 26. fia quelle oncie 3 della longhezza fara ⊖ 78 superficiali, quale reducendole in piedi faranno piedi 6. & oncie 6. quale notarai sotto a gli altri piedi 910. che sal

lon. pie. 35. oncie 3.
lar. pie. 26. oncie 1.

fa pie. 920. oncie 1. pon. 3.
alto pie. 23. oncie 7.

fa c. 83. ʒ 4. ʒ 0. ⊖ 6. p. 0. at. 9

uati, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 1 della larghezza fia quelli piedi 35. oncie 3 della longhezza, & prima fia li piedi 35 fara oncie 35. quale facendone piedi faranno piedi 2. oncie 11. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplicarai le medesime oncie 1 di detta

larghezza

larghezza, fia quelle oncie tre di detta longhezza, fara ponti 15. che faranno oncie 1. ponti 3. quali notarai sotto quelli altri tre produtti, & summandoli poi tutti quattro insieme, trouarai che faranno piedi 921. oncie 2. ponti 3. superficiali, & questi multiplicarai per quelli piedi 25. oncie 7. della altezza, cioe multiplicarai prima quelli piedi 25. fia quelle tre specie di misure superficiali, & primo fia quelli piedi 921. fara 23025. & questi faranno piedi cubi detti danari, quali notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi piedi 25. fia quelle oncie 2. di sopra, fara oncie 46. che faranno piedi 3. oncie 10. & queste notarai sotto alli altri, poi multiplicarai li medesimi piedi 25. fia quelli ponti tre di sopra, fara ponti 69. corporei, che faranno oncie 5. ponti 9. da notar sotto alli altri, fatto questo, multiplicarai le oncie 7. de l'altezza, fia quelle medesime tre specie di misure superficiali, & prima fia quelli piedi 921. fara oncie 6517. quale faranno piedi 541. oncie 1. corporei, quali notarai sotto alli altri, poi multiplicarai le medesime oncie 7. fia quelle altre oncie 2. di sopra, fara ponti 14. che faranno oncie 1. ponti 2. da mettere sotto alli altri produtti, finalmente multiplicarai le medesime oncie 7. fia quelli ponti tre di sopra, fara athomi 21. che faranno ponti 1. athomi 9. da notar sotto alli altri produtti, quali summandoli tutti insieme, trouarai che faranno danari 23960. oncie 6. ponti 0. athomi 9. di feno, onde tirando li detti danari 23960. in soldi, & in carra, trouarai che faranno per carra 83. soldi 4. danari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. si come per l'altra via.

Ma volendola risolvere per la terza via, reccarai le oncie a parte di piede in ciascheduna di quelle tre misurationi, & che facendo hauerai la longhezza esser piedi 35 $\frac{1}{2}$, & la larghezza piedi 25 $\frac{5}{12}$, & la altezza piedi 25 $\frac{7}{12}$, hor multiplicando l'una di queste tre quantita fia vna delle altre, & quel produtto fia l'altra terza, secondo la regola data a multiplicar tre numeri fani, & rotti, sopra il multiplicar di rotti, & trouarai che faranno danari 23960 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$, quali tirandoli in soldi, & poi in carra, faranno carra 83. ß 4. danari 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$, ma se redutarai quel rotto de danari, (cioe quel $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$) in oncie, ponti, & athomi, trouarai che te ne venira medesimamente carra 83. soldi 4. danari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. si come per le altre due vie. Et questa terza via torna piu commoda in pedi strani doue non si ha notitia di nomi delle parti del piede cubo.

$\frac{2\,6\,1}{4}$ fia $\frac{3\,1\,7}{1\,2}$ fia $\frac{3\,0\,7}{1\,2}$

fa ∂ 23960 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$

cioe ß 1830 ∂ 0

cioe carra 83 ß 4 ∂ 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$

Come si puo approuar tutte le sopradette operationi, conclusioni, & altre simili, con la proua del 9. ouer del 7. & con vna proua sola.

6 PEr approuar tutte le sopranotate operationi con la proua del 7. prima caua la proua di quelli piedi 35. oncie 6. della longhezza, & trouarai quella esser oncie 5. & similmente caua la proua di piedi 26. oncie 5. della larghezza, & trouarai quella esser oncie 2. & il medesimo farai di quelli piedi 25. oncie 7. dell'altezza, & trouarai quella esser oncie 5. come in margine vedi, onde multiplicando queste tre proue l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, & la proua di tal vltimo produtto debbe esser eguale alla proua della conclusione. Essempi gratia, multiplicando queste tre proue, oncie 5. oncie 2. oncie 5. dicendo oncie 5. fia oncie 2. fa ponti 6. & ponti 6 fia quelle altre oncie 5. fara athomi 18. la cui proua e athomi 4. & cosi la proua della conclusione, cioe di carra 83. soldi 4. danari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. che se con diligentia la cauarai ben la trouarai athomi 4. e pero sta bene. Nota che la proua di carra. 83. fara carra 6. liqual per tirar tal proua in soldi, bisogna multiplicarla per la proua di 22. per hauer fatta la ragione a soldi 22. per carro, la proua del qual 22. fara 1. qual multiplicandolo fia quelli carra 6. di proua, fara poi soldi 6. di proua, alli quali giontoui quelli altri soldi 4. fara soldi 10. la cui proua e soldi 3. qual tirerai soli in proua di danari, & dapoi in oncie, & dapoi in ponti, & in athomi secondo la regola data sopra la pratica di terreni, & trouarai, com'e detto, la detta proua esser athomi 4. come si conuiene, & come di sopra e stato detto, e pero sta bene, & cosi procederai nelle altre simili. Auertendoti che se in questo feno vi fusse interposti li pilastroni, ouer altri grossi traui in sustentatione del tetto, bisogna poi vltimamente far il conto di detti pilastroni, ouer traui interposti, & tal quantita sottrarla dalla sopradetta conclusione.

a far la proua

lo. pie. 35. & 6. la proua & 5.

lar. pie. 26. & 5. la proua & 2.

alto pie. 25. & 7. la proua & 5.

fa c. 83. ß 4. ∂ 0. & 6. p. 0. at. 9.

la proua e ath. 4.

Come si misura il feno su li carri.

7 ANchora non solamente si costuma di misurare il feno su li fenili, ma anchora quando egli e cargado, & ristretto sul carro, vero e, che nel misurar l'altezza vsano vna regola piu presto naturale, che geometrica. Essempi gratia, sia il capo di dietro di vno carro di feno, la superficie a b c d f g h i. & siano le due linee e f. & e g. quelle due corde, che ristringono quel carro di feno, con quel capo di quel longo trauo chiamato persello con li duoi capi delle due scale del detto carro, hor dico, che per l'altezza del detto feno, pigliano la misura di vna, & de l'altra delle dette due corde e f. & e g. che restringono il detto feno sul carro, & se la corda e f. fusse per sorte eguale a l'altra corda e g. toranno la quantita di vna di quelle per l'altezza del

detto feno. Ma se per sorte l'una sia maggiore dell'altra, summano quelle due quantita non equale, & di tal summa pigliano la mita, & tal mita pongono per l'altezza di quel feno, da quel capo del carro, & il medesimo fanno dall'altro capo del carro, & cosi se per tal sua regola trouaranno che sia tanta l'altezza dauanti, quanto quella di dietro, pigliano vna di quelle per la vera altezza di tal carro di feno. Ma se per sorte trouassino tai due altezze non equale, si costuma per dissumarle ambedue insieme, & di tal summa pigliano la mita, & tal mita la notano per la giusta altezza squadrata del detto carro di feno. La longhezza, & larghezza del detto carro di feno, la pigliano poi secondo l'ordinario, vero è, che per tor la longhezza solamente del feno sodo fanno premere verso il feno vno bastone da l'uno di capi, & l'altro de l'altro del detto feno, & dapoi misurano quanto è da l'un baston a l'altro, & tanto notano per la longhezza del detto feno, il medesimo fanno in tor la larghezza, & perche tal atto mal si puo con essempio essemplificare, (dato che in fatto) pero mi son sforzato di darlo ad intendere con semplice parole. Et quantunque tal modo di squadrar tal carro sia fallo rispetto alle regole di geometria, ma perche non si discosta dalla verita in cosa che sia di momento, come per esperientia hanno trouato tale sue regole, non è da biasimare, anzi da laudare in tal negotio, perche a volerlo squadrare secondo le vere regole di geometria, vi andaria manifattura assai per vna cosa di niun valore in tal caso.

Ma bisogna notare qualmente il feno misurato sul carro, si costuma a darne communamente soldi 42. il carro, perche in sul carro non è cosi calcato, ne assettato, come ch'egli è in su li fenili, cioe suppongono, che vn carro di feno debbia esser longo piedi 12. & largo piedi 7. & alto piedi 6. che multiplicando queste tre misure l'una fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra fa 504. & questi sono danari di feno, che facendone soldi fanno soldi 42. come è detto, se per sorte facesse piu, ouer meno di detti ß 42. tanto piu, ouer men d'un carro lo conteggiariano, il medesimo si fa della paglia.

Del modo che si costumano sul Bresciano a misurar li detti feni. Capo III.

1 ANchora Brescia, & il suo territorio costumano di vendere, & comprar il feno a carro, & per vn carro di feno, s'intende per pesi cento, da lire 25 al peso, si come a Verona, & per misurarlo su li fenili, & anchora su li carri costumano per quella misura chiamata cauezzo, longa braccia 6. che costumano a misurar li terreni, vero è, che nelle misurationi di feni non parlano a cauezzi, ma solamente a braccia, & con la sperientia anticamente fra lui hanno trouato che vn braccio cubo di feno ben assettato sul fenile fa vn peso di feno, & quel braccio cubo lo chiamano vn quadretto di feno, & cosi cento quadretti fanno vn carro, & perche nelle misurationi di detti feni raro è che vengano braccia netti senza oncie, e pero per isnodar questa pratica vno essempio solo, ti pongo le rappresentationi delle sue misure qua di sotto. Auertendoti che sul Bresciano, per esser li detti feni molto piu cari di quelli del Veronese, per esser migliori, & piu grassi, si diuidono piu per sottile di quello che si fa sul Veronese, cioe il braccio, oltra che lo diuidono in oncie 12. anchora la oncia la diuidono, ouer che la intendeno esser diuisa in ponti 12. lineali. E pero anchora il quadretto corporeo, lo diuidono in 12. oncie, et la oncia in 12. ponti, & il ponto in dodici athomi, & l'athomo in dodici minuti, & lo minuto in dodici menicoli, & il menicolo in dodici momenti.

Rappresentationi delle misure del feno, secondo il costume di Brescia, & suo Territorio.

rappresentationi del feno sotto brevita.	
br. fia br. fa. bra.	2 A multiplicar braccia per braccia rappresentano braccia, ouer quadretti.
br. fia ♁. fa. ♁.	A multiplicar braccia per oncie rappresentano oncie superficiali, ouer solide.
br. fia pō. fa. pon.	A multiplicar braccia per ponti rappresentano ponti superficiali, ouer solidi.
br. fia ath. fa. ath.	A multiplicar braccia per athomi rappresentano athomi solidi.
♁ fia ♁. fa. pon.	A multiplicar oncie per oncie rappresentano ponti superficiali, ouer solidi.
♁. fia pō. fa. ath.	A multiplicar oncie per ponti rappresentano athomi superficiali, ouer solidi.
♁. fia ath. fa. minuti.	A multiplicar oncie per athomi rappresentano minuti.
pō. fia pō. fa. minuti.	A multiplicar ponti per ponti rappresentano minuti superficiali, ouer solidi.
pō. fia ath. fa. menicoli.	A multiplicar ponti per athomi rappresentano menicoli solidi.
pō. fia min. fa. momēti.	A multiplicar ponti per minuti rappresentano momenti solidi.

3 HOr che hai inteso le rappresentationi di tutte le specie di misure, che occorrer possa nelle misurationi di feni. Supponeremo che sia vn fenil di feno rettangolo, longo braccia 10. oncie 7. ponti 4.

ponti 6. et largo braccia 12. oncie 6. ponti 4. & alto braccia 10. oncie 8. ponti 9. Per saper mo quanto sia questo feno, si puo procedere per tre vie diverse, la piu commune, & longa è a ridur tutte le dette tre misurationi a ponti lineali, & che facendo trouarai la longhezza esser ponti 2922. & la larghezza ponti 1804. & l'altezza ponti 1545. Hor multiplica queste tre quantita l'una fia l'altra, cominciando da qual te due ti pare che non importa, ma per andar ordinatamente multiplica li ponti 1804. della larghezza, fia quelli ponti 2922. della longhezza, & trouarai che fara 5271288. & questi saranno minuti (perche ponti fia ponti fa minuti) quali multiplicarai per quelli ponti 1545. de l'altezza, & trouarai che faranno 8144139960. & questi saranno momenti (perche ponti fia minuti fanno momenti) liquali momenti tirandoli in menicoli (partendoli per 12.) & li menicoli in minuti, & li minuti in athomi, & li athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in braccia, o vuoi dir in quadretti, over cubichetti, hauerai in ultimo braccia cubi 2727. oncie 5. ponti 5. athomi 7. minuti 11. menicoli 6. momenti 0. & tanto sara il detto feno, cioe sara pesi 2727. & quelli altri fragmenti, liquali pesi 2727. a ragion di pesi cento al carro fara carra 27. & pesi 27. & quelli altri fragmenti, liquali fragmenti calano alquanto di mezzo peso, e pero non arriuando a mezzo peso si ponno gettar a monte, perche cosi costumano li reali mercanti. Anchora tu potrai partire quelli 8144139960. momenti per il cubo di ponti 144. che è longo il braccio, & te ne venira alla prima braccia cubici $2727\frac{1361592}{2985984}$, ma per l'altra via si schiua il partir per brasso, e pero è piu costumato da contadini, & altri.

vn fenil di feno.
lon.br.20.ꝯ.3.põ.6.
lar.br.12.ꝯ.6.põ.4.
alt.br.10.ꝯ.8.põ.9.

fa car.27.pesi 27.ꝯ.5.
põ.5.ath.7.men.11.m.6

Ma volendola risoluere per la seconda via cioe senza tramutar le misure dal esser suo, tu puoi procedere come ti fu fatto nel costume di Verona, ma per mostrarti, che non solamente in queste di feni, ma anchora in quelle di terreni, nel voler multiplicare diuerse specie di misure, fia diuerse specie di misure, si puo procedere secondo l'ordine del multiplicar per scachiero, cioe cominciando le multiplicationi dalle minor specie di misure, voglio che questa la risoluamo per simil ordine, per risoluere adunque questa per simil modo ponerai le misure della larghezza ordinatamente sotto alle misure della longhezza, & di sotto vi tirarai vna linea come in margine vedi, fatto questo multiplicarai quelli ponti 4. della larghezza, fia quelle tre specie di misure della longhezza a vna per vna, ma cominciando prima da quelli ponti 6. dicendo 4. fia 6. fa 24. & questi 24. sara minuti, quali tirandoli in athomi sarano atho. 2. & minuti 0. ponerai giuso minuti 0. al suo luogo sotto alla linea, & saluarai nella penna quelli athomi 2. poi multiplicarai quelli medesimi ponti 4. fia quelle oncie 3. della longhezza, fara athomi 12. alliquali giontoui quelli altri athomi 2. che saluasti, fara athomi 14. che faranno ponti 1. & athomi 2. ponerai giuso quelli athomi 2. & saluarai quel ponto 1. poi multiplicarai quelli medesimi ponti 4. fia quelli braccia 20. della longhezza, fara ponti 80. alliquali giontoui quel ponto 1. che saluasti, fara ponti 81. che faranno oncie 6. & ponti 9. notarai li ponti 9. consequentemente al suo luogo, & quelle oncie 6. per esser in fine, tu le notarai consequentemente dietro a quelli ponti 9. come che in margine vedi, & fatto questo tu piglierai quelle oncie 6. della detta larghezza, & le multiplicarai fia quelle medesime tre specie di misure della longhezza, pur a vna per vna, cominciando pur da quelli ponti 6. dicendo 6. fia 6. fara 36. liquali faranno athomi, che faranno ponti 3. & athomi 0. & notarai li athomi 0. sotto a gli altri athomi, come in margine vedi, & saluarai quelli ponti 3. poi multiplicarai quelle medesime oncie 6. fia quelle oncie 3. della longhezza, fara ponti 18. alliquali giontoui quelli altri ponti tre che saluasti, fara ponti 21. che fara oncie 1. & ponti 9. notarai giuso al suo luogo li detti ponti 9. & saluarai quella oncia 1. poi multiplicarai le medesime oncie 6. fia quelli braccia 20. della longhezza fara oncie 120. alliquali giontoui quella oncia 1. che saluasti fara oncie 121. che faranno braccia 10. & oncie 1. notarai giuso quella oncia 1. al suo luogo, et per esser in capo consequentemente notarai anchora quelli braccia 10. come nella figura vedi, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 12. di detta larghezza, fia quelle medesime tre specie di misure della longhezza a vna per vna, cominciando prima da quelli ponti 6. dicendo 6. fia 12. fa 72. & questi saranno ponti, quali tirandoli in oncie, faranno oncie 6. & ponti 0. notarai quelli ponti 0. (per seruar l'ordine) sotto a gli altri ponti, & saluarai quelle oncie 6. poi multiplicarai quelli medesimi braccia 12. fia quelle oncie 3. della longhezza, fara oncie 36. alliquali giontoui quelle oncie 6. che saluasti fara oncie 42. che faranno braccia 3. & oncie 6. ponerai giuso quelle oncie 6. al suo luogo, & saluarai quelli braccia tre, poi multiplicarai finalmente li medesimi braccia dodici, fia quelli altri braccia 20. della longhezza, fara braccia 240. alliquali giontoui quelli altri braccia tre che saluasti fara braccia 243. quali notarai al suo luogo, come in margine vedi, fatto questo, summarai le dette tre multiplicationi insieme, & che facendo trouarai che faranno in summa braccia 254. oncie 2. ponti 6. athomi 2. minuti 0. & tanto sara il produtto della longhezza fia la larghezza del detto feno.

lon.br.20.ꝯ.3.põ.6.
lar.br.12.ꝯ.6.põ.4.

ꝯ.6.põ.9.ath.2.mi.0.
bra.10.ꝯ.1.põ.9.ath.0.
br.243.ꝯ.6.põ.0.

br.254.ꝯ.2.põ.6.ath.2.mi.0.

5 ET per multiplicar mo tal produtto per quelli braccia 10. oncie 8. ponti 9. dell'altezza assettarai l'uno sotto l'altro, come di sotto vedi, & dapoi multiplica quelli ponti 9. de l'altezza, fia quelle 5. specie di misure superficiali del primo produtto a vna per vna, comincìando prima da quelli minuti 0. onde per abbreuiar parole trouarai che fara braccia 15. oncie 1. ponti 7. atho. 10. minuti 7. menicoli 6. momenti 0. come che sotto alla linea ordinatamente puoi vedere, & fatto questo, multiplicarai anchora quelle medesime 5. misure del detto primo produtto per quelle oncie 8. del l'altezza a vna per vna, cominciando pur da quelli minuti 0. onde seguendo ordinariamente trouarai che fara braccia 163. ꝯ 2. ponti 8. ath. 1. mi. 4. me. 0. quali notarai sotto all'altra multiplicatione, ponendo ogni produtto sotto alla sua specie, come che anchora nelli scacchieri si costuma, cioe come che di sotto vedi, fatto questo multiplicarai finalmente le dette 5. misure superficiali del primo produtto, per quelli braccia 10. dell'altezza, cominciando pur da quelli minuti 0. onde seguendo di mano in mano, trouarai che saranno braccia 2542. oncie 1. ponti 1. ath. 8 mi. 0. quali vanno notati sotto al suo genere, come nello essempio puoi vedere, & fatto questo, summandoli poi insieme, secondo che nel summar li multiplicati per scacchiero si costuma, trouarai, che fara in summa braccia 2727. ꝯ 5. ponti 1. athomi 7. minuti 11. menicoli 6. momenti 0 Onde facendo li braccia, ouer quadretti 2727. in carra, partendoli per cento se ne venira medesimamente carra 27. pedi 27. oncie 5. & quelli altri fragmenti, si come per l'altro primo modo fu trouato. Et questo tal modo di multiplicare per via di scacchiero è molto leggiadro operare, a benche non si costumi, & con tal modo si puo procedere nel far le ragioni de terreni, & altre multiplicationi di misure di diuerse specie.

primo produtto braccia 254. ꝯ 2. pon. 6. ath. 1 mi. 0.
altezza ———— br. 10. ꝯ 8. pō. 9.

braccia 15. ꝯ 1. pō. 7. at. 10. mi. 7. me. 6. mo. 0.
braccia 163. ꝯ 2. pō. 8. ath. 1. mi. 4. me. 0.
braccia 2542. ꝯ 1. pō. 1. ath. 8 mi. 0.

braccia 2727. ꝯ 5. pō. 1. ath. 7 mi. 11. me. 6. mo. 0.

cioe carra 27. p. 27. ꝯ 5. pō. 1. ath. 7. mi. 11. me. 6. mo. 0.

Come si puo approuare la soprascritta conclusione con la proua del 7. ouer del 9.

lō. b. 20. ꝯ 2. pō. 6. pro. pō. 5
lar. b. 12. ꝯ 6. pō. 4. pro. pō. 1
al. b. 10. ꝯ 8. pō. 9. pro. pō. 5

la multiplicacion delle 3 proue fa momenti 5.

il produtto br. 2727. oncie 5. ponti 1. ath. 7. mi. 11. meni. 6. mo. 0. la proua mo. 5.

6 VOlendo far la proua della soprascritta conclusione per la proua del 7. prima caua la proua di quelli braccia 20. oncie 2. ponti 6. della longhezza, & trouarai quella esser ponti 5. quali ponerai adirimpetto della sua partita. Similmente cauarai la proua di quelli braccia 12. oncie 6. ponti 4. della larghezza, & trouarai che fara ponti 1. & cosi quella di quelli braccia 10. oncie 8. ponti 9 della altezza, trouarai che fara medesimamente ponti 5. poi multiplicando queste tre proue l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altro, & trouarai che fara momenti 75. la cui proua è momenti 5. & tanto debbe esser la proua della detta conclusione, cioe di braccia cubici 2727. oncie 5. ponti 1. athomi 7 minuti 11. menicoli 6. momenti 0. il che essendo si dira la detta conclusione esser buona per la proua del 7. ma essendo altramente senza alcun dubbio saria falsa, ma se con diligenza la cauarai, tu la trouarai esser momenti 5. & se per assicurarti meglio la vorrai approuare per la proua del 9. lo potrai fare.

7 ANchora volendo fare la soprascritta ragione da fano, per la terza via, ouer modo reduri quelle oncie, & ponti lineali a parte di braccio, in ciascheduna delle sopranotate tre misurationi, & trouarai la longhezza braccia 20 $\frac{9}{48}$, & per la larghezza braccia 12 $\frac{19}{36}$, & per l'altezza hauerai braccia 10 $\frac{1}{1}$ [illegible], le qual tre quantita se le multiplicarai secondo la regola data sopra de rotti, & massime quella regola data in fine del multiplicar di rotti cioe nella sesta, & settima, trouarai che ti dara il medesimo, & di questa regola se ne potrai seruire in per se stesso quando che tu non hauesti cognitione, ouer notitia di nomi delle parti del braccio, ouer del piede cubo, perche ti bastaria a rispondere li detti br. ouer piedi cubi, & le parti di vn di quelli.

Del modo che si costuma in diuerse citta a vendere, & comperar le legne a misura, & come si fa il conto della quantita di quelle. Cap. III.

Del costume di Venetia circa al vendere, & comperar legne a misura, & del modo di far le ragioni della quantita di quelle.

1 IN Venetia si costuma di vendere, & comperar le legne in duoi modi di parlari, l'uno è detto a carra, & l'altro a passeti, & quantunque questi duoi modi siano varij in denominatione, non dimeno sono in sostanza vna cosa medesima, perche vn carro di legna non è altro che vno quadretto

dretto di legna ben assettata longo piedi 3. & alto altri piedi 3. commisuri di Venetia, il medesimo s'intende essere un passetto, & perche le legne, che si vendono a carra, ouero a passetti sono communamente di due sorte l'una è detta legne longhe, & l'altra legne corte, le legne longhe sono longhe piedi 3. & le corte sono longhe solamente piedi 1 $\frac{1}{2}$, onde si manifesta che un carro, ouero un passetto di legna longa viene a esser longo piedi 3. & alto piedi 3. & grosso piedi 3. che veniria a esser piedi 27 cubici (perche 3 fia 3 fa 9. & 3 fia 9 fa 27. piedi cubici, com'è detto) & tanto faria un carro, ouer passetto di legne longhe, & così quel delle corte veniria a esser la mita di quello delle longhe, cioe veniria il carro delle legne corte a esser longo piedi 3. & alto piedi 3. ma grosso solamente piedi 1 $\frac{1}{2}$, lequal tre misure multiplicate l'una fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra, fara in ultimo piedi 13 $\frac{1}{2}$ cubici, cioe la mita di piedi 27 cubici, & così un carro, ouer passetto di legne corte, veniria a esser piedi 13 $\frac{1}{2}$ cubici, & bisogna saper che la grossezza di detti carra, ouero passetti di legna, in Venetia se gli dice morello, cioe se fara un legnaro longo, poniamo piedi 15. & alto piedi 12. & grosso piedi 6. diremo un legnaro longo piedi 15 alto piedi 12. & di morello piedi 6. ma per esser meglio inteso generalmente da ogn'uno, non diremo morello, ma grossezza, & alli passetti gli diremo carra, & per venir alla pratica diremo così.

2 Dice un legnar longo piedi 15. & alto piedi 12. & grosso piedi 6. volendo saper quanto sia la detta legna, multiplica li piedi 15 della longhezza per li piedi 12 dell'altezza fara 180. & questi multiplica per quelli piedi 6 di grossezza (ouer morello) fara 1080. & tanti piedi cubici fara la detta legna, volendo far la ragione a legna longa, & perche gia sai che piedi 27 cubici fanno un carro di legna lōga, partirai li detti piedi 1080 cubici, per 27. per fin carra, & trouarai che te ne venira precisamente carra 40. Ma volendo calcularla a ragion di legna corta, tu partirai li detti piedi 1080 cubici per 13 $\frac{1}{2}$, perche gia sai, che piedi 13 $\frac{1}{2}$ cubici fanno un carro di legna corta, il che facendo trouarai che te ne venira carra 80. cioe il doppio di quello che ne vien a ragion di longa.

vn legnaro
longo piedi 15.
alto piedi 12.
grosso piedi 6.

fa carra 40. a ragion di legna longa.

ouer carra 80. a ragion di legna corta.

3 Dice vn legnaro longo piedi 25. oncie 6 alto piedi 23. oncie 4. grosso di morello piedi 10. oncie 3. volendo saper quanti piedi cubici sia tal legna, questa & altre simili potrai far per tre diuerse vie, come fu detto del feno, il primo è a far quelle tre misurationi in oncie, il che facendo hauerai per longhezza oncie 306. & per altezza oncie 280. & per grossezza oncie 123. onde multiplicando le oncie 306. per oncie 280 trouarai che fara 85680. & questi multiplicarai anchora per quelle oncie 123 della grossezza fara 10538640. vero è che in questa si poria formar le rappresentationi, come si è fatto alle ragion di fassi, ma per intendere piu modi, ouer piu ordini di procedere, tu puoi partire le dette oncie 10538640 cube, per il cubo di oncie 12 (che supponemmo esser longo il piede lineale) il quale cubo sara 1728. & tante oncie cube fara un piede cubo, onde partēdo (com'è detto) le dette ℥ 10538640 cube, ne venira 6098 $\frac{1}{2}$ & $\frac{3}{4}$, & questi saranno piedi cubi di legna, delliquali facendone carra secondo la qualita della legna, cioe a ragion di legna longa tu li partirai per 27 (perche piedi 27. fa un carro di legna longa, il che facēdone veniria carra 225. & piedi 23 $\frac{3}{4}$ cubici. Et se la vorrai far a ragion di legne corte partirai li detti piedi cubici 6098 $\frac{3}{4}$ per 13 $\frac{1}{2}$, perche un carro di legne corte è piedi 13 $\frac{1}{2}$ cubici, & te ne venira carra 451. piedi 10 $\frac{1}{4}$ cubici, & con tal ordine procederai nelle altre simili.

vn legnaro
longo piedi 25. oncie 6
alto piedi 23. oncie 4.
grosso piedi 10. oncie 3

fa piedi cubici 6098 $\frac{3}{4}$,

che sono car. 225 $\frac{95}{108}$ di legna longa,

ouer carra 451 $\frac{41}{54}$ di legna corta.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza muouer le misure del esser suo, tu lo puoi fare secondo l'ordine dato nelle rappresentationi del feno, come in margine vedi, ma perche penso, che per tal modo hormai ti sia famigliar, non voglio star a narrartelo di nuouo, & tanto piu, che nelle simili, lodo piu il terzo modo di questo secondo, cioe reccar le oncie a parte di piede, dicendo esser longo tal legnaro piedi 25 $\frac{1}{2}$, alto piedi 23 $\frac{1}{3}$, & grosso piedi 10 $\frac{1}{4}$, et dapoi multiplicar vna di queste misurationi per vna delle altre, & quel prodotto per l'altra secondo l'ordine dato nell'ultima di multiplicar di fassi, & vorti, & trouarai che fara per piedi 6098 $\frac{3}{4}$ cubici, come per l'altra via, ouer modo, & con tal ordine procederai nelle altre simili.

Rappresentationi delle misure di legne.
pie. fia pie. fa pie.
pie. fia ℥. fa ℥.
pie. fia pō. fa pō.
℥. fia ℥. fa pō.
℥. fia pō. fa ab.

Costume di Roma cerca al vendere, & comperar legne a misura.

4 ANchor che la intention mia non sia di volerti mostrare li varij costumi, che per Italia si vsa cerca al vendere, & comperar le legne a misura, perche a me non saria possibile, ma accioche da te medesimo sappi come gouernarti in ogni strano luogo, ti narraro solamente sotto breuita il costume di Roma, & quel di Brescia. Dico adunque che a Roma si vende, & compra le legne a canna, & per misurarla costumano vna misura lineale per chiamata canna longa pal. 10. ma vna canna di legne s'intende vn quadrangolo di legna ben assettata lōgo vna canna lineale (cioe pal. 10.) & alto pal. 5 (cioe mezza canna lineale) & la longhezza di tal legna debbe essere palmi 3 $\frac{1}{2}$, talche vna canna di legna veniria a esser palmi 175 cubici.

E per tanto supponemmo che sia un legnaro longo canne 7, palmi 4 lineali, & alto canne 5 palmi 3 pur lineali, & grosso canna una, & palmi 4 lineali, volendo saper quanto sia la detta legna, reducirai le dette tre misure in palmi, & haverai per longhezza palmi 74, & alto palmi 53, & grosso palmi 14, & fatto questo multiplica li palmi 74 della longhezza per li palmi 53 dell'altezza fara palmi 3922 superficiali, & questi multiplica per quelli palmi 14 della grossezza fara 54908, & questi saranno palmi cubici, & perche gia sai che palmi 175 cubici, fanno una canna di legna, e pero per far li sopradetti palmi 54908 cubici in canne di legna, partirli per 175, il che facendo te ne venira 313 canne di legna, & palmi 133 cubici, & con tal ordine farai le altre simili.

un legnaro
longo canne 7, palmi 4
alto canne 5, palmi 3.
grosso canne 1, pal. 4.

fara cane 313, pal. 133.

Costume di Brescia cerca al vendere & comperar legna a misura.

5 A Brescia costumano di vendere, & cōperar legne dritte, & grosse a meda, laqual meda di legna s'intende un quadrato di legna ben assettata, longo br. 6, & alto br. 6 la longhezza della detta legna debbe esser braccia 2, e pero la detta meda veniria a esser braccia 72 cubici, ma perche le dette legne da vendere a meda (per facilitar la ragione) si fanno tagliare alla sua debita misura, cioe longhe braccia 2, e pero per misurar poi quelle si reggono con la misura della longhezza, & altezza del legnaro, talche un legnaro quadro, cioe longo braccia 6, & alto braccia 6, faria una meda di legna, & similmente un legnaro longo braccia 12, & alto braccia 3 faria per una meda di legna, perche multiplicando la longhezza fia l'altezza in l'uno, & l'altro fa braccia 36 superficiali, havendo pero la detta legna la sua debita longhezza di braccia 2, i quali braccia 2 veniriano a esser la grossezza del legnaro, e pero multiplicando li detti braccia 2 di grossezza fia quelli braccia 36 superficiali veniriano a far braccia 72 cubici, cioe corpori, over solidi, come di sopra é stato detto, ma per venire alle ragioni, & misurationi piu sottili, che potria alle volte in tal materia occorrere, & per introdurti anchora nelle misurationi piu strane formaremo le seguenti questioni.

6 SUpponemmo che sia un legnaro longo braccia 23, & alto braccia 13, & grosso il suo ordinario, cioe braccia 2, & volendo saper quanto sia la detta legna multiplica li braccia 13 dell'altezza fia li braccia 23 della longhezza fara braccia 299 superficiali, delli quali 36 fa una meda di legna, longa secondo l'ordinario, e pero parti li detti braccia 299 per 36 (per farne mede) te ne venira mede $8\frac{11}{36}$, cioe mede 8, & braccia 11 superficiali da 36 alla meda.

un legnaro
longo braccia 23.
alto braccia 13.
grosso l'ordinario.

fa mede $8\frac{11}{36}$.

7 SUpponemmo anchora che sia un legnaro longo braccia 25, oncie 2 alto br. 16 oncie 9, & grosso secondo l'ordinario, cioe br. 2, per saper quanto sia questa legna si puo procedere per tre diverse vie, la piu commune é a ridur le misure tutte in oncie, siche facendo il legnaro sara longo ℥ 302, & alto ℥ 201, hor multiplica quelle ℥ 201 dell'altezza fia quelle ℥ 302 della longhezza fara oncie 60702 superficiali, lequali farai in braccia superficiali partendoli per 144 (perche 144 oncie superficiali fanno un brazzo superficiale) & trovarai che te ne venira braccia $421\frac{78}{144}$ superficiali, i quali br. 421 riducendoli in mede (partendoli per 36) faranno mede 11, & braccia $25\frac{78}{144}$, schisa $\frac{13}{24}$, vero é che di quel rotto di brazzo superficiale non se ne tenira conto in far la ragion de l'amontar, & se pur ne vorranno tener conto si pigliera per un brazzo, perche passa mezzo brazzo, che cosi si costuma nelli rotti di puoco valore.

un legnaro
longo br. 25, oncie 2
alto br. 16, oncie 9.
grosso l'ordinario.

fa mede 11, br. 25
$\frac{78}{144}$ $\frac{13}{24}$.

La seconda regola, over via da risolvere le simili saria a non mutare le misure del suo essere, quasi secondo l'ordine dato nel misurar di terreni formando le rappresentationi delle misure di braccia, & oncie lineali, come in margine vedi, dividendo il brazzo superficiale in 12 oncie superficiali, & la oncia in 12 ponti superficiali, i quali ponti in questo caso vengono a esser oncie quadre, delle quali 144 fanno un brazzo superficiale, onde multiplicando li braccia 16 dell'altezza fia quelli braccia 25, oncie 2 della longhezza secondo gli ordini piu volte detti, cioe a una per una, & prima fia li br. 25 fara br. 400 superficiali, poi fia quelle ℥ 2 fara br. 2. ℥ 8. da notar sotto alli br. 400. & dapoi multiplicar anchora le ℥ 9 dell'altezza fia quelli br. 25 della longhezza fara oncie 225 che sono br. 18. ℥ 9. da mettere sotto a gli altri 2 produtti, poi multiplica similmente le dette ℥ 9 fia le ℥ 2 fara ponti 18, che sono ℥ 1 ponti 6, lequali poste sotto a gli altri 3 produtti, & dapoi summandoli tutti 4 insieme, & faranno br. 421. ℥ 6 superficiali, onde partendo li detti braccia 421 per 36 (per farne mede) ne venira medesimamente mede 11, braccia $25\frac{13}{24}$, si come per l'altra via.

Rappresentationi superficiale delle misure di legne.
br. fia br. fa br.
br. fia ℥ fa ℥.
℥ fia ℥ fa pũ.

La terza regola, over modo é a ridur le oncie a parte di brazzo, & haverai per longhezza br. $25\frac{1}{6}$ & per altezza br. $16\frac{3}{4}$, onde multiplicando tai doi quantita secondo la regola di rotti trovarai, che fara quel medesimo, cioe mede 11, braccia $25\frac{13}{24}$ da braccia 36 alla meda.

8 MA per darti ad intendere tutte le difficulta in questa materia (non tanto per questa pratica di Brescia, quanto che per altre materie, che ti potria occorrer di misurare.) Supponemmo che sia un

ſia vn legnaro longo braccia 22. oncie 6. alto braccia 20. oncie 3. & groſſo braccia 5. oncie 9. Per ſaper quanto ſia tal legna a ragion di meda ordinaria, tu puoi procedere per per tre diuerſe vie, la prima e a ridur tutte le miſure in oncie, & hauerai per longhezza oncie 270. per altezza oncie 243. & per groſſezza oncie 69. onde multiplicandole l'una fia l'altra, & il produtto fia l'altra terza quantita, & te ne venira oncie 4527090 cube, lequali partendole per 1728 (cioe per il cubo di oncie 12. longhezza del brazzo) te ne venira braccia cubici 2619 $\frac{27}{32}$, & perche braccia 72 cubici fanno vna meda, partendo li detti braccia 2619 per 72. & te ne venira mede 36. braccia 27 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$ cubici, cioe da 72 alla meda.

La ſeconda regola da reſoluere le ſimili (cioe ſenza alterar le miſure dal eſſer ſuo) voi gouernarai ſecondo l'ordine delle rappreſentationi del ſeno, come che in margine vedi, qual perche houendosi debbe eſſer famegliare a te laſſo il cargo di tal operatione.

Similmente volendola reſoluere per il terzo modo, ouer regola recutarai le oncie a parte di brazzo, & coſi hauerai per la longhezza br. 22 $\frac{1}{2}$. & per l'altezza br. 20 $\frac{1}{4}$. & per la groſſezza br. 5 $\frac{3}{4}$, lequal tre quantita multiplicandole ſecondo l'ordinario hauerai 2619 $\frac{27}{32}$, & queſti ſaranno braccia ſolidi, o vuoi dir cubici, delliquali ogni 72 fanno vna meda di legna, partendoli adunque per 72. te ne venira pur mede 36. braccia 27 $\frac{27}{32}$. come per l'altro modo. Nota che li rotti di brazzo ſono eguali anchor che paiono differenti in denominatione.

vn legnaro
longo br. 22 oncie 6.
alto br. 20. oncie 3.
groſſo br. 5. oncie 9.

ſara mede 36. braccia
27 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$.

Rappreſentationi ſolide delle miſure di legne.
br. ſia br. fa br.
br. ſia ℥. fa ℥.
br ſia pō. fa pō.
℥. ſia ℥. fa pō.
℥. ſia pō. fa ath.

Come che geometricamente ſi miſura, & conoſce la quantita delle biaue ſu li granari in generale, & in particolare. Cap. V.

1 MOlte volte per cauſa delli datij, & gabelle, che vengono impoſti ſopra delle biaue, occorre a ſaper la quantita del formento, & altre biaue, che ſono ſu li granari, ouer in altri luoghi, lequal coſe a volerle miſurare con le ſue miſure ordinarie, vi occorreria vn diſturbo, & fatica grandiſſima, e per tanto per venire al generale, ti voglio narrare, come ſi ſono gouernati alcuni noſtri antiani per formarſi vna regola per far tali effetti, alcuni fanno far con diligenza vn vaſo di tauole, che il vacuo di tal vaſo ſia giuſtamente cubo, & di vn brazzo, ouero vn piede, ſecondo il coſtume di tal citta lineale per lato, & queſto tal vaſo lo empino di formento, & con diligenza eſſaminano quanto e tal formento, riſpetto alla miſura ordinaria di quello, & tanto quanto lo trouano, tanto determinano eſſer vn brazzo, ouero vn piede cubo di formento, & quantunque tal ſua regola non ſi poſſa negar naturalmente, che la non ſia buona, & commoda, non dimeno perche tutte le noſtre coſtruttioni, & operationi, ouero iſperientie fatte manualmente in materia, mai ponno eſſere coſi vere, & preciſe (come fu detto in principio di Euclide da noi tradutto) che le non poſſano eſſer ſempre piu vere, & piu preciſe. Conoſcendoſi adunque l'huomo errabile nelle ſue attioni fatte in materia debbe ſempre nelle ſimili iſperientie fondamentali, cercar di farle nelle gran quantita, perche li piccoli, & non ſenſibili errori fatti nelle gran quantita, nelle piccole ſi fanno poi menori, & men ſenſibili di quello erano nelle gran quantita, & al contrario ſeguita in quelle fatte nelle piccole quantita, cioe che li piccoli, & non ſenſibili errori fatti con iſperientie nelle piccole quantita, nelle gran quantita ſi fanno molto maggiori, & molto ſenſibili, e pero concludo per far vna ſimile fondamental iſperientia, che ſi debba diuidere la miſura, che ſi coſtuma in quella tal citta in minutiſſime parti, cioe diuidere il brazzo, ouer piede, non ſolamente in oncie 12. ma anchora (ſe poſſibil e) diuidere la oncia in 12 ponti, il che facendo il detto brazzo, ouer piede veniria a eſſer diuiſo in 144. ponti, il cubo di quai 144 ponti ſara 2985984 ponti cubici, fatto queſto ſi debbe (per il formento) trouar vna qualche gran caſſa, ouer caſſone netto di dentro di ogni inetramezzara, & cantellini, & miſurare (con la detta noſtra diuiſa miſura) diligentemente la longhezza, larghezza, & altezza del vacuo del detto caſſone, & trouar poi quanti ponti cubi ſara l'aria corporale del detto vacuo, & fatto queſto farlo empire diligentemente di formento, & dapoi far miſurare tutto quel formento con la ſua miſura ordinaria, & con le parti di quella, & fatto queſto per trouar poi quanto venghi a eſſer vn piede, ouer brazzo cubo di formento, dirai con la regola del tre, ſe tanti ponti cubi, come che ſara il vacuo di quel caſſone, mi tien tante miſure ordinarie di formento, che mi tenira quelli 2985984 ponti cubici del brazzo, ouer piede della noſtra diuiſa miſura, & quello che di tal operatione ne peruenira tanto formento venira a eſſere vn brazzo, ouer piede cubo della detta noſtra diuiſa miſura. Eſſempi gratia pongo che io mi voglia certificare qua in Venetia quanto formento vada al piede cubo, prima faro far vn paſſo di ferro ouer di buon legno ſodo, non ſolamente diuiſo in cinque piedi, & il piede in 12. oncie, ma (ſe poſſibil ſara) faro diuidere ciaſcheduna oncia in 12. parti eguali, & queſte chiamaremo ponti, & fatto queſto, pongo che mi troui in caſa vna gran caſſa, ouer caſſone, che il vacuo di queſto ſia longo piedi 4. oncie 3. ponti 6. & largo piedi 2. oncie 5. ponti 4. & alto piedi 2. oncie

cassone
lon. pie. 4. ⊕. 1. pon. 8.
lar. pie. 1. ⊕. 1. pon. 4.
al. pie. 1. ⊕. 4. pon. 2.

[illegible] pie. [illegible] cubi.

4. ponti 1. & per trouar l'aria corporale di tal cassone risoluo le dette tre misure a ponti, & hauero per longhezza ponti 620. & per larghezza ponti 108. & per l'altezza ponti 194. poi multiplico le dette tre quantita l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, et trouo che me ne vien 12990240. & questi saranno ponti cubici, fatto questo, faccio impir questo tal cassone raso di formento, & da poi faccio misurar diligentemente questo tal formento cō le sue misure ordinarie, cioe a stara quarte quartaroli, & $\frac{1}{2}$. Hor suppongo che si troui tal formento esser stara 4. quarte 2. quartaroli $3\frac{1}{2}$ a mi-sura Venetiana, per saper mo quanto ne vada al piede cubo, diro per la regola del tre. Se ponti 12990240. cubici mi da stara 4. quarte 2. quartaroli $3\frac{1}{2}$ di formēto, che mi dara pōti 2985984. cubici del piede, cioe il cubo di quelli ponti 144. che i supposto esser longo il piede, onde operando trouaria che mi daria quarte 2. quartaroli $0\frac{1}{2}$. & $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ di vn quarto, che faria quasi quarte 2. & quartaroli 1. & tanto si poria determinare in tal caso ogni piede cubo di formento esser quarte 2. quartaroli 1. Anchora che desiderasse di saper quanti ponti cubici fusse vn staro di formento, si douera proceder per questo altro modo, dicendo, se stara 4. quarte 2. quartaroli $3\frac{1}{2}$ mi da ponti cubici 12990240. che mi dara stara 1. onde operando si trouaria che daria ponti 2829492 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & cosi tanti ponti cubici di formento fariano vn staro di formento, ma perche quel rotto di ponto, cioe quel $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ è piu di vn mezzo ponto, si poria farlo integro, che cosi si co-stuma da naturali nelle cose di poca importanza, cioe in tal caso si poria affermar che ogni ponti 2829493. cubici tal desseno vn staro di formento, si che in ognimia conclusione vi casca vn poco di differentia, perche volendo tener conto di quel rotto di ponto cubico, le operationi veneria-no di troppo gran manifattura, come nel tratare si potra comprendere, & con questo medesimo ordine si procedera in altre mercantie simile, come faria segala, miglio, legumi, & altri.

Costume di Verona circa al misurar geometricamente li formenti.

4 HOr che hai inteso l'ordine che si puo vsare per formarsi vna regola generale di saper conoscere geometricamente vna quantita di formento generalmente in qual si voglia prouincia, ma acciò meglio s'intenda il tutto, veniremo alli essempi particolari, et no li, ma solamente di Verona, & di Bressa, & massime, che sul Bressano molto si fre-quenta tal pratica, per causa di certi dacij, ouer gabelle, che sopra di formenti, & vini (& credo anchora di altri grani) si paga, liquali dacij si chiamano imbotta. Prima dico che a Verona il for-mento si vende, & compra a vna certa misura chiamata minalo, et vn minalo è quarte 4. et la quar-ta è quartaroli 4. & il quartarolo è 4. scopelli, & sappi che tre minali di formento fanno vn sac-co, & 2. sacchi fanno vn carro di formento. Anchora dico che per le esperientie fatte da alcuni suoi antichi geometrici misuratori affermano ogni piede cubico di formento esser vno minale, & circa $\frac{1}{2}$ quartarolo di formento, laqual cosa non la nego, ne manco l'affermo per varij rispetti, ma supponeremo che cosi sia.

vn granaro di formento
longo pie. 10. oncie 4.
larg. pie. 12. oncie 3.
alto pie. 5. oncie 10.

fa cu. 1456. [illegible]

Rappresentationi
pie. fia pie. fa pie.
pie. fia ⊕. fa ⊕.
pie. fia pō. fa pō.
⊕. fia ⊕. fa pō.
⊕. fia pō. fa ath.

5 HOr supponemo anchora che sia vn granaro, ouer camera retangola, longa piedi 10. oncie 4. & larga piedi 12. oncie 3. & che in quella vi sia vna gran quantita di formento, qual faremo spianar, & gualiar da tutte le bande tal formento, supponeremo che sia alto piedi 5. oncie 10. Hor volendo mo saper quanto sia tal formento a tal misura Veronesa. Questa specie di questione si puo far per tre diuerse vie, la prima è a ridur tutte le dette tre misure in oncie, siche facendo haue-rai per longhezza oncie 124. & per larghezza oncie 147. & per altezza oncie 70. & queste tre misu-re multiplicandole (secondo il solito) l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra hauerai in vltimo 1275960. & queste saranno oncie cube, lequali per tirarle in piedi cubi, bisogna partirle per il cu-bo di oncie 12. (longhezza del piede) ilqual cubo fara 1728. onde partendole per il detto 1728. trouarai che te ne venira $1443\frac{[illegible]}{[illegible]}$ che schiffa sara $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & questi saranno piedi cubi, liquali a ra-gion di vno minale, & $\frac{1}{2}$ quartarolo di formento l'uno, trouarai che ti daranno minali $1498\frac{[illegible]}{[illegible]}$ che fariano sacchi 499. minali $1\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & se ti parera quel rotto di minale di redurlo in quarte, quartaroli, & scopelli, trouarai q. 1. q. 2. scopelli $1\frac{[illegible]}{[illegible]}$, ma per simili conti di dacij, ouer gabelle non se ne teneria conto delle quarte, ne manco delli quartaroli, ma per esser piu di mez-zo minale, ouer che lo conteriano per vn minale integro, ouer per nulla.

Ma volendola far per il secondo modo, cioe senza mouere li piedi, ma lasciandoli in suo essere, biso-gnaria procedere secondo l'ordine delle rappresentationi in margine notate, come che sopra le ra-gioni dissimile anchor detto, & fatto, che per esser cosa vecchia tal regola non staro a narrarla, ma se da te per essercitarti la farai, trouarai il medesimo.

Similmente volendola far per il terzo modo reccarai le oncie a parte di piede, & hauerai per longhez-za piedi $10\frac{1}{3}$, & per larghezza piedi $12\frac{1}{4}$, & per altezza piedi $5\frac{5}{6}$, onde multiplicandoli secon-do il solito, trouarai che saranno medesimamente $1443\frac{[illegible]}{[illegible]}$ piedi cubi, che a vn minale, e $\frac{1}{2}$ quar-

tarolo

ratolo di formento ti daranno li medesimi minali 1498. quarte 1. quartaroli 2. stopelli 1 $\frac{1}{2}$.

Costume di Brescia circa al misurar geometricamente li formenti.

4 IN Bressana si costuma a vendere, & comperar il formento a soma, laqual soma è quarte 12. & la quarta è coppi 4. & coppo è stopelli 4. Anchora per le esperientie fatte da loro antichi affermano vn brazzo cubo di formento esser quarte 9 di formento, & questo egli è da credere, che così sia, perche tal pratica è molto frequentata per causa de gli ambotami, come di sopra è stato detto, stante adunque questo fondamento. Supponemmo che sia vn granaro, ouer camara rettangola longa braccia 24. oncie 6. & larga braccia 10. oncie 2. & che in quella vi sia vna gran quantità di formento, qual sattolo gualiuar, & spianar da tutte le bande, il detto formento è alto braccia 2. oncie 11. volendo mo saper quanto sia tal formento a misura Bressana, questa & altre simili puoi far per tre diuerse vie, si come le passate, la prima è a ridur le misure in oncie, il che facendo hauerai per longhezza oncie 294. & per larghezza oncie 122. & per altezza oncie 35. lequali tre misure multiplicandole secondo il solito, cioè l'una sia l'altra, & quel prodotto sia l'altra, hauerai in vltimo 1255380. & queste saranno oncie cube, qual per tirarle in braccia cubi, tu le partirai per il cubo di oncie 12 (longhezza del brazzo) il qual cubo sara 1728. partendo adunque le dette 1255380. per 1728. te ne verrà 726 $\frac{852}{1728}$, cioè $\frac{71}{144}$, & tanti braccia cubi sarà il detto formento, & perche ogni braccio cubo ne da quarte 9 di formento, multiplica adunque il detto 726 $\frac{71}{144}$ per 9. & farà 6538 $\frac{7}{16}$, & queste saranno tante quarte, & così quarte 6538 $\frac{7}{16}$ sarà il detto formento, & se trasmutarai quei $\frac{7}{16}$ di quarta lo trouarai esser coppi 1. stopelli 3.

vn granaro di formento
longo braccia 24. oncie 6.
largo braccia 10. oncie 2.
alto braccia 2. oncie 11.

fa quarte 6538. cop. 1. stop. 3.

Volendola far per gli altri duoi modi son certo, che senza che più oltra m'istenda da te medesimo saperai, come gouernarti, cioè nel secondo, con le rappresentationi, che su date sopra il feno, & nel terzo con il ridur le oncie in parti di braccia, e però a te lascio il cargo.

Come si squadrano, & misurano li formenti in monte.

5 MA perche molte volte la quantità del formento non è di tanta quantità, che occupi tutto quel luogo, ouer granaro dou'è riposto, anci la maggior parte delle volte è in vn monte in mezzo di quel luogo, ouero ch'egli è appoggiato al muro, ouero ch'egli è in vno angolo, ouer cantone di quel granaro, e però conueniente cosa è, ch'io narri, come si costuma di squadrarlo, & di misurarlo geometricamente.

Supponemmo adunque, che sia vn gran mucchio di formento in mezzo di vn granaro, ouer di vna ara, ouer piano, come saria il monte a b c d. in margine dessignato, il quale essendo ben vnito, (come si costuma) la basa a b c. doue si riposa, sarà vn cerchio, & perche tal monte di formento terminante in ponto d. vien a formar vna figura, quasi in forma di vn cono, o vogliam dir in forma di vna piramide rotonda, e però nel squadrare, & misurare tal forma di formento, li pratici misuratori vsano la regola cauata dalla nona propositione del vndecimo libro di Euclide. Essempi gratia supponemmo che'l diametro del cerchio. a b c. sia 35 oncie lineali, & l'altezza del detto monte di formento, supponemmo che sia 27 oncie lineali (laqual altezza si piglia dal ponto d. perpendicolarmente per fino al centro del cerchio a b c.) Hor per saper quante oncie cube sia questo formento, prima trouano l'aria superficiale della basa, cioè del cerchio a b c. del quale il diametro è supposto, che sia oncie 35. Onde procedendo secondo le regole date nella seconda, terza, quarta, & quinta del quarto capo del terzo libro, trouarai tal cerchio esser 962 $\frac{1}{2}$ oncie quadre (cioè superficiali) lequali tirandole per il terzo della sua altezza, cioè per il terzo di quelle oncie 27. che saria oncie 9. fara 8662 $\frac{1}{2}$, & tante oncie cube saria il detto formento, lequali 8662 $\frac{1}{2}$ cube, bisognaria poi farne piedi, ouer braccia cubi, secondo il costume del paese, che ti ritrouarai, secondo le regole date nelle due precedenti, del costume di Verona, & Brescia, & dapoi procedere secondo la esperienza fatta da te, ouer da loro antichi misuratori.

6 SVpponemmo anchora, che sia vna quantità di formento assettato, ouer appoggiato al muro, ouero in vn cantone, come saria il mezzo monte, ouero il quarto di monte a b c d. Volendo saper quanto sia tal formento per l'ordine dato nella precedente bisognaria pur trouar la superficie della basa di ciascuno di quelli, & quella multiplicarla per la terza parte dell'altezza, & lo auenimento saria l'aria corporale di tal formento. Et perche si vede la basa di vno essere vn mezzo cerchio, et l'altra esser vn quarto di cerchio, e per tanto per abbreuiar le parole, & la scrittura, supponeremo per essempio, che'l diametro di tal mezzo cerchio sia per oncie 35. si come fu supposto nella precedente, & la mità del diametro di quel quarto di cerchio, supponemmo, che sia oncie 17 $\frac{1}{2}$, & l'altezza di l'uno, & l'altro, supponemmo che sia quelle medesime oncie 27 della precedente, seguita adunque che la superficie di quel mezzo cer-

chio esser 481 $\frac{1}{7}$ oncie superficiali, & cosi la superficie di quel quarto di cerchio saria 240 $\frac{4}{7}$, per cerchio esser 481 oncie superficiali (cioe quadre) onde multiplicando l'una, & l'altra di queste due base per il terzo delle sue oncie 27 della sua altezza (che saria per 9) in vna saria 4331 $\frac{5}{7}$, & nell'altra 2165 $\frac{6}{7}$, & tante quelle oncie cube saria il detto formento, cioe quella del mezzo cerchio per basa saria le dette oncie 4331 $\frac{5}{7}$ cube, & quella del quarto di cerchio per basa saria oncie 2165 $\frac{6}{7}$ per cube.

Da notare.

Ma bisogna notare che queste sopradette regole di squadrare vn monte di formento (o sia tal monte di tutto tondo, ouer di mezzo tondo, ouer di vn quarto di tondo) sariano ottime, e buone (per la nona propositione del sopradetto vndecimo libro di Euclide, nella quale si dimostra, che ogni piramide tonda è la terza parte della sua colonna) domente che per tal monte di grano, fusse perfetta piramide tonda, ma a me nasce vn dubbio, che la non sia perfetta piramide rotonda, perche a douer esser perfetta piramide rotonda bisognaria, che li lati d a. & d b. d c. procedessono rettamente, cioe per linea retta, & molto dubito che questo rare volte gli interuenga, per causa che il formento ben secco è rubrico, & scorre volentieri al basso, talche dubito, che faccia far vn pocco di curuita alle dette linee d a. d b. & d c. laqual cosa essendo cosi il detto formento veniria a esser alquanto piu di quello che di sopra è stato terminato, & tanto piu saria quanto che maggior sara la curuita delle dette linee d a d b. d c. come che con ragion naturale facilmente puoi considerare, e poi con la sperienza naturale te ne potrai certificare.

Come che geometricamente si misura, & conosce la quantita delli uini nelli tini, ouer tinazzi, & nelle botte in generale, & in particolare. Cap. VI.

a Vasi alla similitudine, che fu detto di formenti, bisogna procedere nelli vini, cioe essendo in vn paese, doue ti bisognasse essercitar tal pratica, per causa di qualche nuoua impositione di dacio, ouer gabella, ouer per altro rispetto, et che in tal paese non fusse per auanti fatto alcuna sperientia, ouer determinatione sopra a tal materia, vero è, che nelli vini non vi accade a far tal sperientia, con cassa, ne cassone, come fu detto del formento, anzi bisogna far tal sperienza in vno tino, ouer tinazzo, alla similitudine del tinazzo, a b c d. figurato in margine, ma per far tal sperienza, bisogna dichiararti, come che a misurar, & squadrar vn tal tinazzo, alcuni procedono naturalmente, & alcuni geometricamente, & accio che meglio intendi la differentia, che sia fra l'uno, & l'altro modo, supponemo, che il diametro del vacuo del fondo di questo tinazzo sia la linea d c. & che quella sia piedi 5. & oncie 10. & il diametro del vacuo della summita, ouer bocca di tal tinazzo (qual sia la linea a b.) sia piedi 5. oncie 4. et supponemo, che l'altezza a piombo di tal tinazzo sia p. 5. oncie 6. Hor dico che la maggior parte di pratici misuratori per trouar l'aria corporal della tenuta di tal tinazzo, procedendo naturalmente summarianno insieme il diametro della bocca con il diametro del fondo, cioe piedi 5. oncie 4. con piedi 5. oncie 10. faranno piedi 11. oncie 2. & di questo ne pigliaranno la mita, che saria piedi 5. oncie 7. & questo supponeranno per il diametro d'un circolo medio in proportione arimetica fra quelli duoi circoli, ne quali, & fatto questo, trouaranno la superficie di tal cerchio (secondo le regole date nella quinta del quarto capo del terzo libro, cioe far quelli p. 5. & 7. in oncie, che faranno oncie 67, quadrale fanno 4489. & quello multiplica per 11. & parti per 14. & te ne venira 3527 $\frac{1}{14}$, & tante oncie quadre saria il detto cerchio mezzano, ouer medio, qual multiplicaranno poi per l'altezza del detto tinazzo, che saria oncie 66. & saria 232786 $\frac{1}{7}$, & tante oncie cube concluderiano esser la tenuta di tal tinazzo, laqual sua conclusione è totalmente falsa, vero è, che tal suo errore in quelli corpi piccoli non si trouara esser molto sensibile, come in fine si potra vedere.

piedi 5. oncie 4.

primo quadrato	4096
superficie media	4480
secondo quadrato	4900
summa	13476
il terzo	4492
altezza oncie	66
	26952
	26952
	296472

Ma volendo rettamente (secondo la vera regola geometrica) squadrare tal vacuo, bisogna procedere come si costuma nel misurare, & squadrare vna piramide troncata, il qual modo in questo luogo te lo narraro sotto breuita, rimettendo il parlarne piu minutamente nella quarta parte di questo nostro general trattato. Dico adunque che per misurare tal piramide tronca secondo la vera regola di geometria si puo procedere per piu vie, (come nella detta 4. parte si narrara) ma quella che da me è piu vsitata è questa, riduremo le dette misure in oncie, & hauremo per il diametro del fondo oncie 70. & per quello della bocca oncie 64. fatto questo quadro l'uno, & l'altro diametro, & hauremo per li detti quadrati 4900. & 4096 poi multiplico l'uno diametro fia l'altro, cioe 70. fia 64. fara 4480. & questa si chiama superficie media proportionale fra li duoi quadrati, dapoi summaremo queste 3 superficie insieme, cioe 4096. 4480. & 4900. & faranno in summa 13476. & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che sara 4492. & questo terzo lo multiplicaremo per l'altezza del detto tinazzo, cioe per oncie 66. fara 296472. & se tal piramide corta fusse quadrata l'aria sua corporale saria precisamente 296472 oncie cube, ma per esser tonda, & secondo che $\frac{11}{14}$

del quadrato del suo diametro, pigliaremo li $\frac{11}{14}$ delle dette oncie solide, cioe multiplicando le dette ⊕ 296472 per 11, et partendole per 14 ne venira 232942 $\frac{2}{7}$ ⊕ cube, et tanto faria la vera tenuta del detto tinazzo. Et per quell'altra regola vsitata da pratici misuratori, che essercitano tal pratica, detta di sopra fu trouata la tenuta del detto tinazzo esser 232786 $\frac{2}{3}$ ⊕ cube, lequali sottrandole della giusta quantita, che fa 232942 $\frac{2}{7}$ oncie cube restaria 155 $\frac{2}{3}$ oncie cube, lequali per saper che parte le sono d'un piede cubo, bisogna partirle per il cubo di oncie 12. (longhezza del piede) che faria 1728, ne veniria $\frac{1}{11}$ che faria manco di $\frac{1}{11}$ di vn piede cubo, ilqual errore appresso di naturali misuratori in tai misurationi di vini, per conto di dacij, & gabelle saria reputato per nulla, & tanto piu che venendo alla isperienza non vi si poria conoscere, ne discernere tal errore, e pero tal sua regola, anchor che falsa sia in queste misurationi di tinazzi & botte di vino per conto di dacij, & gabelle, la si puo tolerare, & vsare per buona, per esser ispediente, & di pocco errore. Ma nelli corpi grandi, per niente tal regola si debbe vsare, perche lo errore si faria maggiore, come che in altro luogo si fara manifesto.

Hor per tornar al nostro proposito, volendosi con tal nostra isperienza chiarire quanto vino, alla sua misura ordinaria, andaria al piede cubo, ouer quante oncie cube andara alla misura ordinaria del detto vino, bisogna procedere, come fu fatto del formento, cioe essendo tal tinazzo pieno di vino, ouer di acqua (che tanto faria) far misurare tal vino, ouer acqua alla misura di quella citta doue tu ti ritroui, hor supponiamo che la tenuta di detto tinazzo (per fuggir rotti) alla misura di Venetia sia quarte 134. volendo fondarte sopra la prima conclusione, tu dirai per la regola del 3. Se oncie 232786 $\frac{2}{3}$ cube tien quarte 134. di vino, che tenira oncie 1728 (ch'e il cubo delle ⊕ 12 (longhezza del piede) opera che trouarai che tenira quasi vna quarta (ma per non si trauagliar con rotti) supponeremo che ogni piede cubo sia vna quarta. Et volendosi fondar su la giusta conclusion geometrica, tu dirai per, se oncie 232942 $\frac{2}{7}$ cube tien quarte 134. di vino, che tenira 1728. onde operando si trouara che tenira alquanto meno di vna quarta, & questa saria piu giusta, & certa de l'altra. Et se ti paresse di voler sapere quante oncie cube andaria alla quarta del vino, tu diresti, se quarte 134. di vino sono, ouer mi danno oncie 232942 $\frac{2}{7}$, che mi dara quarte vna, opera che ti dara circa oncie 1738 $\frac{2}{7}$, & tante oncie cube (secondo questo supposito) andaria a vna quarta di vino. Et cosi hai inteso l'ordine, (grosso modo) come si fanno tai isperienze, egli e ben vero, che si poria tal isperientia far con vn vaseto fatto far a posta, che il vacuo di quello fusse giustamente vn piede per ogni verso, come fu detto del formento, & saria molto commodo, ma saria piu dubbiosa la conclusione.

Anchora per far piu minutamente tal isperienza fondamentale, si doueria diuidere anchora le oncie del piede in dodici ponti, come fu detto del formento.

Costume di Verona circa al misurar geometricamente li vini.

2 DApoi che dechiarito habbiamo l'ordine, che si puo vsare per formarsi vna regola generale, di saper conoscere geometricamente vna quantita di vino, in qual si voglia terra, ouer prouincia. Ma accio meglio s'intenda questa pratica, veniremo a gli essempi reali, & non finti. Et prima cominciando secondo il solito di Verona, e per tanto dico che a Verona si vende, & compra il vino a carra, & vn carro e 12 brente, & vn brento e 4 secchie, & vn secchio tien 20 inchistare di misura, cioe di quelle che si vsano, ouer costuma su le ostarie, & per le isperienze fatte da loro antichi affermano, che vn piede cubo e secchie 1 $\frac{1}{2}$ di vino, ma per abbreuiar le parole supponeremo quello medesimo tinazzo posto nel essempio della precedente, cioe ponendo che'l diametro del fondo di vacuo sia piedi 6. oncie 10. alla misura di Verona, & il diametro della bocca sia per piedi 5. oncie 4. & che l'altezza perpendicolarmente del detto vacuo sia per piedi 5. oncie 6. Hor per voler sapere quanto sia il vino del detto tinazzo essendo pieno, ouero essendo vacuo di quanto vino saria capace alla misura di Verona, & perche di sopra ti ho auertito del modo, che si costuma fra la maggior parte di pratici misuratori di botte, & similmente di quello, che vsano li veri, & ottimi pratici geometrici, onde per darti ad intendere il tutto voglio, che risoluiamo questa tal questione per l'uno, & l'altro modo. Per risoluere adunque questa li detti pratici misuratori procederanno naturalmente per quel medesimo modo, che fu narrato nel principio della precedente, cioe summaranno le oncie 74 del diametro da basso con le oncie 64 di diametro di sopra fa oncie 134. & ne pigliano la mita, che fara oncie 67. & tanto fara il diametro del cerchio mezzano, qual quadrato fa 4489. & per variar modo lo multiplicano per le oncie 66 dell'altezza fara 296274. & di questo vltimo produtto ne pigliano li $\frac{11}{14}$ (per causa del cerchio) & ne venira 232786 $\frac{2}{7}$, & queste saranno oncie cube, & tanto diranno che fara l'aria corporale del vacuo del detto tinazzo, secondo la detta lor regola, hor per concluder poi quanto

costume di Verona
20 inchistare fa 1. sech.
4 secchie fa 1. brento
12 brente fa vn carro.

sia il vino, che teniria il detto tino a ragion di secchie 2 $\frac{1}{2}$ al piede cubo, diremo se oncie 1728 cube (longhezza del piede) mi da secchie 2 $\frac{1}{2}$ che mi dara oncie 232786 $\frac{2}{3}$ cube, onde operando si trouara che dara secchie 336 inchiestare 11 di vino lasciando il rotto, che sara cara 7. brente 0. secchie 0. inchiestare 11. & tanto concluderemo, che sia la tenuta del detto tino, ouer tinazzo per questo primo modo non giusto.

3 MA per risoluerla per l'altro modo costumato da li veri geometrici (qual in effetto è il vero, & giusto) procederemo per il medesimo modo, che fu fatto nella precedente, cioe quadraremo le oncie 64 del diametro della bocca sa 4096. quadraremo anchora le oncie 70 del diametro del fondo sara 4900. quali saluo da banda, poi multiplicaremo le oncie 64 del diametro della bocca sia le oncie 70 del fondo sara 4480. & queste tre superficie summaremo insieme, cioe 4096. & 4900. & questo 4480 fanno 13476. & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che sara 4492. & lo multiplicaremo per quelle oncie 66 dell'altezza sara 296472. & di questo 296472 (per causa del cerchio) ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$ cioe lo multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne venira 232942 $\frac{2}{7}$. & tante oncie cube sara giustamente l'aria corporale del detto tino, onde per concluder quanto sia il vino, ouer quanto vino tenira, per a ragion di secchie 2 $\frac{1}{2}$ al piede cubo, diremo per la regola del tre, se oncie 1728 cube (della longhezza del piede) mi da secchie 2 $\frac{1}{2}$ di vino, che mi dara oncie 232942 $\frac{2}{7}$ cube, onde operando trouaremo, che ne daranno secchie 337 inchiestare 0 lasciando il rotto d'inchiestare, che sara per cara 7. brente 0. secchie 1. inchiestare 0. onde per questo giusto modo geometrico veniria a esser 9 inchiestare di piu di quello si è trouato per quel modo falso, che si costuma fra pratici vulgari, ma perche in vna tanta quantita di vino, ch'è circa cara 7. non v'interuiene differentia saluo, che di 9 inchiestare di vino, le quali 9 inchiestare, sia appresso di daciari, come appresso di colui, che debbe pagar tal dacio, non se ne tenira quasi alcun conto in caso simmile, e pero tal pratica insegnata dalla natura, & non dal'arte, non merita esser molto biasimata, anchor che falsa sia, dico certo al misurare d'vn tinazzo, ouer botta di vino, ma non gia in altre quantita maggiori, & di maggior importanze, perche gli errori si faranno maggiori, & di maggior danno a vna delle parti, come che nel seguente libro sopra il misurare delle fondamente salde di muri simile si fara manifesto, E pero in quelle questioni, che circa al misurar di vini si ha da dire (per non confondere la mente di quelli, che hanno da essercitarsi in tal materia) procederemo con tal regola insegnata dalla natura per abbreuiar la operatione.

piedi 5. oncie 4.

al primo modo sara sec. 336. inchiestare 11.
al secondo modo sara sec. 337. inchiestare 0.

Differentia inchiestare 9.

4 SVpponemmo anchora che sia vna botta di vino, come in margine vedi, che'l diametro del vacuo dall'uno, & l'altro capo è piedi 3. oncie 2. & nel mezzo, cioe dal cocone perpendicolarmente per fino al fondo è piedi 3. oncie 6. & la longhezza del vacuo dil la detta botta è piedi 4 oncie 8. come dimostra la g h. volendo mo sapere quanto vino sia tal botta. Alcuni periti geometrici, & massime fra Luca, Hieronimo Cardano, & altri, dicono, che vna tal botta non è altro che due piramide tronche, perche diuidendo tal botta per trauerso, dal cocone in due parti equali l'una, & l'altra parte per ca loro, che habbia forma di vna piramide tronca, e pero trouano l'aria corporale di vna di quelle, secondo che per il secondo modo fu fatto del tinazzo nella precedente, & quella in doppiano, laqual sua opinione saria vera quando che la linea b c. & b a. procedesse rettamente, cioe senza alcuna curuita, ma nella maggior parte di quelle che ho vedute, tal linea b c. & b a. s'inarca in fuora, e pero non sono veramente piramide torte, tal che le loro conclusioni (geometricamente parlando) saranno false, vero è che naturalmente saria giudicata buona, perche alla isperienza non se gli nota tanto errore importante.

Errore di fra Luca, Hieronimo Cardano, & altri.

Tenuta di tutta la botta. Secchie 123. inchiestare 13.

5 MA la maggior parte delli pratici misuratori di botte di vino con le regole di sopra notate nel primo modo di misurar quel tinazzo, costumano anchora di misurar tutte le sperie de botte, et con gran prestezza, vero è che alcuno vi vsa alcune piu breue cautele de l'altro, come piu a basso intenderai. Per misurar adunque la sopradetta botta, secondo la detta sua regola, summaremo le oncie 38 del diametro dall'uno di capi della detta botta con le oncie 42 (ch'è l'altezza del cocone) fara oncie 80. & di quelle ne pigliaremo la mita, che fara oncie 40 per il diametro del mezzano cerchio, & dapoi quadraremo quelle oncie 40. faranno 1600. & queste multiplicaremo per le oncie 68 della longhezza del vacuo della detta botta fara 108800. & per causa della forma circolare del detto numero 108800. ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe lo multiplicaremo per 11. & tal producto partiremo per 14. & ne venira 85485 $\frac{5}{7}$, & tante oncie cube diremo naturalmente esser la tenuta di tal botta. Per saper quanto sia tal vino alla sua misura ordinaria di Verona, diremo per la regola del tre, se oncie 1728 cube (longhezza del piede veronese) mi da secchie 2 $\frac{1}{2}$ di vino, che mi dara oncie 85485 $\frac{5}{7}$ cube, onde operando trouaremo, che ne dara secchie 123. inchiestare 13 (lasciando il rotto) & tanto vino sara naturalmente nella detta

botta

botta, essendo piena, che saria carra 2. brente 6. secchie 3. inchiestare 12. & quantunque questa tal sua regola patisca oppositioni assai rispetto alle regole di geometria, nondimeno in questa materia di botte di vino, (come di sopra è stato detto) non erra in cosa che sia di momento, la si puo commendare, ma non nelle materie di maggior quantita, & importanza.

Costume di Brescia, & suo Territorio, circa al misurar geometricamente li vini, per causa di certi dacij detti Imbotta.

6 BResCia, & il suo territorio costumano di vendere, & comprare li vini a carra, il qual carro è zerle 12. & la zerla è secchie 4. Et per le isperienze fatte da loro antichi misuratori dicono vn braccio cubo di vino esser secchie 9. Onde per abbreuiar parole, & scrittura & per mostrare che il modo geometrico del trouare l'aria corporale di corpi è generale per tutte le prouincie del mondo, ma nelle altre particolarita, cioe nelli nomi, & quantita delle misure, ciaschedunna citta ha vn suo particolar costume, il quale dal misurator bisogna esser particolarmente inteso. Supponeremo in questa pratica di Brescia quel medesimo tinazzo, che nel principio della pratica, ouer costume di Verona fu supposito, ma doue che le misure del detto tinazzo fur poste a piedi, & oncie a misura di Verona, li supponeremo esser braccia & oncie a misura di Brescia, cioe supponeremo il diametro del vacuo del fondo esser braccia 5. & oncie 10. & il diametro della bocca esser braccia 5. oncie 4. & la perpendicolar altezza esser braccia 5. oncie 6. Hor volendo mo saper quanto vino saria, ouer teneria il detto tinazzo secondo il costume di Brescia, dico che procedendo per quel primo modo, che da pratici misuratori è costumato, si trouara l'aria corporale del vacuo del detto tinazzo esser quelle medesime oncie 232786$\frac{2}{3}$ cube, come che anchora nella pratica di Verona fu conchiuso. Ma per voler poi sapere quanto sia il vino, che è, ouer che teneria tal tinazzo secondo il costume di Brescia, diremo, se oncie 1728. cube (della longhezza del braccio) mi danno secchie 9. di vino, che mi dara le dette oncie 232786$\frac{2}{3}$ cube, onde operando si trouara, che daranno secchie 1212 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ di vino, che fariano carra 25. zerle 4. secchie 0 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ & tanto si cōchiuderia naturalmēte esser il detto vino, ouer la tenuta del detto tinazzo.

7 MA volendo procedere per quella seconda regola data nel detto costume di Verona, cioe secondo l'ordine, che geometricamente si misurano le piramide tronche, e per tanto procedendo secondo quella medesima seconda regola data nel detto luogo, si trouara medesimamente l'aria corporale del vacuo del detto tino esser le medesime oncie 232940$\frac{1}{3}$ cube, ma saranno oncie Bresciane, onde per determinare la quantita del vino, diremo pur. Se oncie 1728 cube (longhezza del braccio) mi danno secchie 9. di vino, che mi dara oncie 232940$\frac{1}{3}$ cube, onde operando, trouaremo che dara giustamente secchie 1213 $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ di vino, & per l'altra regola trouassimo, che ne daua secchie 1212 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$, onde sotrando le secchie 1212 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ da secchie 1213 $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ trouaremo che ne restara secchie 0 $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{9}\frac{1}{9}$ per la differentia, che occorre fra la conchiusione fatta secondo che costuma li pratici naturali. Et quella che costumano li veri Mathematici, laqual differentia in vno cosi gran vaso (di tenuta di carra 25. & piu) non causa errore di vna secchia di vino, tal che in vn vaso, ouer tinazzo di 4. ouer 5. carra dtenuta, non causaria errore sensibile (come nel costume di Verona fu visto.) E pero tal sua regola (anchor che falsa sia) non è da esser biasimata in questa pratica di vasi di vino per la prestezza sua.

8 SVpponeremo anchora in questo costume di Brescia quella medesima botta, che nel costume di Verona fu supposita, tramutando solamente, doue che dice piedi, che dica braccia, perche Brescia misurano a braccia, & oncie, & non a piedi, & oncie, cioe supponemo che'l diametro da l'uno, & l'altro capo sia braccia 3. oncie 2. & nel mezzo, cioe al cocone perpendicolarmente per fin'al fondo sia braccia 4. oncie 4. & la longhezza del vacuo, cioe da fondo a fondo, supponēmo che sia braccia 5. oncie 4. cioe in ogni misuratione tramutar li piedi in braccia, hor per saper quanto vino teneria la detta botta al costume di Brescia, procedēdo per quel medesimo breue modo costumato da pratici misuratori di botte, adatto nella quinta di questo capo, si trouara pur l'aria corporale del vacuo di tal botta esser 85485$\frac{1}{3}$ cube, come che anchora nella detta quinta fu trouato, ma per trouar mo la quantita del vino, bisogna procedere secondo il costume di Brescia. Dicendo, se oncie 1728. cube (lōghezza del braccio) mi da secchie 9. di vino, che mi dara le dette oncie 85485$\frac{1}{3}$ cube, onde operando trouaremo che ne dara secchie 445 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$, che fariano carra 9. zerle 3 secchie 1 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$, & tanto conchiuderemo naturalmente esser tal vino, ouer la tenuta di tal botta secondo il costume di Brescia. Et cosi senza che piu oltra me stenda in altri costumi di citta, non dubito, che da te medesimo saperai come regolarti circa a tal materia in ogni strana prouincia.

Come che praticalmente si puo, & debbe pigliar le misure del vacuo di dentro di vna botta.

9 RESTACI anchora da narrare, come si puo, & debbe praticalmente pigliar le misure del vacuo di dentro di vna botta piena di vino. Per trouar adunque la longhezza del vacuo della botta si debbe pigliar la longhezza di tutta la botta di fuora via misurando alla detta, come fu detto sopra il misurar di monti, cioe come dimostra la misura a b. con laqual si vede la longhezza di detta la botta esser quanto la linea b c laqual b c supponeremo in questo caso che la sia braccia 5 oncie 3. & la notaremo da banda, fatto questo misuraremo anchora quella parte, doue che sono piu in fuora di l'uno di fondi, laqual parte supponeremo che sia oncie $2\frac{1}{2}$, & questa notaremo anchora da banda, poi misuraremo quanto sia la grossezza di vna doga, laqual supponeremo, che la sia oncia $\frac{1}{2}$, & cosi oncia $\frac{1}{2}$, egli e da credere che sia la grossezza del fondo di tal botta, e pero la detta oncia $\frac{1}{2}$, la aggiongeremo con quelle oncie $2\frac{1}{2}$ (delle doghe) fara oncie 3. & queste oncie 3, sara la distantia che sara dalle estremita delle doghe da l'un capo per fino al vacuo di dentro da quel capo, ma perche sono duoi capi, indoppiaremo quelle oncie 3. seranno oncie 6. & queste oncie 6 le sottraremo della longhezza di tutta la botta gia trouata, cioe da quelli braccia 5 oncie 3. & restara braccia 4 oncie 9. & tanto diremo esser la longhezza del vacuo di dentro della detta botta. Anchor che il tor il diametro dell'altezza di mezzo sia cosa facile, perche il cocone si puo spongere la misura per fino al fondo della botta, nondimeno perche si saria non poco intertorbaria il vino, essendo piena, & per cauar a questo li periti pratici costumano in alcune botte, che non declinano molto dal cocone al capo della botta di aggiongere al diametro dell'uno di capi della botta la grossezza di vna doga, & tal summa notano per il diametro mezzano. Essempi gratia se il diametro di l'uno di fondi di fuora via fusse ponemo braccia 2. oncie 7. & che la grossezza di vna doga fusse oncia mezza, poneremo per diametro mezzano braccia 2 oncie $7\frac{1}{2}$, & con tal ordine la misuratione viene a esser piu presta, perche non pigliano altro, che due misure, cioe la longhezza, com'e detto, & quella del diametro dell'un di capi insieme con la grossezza di vna doga, & con tai due misure con summa breuita si conchiude il proposito. Ma quando che dal cocone al capo di detta botta vi fusse grande declinatione, si potra aggiongere al detto diametro di l'uno di fondi il doppio della grossezza di vna doga, & piu, & manco secondo che a discretione si vedesse tal declinatione esser molto, ouer poco declinante, ouer obliqua, & cosi con summa breuita si conchiudera naturalmente il proposito senza interrompere il vino dal cocone.

Come che naturalmente si puo misurare, & conoscere la quantita del vino, che sia in vna botta scema, cioe non piena.

10 IN molti luoghi di Toscana, & altre parti d'Italia, per quanto ho inteso di quelli del paese molto vi si apprezza il saper determinare la quantita del vino di vna botta non piena, la causa e che in molti luoghi gli hosti, ouer betolieri quando vogliono principiare vna botta piena, ouer scema di vino per conto della hostaria, bisogna che la diano in nota alli dacieri, i quali dacieri con alcuni misuratori a tal essercitio deputati, & stipendiati, vedono con misure geometriche quanto sia quel tal vino, & vogliono in nota la sua quantita, & dapoi bollano con gran cura il cocone di tal botta, accioche l'hosto, ouer betoliero non ve ne possa rimettere dell'altro senza lor saputa, & euui pena grandissima al hosto se fusse disbollato tal cocone, & cosi l'hosto va cauando, & vendendo di quel vino per l'hostaria, per fin che'l detto vino vien chiaro, ma come comincia a venir torbido, & che per tal causa non ne vuol cauare, ne vendere piu, fa venir li detti dacieri a disbollare tal botta, & a misurare quel tal restante vino, che piu non vuol vendere, e pero non e il douere, che di quel ne paghi alcun dacio. Et cosi li detti dacieri vengono a disbollare tal botta, & a misurare con la misura geometrica quanto sia il detto restante vino, & fatto questo fanno conto quanto sia quello, che il detto hosto ha venduto, & di quel tanto gli fanno pagar il dacio a lui limitato, & questa e la causa, che in quelle bande molto si apprezza il saper misurare, & determinare (com'e detto) la quantita del vino, che sia in vna botta non piena. Laqual cosa a volerla essequire mathematicamente saria difficilissima, perche se fin hora da nostri antichi sapienti non si ha potuto trouar regola di quadrare perfettamente la integra figura circolare, eccetto che per approssimatione, il che trouo Archimede Siracusano peritissimo filosofo, & ingeniosissimo mathematico (come che nella quarta parte di questo nostro general trattato piu minutamente si narrara) non e da marauigliarsi se il squadrare geometricamente le parti di quella tal figura sia materia difficilissima, e pero in queste particolarita di misurationi, che per ragion geometrica non vi si e trouata regola da poter mesurar, bisogna con altri mezzi naturali, cioe con spe-

rienze,

rienze, ouero a ta ſtoni andarle inueſtigando. Per tornar adunque al noſtro primo propoſito, per formarſi con modi naturali vna regola da ſaper conoſcere, & determinare la quantita del vino, che ſia in vna botta non piena, di che ſi debbe cercare di hauere vna botta ben fatta, & quanto piu grande ſara, tanto piu ſara megliore, & queſta ſalla aſſettare, che ſtia a liuello piu che ſia poſſibile, cioe che la non ſia piu alta di dietro, che dauanti di queſto ſara di dietro, & dapoi dioiderai la miſura lineale conſuetata in queſta citta, & ſuo territorio, piu minutamente che ſia poſſibile (come fu detto anchora nella prima del quinto capo per miſurar li formento) ma per eſſer inteſo ſupponemmo, che queſta fondamental iſperienza la vogliamo far ſecondo il coſtume di Verona, faremo far vna miſura di ferro, ouer di legno ſodo longa almeno 3. ouer 4 piedi, & faremo diuidere ciaſchedun piede in 12 oncie, & ogni oncia (ſe poſſibil è per fuggir rotti in 12 ponti, talche il detto piede venira a eſſer diuiſo in 144 ponthi, tanto minuti, & ſpeſſi, che nel miſurare non vi ſi potra diſcernere vn mezzo ponto. Fatto queſto con tal miſura vederemo con li modi dati nelle paſſate, quanto tenira la ſopradetta botta gia acconcia, & liuellata. Ma per abbreuiar il noſtro parlare ſupporremo che tal noſtra botta ſia quella medeſima, che fu adutta per eſſempio ſopra il coſtume di Verona, della quale li diametri delli capi fur ſuppoſti ciaſcun di loro eſſer piedi 3. oncie 2. & il diametro della ſua altezza al cocone fu ſuppoſta eſſer piedi 3. oncie 6. & la longhezza del ſuo vacuo, cioe da fondo a fondo ſuppoſto eſſer piedi 4. oncie 4. & con quella regola praticale fu trouato tal botta tener ſecchie 123. & inchieſtare 1. fatto queſto, per non ſi confondere con la noſtra miſura gia ſignata, ouer diuiſa in ponti 144 per piede, voglio che noi pigliamo vn'altra nuoua bacchetta dritta, ma non diuiſa, & con quella voglio, che con diligenza giuſtamente ſi pigli, & ſegni ſuſo l'altezza della detta botta ſolo al cocone (cioe l'altezza del vacuo di detta botta) & tutta tal altezza voglio che la ſia diuiſa in due parti eguali, talche ciaſcuna di quelle due parti ſara la mita di tutta l'altezza della detta botta, al cocone, fatto queſto voglio che l'una, & l'altra mita ſia diuiſa in 12 parti eguali, il che facendo tutta la detta altezza venira a eſſer diuiſa in 24 parti, delle quali le 12. che ſaranno verſo la ponta di detta bacchetta ſeruiranno per li ſemi, che ſaranno manco di mezza della noſtra botta, & gli altri 12. che ſaranno verſo il tener la detta bacchetta con la mano, ſeruiranno per li ſemi che ſaranno piu della mita della detta noſtra botta, & perche la detta noſtra botta miſurata con quella prima noſtra miſura ſottilmente diuiſa in ponti, fu trouata tal ſua altezza al cocone eſſer piedi 3. oncie 6. che fariano oncie 42. lequali diuidendole per 24 (cioe per il numero di quelle 24 parti fatte ſopra di quella bacchetta) ne venira oncie 1. & ponti 9. che ſara ponti 21. conchiuderemo adunque, ciaſcuna di quelle 24 parti fatte ſopra di quella nuoua bacchetta eſſer ponti 21 della noſtra prima miſura minutamente diuiſa, & queſto biſogna conſeruarſi nella memoria.

tenuta di tutta la botta. ſecchie 256. inch. 1.

12 HOr per venire alla noſtra fondamental iſperienza, che per non diſſipar il vino la faremo con acqua, perche ne dara il medeſimo. Et per eſſer prouiſto di tutte le miſure ordinarie del vino teniremo appreſſo vna inchieſtara di miſura, & vn ſecchio, ouer ſecchia, & anchora vna brenta, & chi poteſſe far tal iſperienza appreſſo a l'acqua, ſara piu commodo hauendo l'acqua appreſſo, preparate tutte queſte coſe, faremo metter vna ſecchia di miſura nella detta botta, & dapoi vederemo, con la nuoua bacchetta ſe la detta acqua è alta nella detta botta quanto, che è quella prima parte, che termina nella ponta della detta bacchetta (di quelle 24 gia ſignate in quella) & ſe per ſorte fuſſe preciſamente alta quanto, che ſara quella prima parte tu farai memoria di queſto ſopra di vna poliza in queſta forma. La prima parte mi da ſecchie 1. ma ſe per ſorte la non vi fuſſe alta quanto la detta prima parte, tu gli andarai rimettendo tante inchieſtare di miſura di acqua, che tu la facci inalzar preciſamente all'altezza della detta prima parte della gia detta bacchetta, & tal acqua che interpoſta hauerai, la notarai (com'è detto) per tua memoria nella detta poliza dicendo. La prima parte mi da ſecchie tante, & inchieſtare tante, ma ſe per ſorte quella prima ſecchia da ſe fuſſe piu alta (nella detta botta) di quello ſara la detta prima parte della noſtra bacchetta, tu farai cauar dalla ſpina della detta botta tante inchieſtare a miſura della gia interpoſta acqua, che venghi a reſtar giuſtamente all'altezza della detta prima parte, in detta botta, & quel tal reſto di acqua tu lo notarai nella detta tua poliza, come di ſopra è ſtato detto, dicendo. La prima parte mi da inchieſtare tante.

Dapoi che notato hauerai la tenuta della prima parte della detta noſtra bacchetta tu rimetterai nella detta botta altro tanta acqua miſurata parte con la ſecchia, & parte con l'inchieſtara, talmente che tu la facci inalzar nella detta botta per fino all'altezza della ſeconda parte della detta bacchetta, & fatto queſto conſiderare quanto ſia tutta l'acqua, che ſara nella detta botta, cioe computando la prima inſieme con quella ſeconda, che vi hai interpoſta, & tutta tal ſumma, ouero quantita di acqua farne memoria nella tua poliza, dicendo. La ſeconda parte mi da ſecchie tante, & inch. tante.

Dapoi che hauerai notata la quantita dell'acqua alta nella detta botta per fino alla seconda parte della tua bacchetta, tu gli ne farai rimettere tante altre secchie, & inchistare che tu la facci elevar precisamente alla summita della terza parte della detta bacchetta, & dapoi connumerarai quanta che sia tutta l'acqua, che si trouara nella detta botta, & notarla nella detta tua polizza dicendo. La terza parte mi da secchie tante, & inchistare tante.

Et cosi con tal ordine andarai procedendo di parte in parte per fino alla duodecima parte di quelle 24 parti gia signate sopra la bacchetta, et perche la detta 12 parte ne dinotara la tenuta della mita della detta botta, non occorre far isperienza delle altre 12 parti, che sono verso il cocone, perche corrisponderanno di una in una (rispetto alli fondi) alle 12 parti inferiori ordinatamente, cioe la prima parte delle 12 superiori (cioe quella che termina al cocone) corrispondera integramente al fondo di tenuta con la prima delle 12 inferiori (cioe con quella che termina nella ponta della bacchetta) & cosi la seconda parte delle 12 superiori corrispondera di tenuta con la seconda delle 12 inferiori, & la terza alla terza, & la quarta alla quarta, & cosi discorrendo per fino alla duodecima delle superiori sara corrispondente di tenuta (rispetto a i fondi) alla duodecima delle inferiori, & queste due duodecime vengono a terminare nel centro di tal botta, e pero non accade far isperienza, eccetto che delle 12 parti inferiori, perche per mezzo di quelle habbiamo la tenuta (rispetto al fondo delle altre 12 superiori) come che di sopra e stato detto, & di questo anchora la ragion naturale ne fa certi cosi essere.

La polizza della tenuta delle 12 parti inferiori, & delle 12 superiori ordinatamente per si fondi.

prima sec. 0	inch.	11.
2 sec. 3	inch.	6.
3 sec. 7	inch.	5.
4 sec. 11	inch.	8.
5 sec. 16	inch.	12.
6 sec. 21	inch.	8.
7 sec. 26	inch.	11.
8 sec. 31	inch.	7.
9 sec. 36	inch.	4.
10 sec. 41	inch.	6.
11 sec. 50	inch.	9.
12 sec. 61	inch.	16 ½.
12 sec. 61	inch.	16 ½.
11 sec. 50	inch.	9.
10 sec. 41	inch.	6.
9 sec. 36	inch.	4.
8 sec. 31	inch.	6.
7 sec. 26	inch.	11.
6 sec. 21	inch.	9.
5 sec. 16	inch.	12.
4 sec. 11	inch.	8.
3 sec. 7	inch.	5.
2 sec. 3	inch.	6.
prima sec. 0	inch.	13.

tenuta di tutta la botta secchie 123. inch. 13

Hor per darti regola di saperti seruire di una tal isperienza nelli fondi di qual si voglia altra botta maggiore, ouer menore della nostra di sopra narrata, a me e necessario, che supponiamo una tenuta a ciascheduna di quelle 12 parti inferiori della detta nostra bacchetta, e per tanto supponemo che la prima parte di detta bacchetta ne habbia dato inchistare 11. La seconda secchie 3. inchistare 6 La terza secchie 7 inchistare 5. La quarta secchie 11. inchistare 8. La quinta secchie 16 inchistare 12 La sesta secchie 21 inchistare 9. La settima secchie 26 inchistare 11. La ottaua secchie 31 inchistare 7 La nona secchie 36 inchistare 4. La decima secchie 41. inchistare 6. La undecima secchie 50 inchistare 9. La duodecima, & ultima parte delle 12 inferiori secchie 61. inchistare 16½, cioe la mita della tenuta di tutta la botta, laqual botta su trouata se ben ti aricordi che teniua secc. 123 inch. 13. Et per li fondi bisogna, che li medesime (rispetto alli fondi) diano di vacuo le 12 parti superiori relatiuamente, come che nella polizza notata in margine appare. Ma accioche meglio m'intendi, si in questa, come in quelle che ti ho da dire. Dico che se in questa medesima botta vi fusse alto il vino, poniamo alla prima parte delle 12 inferiori. Tu sei chiaro per la tauola, ouer polizza in margine posta tal vino esser inchistare 11. Ma se per sorte il detto vino vi fusse alto per fino alla prima parte delle 12 superiori, il fondo di tal prima parte saria pur inchistare 13. quale tratte della tenuta di tutta la botta (che gia sai esser secchie 123 inchistare 13) restara apponto secchie 123. il vino, che sara nella detta botta, fondo per quella prima parte delle 12 superiori (cioe quella che termina al cocone) & se per sorte il detto vino fusse alto nella detta botta per fino alla seconda parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta. Tu sarai chiaro (per la tua polizza) il detto vino esser secchie 3. inchistare 6. Ma se il detto vino fusse alto per fino alla seconda parte delle 12 superiori, il fondo di tal botta saria le medesime secchie 3. inchistare 6. lequali tratte della tenuta di tutta la botta (che sai essere secchie 123. inchistare 13) restara secchie 120. inchistare 7. & tanto sara il vino, che sara nella detta botta fondo per fino alla seconda parte delle 12 superiori, & cosi se per sorte il detto vino fusse alto nella detta botta per fino alla terza parte delle 12 inferiori (della detta bacchetta) per vigor della polizza sarai sicuro il vino, che sara nella detta botta esser secchie 7. inchistare 5. Et cosi se il detto vino sara alto nella detta botta per fino alla terza parte delle 12 superiori, il fondo di tal botta sara per le medesime secchie 7. inchistare 5 lequali tratte della tenuta di tutta la botta (laqual e secchie 123 inchistare 13) restara secchie 116 inchistare 8 & tanto sara il vino, che sara nella detta botta fondo per fino alla terza parte delle 12 superiori, & cosi (senza che piu oltra mi stenda) non dubito, che da te medesimo saperai determinare la quantita del detto vino di tal botta alto a qual si voglia altra parte, si delle 12 superiori, come delle 12 inferiori.

Come ch'egli e necessario di saper conoscere con quella prima nostra misura minutamente diuisa, tutte le parti della sopradetta bacchetta, & anchora le parti di tal parti.

12 MA perche nelli scandagli della nostra sopra narrata botta, la maggior parte delle volte non si trouariano cosi precisamente ad alcuna di quelle 24 parti, si superiori, come inferiori della nostra bacchetta, ma quasi sempre, ouero alquanto piu alto, ouero alquanto piu basso, e pero egli e necessario di saper conoscer le dette parti a una per una sopra di

quella nostra prima misura divisa in piedi, oncie, & ponti, il che facendo non saria piu necessario la detta bacchetta, perche la detta nostra misura in ponti divisa, ne serviria generalmente, si per conoscer le dette parti della detta bacchetta, ma anchora le parti di parti. Et questo si fa partendo l'altezza della nostra botta al cocone p. 44. e perche l'altezza della detta nostra botta al cocone (se ben ti aricordi) fu ponti 44. liquali partendole per 24. (com'è detto) ne veniria ponti vno, & pō. 9. che sariano pō. 21. come che fu anchora notato in fine della 10. e pero essendo ognuna di quelle 24 parti della bacchetta ponti 21 della nostra misura, egliè manifesto quando che il vino fusse alto nella botta pō. 21 della nostra misura, saria alto alla prima parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta, & cosi quādo che'l detto vino fusse alto nella detta botta pō. 42 1/2 il scemo di tal botta saria profondo, over alto pō. 21. che saria la prima parte delle 12 superiori, & cosi quādo che il detto vino fusse alto nella detta botta pō. 42 della nostra misura, veniria a esser alla seconda parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta. Et quando vi fusse alto per fino a pō. 462 il scemo di tal botta, saria alla seconda parte delle 12 superiori, & cosi con tal ordine non dubito, che da te medesimo saperai conoscere, & determinare tutte le altre parti, si superiori, come inferiori della detta bacchetta.

23 ANchora con la medesima consideratione tu puoi conoscer le parti di tai parti, perche se nella detta botta vi sara alto il vino poniamo pō. 28 della nostra misura, tu vedi che tal altezza oltra li ponti 21 della prima parte è piu alto ponti 7. i quali ponti 7 sono parte di quella differentia, ch'è fra la prima, & seconda parte, laqual differentia saria pur pō. 21. perche sottrando li pō. 21 altezza della prima parte, delli pō. 42. altezza della seconda parte restaria altri ponti 21. per la detta differentia, & cosi li detti ponti 7 sariano la terza parte di tal differentia, e pero darà anchor la terza parte della differentia delle lor tenute, & per tanto cava la tenuta della prima parte (ch'è inch. 13) dalla tenuta della seconda parte, ch'è sec. 3. & inch. 6. restara secchie 2. inch. 13. & di questa tal differentia di tenute, pigliandone il terzo, che saria inchiestare 17 $\frac{2}{3}$, & aggiongerle con quelle inchiestare 13. della prima parte sara secchie vna, inchiestare 10 $\frac{2}{3}$, & tanto saria il vino di detta botta. Ma quando che li detti 7. ponti non fussero stati parte di quelli ponti 21. tu potresti trovar la sua tenuta con la regola del tre dicendo, se ponti 21 (differentia delle parti) mi da di tenuta secchie 2. inchiestare 13. che mi dara ponti 7. onde operando trovarai, che ti daranno quelle medesime inchiestare 17 $\frac{2}{3}$, che gionte le inchiestare 13 della prima parte fara pur in summa secchie 1. inchiestare 10 $\frac{2}{3}$ per la quantita di quel vino, ch'è, over che saria quella botta, essendo alto ponti 28. & cosi con tal ordine porrai trovare, & determinare la quantita del vino, che si trovara nella detta botta all'altezza di qual si voglia altro ponto delle 12 parti inferiori.

24 MA se il detto vino fusse alto nella sopradetta botta per fino a ponti 436 della nostra misura, che saria per il scemo ponti 28 di altezza, over profondita, iquali ponti 28 veniriano pur a esser ponti 7. piu profondi della prima parte, onde investigando la sua tenuta di vacuo, secondo quel medesimo modo, che fu fatto nell'altra del pieno si trovara medesimamente tal tenuta esser quella medesima secchia vna, & inchiestare 10 $\frac{2}{3}$, quale sottratta della tenuta di tutta la botta, ch'è secchie 22. inchiestare 15. restara secchie 21. inchiestare 4 $\frac{1}{3}$, & tanto saria il detto vino alto di scemo ponti 28. Avertendoti quando che il vino è manco di mezza la botta si debbe far il conto con li ponti dell'altezza del vino, Ma quando che il detto vino è piu di mezza la botta (per manco confusione) si debbe far il conto delli ponti, ch'è alto, over profondo il scemo, & l'avenimento sottrarlo della tenuta di tutta la botta, come di sopra si è fatto. Alcun potria dir che le parti di parti non esser proportionali, e pero nō si puo trovar le sue tenute con la regola del 3. come di sopra habbiamo fatto. Rispondo ch'egliè il vero, che non sono proportionali, nelle conclusioni non sono di precisione, ma nelle cose naturali (come fu detto sopra le radici propinque) non si tien conto de gli errori insensibili, e pero non ti maravigliar di questo, che il medesimo costuma Ptolomeo nel Almagesto, & nella sua Geographia.

Come che con la sopradetta fondamental isperienza (essendo fatta realmente) si puo conoscere, & determinar la quantita del vino, che fusse in qual si voglia altra botta scema, o vuoi dir non piena, pur secondo il costume di Verona.

25 SVpponemo che'l sia vn'altra botta, laqual squadrandola, & misurandola secondo quel medesimo modo, che fu fatta la sopra notata, ma supponēmo, che habbiamo trovato quella tener in tutto sec. 18 5. & inch. 9. & supponemmo che l'altezza del cocone sia pō. 756. della nostra misura, & supponemmo anchora che vi sia dentro il vino alto pō. 189. volendo determinare quanto sia il detto vino. Dividemo pur l'altezza di detta botta al cocume, over cocone (cioe quelli ponti 756) in 24 parti, il che facendo ne veniria ponti 31 $\frac{1}{2}$, & cosi ognuna di quelle 24 parti di questa veniria a esser ponti 31 $\frac{1}{2}$ di quelli della nostra misura, dellequai 24. parti 12. s'intendono superiori,

vna botta che tien secchie 185. inchiestare 9. alta al cocone ponti 756.
Il vino viè alto dētro ponti 189.

& dodici inferiori in detta botta, per saper mo a qual parte delle dette 24 sia l'altezza del vino, partiremo quelli ponti 185. dell'altezza del vino per quelli ponti $31\frac{1}{2}$ per parte, & trouaremo che ne veniria a ponto 6. e pero l'altezza del detto vino sara precisamente alla sesta parte delle dodici inferiori, alla qual altezza nella nostra prima, & fondamental botta veniria secchie 22. & inchiestare 9. come nella politica appare. E pero quando che la tenuta di tutta quest'altra botta fusse quanto quella della nostra prima fondamentale (cioe secchie 122. inchiestare 13.) anchora quel vino alto alla detta sesta parte, saria pur quelle medesime secchie 22. inchiestare 9. Ma perche la tenuta di quest'altra botta habbiamo supposto essere secchie 185. inchiestare noue, E per tanto per la regola del tre diremo, se secchie 122. inchiestare 13. di tenuta, alla sesta parte mi da secchie 22. inchiestare 9. che mi dara secchie 185. inchiestare 9. di tenuta, operando trouarai, che ti dara secchie 32. inchiestare tre, & tanto sara il detto vino alto ponti 185. nella detta botta di tenuta di secchie 185. & inchiestare 9.

26 Ma quando che nella medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. vi fusse alto il vino, talmente che l'altezza, ouer profondita del scemmo, ouero vacuo fusse li medesimi ponti 185. che saria alla sesta parte delle dodici superiori. E per tanto procedendo per quelli medesimi modi, che e stato fatto di sopra (per quella sesta parte del pieno) si trouara la sesta parte di vacuo, esser della medesima tenuta di secchie 32. inchiestare tre, lequali (per esser di vacuo) bisogna sottrarle dalla tenuta di tutta la botta (che e supposta esser secchie 185. inchiestare 9.) restara secchie 153. inchiestare 6. & tanto vino sara nella detta botta, essendo scemo per ponti 185. cioe alla sesta parte delle 12 superiori.

27 Ma perche l'altezza del vino nelle botte scemme, rare volte e che caschi precisamente sopra l'una delle dette dodici parti inferiori, ouero delle dodici superiori, anzi la maggior parte delle volte cascara, o alquanto piu alto, ouer piu basso di alcuna di quelle, e per tanto accioche tu intenda ogni difficulta.

Supponemmo anchora che nella medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. che vi sia il vino alto solamente ponti 42. volendo saper la quantita di tal vino, prima vederemo a qual parte delle dodici inferiori sia l'altezza di tal vino, & questo trouaremo partendo li detti ponti 42. per quelli ponti 31. e mezzo, che e la duodecima parte di l'altezza, & ne veniria vno, & vn terzo, & cosi il detto vino saria alla prima parte delle dodici inferiori, & vn terzo dell'altra seconda parte distinta, che saria vn terzo della differentia, che e fra l'altezza della prima parte (che e ponti 15, e mezzo) & di tutta l'altezza della seconda (che e ponti 63.) laqual differentia saria per ponti 15, e mezzo, cioe la seconda parte distinta, laqual seconda parte saria in tal botta ponti 16, e mezzo. Ma perche bisogna che vedemmo quanto saria tal vino a tal altezza nella nostra prima botta fondamentale, cioe all'altezza della prima parte, & a vn terzo della seconda parte distinta, laqual terza parte e (se ben si arecordi) ponti 21. il terzo di quali saria ponti sette, i quali ponti sette insieme con li ponti 11 della prima parte, saria in tutto tal altezza di vino nella nostra prima botta ponti 18. come fu supposto nella decimaterza, onde operando secondo quel medesimo modo, & ordine, che nella detta decimaterza fu dimostrato, si trouara tal esser vino medesimamente secchie vna, inchiestare $10\frac{1}{2}$. Hor per trouare quanto sia quello, che e in questa seconda botta alla medesima altezza, diremo per la regola del tre. Se secchie 122. inchiestare 13. di tenuta all'altezza della prima parte, & vn terzo mi da secchie vna, inchiestare $10\frac{1}{2}$, che mi dara secchie 185. inchiestare 9. di tenuta, onde operando si trouara, che dara secchie 2. inchiestare 6. scarse, & tanto saria il detto vino alto ponti 42. nella detta botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9.

28 Similmente quando che il vino in questa medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. fusse alto talmente che l'altezza, ouer profondita del scemmo, o vacuo di vacuo fusse medesimamente ponti 42. che veniria a essere alla prima parte, & vn terzo delle dodici superiori, bisognaria pur vedere prima quanto fusse la tenuta di tal scemo, ouer vacuo nella nostra prima botta fondamentale, onde operando secondo il medesimo ordine si ritrouara tal tenuta esser secchia vna, inchiestare $10\frac{1}{2}$, & con tal tenuta con la regola del tre inuestigando la tenuta del medesimo scemmo nell'altra botta di tenuta di dette secchie 185. inchiestare 9. si trouara pur la tenuta di tal suo vacuo esser secchie 2. & circa inchiestare 6. come che nella precedente fu trouato nel pieno, & queste secchie 2. inchiestare 6. bisogna (per esser di vacuo) sottrarle della tenuta di tutta la botta, cioe di secchie 185. inchiestare 9. il che facendo restara secchie 183. inchiestare tre, & tanto saria il vino, che si trouara in tal botta scemma ponti 42. cioe parte vna, & vn terzo (come che di sopra e stato supposto.) Et con tal ordine potrai determinare la quantita del vino essendo scemma a qual si voglia altro ponto, & non solamente

mente in questa di tenuta di secchie 185 $\frac{7}{9}$ ma a qual si voglia altra tenuta, intendendo pero secondo il costume di Verona.

Da notare.

19 Bisogna notare che la soprascritta finta fondamental isperienza, ogni volta che tal isperienza fusse realmente fatta secondo il costume di qual si voglia citta facilmente la si potra traslatare, & regolare al costume di qual si voglia altra strana citta, solamente che si sappia la conuenientia, si della misura lineale, come di quella del vino di tai due citta, come che ogni sano intelletto da se medesimo puo considerare.

Da notare.

20 ANchora bisogna notare, che con questa pratica di misurar di vini si puo anchora misurare, & conoscer la quantita dell'acqua, che sia in pozzo, ouero in qualche peschiera, & similmente quanto oglio sia in vn tinazzo, ouero in vna botta si sema, come piena, & altre materie liquide, & con questo io voglio che noi facciamo fine a questo libro.

FINE DEL QVARTO LIBRO.

IL QVINTO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

Come si misurano le fabriche. Cap. I.

1 LE fabriche si misurano communamente in ogni citta con quella medesima misura lineale, con laquale costumano di misurar li terreni. Vero e che qua in Venetia si misurano con il passo, il qual passo, come fu detto nel precedente libro e diuiso in piedi cinque, & il piede alcuni lo diuidono in quattro parti, lequali da nostri antichi erano dette quattro palmi, & alcuni lo diuidono anchora in dodici oncie, & perche questa diuisione di dodici oncie e piu costumata di quella di quattro palmi in dodici oncie, intenderemo la sua diuisione. Et perche in queste specie di misurationi non voglio star a narrare li costumi di piu citta (come fu fatto sopra il misurar di terreni, anzi lo voglio vltimare solamente con il costume di Venetia, mediante il quale (per le regole date sopra il misurar di terreni, & altre materie) da te medesimo facilmente lo saperai trasferire in qual si voglia altro costume, e pero cominciaremo dalli salizzati.

Come si misurano li salizzati rettangoli.

2 VNA communita ha fatto salizzar vna piazza rettangola a ragion di vn certo prezzo il passo quadro, laqual piazza e longa passa 26. & larga passa 12. Si adimanda quanti passa quadri sara la detta salizzata.

Multiplica la longhezza per la larghezza (come si costuma nelli terreni, cioe 12 fia 26) fara 312. & tanti passa quadri sara la detta salizzata.

vna piazza longa passa 26.
larga passa 12.

fa passa 312 quadri.

3 MA perche rare volte interuiene nelle simili misurationi, che venghino a passa integri, come nella sopranotata e stato supposto, anzi la maggior parte delle volte vengono a passa, & piedi, & anchora a passa, piedi, & oncie, & volendo saper risoluere le simili in tutti li versi, ouero in tutti li modi, egli e necessario di saper a mente le rappresentationi del passo, & di tutte le sue parti multiplicate fra loro, & anchora della diuisione del passo superficiale, si come che anchora fu fatto sopra il misurar di terreni, & queste tai rappresentationi sono le sottoscritte, & sono quasi simili a quelle del costume di Treuiso, come da te medesimo puoi considerare.

Rappresentationi del passo, & le sue parti in superficie compresi.
passi fia passi fa passi.
passi fia piedi fa $\frac{1}{5}$ di passo.
passi fia oncie fa $\frac{1}{60}$ di ℥.
piedi fia piedi fa piedi.
piedi fia oncie fa oncie.
oncie fia oncie fa ponti.

Della rappresentatione della misura lineale chiamata passo, & delle sue parti multiplicate fra loro.

A multiplicar passi fia passi rappresentano passi superficiali.
A multiplicar passi fia piedi rappresentano quinti di passo, ouer quintupli di piede superficiale.
A multiplicar passi fia oncie rappresentano quintupli di oncia.
A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi superficiali da 25 al passo.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie superficiali da 12 al piede.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti superficiali da 12 alla oncia.

Diuision del passo superficiale.
il passo è piedi 25.
il piede è oncie 12.
la oncia è ponti 12.

Auertendoti come che il passo superficiale si diuide in 25. piedi superficiali, & il piede superficiale si diuide in 12 parti, lequal parti si chiamano oncie superficiali, & vna di queste oncie superficiali vengono a essere vna superficietta longa vn piede lineale, & larga vna oncia lineale, & questa oncia superficiale si diuide in 12 ponti superficiali, & questo ponto superficiale non è altro, che il quadrato di vna oncia lineale, dellequali 144 fanno vn piede superficiale, & di questo te ne ho voluto auertire, acioche tu non equiuocasse nelle cose che si ha da dire.

4 Or che hai inteso le sopra notate rappresentationi, supponeremo anchora che sia vna piazza rettangola longa passa 94 piedi 3 & larga passa 43 piedi 4. volendo mo sapere quanti passa quadri (cioe superficiali) sia tal piazza, ouer salizzata, tal questione si puo communamente risoluere per tre diuersi modi, ouer vie, come fu detto anchora sopra il misurar di terreni, delliquali tre modi il piu costumato è il primo, cioe a ridur le dette misure tutte in piedi, si che facendo hauerai per la longhezza piedi 473. & per la larghezza piedi 219. hor multiplica 219 fia 473. fara 103587. & questi saranno piedi quadri, cioe superficiali, delliquali 25. fanno vn passo quadro, volendoli adunque tirar in passa quadri, tu li dei partire per 25. siche facendo te ne venira passa 4143. piedi 12. & tanto sara la detta piazza, ouer salizzata, questa & tutte le altre simili le puoi approuar con quella proua sola, che sopra il misurar di terreni ti mostrai.

vna piazza
longa passa 94. piedi 3.
larga passa 43. piedi 4.

fa passa 4143. piedi 12.

Ma volendola fare per il secondo modo, cioe lasciando le misure nel esser suo, procederai secondo le regole date sopra il misurar di terreni, cioe multiplica quelli passa 43 della larghezza fia queste tre specie di misure della longhezza a vna per vna, & prima fia quelli passa 94. fara passa 4042. quali notarai da banda, poi multiplica anchora li medesimi passa 43 della larghezza, fia quelli piedi 3 della longhezza fara 129. & questi saranno quinti di passo, da piedi 5 superficiali l'uno, onde per tirarli in passa partali per 5. & te ne venira passa 25. & auanza 4 quintupli di piede, che saranno passa 25 piedi 20. quali notarai sotto a quell'altro prodotto, che salui, fatto questo multiplicarai anchora quelli piedi 4 della larghezza contra quelli medesimi passa 94. piedi 3 della longhezza, & prima contra quelli passa 94. fara 376 quinti di passo, quali partendoli per 5. te ne venira passa 75 $\frac{1}{5}$, che sariano passa 75. piedi 5. quali notarai sotto a gli altri detti prodotti, poi multiplicarai quelli piedi 4 della larghezza fia quelli piedi 3 della longhezza faranno piedi 12. quali posti sotto a gli altri tre prodotti, & summati tutti quattro li detti prodotti insieme faranno in tutto passa 4143. piedi 12. si come fece anchora per l'altro primo modo.

Questa medesima & altre simili si porria multiplicar per via di crosetta, cioe cominciando a multiplicare dalli piedi, ma perche dubito (come piu volte ho detto) di non venirti in fastidio con tanti varij modi lo pospongo, per mi è parso di auertirtene (per esser molto leggiadro operare) accioche da te medesimo lo habbi a studiare.

Ma volendola risoluere per il terzo modo recarai li piedi a parte di passo, & hauerai per la longhezza passa 94 $\frac{3}{5}$, & per la larghezza passa 43 $\frac{4}{5}$, poi multiplicando queste due quantita secondo la regola di rotti, & trouarai che ti venira il medesimo.

5 Supponemmo anchora che sia vna corte rettangola, longa passa 13. piedi 2. oncie 8. larga passa 8. piedi tre, oncie 9. per saper quanti passa superficiali sia questa tal corte, si puo pur procedere communamente per tre diuerse vie, la prima è a ridur le dette misure tutte in oncie, siche facendo per la longhezza, si hauera oncie 812. & per la larghezza oncie 525. poi multiplica oncie 525. fia oncie 812. & fara 426300. & questi saranno ponti superficiali, quali facendone oncie (partendoli per 12.) & le oncie in piedi (partendoli per 12.) & li piedi in passa (partendoli per 25.) hauerai in vltimo passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. & tanti passa sara la detta corte, ouer salizzada.

vna corte
longa passa 13. piedi 2. ℥. 8.
larga passa 8. piedi 3. ℥. 9.

fa pa. 118. pie. 10. ℥. 5. po. 0.

La puoi approuar con quella proua, che sopra il pertegar di terreni nella pertica di Verona ti mostrai, cioe cauando la proua della longhezza, trouarai che sara oncie 0. & della larghezza trouarai esser pur ℥ 0. che multiplicate faranno ponti 0. & tanto trouarai esser la proua della conclusione

Ma volendo

Ma volendo risoluere la medesima per la seconda via, cioe con il lasciar tutte le misure nel esser suo, procederai secondo l'ordine piu volte detto, cioe multiplica li passa otto della larghezza fia li passa 13 della longhezza fara passa 104. quali notarai da banda, poi multiplica li medesimi passa 8. fia li piedi 2 della longhezza, fara 16 quinti di passo, o vuoi dir 16 quintupli di piede, che tirandoli in passa faranno passa 3. piedi 1. quali notarai sotto all'altro produtto, poi multiplica li medesimi passa 8. fia quelle oncie 8 della longhezza faranno 64. & questi saranno quintupli di oncia, che multiplicandoli per 5. faranno oncie 320. che faranno piedi 26 oncie 8. cioe passa 5. piedi 1. oncie 8. da notar sotto a quelli altri duoi produtti, fatto questo multiplica quelli piedi 3 della larghezza fia li passa 13 della longhezza, fara 39 quinti di passo, ouer 39 quintupli di piede (che è il medesimo) quali tirandoli in passa, & piedi, faranno passa 7. piedi 20. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, poi multiplica quelli medesimi piedi 3. fia quelli altri piedi 2 della longhezza, fara piedi 6. da notar sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplica li medesimi piedi 3. fia quelle oncie 8 della longhezza, fara oncie 24. che faranno piedi 2. quali notarai sotto a gli altri 5 produtti, fatto questo multiplicarai le oncie 9 della larghezza fia quelli passa 13 della longhezza, faranno 117. & questi saranno quintupli di oncie, quali multiplicandoli per 5 faranno 585. & queste saranno oncie, lequali faranno piedi 48. oncie 9. che faranno passa 9. piedi 3. oncie 9. da metter sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicar le medesime oncie 9. fia quelli piedi 2 della longhezza fara 18. che faranno oncie, lequali tirandole in piedi faranno piedi 1. oncie 6. da mettere sotto a gli altri 7 produtti, poi multiplicar finalmente le medesime oncie 9. fia quelle oncie 8 della longhezza fara ponti 72. i quali tirandoli in oncie faranno oncie 6. lequali ponendole sotto a gli altri 8 produtti, & summandoli poi tutti 9 insieme trouarai, che faranno medesimamente passa 118. piedi 10. oncie 1. ponti 0. si come per l'altra via fu anchor trouato.

Volendola anchor far per l'altra terza via, recarai quelli piedi, & oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di passo, poi multiplica secondo la regola di rotti, & trouarai il medesimo.

Come si conosca la quantita di mattoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte, che andaranno, ouero intraranno in vn dato salizzado.

6 Volendo saper con ragion mathematica, & anchor naturale quanti mattoni, o vuoi dir quadrelli, o vuoi dir pietre cotte andaranno a far vn salizzado, prima bisogna sapere quanti passa quadri sia quel luogo, che si ha da salizzare, & dapoi bisogna trouar con ragione quanti mattoni, quadrelli, ouer pietre cotte occuparanno vn passo quadro di tal terreno, & come si ha noto quanti ne va al passo quadro, facilmente si sa poi quanti n'intrara in tutti quelli passa, piedi, & oncie, che si hauera trouato esser quel terreno, che si ha da salizzare. Essempi gratia supponemo, che vogliamo sapere quanti mattoni, quadrelli, ouer pietre cotte longhe oncie 8. & larghe oncie 4. & grosse, ouer alte oncie 2. andaranno a salizzar la precedente corte, longa passa 13. piedi 2. oncie 8. & larga passa 8. piedi 3. oncie 9. laqual corte se ben ti aricordi fu trouata esser passa 118. piedi 10. oncie 1 superficiali.

matone, quadrello, ouer pietra cotta posta in piano.

Prima bisogna saper se li detti mattoni, ouer quadrelli vanno posti in piano in tal salizzado, ouer in cosla, o vuoi dir in cortello, hor ponemo prima, che vadino in piano (come si costuma in molti luoghi per Italia) & perche il piano del detto mattone è supposto esser longo oncie 8. & largo oncie 4. talche la superficie del piano di vn mattone, ouer quadrello veniria a esser 32. oncie quadre, dellequali 144. fanno vn piede quadro, ma in rispetto alle rappresentationi di sopra notate vengono a esser 32 ponti superficiali, delliquali 12 fanno vna oncia superficiale, & 12 oncie fanno vn piede quadro. Per trouar mo geometricamente quanti di detti mattoni andaranno al passo quadro farai vn passo quadro in ponti, facendolo prima in piedi 25. & li detti piedi in oncie multiplicandoli per 12. che faranno oncie 300. & le dette oncie in ponti multiplicandole per 12. che faranno ponti 3600 superficiali, i quali partendoli per quelli ponti 32. ch'è il piano del mattone, ouer quadrello, ne veniria 112 $\frac{1}{2}$, & tanti mattoni, ouer quadrelli (per ragion mathematica) andara al passo quadro. Ma per ragion naturale, cioe con la isperienza si troua, che non gli ne va saluo, che circa 100. di detti mattoni al passo quadro. Et tutto questo procede, che nelli detti salizzadi li detti mattoni non si toccano perfettamente l'uno con l'altro, anzi fra l'uno, & l'altro vi è vn pochetto di fissura, laqual fissura in alcuni luoghi d'Italia la empino di malta, ma qua in Venetia nelli luoghi publici (che altramente non si costuma salizzadi) le empino di sabbione, e pero in molte conclusioni, simile cose materiali, ouer naturali, si trouaranno piu vere procedendo naturalmente (cioe con la isperienza) che mathematicalmente, come che nella presente si è visto, & questo procede che'l mathematico non ha rispetto ad alcuni particolar accidenti, che in tal questioni naturalmente occorre, Hor per tornar al nostro primo proposito, volendo determinare quanti mattoni, ouer qua-

matone, quadrello, ouer pietra cotta posta in cosla.

drelli, ouer pietre cotte, andaranno a salizar la detta corte di passa 118. piedi 10. oncie 5 superficiali, dirai, se passa 1. mi da naturalmente matoni, ouer quadrelli 160. che mi dara passa 118. piedi 10 (lasciando le oncie 5.) onde operando si trouara, che daranno 18840. & tanti matoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte andaranno a salizar in piano la sopradetta corte di passa 118. pie. 10.
Anchora si poteua geometricamente trouar la detta quantita di matoni, riducendo quelli passa 118. piedi 10. oncie 5. in oncie quadre, cioe in ponti, che sariano ponti 426300. et quelli partendoli per la superficie del piano del matone, cioe per 22. & te ne venira matoni 19377 $\frac{3}{11}$, che sariano molto piu per non hauer rispetto a quella fissura, che resta fra matone, & matone, e pero si manifesta, che li piccoli errori fatti in principio nel fine si trouano maggiori, e pero nelle simili meglio è fondarsi su la isperienza, come di sopra e stato detto, ma quando che con isperienza non si potesse hauer notitia, tu sei certo, che non ve ne puo intrar piu di quello che con ragion geometrica terminato hauerai.

7 MA volendo far tal salizzata con li matoni in cortello, o vuoi dir in coltello (come che per tutta Venetia si costuma) bisogna trouar la superficie della costa del detto matone, ouer quadrello, che sai, che la e longa oncie 4. & larga oncie 2. onde tal superficie venira a esser oncie 8 quadre, secondo la rappresentatione sariano 8 ponti superficiali, onde tirando il passo quadro in ponti, come si fece di sopra, che sai, che fa 3600. onde partendo li detti ponti 3600. per quelli ponti 8 della costa del matone sara 450. & tanti di detti matoni mathematicamente andariano al passo quadro, vero e che alla isperienza si trouara andargline alquanto manco di 450. per le ragioni di sopra adutte, cioe per causa di quelle fessure, che vengono a restar fra matone, & matone, ma ben sei sicuro, che non ve ne andara piu di 450 al passo, che a tal computo in tutta la detta corte di passa 118. piedi 10. ve ne andaria matoni, ouer quadrelli 53280. & piu presto meno, che piu. Et con tal ordine soluerai le simili, & se per sorte il detto matone, ouer quadrello fusse piu, ouero men longo, largo, & grosso, ouero in forma quadra, son certo, che da te medesimo saprai, come procedere senza che di cio te ne dia essempio.

Come s'intende, & misurano li muri, & conosce la quantita di quelli. Cap. II.

1 LI muri si misurano alla similitudine di salizzati, ma vi s'intende questo di piu, che vi sono alcuni muri, che si chiamano simplicemente muri, & questi sono quelli, che sono grossi precisamente quanto che è longo li matoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte, & alcuni sono detti muri doppi, & alcuni treppi, & alcuni quadrupli, & cosi discorrendo, li muri doppi sono quelli che sono grossi il doppio della longhezza del matone, ouer quadrello, & cosi quelli muri, che sono grossi, quanto è il treppio della longhezza d'vn matone, ouer quadrello si dicono treppi, ouer di tre muri, & cosi discorrendo in piu numero di piu longhezze di matoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte. Similmente quando che vn muro fusse grosso solamente la mita della longhezza del mattone, ouer quadrello se gli dice mezzo muro, similmente se il muro fusse grosso poniamo due longhezze, & mezza di vn matone, ouer quadrello, tal muro si direbbe di duoi muri, e mezzo, & cosi discorrendo.

muro

vn muro sempio
longo passa 26
alto passa 22
―――――――
fa passa 572.

2 OR supponemo che sia vn muro retangolo longo passa 26. & alto passa 22. di sopra la terra. Si adimanda quanti passa quadri sara questo tal muro.

Questa questione è simile alla seconda del precedente capo di salizzati, & questo faccio, ouer replico per darti ad intendere, che con quella medesima regola data sopra li salizzati, con quella medesima si risolue le questioni di muri sempio, e pertanto per risoluere questa, multiplica quelli passa 22 della longhezza, o vuoi dir altezza fia quelli passa 26 della longhezza sara passa 572 di muro, essendo tal muro sempio, cioe essendo grosso solamente quanto è la longhezza di vno matone, ouer quadrello, ouer pietra cotta, come si costuma qua in Venetia.
Ma se per sorte tal muro fusse grosso la longhezza di duoi matoni, ouer quadrelli, si direbbe tal muro esser doppio, ouer di duoi muri, e pero volendo la quantita di tal muro bisognaria indoppiar li detti passa 572. che saria passa 1144. & tanti passa saria il detto muro doppio, & cosi quando che il detto muro fusse di 3. ouer 4. ouer di piu muri, li detti passa 572. si doueriano multiplicar per 3. ouer per 4. ouer per piu, secondo la multiplicita di muri, & lo auenimento sarebbe la quantita di passi del detto muro.
Ma se per sorte il detto muro fusse solamente grosso la mita della longhezza del matone, ouer quadrello, tal muro s'intenderia esser mezzo muro, e pero in simil caso bisognaria pigliar la mita di quelli passa 572. che sariano passa 286. & tanti passa saria il detto mezzo muro.
Ma se per sorte il detto muro fusse grosso poniamo 2 longhezze, & $\frac{1}{2}$ di matone, ouer quadrello,

tal muro

tal muro si diria esser di muri 3$\frac{1}{2}$, onde per hauer la sua quantita bisognaria multiplicar li sopradetti passa 572. per 3$\frac{1}{2}$, il che facendo faria passa 2002. & tanto saria il detto muro di muri 3$\frac{1}{2}$, & con tal ordine si procedera nelle simili.

3 Anchora per vn'altra regola generale si puo determinare la quantita di vn muro, ma questa si fa rispetto alla vera solidita, ouer corporal quantita del vero passo del detto muro, il qual vero passo di muro è piedi 5. longo, & piedi 5. alto & $\frac{2}{3}$ di piede grosso, perche supponendo che vn mattone sia longo oncie 8. che sono $\frac{2}{3}$ di vn piede lineale. E per tanto multiplicando li piedi 5 della longhezza fia li piedi 5 dell'altezza fanno piedi 25 superficiali, quali multiplicandoli fia quelli $\frac{2}{3}$ di piede della grossezza fanno piedi 16$\frac{2}{3}$ cubici, o vuoi dir corporei, & questi piedi 16$\frac{2}{3}$ solidi si pigliano per fondamental passo di muro, onde per inuestigar la quantita di vn muro, o sia sempio, ouer doppio, ouer de 3. ouer 4. ouer piu muri, & mezzo, ouer come si voglia debbe recar le misure a piedi, & trouar l'aria corporale di tal muro, cioe multiplicando li piedi della longhezza fia li piedi dell'altezza, & quel produtto multiplicarlo anchora fia li piedi, ouer parti di piede della grossezza, & questo vltimo produtto saranno piedi cubici, ouer solidi, & perche di sopra trouassimo, che il nostro fondamental passo di muro era piedi 16$\frac{2}{3}$, e per tanto partendo quelli piedi cubici del detto misurato muro per 16$\frac{2}{3}$ ne venira la quantita di passa, che sara tal misurato muro. Essempi gratia supponemo che sia vn muro sempio, & retangolo longo passa 94. piedi 3. & alto passa 42. piedi 4. & grosso ☉ 8. come communamente sono longhi li mattoni, ouer quadrelli, volendo mo risoluere quanto sia tal muro, per quella prima regola data di sopra nella seconda di questo capo, laquale in queste simili è la piu breue, & presta di quella, che di sopra ti ho narrata, ma per auertirti (per varij rispetti) l'una, & l'altra esser buona, voglio che la risoluiamo per l'uno, & l'altro modo.

vn muro sempio longo passa 94. piedi 3. alto passa 42. piedi 4.

fa passa 4143. piedi 12.

Per risoluerla adunque per il primo modo, bisogna procedere precisamente, come fu fatto di salizzati, & sappi che questa è precisamente simile alla quarta di salizzati. E per tanto procedendo per qual ti pare di quelli 3 modi narrati sopra la detta quarta di salizzati, trouarai il presente muro esser medesimamente passa 4143. piedi 12. si come fu trouato esser il detto salizzato di quella piazza, & quando che per sorte tal muro fusse di 2. ouer 3. ouer piu muri, tu multiplicarai li detti passa 4143. piedi 12. per quel numero di muri, & lo auenimento sara la quantita del detto muro, il medesimo faresti quando che tal muro fusse di mezzo muro, ouer di piu muri, e mezzo, ouer $\frac{1}{3}$, e $\frac{2}{3}$ anchor che rare volte si costumano quelli rotti.

Ma volendo mo risoluere questa medesima per quell'altra regola generale di sopra narrata, cioe con li piedi cubi. Farai le sopradette misure in piedi, & hauerai la longhezza di tal muro esser pie. 473. & l'altezza piedi 219. Hor multiplica quelli piedi 219. fia quelli piedi 473. fara 103587. & questi saranno piedi superficiali, quali multiplicandoli per la grossezza del muro, che si supposta esser $\frac{2}{3}$ di piede faranno 69058. & questi saranno piedi cubici, o vuoi dir corporei, & perche il nostro fondamental passo corporeo di sopra fu trouato esser piedi 16$\frac{2}{3}$ cubici, onde per concludere la quantita del sopradetto muro, partiremo quelli piedi 69058 cubici per 16$\frac{2}{3}$, & trouaremo che ne venira medesimamente passa 4143$\frac{12}{25}$, si come fece per l'altro primo modo.

4 Supponemo anchora che sia vn muro retangolo longo passa 13. piedi 2. oncie 8. & alto di sopra della terra passa 8. piedi 3. oncie 9. volendo saper quanto sia questo muro, & volendo far tal ragione per il primo modo, cioe secondo l'ordine dato sopra li salizzati, bisogna procedere per qual ti pare di quelli 3 modi dati sopra di quelli simili, & sappi che la quinta di salizzati (cioe di quella corte) inquanto alle misure è precisamente simile a questa, e pero operando in questa per l'uno di quelli 3 modi dati in quella si trouara medesimamente passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. si come in quella, & cosi concluderemo questo muro (per esser sempio) esser passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. & la causa di questo incontrarsi esser tanti passa l'uno quanto l'altro, & perche in vno, & l'altro si misura solamente la superficie, si del salizzato, come del muro, & non si maneggia la grossezza, ne in vno, ne in l'altro, perche l'uno, & l'altro ha la sua debita grossezza, perche la debita grossezza del muro sempio è la longhezza del mattone, ouer quadrello, & la debita grossezza di salizzati è la longhezza, ouer la grossezza del mattone, ouer quadrello, e pero tanti passa quanti sara la superficie, tanto sara quel salizzato, ouer muro sempio.

vn muro sempio lon. passa 13. pie. 2. ☉ 8 alto passo 8. pie. 3. ☉ 9

fara passa 118. pie. 10. oncie 5. ponti 0.

Ma quando che'l sopra posto muro fusse stato di 2. ouer di 3. ouero di piu muri, si multiplicaria (per questa regola) li sopradetti passa 118. piedi 10. oncie 5. per il detto numero della sua multiplicita, & tal produtto saria la quantita del detto muro, il medesimo si farebbe quando vi occorresse $\frac{1}{2}$ muro, ouer $\frac{1}{3}$, ouero $\frac{1}{4}$, & cosi discorrendo, che longo sarei a volerti dar essempio in ogni accidente diuerso.

5 MA volendo resolver la soprascritta questione per quell'altro modo, over regola generale, cioe con tutta l'aria corporale del soprascritto muro, cioe riducendolo a piedi cubi, a ragion di piedi $16\frac{2}{3}$ cubi al passo, ridurai la longhezza, & altezza, & grossezza a piedi, & a parti di piedi, il che facendo haverai per la longhezza del soprascritto muro piedi $67\frac{2}{3}$, & per l'altezza piedi $43\frac{3}{4}$, & per la grossezza piedi $\frac{2}{3}$, onde multiplicando l'altezza fia la longhezza, & quel produtto fia la grossezza secondo quella regola data in fine del multiplicar di rotti, trovarai che produra in ultimo $1973\frac{11}{18}$, & tanti piedi cube sara il detto muro, quali partendoli per $16\frac{2}{3}$ (perche piedi $16\frac{2}{3}$ cubici vanno al passo di muro) trovarai che te ne venira $118\frac{5}{12}$, & tanti passa sara il detto muro, & se quel rotto di $\frac{5}{12}$ di passo lo vorrai tradurre in piedi, & onde a ragion di piedi 25 al passo, multiplicarai quel 5. ch'è sopra la virgola per 25. fara 125. qual partendolo per 12. te ne venira piedi 10. & ti avanzara 5. qual multiplicando per 12. (perche 12 oncie vanno al piede) fara 60. quali partendoli per 12 (denominatore) te ne venira per oncie 5. che in tutto saria passa 118. piedi 10. oncie 5. E come per l'altro, vero è che volendo tradurre quel medesimo rotto di $\frac{5}{12}$ di passa in piedi da $16\frac{2}{3}$ al passo, ti darebbono solamente piedi $6\frac{17}{18}$, ma tai piedi sono piu corpulenti, cioe che tanto sono in quantita quanto quelli piedi 10. oncie 5. da 25 piedi al passo, ma per nõ ti abbagliar lasciarali in parte di passo, dicēdo che so passa $118\frac{5}{12}$.

6 ANchora si poteria (per fuggir li rotti) risolvere la medesima soprascritta questione con il ridur le misure in oncie cube, lequali oncie cube, in quanto a l'ordine delle rappresentationi si chiamano athomi. Et volendola essequire per questo tal modo, vedi prima quante oncie cube vanno al passo del muro, che vengono a esser longo oncie 60. lineali, & largo altre oncie 60, lineali, & grosso oncie 8. (cioe la longhezza del matone, over quadrello, over pietra cotta) onde per saper la sua solidita, multiplicarai oncie 60. fia oncie 60. fara 3600. & questo prodotto multiplicarai per le oncie 8. fara 28800. & queste saranno oncie cube (che nelle rappresentationi si dicono athomi) e per tanto concluderai un passo di muro esser oncie 28800 cube, o vuoi dir athomi. Hor per saper la quantita del sopra posto muro, ridurai tutte quelle tre misurationi in oncie, il che facendo haverai per la longhezza oncie 812. & per la larghezza oncie 525. & per la grossezza oncie 8. onde multiplicando 525. fia 812. fara 426300. & questo multiplicandolo per 8. fara 3410400. & queste saranno oncie cube, o vuoi dir athomi, & queste partirai per quelle 28800. che vanno al passo, te ne venira medesimamente passa $118\frac{5}{12}$, si come per l'altro modo. Et cosi haverai inteso il modo da risolvere le simili in tutti li versi.

Da notare.

7 BIsogna notar che nelle fabricationi quando sono molto alte, la maggior parte di muri, che sono a basso si fanno di duoi muri, & tal hora di tre, & tal hora di piu muri, & vanno procedendo per fino a un certo termine, & dapoi lo sminuiscono di tal grossezza per fino a un'altro secondo termine, & cosi di mano in mano (per alleggerir le parti superiori di tali fabricationi) onde per misurar li muri di tai fabricatione, & dennominar la quantita di quelli. Prima farai la ragione di quella parte piu bassa, ch'è di piu muri composta (per le regole date nelle passate) & tal sua quantita salvarai da banda, dapoi farai la ragione di quell'altra parte di manco muri composta, & tal sua quantita notarai sotto all'altra, che salvasti da banda, & con tal modo andarai procedendo per fino alla summita. Et fatto questo summarai insieme tutte quelle conclusioni, che haverai notate l'una sotto dell'altra, & tal summa sara la quantita di muri di tal fabricatione.

Da notare.

8 ANchora bisogna notare qualmente nella maggior parte di muri di casamenti, tempij, & di fortificationi, v'intervengono porte, fenestre, balconi, bombardere, & altre aperture, parte per dar lume di dentro, & parte per difender le dette mura, & quantunque li fabricatori communamente nelle sue misurature, vogliono che gli sia misurato, & conteggiato, come se fusse pieno, cioe come se fusse muro, perche dicono che perdono tanto tempo a far le dette porte, finestre, balconi, bombardiere, & altre simili aperture, che se ilfusse tanto sodo di muro. Nondimeno quando che per sorte non vi se gli volesse contentar tal apriture per pieno, bisognarebbe far le ragioni del tutto, cioe come se fusse pieno, & dapoi far il conto delle dette apriture a una per una, come se fusse muro, & summar poi insieme tutte quelle sue quantita, & tal summa sottrarla della ragion del tutto, & il restante saria la quantita del puro muro, cioe del pieno.

Come si squadrano li salizzadi non rettangoli, & similmente anchora li muri egualmente grossi.

9 LI salizzadi, che non sono rettangoli, & similmente anchora li muri egualmente grossi si squadrano con quelle medesime regole, che sono state date nel terzo libro sopra il squadrar di terreni, cioe risoluerli in capi tagliati, & in triangoli, vero è, che per trouar le perpendicolari si di detti capi tagliati, & triangoli, non si possono trouar con quel squadro legato in croce, che si opera nel squadrar di terreni, ma nelle piccol forme di salizzadi trouano tai perpendicolari con la propria squadra che vsano li murari, & nelle forme grande, si trouano con la detta squadra, & con quel linearolo, che oprano per signar le linee.

Nelli muri poi tai perpendicolari si trouano con la detta squadra, & linearolo, & parte con il piombino detto perpendicolo, egl'è ben vero che per misurare, & squadrare vna qualche grande piazza non rettangola, per volerla salizzare, vi se gli poria (per trouar le dette perpendicolari si di detti capi tagliati come de triangoli) operare quel medesimo squadro legato in croce, che fu detto sopra il squadrar di terreni, come da te medesimo puoi considerare.

Come si troua la quantita di mattoni, quadrelle, ouer pietre cotte, che intraranno, ouer andaranno a far vn dato muro.

10 VOlendo saper la quantita di mattoni, quadrelli, ouer pietre cotte, che andarino a far vn proposito muro, si puo saper geometricamente in duoi modi. Il primo modo è quasi simile a quello che fu detto sopra li salizzadi, cioe veder quanti ne vanno in vn passo di muro simplice, & per saperlo si puo proceder per piu vie, ma ti narraro le piu commune, vedi quante oncie cube è vn passo di muro, il qual passo essendo longo oncie 60. lineali, & alto altre oncie 60. pur lineali, & grosso oncie 8. l'aria sua corporale veneria a esser ℥ 28800 cube, & perche l'aria corporale del mattone, ouer quadrello, essendo longo oncie 8. largo oncie 4. & grosso ℥ 2. veneria a esser oncie 64. cubice, partendo adunque quelle oncie 28800. cubice del passo per quelle oncie 64. cubice del mattone, ne venira 450. & tanti mattoni si conchiuderia geometricamente, che intraria in ogni passo di muro simplice, vero è che per ragiõ naturale ve ne intrara manco di detti 450. per causa della malta, che si mette fra mattone, e mattone, e di questo manco non se ne puo certificare, eccetto che con la isperienza, ma sarai ben certo che non ve ne intrara piu per ogni passo di muro simplice, volendo poi saper quanti ne andara a fare vn proposito muro, troua prima la quantita di passa di quel tal muro che harai da fare, ouer da far fare, & trouati che li hauerai facilmente conchiuderai il proposito con la regola del tre, dicendo se passa 1. mi da mattoni 450. che mi dara quelli passa, piedi, & oncie che hauerai trouato esser il detto muro che hai da fare, laqual cosa per esser da se chiara, non staro a darti altro essempio sopra cio.

11 LA seconda via, ouer modo è a vedere alla prima quante volte intra l'aria corporale del mattone, ouer quadrello, nell'aria corporal del muro, che si ha da fare, ma che l'una, e l'altra aria corporale, sia denominata da vna medesima specie di misure, & tante volte, che la ve intrara, tanti mattoni, ouer pietre cotte, uuoi dir quadrelli intrara in quel tal muro, & accio meglio me intendi, poniamo che'l sia vno, che voglia far far vn muro longo passa 17. piedi 2. oncie 6. & alto passa 6. piedi 3. oncie 10. & che sia doppio, cioe che sia grosso oncie 16. che saria piedi 1. ℥ 4. & voria saper quante pietre cotte, o vuoi dir mattoni gli andara a far questo muro, volendo far questa tal ragione per questa seconda regola, ouer modo, per piu chiarezza ridurai le dette tre misure a oncie, & hauerai per la longhezza oncie 1050. & per l'altezza oncie 406. & per la grossezza oncie 16. hor multiplica le oncie 406 fia le oncie 1050 fara ponti 426300 (rispetto alle rappresentationi) quali multiplicandoli per quelle oncie 16. della grossezza) faranno 6820800. & questi rispetto alle rappresentationi solide sono athomi di muro, li quali athomi sono realmente oncie cube, & tanto sara l'aria corporale del detto muro in generale, hor per trouar quanti mattoni longhi oncie 8. larghi oncie 4. & grossi oncie 2. gli andara a far tal muro, troua l'aria corporale di tal mattone, ouer quadrello, che trouarai (multiplicando secondo il solito) che sara oncie 64. cube, lequale rispetto alle rappresentationi solide sono dette athomi corporei, hor parti quelli athomi 6820800. (ch'è l'aria del muro) per 64. ne venira 106575. et tanti mattoni intrara nel detto muro.

In vn muro doppio lõg pas. 17. pie. 2. ℥. 6.
alto pas. 6. pie. 3. ℥. 10.
gro. pas. 0. pie. 1. ℥. 4.

gli va mattoni 106575

Et se vorai per questa regola saper quanti passa sara il detto muro, partirai l'aria corporale del detto muro (cioe quelli athomi, ouer ℥ cube 6820800) per l'aria corporale del passo del muro (che di sopra fu che la detta aria corporale del detto passo di muro è 28800. athomi, ouer ℥ cube) il che facendo te ne venera passa 236 $\frac{5}{6}$, & tanto sara il detto muro, liquali a mattoni 450 al passo (come di sopra fu trouato) saranno medesimamente mattoni, ouer quadrelli 106575 si come per l'altra via, vero è che di tutti li mattoni ve ne intrara alquanto manco (come di sopra è stato detto) per causa della malta, che si mette fra mattone, & mattone, & cosi con tal regola procederai sempre quando che li mattoni, over quadrelli fussero piu, over men longhi, & larghi.

Come si debbe misurar li muri di una torre quadra.

12 Supponemo che sia vna torre quadra, che sia alta di sopra da terra passa 25. piedi 2. & larga per ogni facciata di fuora via passa 3. & piedi 2. & grosso il muro piedi 2. oncie 8. cioe la grossezza è de 4 muri, per saper quanto sia il muro, che forma questa torre si puo procedere per diverse vie, ma ti narraro solamente quella che a me mi pare la piu breue. Prima farai la ragione del muro di vna delle dette quattro facciate, & quella quantita quadruplicarai, & hauerai la quantita di tutte quattro le facciate, ma per far la ragion del muro dell'una di dette quattro facciate, bisogna di quelli passa 3. & piedi 2. cauarne la grossezza del muro, cioe piedi 2. oncie 8. restara passa 2. piedi 4. oncie 4. & tanto diremo che sia longo, over largo il muro di vna di dette quattro facciate, perche se tutta la facciata, qual supponemmo che sia la a f. è passa 3. piedi 2. bisogna considerare, che non vi si debbe in tal larghezza computare la b e d c della grossezza del muro dell'altra faccia, anzi bisogna pensare, che li quattro muri, che circondano tal torre l'uno sia a b c d. l'altro b e f g. l'altro g h k i. & l'ultimo, i m c l. Si poria anchora summare tutta la detta larghezza a f. di fuora (qual è passa 3. piedi 2.) con la larghezza m d. di dentro, qual sara passa 2. piedi 1. oncie 4. fara passa 5. piedi 3. oncie 4. pigliane la mita, che fara per passa 2. piedi 4. oncie 4. per la mezzana larghezza di ciaschaduna delle dette quattro facciate di tal torre.

Per far adunque la ragion del muro di vna di queste quattro facciate diremo esser longo, over largo solamente passa 2. piedi 4. oncie 4. & alto passa 25. piedi 2. & grosso piedi 2. oncie 8. onde per far questo conto procederemo solamente per il piu consueto modo, riduremo la longhezza, & altezza a piedi, & hauremo per longhezza piedi 14 1/3, & per altezza piedi 127. fatto questo multiplicaremo 14 1/3 fia 127 fara piedi 1820 1/3 superficiali, & perche la sua grossezza è oncie 32. cioe di quattro terzi, multiplicaremo quelli piedi 1820 1/3 per 4. & fara 7281 1/3 piedi di muro, quali partendoli per 25 (per farne passa) ne venira passa 291. piedi 6 1/3, & tanto sara il muro di vna sola delle quattro facciate della detta torre, onde per trouar quello di tutte quattro le dette facciate, multiplicaremo li detti passa 293. piedi 13. oncie 8 per 4. & fara passa 1174. piedi 4. oncie 8. & tanto sara tutto il muro, che forma la detta torre di sopra terra, & con tal regola procederai nelle simili.

Anchora per vn'altra piu breue regola si poria risoluere le simili, qual è questa, piglia in somma il circuito di tal torre di fuora via, che fara passa 14. & piedi 3. & similmente farai del circuito di dentro, che fara passa 9. piedi 1. oncie 8. & summa insieme queste due summe faranno passa 23. piedi 4. oncie 8. pigliane la mita, che fara passa 11. piedi 2. oncie 4. & tanto ponerai per la longhezza di quelle quattro facciate, come se fussero in diretto, è vn muro solo, & per l'altezza di tal muro notarai li medesimi passa 25. piedi 2. & per grossezza li medesimi piedi 2. oncie 8. onde facendo la ragioni di tal muro si trouara medesimamente esser passa 1174. piedi 4. oncie 8. & cosi procederai se fusse piu di quattro facciate.

vna torre
alta passa 25. piedi 2.
larga passa 3. piedi 2.
grossa passa 0. pie. 2. oncie 8.

fa passa 1174. pie. 4. oncie 8.

vn muro
logo passa 2. piedi 4. oncie 4.
alto passa 25. piedi 2.
grosso passa 0. piedi 2. & 8.

fa passa 293. piedi 13. & 8.

vn pozzo
alto passa 6. piedi 2.
la circo. di fuora passa 3. piedi 2.
la circo. di dentro pas. 2. p. 2. & 7.
grosso passa 0. piedi 0. oncie 10.

saria passa 25. piedi 16. oncie 8.

muro squadrato
longo passa 2. piedi 4. & 9 1/2.
alto passa 6. piedi 2.
grosso passa 0. piedi 0. & 10.

fa passa 25. piedi 16. oncie 8.

Come si debbe misurar el muro di un pozzo, & altri che vanno in tondo, overamente in arco.

13 Supponemo che sia vn pozzo alto di muro passa 6. piedi 2. & che la circonferentia del muro di fuora via sia passa 3. piedi 2. & la circonferentia del muro di dentro via è passa 2. piedi 2. oncie 7. & il muro è grosso oncie 10. (che saria di vn mattone, & vn quarto di muro) volendo mo trouar quanto sia il detto muro si puo procedere per piu vie, ma narraremo solamente la piu commune, summaremo la circonferentia di fuora con quella di dentro, cioe passa 3. piedi 2. con passa 2. piedi 2. oncie 7. fara passa 5. piedi 4. oncie 7. & di questa summa ne pigliaremo la mita, che sara passa 2. piedi 4. oncie 9 1/2 per la mezzana circonferentia, & questa supponeremo per la commune longhezza di tal muro, & l'altezza (come fu) è passa 6. piedi 2. & di grossezza oncie 10. volendo mo sapere la quantita di tal muro, anchor che per piu vie si poria procedere (come nelle passate è stato detto) nondimeno la soluerremo per la piu commune, cioe riduremo li passa 2. piedi 4. oncie 9 1/2 in oncie, che faranno oncie 177 1/2, da poi faremo quelli passa 6. piedi 2. dell'altezza in piedi 32. fatto questo multiplicaremo quelle oncie 177 1/2 per quelli piedi 32. faranno 5680. & queste faranno oncie superficiali (perche piedi fia oncie fa oncie) le quali reducendole in piedi, & in passa faranno passa 18. piedi 13. oncie 4. ma perche tal muro è di muro 1 1/4, e pero multiplicando li detti passa 18. piedi 13. oncie 4. per 1 1/4, fara passa 23. piedi 16. oncie 8. di muro, & tanto sara il muro del detto pozzo. Et con tal regola si misurara vn'altro

tondo

tondo egualmente grosso, & similmente ogni altro muro, che andasse in tondo, come saria di qualche giardino, ouer barco di saluadicine, & non solamente li muri di perfetto tondo si misurano, & squadrano con questa regola, ma anchora quelli che non compissono tutto il tondo, ma solamente fanno vn'arco, come in margine appare, nel muro. a b c d. e f g h. cioe volendo misurare, & squadrare, si debbe procedere, come in quella di pozzo, cioe summare la quantita dell'arco di fuora, con la quantita di quel di dentro, & di tal summa pigliarne la mita sara la mezzana longhezza di tal muro, l'altezza, & grossezza si misura, & piglia simpliciamente secondo il solito. Ma per misurare tai circonferentie, ouer curuita di muro, bisogna hauer vna misura, che si possa incuruare secondo l'andar della incuruation del muro.

Et nota che tal regola è simile a quella di capi, & doppi capi tagliati, come da te puoi considerare.

Che cosa sia fondamente, & come si misura, & squadra, & conoscela sua quantita. Cap. III.

Fondamenta s'intende, & chiama quella parte di muro, che si fabrica sotto terra, sopra dellaquale si ha da riposar quel muro, che si ha da fare, ouer da fabricare di sopra terra. Essendo adunque la fondamenta la prima fabricata (cioe auanti del muro) ragioneuol cosa mi pare, che prima douessi mostrare il modo, ouer regola di saper misurare, & squadrare, le fondamente auanti di muri, ma tal disordine non è stato da noi commesso senza causa, perche le fondamente si conuertano alla ragion di muri, e pero fu necessario a dichiarir prima, come s'intendesse vn muro, & come si misurasse quello, perche con tal intelligentia facilmente s'intendera il misurar, & conoscere la quantita di dette fondamente.

Come si formino le fondamenta di muri.

1 Le fondamente di muri, acio siano gagliarde, & abile a sopportar il muro, si costuma di farle molto largue in fondo, & andarle restringendo tal mente, che venghino a restar nella summita di quella medesima larghezza, come che debbe esser grosso il muro, si come si vede nella figura a b c d. e f g h. che la larghezza c d. ouer g h. del fondo di tal fondamenta, è maggiore della larghezza a b. ouer e f. di sopra, & per questa s'intende che il muro, che vi debbe esser sopra fabricato sara grosso quanto che è la detta suprema larghezza di tal fondamenta.

forma di vna fondamenta

L'altezza di ogni fondamenta si piglia a piombo, si come la linea i k. & non secondo la obliqua linea a c. ouero b d.

Come si misura, squadra, & conosce la quantita di dette fondamente in generale.

2 Or per venir alla pratica di saper trouar la quantita di dette fondamente. Supponemo che sia vna fondamenta larga da basso (cioe in fondo) pie. 4. & di sopra (cioe nella summita) piedi 2. & è alta a piombo piedi 5. & è longa piedi 77. si adimanda quanti passa sara la detta fondamenta.

Per risoluere tal questione nella sopra figurata fondamenta, si vede la superficie. a b c d. di vno doppio capo tagliato, e pero in questa summaremo la larghezza da basso (quale è supposta esser p. 4) con larghezza di sopra (quale supposta esser p. 2) fara pie. 6. & di questo ne pigliaremo la mita, che fara piedi 3. & cosi la mezzana larghezza, ouer grossezza di tal fondamenta diremo esser pie. 3. i quali sono ℥ 36. che saria quattro volte tanto, e mezzo della longhezza di vn matone, ouer quadrello, o vuoi dir pietra cotta (come si costuma in Venetia) e pero tal fondamenta sara di muri quattro, e mezzo. Et perche habbiamo supposto tal fondamenta esser longa pied. 77. & alta piedi 5. la risolueremo precisamente, come sel fusse vn muro di muri $4\frac{1}{2}$, longo passa 15. piedi 2. & alto piedi 5. cioe multiplicaremo li piedi 5. dell'altezza fia li piedi 77 della longhezza fara piedi 385. superficiali, & per esser di muri $4\frac{1}{2}$, multiplicaremo li detti pie. 385. per $4\frac{1}{2}$ fara $1732\frac{1}{2}$ piedi di muro da 25 al passo, e pero per farne passa il partiremo per 25. & ne venira passa 69. piedi sette, e mezzo di muro.

vn muro di muri $4\frac{1}{2}$
longo piedi 77.
alto piedi 5.
———
fa passa 69. piedi $7\frac{1}{2}$

Questa medesima soprascritta ragione si poria risoluere per tutte quelle altre vie narrate sopra di muri, lequali mi par cosa superflua a volerti replicar tutti quelli tai modi, pur a tua maggior fortificatione, ti voglio replicar il modo di risoluere questa tal questione, con l'aria corporale del passo di muro, qual se ben ti aricordi è piedi $16\frac{2}{3}$ cubi per essere il passo del muro longo piedi 5. lineali, & largo per piedi 5. & grosso $\frac{2}{3}$ di vn piede (cioe ℥ 8.) lequai tre misure multiplicate fanno piedi $16\frac{2}{3}$ cubici, com'è detto, e per tanto ridurremo la detta fondamenta a piedi cubi, & questo si sara multiplicando li medesimi piedi 5. dell'altezza fia li piedi 75 della longhezza fara piedi 375. superficiali, quali multiplicaremo per li piedi 3. della grossezza, fara piedi 1125 cubici, & perche piedi $16\frac{2}{3}$ cubici fanno vn passo di muro. Per trare adunque li detti piedi 1125 cubici in passi di muro, li partiremo per $16\frac{2}{3}$, & che facendo ne venira passi $67\frac{1}{2}$, che traducendo quel $\frac{1}{2}$ di passo in piedi da 25 al passo, ne venira medesimamente in tutto passi 67. piedi $12\frac{1}{2}$ di muro, si come per l'altra via. Questo modo in alcune questioni è piu facile dell'altro, & cosi per il contrario.

vna fondamenta
longa passi 6. pie. 2. oñ 6.
larga passi 1. piedi 0. oñ 0.
larga passi 0. piedi 2. oñ 6.
alta passi 1. piedi 1.

fa passa 43. piedi $21\frac{7}{8}$

vn muro
longo piedi $32\frac{1}{2}$
alto piedi 6
grosso piedi $3\frac{3}{4}$

fa passa 43 piedi $21\frac{7}{8}$

5 SVpponemmo anchora, che sia vna fondamenta longa passi 6. piedi 2. oncie 6. & larga a basso (cioe nel piede) piedi 5 (cioe vn passo) & in cima piedi $2\frac{1}{2}$, volendo sapere la quantita di questa fondamenta summaremo le due larghezze insieme, cioe passi 1. & piedi $2\frac{1}{2}$, facenno piedi $7\frac{1}{2}$, & di questa summa ne pigliaremo la mita, che sara piedi 3. oncie 9. & tanto diremo che sia la mezzana larghezza di questa tal fondamenta, & perche tal larghezza, ouer grossezza saria piedi $3\frac{3}{4}$ per schiuar tal rotto di muro, cioe quelli $\frac{3}{4}$ voglio che la riduciamo con l'arte corporale del passo, cioe a piedi cubi. E pero procederemo come se fusse vn muro longo piedi $32\frac{1}{2}$, & alto piedi 6. & grosso piedi $3\frac{3}{4}$, & cosi multiplicaremo li piedi $32\frac{1}{2}$ della longhezza per li piedi 6 dell'altezza fara piedi 195 superficiali, quali multiplicaremo per li piedi $3\frac{3}{4}$ della grossezza, fara piedi $731\frac{1}{4}$ cubi, i quali per farne passi di muro li partiremo per $16\frac{2}{3}$ (per che pie. $16\frac{2}{3}$ cubi fanno vn passo di muro) il che facendo ne venira passi $43\frac{7}{8}$ di muro, & tanto saria la detta fondamenta, & se ti paresse di tradurre quelli $\frac{7}{8}$ di passo in piedi da 25 al passo, trouarai che te ne venira piedi $21\frac{7}{8}$ di vn piede, & cosi passi 43. piedi $21\frac{7}{8}$ fara la detta fondamenta.

Da notare.

muraglia a scarpa

4 BIsogna notare che sono alcune muraglie, & massime nelle fortificationi moderne dicte, che da vna banda, cioe di fuora via, sono alla similitudine delle fondamente, cioe da basso, sono grossissime, & nel ascendere si vanno restringendo per fino a vn certo segno detto il cordone, & tale mura si dicono a scarpa, & queste tai sorte di muraglie si misurano pur alla similitudine delle fondamente, cioe si summano la larghezza, ouer grossezza da basso con quella di cima, & di tal summa si piglia la mita, & tal mita sara la mezzana larghezza, ouer grossezza di tal muraglia, nel resto poi si procede, come nelle altre, dotando che l'altezza di tal muraglia sia tolta perpendicolarmente con il piombo, & non secondo l'andar della scarpa, come fu detto sopra la prima di questo capo, & se per sorte tal altezza a piombo non si potesse tuor di dentro, cioe da vn di capi per esser tal hora congionta con vn'altra muraglia, bisogna torla di fuora via pur a piombo, come si costuma nel misurar di monti, dichiarato misurar alla detta.

vna fondamẽta quadrata
larga da basso piedi 10.
larga di cima piedi 5.
alta a piombo piedi 6.
ogni facciata di fuora via da basso longa piedi 36.
ogni facciata di dẽtro via da basso piedi 16.

fara passa 280. piedi 20.

vn muro
longo piedi 26.
alto piedi 6.
grosso piedi $7\frac{1}{2}$

fa passa 70. piedi 5.

SVpponemmo anchora che'l sia vna fondamenta di 4 facciate, come saria di qualche gran torre quadrata, & che la larghezza, ouer grossezza da basso di tal fondamenta sia piedi 10. & quella di sopra sia piedi 5. & è alta a piombo piedi 6. & la longhezza di tal fondamenta da basso di fuora via è piedi 36 per facciata, & da basso di dentro via è piedi 16 per facciata, volendo noi saper quanto sia tal fondamenta si potria per piu vie, ma la piu naturale mi par esser questa, summa li piedi 10 della larghezza da basso con li piedi 5 della larghezza di cima fara piedi 15 pigliane la mita, che fara piedi $7\frac{1}{2}$, & tanto diremo esser la mezzana larghezza, ouer grossezza di tal fondamenta, poi summarai li piedi 36 della longhezza di fuora via dell'vna delle quattro facciate da basso con li piedi 16 della longhezza dell'vna delle 4 facciate di dentro via pur da basso fara piedi 52 pigliane la mita, che fara pie. 26. & tanto sara la mezzana longhezza di vna delle dette 4 facciate di tal fondamento, l'altezza di tal fondamenta non si muta altramente, ma resta nelli detti piedi 6 hor procederai, come se fusse vn muro longo piedi 26 alto piedi 6. & grosso piedi $7\frac{1}{2}$, onde multiplicando queste tre misurationi secondo il solito trouarai, che te ne venira piedi 1170 cubi, & perche vn passo di muro (come piu volte è stato detto) è piedi $16\frac{2}{3}$ cubi, stante che'l detto passo di muro sia longo piedi 5 lineali, & alto altri piedi 5. & grosso $\frac{2}{3}$ di vn piede, cioe oncie 8. che si suppone esser longo il matone, ouer quadrello, ma quando che il detto matone, ouer quadrello fusse supposto esser piu, ouer men longo di oncie 8. li detto passo di muro saria poi piu, ouer meno di detti piedi $16\frac{2}{3}$ cubi, hor per tornar al nostro proposito per tirar li detti 1170 cubi in passi di muro li partiremo per li detti piedi $16\frac{2}{3}$ cubi, che va al passo, cioe veder quante volte intra li detti piedi $16\frac{2}{3}$ in detti pie. 1170. & trouarai che v'intraranno $70\frac{1}{5}$, & cosi passi $70\frac{1}{5}$ di muro sara l'una di quelle quattro fondamente in quadro congionte, onde tutte quattro veniranno a esser il quadruplo di detti passi $70\frac{1}{5}$, che sara passi $280\frac{4}{5}$, & tanto concluderemo esser la detta fondamenta di quattro facciate, & con tal regola si procederia quando che la detta fondamenta fusse di 5, ouer 6. ouer di piu facciate.

Vero

Vero è che tal questione si poteria concludere con quella vltima regola posta sopra la duodecima del precedente capo di quella torre quadrata, cioe summare il circuito da basso di fuora via di tutte quattro le facciate, che saria piedi 144. con il circuito pur da basso di dentro via di tutte quattro le facciate, che sara piedi 64. faranno in summa piedi 208 lineali, pigliane la mita, che sara 104. per la mezzana longhezza di tutte quattro le dette facciate se fussero direttamente congionte facendo vna fondamenta sola, onde squadrata la larghezza da basso con quella di cima, si come di sopra fu fatto si trouara tal grossezza mezzana esser pur piedi 7$\frac{1}{2}$, & l'altezza esser li medesimi piedi 6. talche procedendo come sel fusse vn muro longo piedi 104. alto piedi 6. & grosso piedi 7$\frac{1}{2}$, onde multiplicando tai tre misurationi secondo il solito fara piedi 4680 cubi per l'aria corporale di tutta la detta fondamenta, & perche ogni piedi 16$\frac{5}{7}$ cubi fanno vn passo di muro (secondo il supposito nostro) & per tanto volendo della detti piedi cubi 4680. farne passa di muro, vederemo quante volte intrara li detti piedi 16$\frac{5}{7}$ nelli detti piedi 4680. & trouaremo che v'intraranno 280$\frac{7}{6}$, & tanti passa di muro sara tutta la detta fondamenta, si come per l'altra via fu trouato, & cosi per il medesimo modo si poria procedere quando che la detta fondamenta fusse di 5. ouer 6. ouero di piu facciate, come che per l'altra via fu anchor detto.

vn muro
longo piedi 104.
alto piedi 6.
grosso piedi 7$\frac{1}{2}$.

fa passa 280. piedi 20.

6 Supponeremo anchora che sia vna fondamenta circolare, che la larghezza, ouer grossezza da basso sia pur piedi 10. & quella di cima sia piedi 5. & l'altezza di questa tal fondamenta a piombo è piedi 6. & la circonferentia da basso di fuora via è piedi 144. & la circonferentia da basso di dentro via è piedi 64. volendo mo trouare quanti passa di muro sia tal fondamenta.

Nota che questa ragioneuolmente debbe esser equale a quella della precedente quadrata, perche se ben la consideri è di quelle medesime misure composta, anchor che sia di forma diuersa, il che ho fatto a cautela per auertirti.

Per risoluere adunque tal questione procederemo per il secondo modo vsato nella precedente quadrata, cioe summa li piedi 10. della larghezza da basso con li piedi 5 della larghezza di cima fa piedi 15 lineali, pigliane la mita, che sara piedi 7$\frac{1}{2}$, & tanto sara la mezzana larghezza, ouer grossezza, poi summa li piedi 144. della circonferentia da basso di fuora via con li piedi 64. della circonferentia da basso di dentro via fara piedi 208 lineali, pigliane la mita, che sara piedi 104. & tanto sara la mezzana longhezza di detta fondamenta, se la fusse in diretto distesa, & l'altezza di tal fondamenta saria pur quelli medesimi piedi 6. detti di sopra.

Hor bisogna mo procedere, come sel fusse vn muro longo piedi 104. alto piedi 6. grosso piedi 7$\frac{1}{2}$, onde multiplicando queste tre misure secondo il solito ne venira piedi 4680 cubi, i quali per tirarli in passa di muro vederemo quanto v'intrara li pie. 16$\frac{5}{7}$ cu. (che vanno al passo di muro) trouaremo che v'intrara 280$\frac{7}{6}$, & tanti passa di muro sara la detta fondamenta, si come fu anchora quella della precedente quadrata, & con tal ordine procederesti quando che la detta fondamenta fusse solamente vna parte di tondo, cioe in forma di arco.

fondamenta tonda
larga da basso piedi 10.
larga in cima piedi 5.
alta piedi 6.
circonferentia di fora p. 144.
circonferentia di dentro p. 64.

fa passa 280 piedi 20.

Questa medesima regola si osseruaria a misurare quella parte di torrioni tondi, ch'è da basso, cioe che va a scarpa per fino al cordone, & altri simili.

7 MA perche la maggior parte delle fondamente delle torre si tonde, come lateral si fanno piene di muro per di dětro, talche sono in forma di vna piramide tronca, & per tanto acioche di tutte le principal particolarita, che occorrer possa sopra il misurar di muri tu ne habbi notitia. Supponemo che sia vna fondamenta piena di dentro di vna torre quadrata, che si ha da fabricar, laqual fondamēta quadrata, supponemo che la sia la a b c d. e f g h. & supponemo che il quadrato. a b c d. da basso sia piedi 20. per lato, & il quadrato. e f g h. di sopra sia piedi 16. per lato, & supponemo, che la sia alta a piombo piedi 10. hor volendo mo saper quanti passa di muro sia tal fondamenta. La maggior parte di questi pratici misuratori di fabriche costumano di fare vna questione simile, per quella medesima regola (mostrata piu presto dalla natura, che da l'arte) narrata sopra di quel tinazzo di vino, & sopra il misurare delle botte, cioe quelli tali summaranno quelli piedi 20. lato del quadrato da basso con quelli piedi 16. lato del quadrato di sopra, che fa 36. & di questo ne pigliaranno la mita, che sara piedi 18. & tanto diranno esser il lato del quadrato mezzano fra quelli duoi quadrati, & dapoi procederanno, come sel fusse vn muro longo piedi 18. & alto piedi 10. & grosso piedi 12. onde multiplicando queste tre misure, secondo il solito faranno secondo loro piedi 2240 cubi, quali partendoli per li piedi 16$\frac{5}{7}$ cubi, ch'è il nostro passo di muro, ne venira passa 134$\frac{1}{5}$, & tanto sara (secondo loro) la detta fondamenta piena, o vogliamo dir solida, & quantunque tal regola sia falsa, nondimeno fu da noi concessa sopra il misurar di botte, per esser ispediente, & nō fondarsi in cosa di momento

vn muro
longo piedi 104.
alto piedi 6.
grosso piedi 7$\frac{1}{2}$.

fa passa 280. piedi 20.

son fumenta quadra piena, cioe solida.

dalla verita, ma in quest'altra materia di fabriche non la comendamo, perche lo suo errore si notara maggiore, & di non poco danno allo fabricatore, & tanto piu sara maggiore, quanto che maggiore sara la detta fondamenta solida, & accioche questo chiaramente si veda, parte in questo medesimo, ma piu nella sequente si fara manifesto.

Ma volendo risolvere questa tal questione secondo la vera & giusta regola geometrica bisogna usare la propria regola delle piramide tronche, la causa dellaqual regola nella sequente quarta parte del nostro general trattato la assignaremo, ma quivi narraremo simplicemente l'ordine di tal regola, qual e questo, quadraremo quelli piedi 20 (lato del quadrato da basso) fara 400. quadraremo anchora quelli piedi 16. (lato del quadrato di cima) fara 256. poi multiplicaremo 20 fia 16, fara 320. & questa si chiama superficie medio proportionale, fra li duoi sopradetti quadrati, perche sono continui proportionali, cioe 400. 320. 256. liquali tre termini continui proportionali bisogna summarli insieme, siche faccendo faranno 976. & di questo bisogna pigliarne il terzo, ilche faccendo ne venira 325 1/3, & questo bisogna multiplicar per quelli piedi 10 dell'altezza, fara piedi 3253 1/3 cubici, quali per tirarli in passa di muro, li partiremo secondo il solito per piedi 16 2/3, il che faccendo ne venira passa 195 1/5, & tanto sara giustamente la detta fondamenta solida.

vn muro longo piedi 18.
alto piedi 10.
grosso piedi 18.

fa passa 194 2/5.

Si vede adunque che per la giusta regola geometrica tal fondamenta solida, faria passa 195 1/5, & per quella regola naturale (qual'e totalmente falsa) faria solamente passa 194 2/5, che faria 4/5 di passo manco della verita, il qual errore non e cosi insensibile, come che era nel misurare di quel barrno di vino, & questo procede che lo errore di vna regola falsa piu euidente si troua nelle grande, che nelle piccole quantita, e pero la falsita di tal regola in quel tinazzo, ne manco in vna botte, non fa errore da tenerne molto conto, ma in questa vno errore di quattro quinti di passo di muro, che faria piedi 13 1/3 in danno del muraro, non e da lasciarli cosi scorrere, & massime quando che il muraro fusse accordato a tanto il passo a farlo a tutte sue spese. E pero bisogna auertire a non fondarsi totalmente in vna regola falsa anchor che in alcune piccole quantita, ouer dignita, poco si scosti dalla verita (come fece il medico Cardano, a fondarsi sopra di quella regola trouata da Orontio per ragion naturale, per formar il romo di quelle specie di radici irrationali alui proposte) perche nelle gran quantita, ouer dignita, gli errori loro si fanno poi maggiori, & questo nella sequente meglio si fara manifesto.

la detta fondamenta solida naturalmente faria passa 194 2/5
ma geometricamente pa. 195 1/5

differentia passa 4/5.

tre termini continui proportionali 400. 320. 256.

8 Vpponemmo anchora vna fondamenta tonda solida, cioe piena per di dentro, che la circonferentia da basso sia passa 24. & la circonferentia di cima sia passa 18. & sia alta a piombo piedi 22. per trouar la quantita di tal fondamenta per quella regola falsa, che costumano li pratici naturali, summaremo insieme li passa 24 della circonferentia da basso con quelli passa 18 della circonferentia di cima fara passa 42. & di quelli ne pigliaremo la mita, che faria passa 21. & tanto si direbbe esser la circonferentia mezzana, & di tal cerchio ne trouaremo la sua superficie per l'uno di quelli modi dati sopra la quinta del quarto capo del terzo libro, delliquali il piu costumato e a trouar il diametro di tal cerchio, dicendo per la regola, se 22 di circonferentia mi da 7 di diametro, che mi dara 21 di circonferentia, opera che ti dara passa 6 15/22, & tanto sara il diametro di tal cerchio mezzano, onde per hauer la sua superficie multiplicaremo (per fuggir rotti) tutto il detto diametro fia tutta la circonferentia, cioe 6 15/22, fia 21. fara 140 7/22, & di questo ne pigliaremo il quarto, che fara 35 7/88, & tanto fara la superficie del detto cerchio, cioe faria passa 35 7/88 superficiali, quali multiplicandoli per li passa 4 2/5 dell'altezza, fara passa 154 7/20 cubici, & vn passa cubo s'intende vn muro alla similitudine del dado, cioe longo vn passo, & alto vn'altro passo, & grosso vn'altro passo lineale, da pie. 5 lineali al passo, e pero vn passo cu. veniria a esser pie. 125 cubi, perche 5 fia 5 fa 25. & 25 fia 5 fa 125. e pero volendo notar quel rotto di passo cubo, cioe quel 7/20 in pie. cu. lo multiplicaremo per 125 fara 43 3/4 cubi, che in tutto faria passa 154. piedi 43 3/4 cubi, & tanto faria per ragion naturale la detta fondamenta tonda, ma volendo sapere quanti passa di muro faranno li detti passa 154. piedi 43 3/4 cubi redurremo li detti passa cubi 154 in piedi cubi, multiplicandoli per 125. faranno piedi 19250 cubi, alliquali giontoui quelli altri piedi 43 3/4 cubi faranno in summa piedi 19293 3/4 cubi, i quali per redurli in passa di muro li partiremo per 16 2/3, perche piedi 16 2/3 (come piu volte e stato detto) fanno vn passo di muro, e per tanto partendo li detti passa 19293 3/4, per 16 2/3, ne venira 1157 5/8, & tanti passa di muro sara la detta fondamenta per quella regola costumata da naturali pratici, vero e che haueste redutto nel principio le dette circonferentie a piedi lineali, la operatione non saria cosi fastidiosa, ma il tutto ho fatto per farti auertente, che vn passo cubo e composto di piedi 125 cubi, delliquali 16 2/3 fanno vn passo di muro grosso oncie 8, laqual cosa non poco ti giouara nelle questioni del sequente capo.

vna fondamenta tonda solida, che la circonferentia da basso passa 24.
circonferentia di cima passa 18
alta passa 4. piedi 2.

fara a ragió di muro pa. 1157 5/8

son fumenta tonda solida.

Ma volendo

Ma volendo risolvere la sopradetta questione secondo la vera, & giusta regola geometrica, anchor che la si potria far lasciando le misure in passa si, come fu fatto nella precedente operatione, nondimeno per schiuar la oscurita, voglio che tiramo li detti passa a piedi, onde la circonferentia da basso di tal fondamenta sara piedi 120. & quella di cima sara pie. 90. & l'altezza è pie. 22. a piōbo. Troua li diametri di quelle due circonferentie, onde procedendo secondo la regola di Archimede trouarai il diametro della circonferentia da basso esser pie. 38 [illegible], & quello di quella di cima esser piedi 28 [illegible], fatto questo bisogna quadrare ciascheduno di questi duoi diametri, il che facendo il quadrato del maggiore, cioe di piedi 38 [illegible] sara 1457 [illegible], & il quadrato del menor, cioe di piedi 28 [illegible] sara 820 [illegible], dapoi bisogna trouar la superficie media proportionale fra quelli duoi quadrati multiplicando 38 [illegible] fia 28 [illegible], & fara 1093 [illegible], & tanto sara la detta superficie media proportionale, fatto questo bisogna summare insieme questi 3 termini, et faranno 3371 [illegible], & di questa summa bisogna pigliare la sua terza parte, che sara 1123 [illegible], & questa bisogna multiplicar per li piedi 22 dell'altezza, il che facendo sara piedi 24712 [illegible] cubi, & tanto saria se tal fondamenta fusse quadrata, ma per esser circolare, bisogna pigliarne li [illegible], cioe multiplicar li detti piedi 24712 [illegible] per 11. & partir per 14. ne venira 19425. & tanti piedi cubi saria giustamente la detta fondamenta, liquali piedi 19425. volendoli tirare in passa di muro bisogna partirli per 16 [illegible] (per le ragioni piu volte dette) ne veniria passa 1163 [illegible], & tanto saria giustamente tal fondamenta tonda, e per tanto si vede, che la saria passa 57 [illegible] di muro di piu di quello, che fu trouato con quell'altra regola costumata da pratici misuratori di muro, e pero si vede che il muraro saria ingannato di sua manifattura di passa 57 [illegible] di muro, che a vn sol ducato il passo importaria ducati 57 [illegible], il qual errore vscisse del dacio di vna secchia di vino, come che fu trouato nel misurar di quel tinazzo di vino, & cosi nel misurar delle botte, e pero di questo te ne ho voluto auertire, accio sappi, come gouernarti nelle simili.

vna fondamenta tonda
che la circō. da basso pie. 120.
circonferentia di cima pie. 90.
alta a piombo piedi 22.

diametro maggior pie. 38 [illegible]
diametro menor piedi 28 [illegible]

quadr. del mag. 1457 [illegible]
superficie media 1093 [illegible]
quadr. del menor 820 [illegible]

summa 3371 [illegible]

la terza parte 1123 [illegible]

per la regola falsa passa 1107 [illegible]
per la giusta regola pas. 1163 [illegible]

differentia passa 57 [illegible]

Anchora vi saria da dire, come si misurano gli archi in uolta, ma perche li murari in alcuni luoghi se gli fanno conteggiare, come sel fusse pieno di muro, & in alcuni altri luoghi costumano alcune sue regole naturali, con lequali conchiudeno il proposito, laqual cosa volendole conchiudere per regole geometriche vi andaria da dir assai, & anchora con difficulta si conchiuderia giustamente il proposito per piu ragioni, come in fine della presente terza parte si fara manifesto.

Come si misurano li cauamenti. *Cap. IIII.*

1 Li cauamenti si costumano di misurare in ogni famosa citta con quella medesima misura lineale, con laquale misurano anchora li muri. Ma perche nel misurare di muri si siamo fondati sopra il costume di Venetia, nelquale si misurano con il passo diuiso in piedi 6. & il piede alcuni lo diuidono in quattro parti, & a ciaschaduna parte gli dicono vn quarto di piede, ma nelle cose che vanno misurate per sottile lo diuidono in dodici oncie, come che nelli precedenti capi è stato fatto, nel misurare di salizzadi, muri, & fondamente, il medesimo costumaremo anchora nelli cauamenti di terreni, laqual cosa molto accade non solamente in cauar pozzi, & vasi per condure acque, ma anchora per far le profonde fosse intorno a vna citta, come che alli presenti tempi si costuma, & perche la maggior parte di prencipi, ouer Republiche communamēte cercano di darle al architettore, che vuol tuor l'assunto sopra di se al publico incanto, e pero egli e necessario a colui che vuol leuar, ouero tuor tal cargo sopra di se non volendosi ingannare bisogna che prima lui sappia fare, & faccia il conto quanti passa di muro lui ha da fare, e quanto gli andara a lui di spesa circa quello, & similmente bisogna che lui sappia far, & fatta il conto quanti passa di terreno gli bisogna far cauare, & quanto gli andara a lui di spesa far fare tal effetto, il che sapendo fare, & facendolo giustamente non potra pericolare in tuore, ouer leuare tal manifattura sopra di se, ma coloro che non sapranno fare, & faranno prima tal conto, & intraranno, ouer leuaranno vn tal carico faranno mal consigliati.

Come s'intenda communamente un passo di cauamento.

2 Li Cauamenti si costuma di dar, ouer tuorli a far a vn tanto il passo, & per vn passo di cauamento s'intende communamente vn quadro di terra longo, & largo vn passo per lato, & profondo vn piede, talmente che cinque passa di cauamento veniria a esser vn passo cubo, cioe veniria a esser vn corpo alla similitudine di vn dado (cō che si giuoca) longo vn passo, & largo, ouer alto vn'altro passo, & similmente grosso vn'altro passo, e pero vn passo comun di cauamento veniria a esser piedi 25 cubi, per esser piedi 5 lineali per faccia, & grosso vn sol piede, lequal tre misure multiplicate fanno piedi 25 cubi (com'è detto) ma

un passo cubo veniria a esser 125 piedi cubi, & questo bisogna intendere per non pigliare una cosa per un'altra.

3 VNo vorria far far, over tuor a far un cavamento per condurvi un'acqua longo passa 108. & largo passa 5. & profondo piedi 7. Et questo tale vorria saper che spesa v'intrara a fare, overo a far far tal cavamento, atteso che fa suo conto, che a far cavar tal terreno, & ponerlo su la riva di tal cavamento gli costara soldi 5 il passo commun, cioe un passo quadro, grosso, over profondo un piede.

un cavamento
longo passa 108.
largo passa 5.
alto piedi 7.

fa passa 3780.

La maggior importantia di una simile questione, e di saper trovar quanti passa fara tal cavamento, e pero la regola per far tal ragione, & altre simili (essendo tal cavamento per retta linea) e questa, multiplica li passa 108 della longhezza per li passa 5 della larghezza fara passa 540 superficiali, & perche per ogni piede, che si va profondando sotto terra rende passa 540 di cavamento, e pero multiplicando li detti passa 540 superficiali, per quelli piedi 7. che va profondo il vaso fara 3780. & tanti passa di cavamento (alla detta ragione) andara a far quel vaso, per saper mo quanto v'intrara di spesa a soldi 5 il passo, per esser cosa facile a te lascio il cargo.

un cavamento
longo passa 1134. piedi 3.
largo passa 5. piedi 2.
alto passa 2. piedi 4.

fara passa 17155. piedi 19

4 SVpponemmo anchora, che uno voglia tuor a far un cavamento longo passa 1134. piedi 3. & largo passa 5. & piedi 2. & profondo, over alto passa 2. piedi 4. & vorria saper quanti passa fara tal cavamento alla ragion detta di sopra, cioe al passo quadro, ma grosso, over profondo un sol piede.

Tal ragione si poria far a piu vie, ma la piu commune e a ridur le dette misure a piedi, il che facendo haverai per longhezza piedi 5673. & per larghezza piedi 27. & per altezza, over profondita piedi 14. Hor multiplicando queste tre misure secondo il solito trovarai, che fara piedi 2144394 cubi, & perche un passo di cavamento s'intende (come fu detto nella seconda) piedi 125 cubi. Per trovare adunque li sopradetti piedi 2144394 cubi in passa di cavamento li partiremo per 125. il che facendo ne venira passa 17155. piedi 19. & tanti passa di cavamento intrara a far tal vaso.

5 VNo tuol a cavar un pozzo, che sia di diametro piedi 8. oncie 4. & si accorda a un tanto il passo cubo di quello, che cavara, & si offerisse a tal prezzo a profondarsi per fino a tanto, che si trovi l'acqua, & fatto l'accordo costui va tanto cavando, che quando hebbe trovata l'acqua s'era profondato passa 6. piedi 4. oncie 9. Si adimanda quanti passa cubi di terra haveva cavato costui.

un pozzo che per diametro e piedi 8. oncie 4.
alto passa 6. pie. 4. oncie 9.

fa passa cubi 15 [illegible]

Per far adunque questo conto bisogna aricordarsi di quello fu detto nella seconda di questo capo, cioe che un passo cubo e piedi 125 cubi, e per tanto bisogna prima vedere quanti piedi superficiali sia il cerchio della bocca di tal pozzo, che fai che tal cerchio e di diametro piedi 8. oncie 4. onde per fuggir rotti, reduremo tal diametro a oncie, che fara oncie 100. per trovar mo l'aria superficiale poti procedere per qual ti pare di quelle regole date da Archimede dette nella quinta del quarto capo del terzo libro, ma la piu breve a me mi pare, che sia a quadrare quelle oncie 100. fara 10000. & di questo pigliarne li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicar per 11. & partir per 14. il che facendo ne venira $7857\frac{1}{7}$, & tante oncie quadre fara l'aria superficiale del detto cerchio, delle quali 144. fanno un piede superficiale, ma perche l'altezza del pozzo e passa 6. piedi 4. oncie 9. voglio che riduchiamo tutto in oncie (anchor per altre vie si poria procedere) il che facendo haverai oncie 417. quale multiplichiamo per quelle oncie $7857\frac{1}{7}$ superficiale fara $3276428\frac{4}{7}$, & queste saranno oncie cube, delle quali 216000 ne va al passo cubo, perche se ben consideri un passo cubo vien a esser longo oncie 60 lineali, & largo altre oncie 60. pur lineali, & grosso per altre oncie 60 lineali, lequali tre misure multiplicate l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra (secondo il solito) faranno 216000. E per tanto partendo le dette oncie cube $3276428\frac{4}{7}$ per 216000. ne venira passa cubi 15 [illegible], onde volendo trasmutare il rotto di passo, cioe quel [illegible] in piedi cubi a te lasso il fastidio di multiplicar per 125. perche 125 piedi cubi va al passo cubo, & cosi passa 15 [illegible] cubi haveva cavato colui, & cosi farai poi il conto quanto montara la sua manifattura a quello si fara rimasto daccordo.

6 ANchora un'altro vorria tuor a far cavar una fossa, appresso di una cortina di una citta, laqual fossa va longa passa 256. & larga in bocca passa 16. & in fondo va larga solamente passa 14. & va alta a piombo passa quattro, & costui che vuol tuor a cavar vorria saper quanti passa cubi venira a esser tal fossa accio sappia, come governarla a l'incanto, come che in molti luoghi si costuma.

Per far questa ragione bisogna procedere, come nelle fondamente, cioe summar li passa 16. (che va larga la fossa in bocca) con li passa 14. (che va larga in fondo) fara 30. & di questo bisogna pigliarne la mita, che fara passa 15. & questa fara la mezzana larghezza della detta fossa, i quali pa-fa 15 li debbono multiplicar fia quelli passa 256 della longhezza fara passa 3840 superficiali, quali multiplicandoli per quelli passa quattro dell'altezza fara passa 15360 cubi, & cosi tanti passa cubi fara la detta fossa cauata, che sia.

vna fossa
longa passa 256.
larga in cima passa 16.
larga in fondi passa 14.
alta passa 4.

fa passa 15360.

7 Anchora vno vorria tuor a far cauar vna fossa atorno di vn baluardo, laqual fossa va in tondo, ma non compisse il tondo, ma è circa piu di mezzo tondo, la circonferentia, della qual fossa di fuora via di sopra va di passa 144. & la circonferentia di dentro via pur di sopra va di passa 126. & va larga in bocca passa 20. & in fondi passa 16. & va alta a piombo passa $4\frac{1}{2}$, & costui vorria saper quanti passa cubi fara tal fossa. In questa bisogna procedere, come si fece nelle fondamente tonde, cioe summo li passa 20 della larghezza della bocca con quelli passa 16 della larghezza del fondo fara passa 36. & di questi ne piglio la mita, che fara passa 18. & questo notaro per la mezzana larghezza di tal fossa. Poi summo li passa 144 della circonferentia di fuora, con quelli passa 126 della circonferentia di dentro fara passa 270. & di questo ne piglio la mita, che fara passa 135. & questo notaremo per la mezzana longhezza di tal fossa, fatto questo multiplico li passa 135. della longhezza, per li passa 18 de la larghezza fara passa 2430 superficiali, quali multiplico per quelli passa $4\frac{1}{2}$ dell'altezza fara passa 10935 cubi, & tanto fara la detta fossa, & questa per forma voglio, che ti sia bastante per le simili.

vna fossa intondo
circon. di fuora passa 144.
circon. di dentro passa 126.
larga in cima passa 20.
larga in fondi passa 16.
alta a piombo passa $4\frac{1}{2}$.

fa passa 10935.

vna fossa squadrata
longa passa 135.
larga passa 18.
alta passa $4\frac{1}{2}$.

fa passa 10935.

8 Anchora vno vorria tuor a far cauare da far vna peschiera a vn gentil'huomo, laqual peschiera lui vuole che sia quadra, & vuole anchora che tal peschiera sia in bocca passa 30 per lato, & nel fondo vuol che sia solamente passa 28 per lato, & vuol che sia alta a piombo passa $3\frac{1}{2}$, & costui vorria saper quanti passa cubi fara tal peschiera cauata che la sia.

In questa bisogna (volendola soluere rettamente) procedere secondo la regola delle piramide tronche, cioe quadra quelli passa 30. fa 900. quadra anchora quelli passa 28. fa 784. poi multiplica quelli passa 30. fia quelli passa 28. fa 840. per la superficie media proportionale fra quelli duoi quadrati, hor summa insieme tai tre superficie fara 2524. & di questo pigliane la terza parte, che fara passa $841\frac{1}{3}$ superficiali, quali multiplica per li passa $3\frac{1}{2}$ de l'altezza fara passa $2944\frac{2}{3}$ solidi, cioe cubi, & cosi tanti passa cubi fara la detta peschiera.

vna peschiera quadra
in bocca passa 30.
in fondi passa 28.
alta passa $3\frac{1}{2}$.

fa passa $2944\frac{2}{3}$.

9 Anchora vno vorria tuor di far cauar da far vna peschiera tonda, & colui che vorria far far questo cauamento vuol che il diametro della bocca sia passa 20. & il diametro del fondo vuol che sia solamente passa 18. & vuol che sia alto a piombo passa cinque, & costui che vuol tuor a far questo cauamento, vorria saper quanti passa quadri fara questo tal cauamento.

In questa bisogna procedere pur secondo la regola delle piramide tronche, & tonde, e pero quadraremo li passa 20 fara 400. & similmente li passa 18. fara 324. poi multiplicaremo 18 fia 20. fara 360. & questa fara la superficie media proportionale fra li duoi quadrati, poi summaremo le dette tre superficie insieme, & faranno passa 1084 superficiali, delliquali ne pigliaremo la terza parte (secondo il solito) che fara passa $361\frac{1}{3}$, & questo multiplicaremo per quelli passa cinque dell'altezza fara $1806\frac{2}{3}$, & tanti passa cubi faria se la fusse quadra. Ma per esser tonda bisogna pigliarne li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicarli per 11. & partir per 14. il che facendo trouaremo, che ne veniria passa $1419\frac{11}{21}$, & tanti passa cubi fara lo detto cauamento.

vna peschiera tonda.
diametro passa 20.
diametro passa 18.
alta passa 5.

fa passa $1419\frac{11}{21}$.

Da notare.

Nota che tutte le sopra notate misure di cauamenti mi è parso di notarle a simplici passa, acioche meglio intendi le sue regole, ma se per caso (come spesso accade) ti accadessono a passa, & piedi, ouero a passa, piedi, & oncie, bisogneria procedere per l'uno di quelli tre modi dati nelle altre misurationi per auanti notate, delliquali il primo modo è a redur tutte le misure a piedi, ouer a oncie (essendoui oncie) & procedere con li detti piedi, ouer oncie secondo che con li simplici passa si è detto, & fatto, & lo auenimento fara piedi, ouer oncie cube da tirare in piedi, & in passa cubici secondo le regole piu volte dette.

Il secondo modo è a lasciar le misure nel esser suo, & procedere secondo le rappresentationi di tai misure, cioe multiplicando di vna in vna le specie delle misure della larghezza fia tutte le specie delle misure della longhezza a vna per vna, & tal prodotto multiplicarlo poi per le misure dell'altezza, ouer grossezza, & hauerai in vltimo l'aria corporale di tal cauamento, vero è che se tal cauamento andasse in tondo bisogna aricordarsi di pigliarne sempre li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicar per 11. & partir per 14. & hauerai il proposito.

il terzo modo è a ridur le onde, & li piedi a parte di passo, & dapoi procedere nella tua operatione secondo la regola di rotti.

Anchora gli sarebbe da dire, come si misurano li volti, si tondi, come in crociera, ma perche alcune fiate (per certe difficulta, che occorre allo artefice, come in fine del terzo capo fu anchora detto) si misurano secondo che si accordano con il murato, & questi accordi si fanno in varij modi, perche alcuni lo sogliono a fare, come se fusse pieno, altri lo pigliano, come se fusse la mita pieno dalla corda in suso, alcuni lo vogliono misurare multiplicando la sagita dell'arco per la mita della corda (come si fa alli triangoli) & quel produtto lo multiplicano fia la longhezza di tutto il volto, & l'auenimento vogliono che gli sia còreggiato per muro. Ma perche niun di detti modi è per ragion geometrica, ma trouati dalle varie openioni naturali de gli artefici hauendo rispetto piu al tempo, che vi perdono, che alla quantita reale del muro, non voglio star a laudarli, che cosi si debba procedere, ne manco a biasimarli, vero è che alcuni si sono sforzati di voler concludere geometricamente tai questioni, & vi adducano manifestura assai, & nondimeno le loro conclusioni patiscono non poche oppositioni, perche alcune fiate, si in crociere, come tondi, alcuni sono di mezzo tondo, cioe di mezzo cerchio, & alcuni di manco di mezzo tondo, cioe sono bassi per varij rispetti, cioe hanno forma di vna mezza figura ouale, liquali volti si chiamano da alcuni rimenati, e pero a voler dar regole generali geometrici, a ciaschaduna qualita vi andaria da scriuere assai, & da pratici non sarebbono costumate per la loro tediosa operatione, e pero li lasciaremo procedere secondo il loro costume naturale, & con questo voglio far fine a questa terza parte.

Il fine della terza parte del general trattato di numeri, & misure di Nicolo Tartaglia.

REGISTRO.

A B C D E F G H I.

Tutti sono terni, eccetto I. il qual è duerno.

LA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI ET MISVRE,

DI NICOLO TARTAGLIA;

NELLAQVALE SI RIDVCONO IN NVMERI QVASI LA MAGGIOR PARTE DELLE FIGVRE, COSI SVPERFICIALI, COME CORPOREE DELLA GEOMETRIA;

ET OLTRE A CIO' S'APPLICANO ALLA MATERIA,

O SI METTENO IN ATTO PRATTICO.

COSE MOLTO VTILE A' TVTTE LE QVALITA' DELLE PERSONE, ET INFINITAMENTE DESIDERATE'

de' studiosi delle Diuine Mathematice.

CON SVOI PRIVILEGII.

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO

PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Vtriusque Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Vngariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Nauarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galitiæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murciæ, Giennis, Algarbiorum, Algeziræ, Gibaltaris, Insularũ Canariæ, nec non Insularum Indiarum, & terræ firmæ maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Barcinonæ, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarũ, & Neopatriæ, Comes Rossilionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gociani, Illustribus, spectabilibus, magnificis, dilectis consiliariis, & fidelibus nostris Proregibus, locum tenenti, & capitaneo generali nostris magno camerario, prothonotario, magistro iustitiario, eorumque locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistris rationalibus, thesaurario, & conseruatori nostri regij patrimonij, aduocatis quoque, & procuratoribus fiscalibus, cæterisque demum vniuersis officialibus, & subditis nostris maioribus & minoribus in præfatis vtriusque Siciliæ regnis existentibus & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & omne bonum. Expositum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtij Naui impressoris Veneti se non absque maximo sumptu atque labore typis mandasse, atque addidisse libros Nicolai Tartalei de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serue à ciascuna città, maiestati nostræ humiliter supplicando, ut à quocunque omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in eisdem regnis, & dominijs nostris per viginti annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero proprium ac peculiare munus nostrum esse censentes omnibus bonarum artium professoribus, atque maxime, qui literis locum bonum, fauere: Volentesque erga dictum Curtium Nauum munificentiam nostram protendere, vt ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tanquam rationi consonæ ex animo, modo infrascripto, ducimus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaque authoritate nostra deliberate & consulto, motuque nostro proprio & ex gratia speciali, maturoque sacri supremi penes nos assistentis consilij accedente deliberatione, Ne quis in dictis Siciliæ citra & vltra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauius, aut ab eo potestatem habentes, vel alij, cum quibus suæ rationes conuentæ fuerint, per viginti annos à die datæ præsentium in antea computandos, sub pœna amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum una accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio consecetur adscripta, libros prædictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisque, & vestrum cuilibet, ad quos spectet dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnæque unciarum mille nostro fisco applicandarum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneant firmiter, & obseruent, tenerique & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciant: Quibuscunque in contrarium facientibus non obstantibus quouis modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum ciuitatis Siciliæ regni sigillo à Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulij in Rogatis.

CHE à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auctorità di questo conseglio concesso, che per spacio de anni uinti prossimi niun'altro che lui, ò che hauerà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo della S. N. ne altroue stampati in quella vender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quatro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati x. per opera, un terzo delliquali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecution, & un terzo del denonciante essendo obligato, di osseruar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

Aloysius de Augustinis
Duc. not.

AL MOLTO ILLVSTRE ET VALOROSO SIGNORE, IL CONTE CAMILLO MARTINENGO, SIGNOR ET PADRON MIO SEMPRE OSSERVANDISSIMO.

L'HVOMO le cui attioni non da caso, ò fortuna, ò d'altra accidental causa dipendono, ma da una eterna & ben ordinata regola; Illustre signor mio, ò tirato da celeste influsso, ò dalla corporale qualità, ò d'altra occolta cagione, si uede, che tutthora, s'inclina, à mettere l'affettione sua, & à riuerire più una, che un'altra persona: senza però hauere non solamente la familiarità della persona, ma ne ancora hauer la ueduta solamente spinto, dal sentire predicare, alcune particolari qualità di quella, & s'è spessissime uolte ueduto, che questo affetto, ha hauuto tanta forza, che molte uolte, s'è uno mosso da un luogo a un'altro, caminando molte miglia, non per altro, se non per uedere quel tale, di cui ha udito le qualità. Et che cio sia uero, molti essempi potrei io hora allegare à V. S. i quali tutti, sarebbon però souerchi, essendo, che V. S. come quello che di gran lunga, giouine gia, come gli è, ha uoluto superare nelle cose dell'armi, col suo pruditissimo ingegno, & ualore del corpo, quasi la maggior parte de Capitani uecchi de nostri tẽpi, cosi ancora, ha molti libri, cõ diligenza ueduti, gli ha in mente assai meglio, di que

lo, ch'io non saprei dirlo. Ma qual'altro essempio, ò testimonio, si poreb
be da me allegare, che havesse più verità di quello, ch'io in me stesso con
tinuamente pruovo. Io dunque Signor mio illustre, dal primo di, ch'io à
Vinegia giovenetto viddi V. S. mi s'accese l'animo d'un si riverente af
fetto, verso V. S. che da indi in poi, ho sẽpre cõ la mẽte, et col core, rive
rito & osservato V. S. come mio idolo ò stella, la quale osservanza, tan
to piu s'è fatto maggiore quanto ch'ella, come a vero ramo di cosi nobel cep
po, come e la casa di V. S. è andata cõ gli anni crescẽdo, in valore di
corpo, et in grandezza d'intelletto, ꝑ si fatta maniera, che ardisco a dire,
ch'appresso a me, ritrovo pochi, che l'avanzino, ò se gli agguaglino. S'ag
giungino alle rare & nobili sue qualità, l'inclinatione, & prontezza, che
ella ha alle lettere, et massime alla divina scienza di Matematica, Ve
ramente degna del suo divino intelletto. Et perche, cosi mentre ch'io ho
veduto V. S. Brescia, come altrove, ho sẽpre havuto un interno deside
rio, di farle conoscere questo mio affetto, ne havẽdo havuto ardire, cono
scendo il mio stato et comparandolo à quello di V. S. di far questo, senza
mezo, quantunque mi sia però notissima la benignità sua sperai già, due ò
tre anni sono, che'l mio desiderio dovesse havere effetto, ꝑ mezo dell' Ec
cellente Matematico Nicolo Tartaglia, il quale, haveva fatto pẽsiero
di dedicare à V. S. una delle molte veramente degne fatiche sue, quãdo
che la morte, rompitrice di molti humani disegni, fatta forse invida del
l'utile, ch'un tanto huomo poteva porgere al mondo, con dolore, incredibile
di tutti gli amici delle buone lettere, lo rapì di questa presente vita. il
quale, essendo all'estremo, et sapendo il desiderio mio, havendomi data
commissione di stampare quelle cose, ch'egli gia haveva scritte, mi disse,
ch'io non mancasse di mettere in essecutione quello ch'egli s'haveva propo
sto nella mente, et ciò, che lui interrotto dalla morte, non haveva possuto fa
re, facessi io, ch'era il dedicare una parte delle opere sue, à V. S. la onde
io, ch'haveva desiata una occasione si fatta, per farmi à V. S. la rive
verenza mia, mi disposi di far quello, che quando ciò stato non fosse, non
haverei forse fatto, cõsiderata la spesa, ch'alla stampa d'una si fatta opera
correva, non sparagnando adũque ne à spesa, ne à diligenza, ho fatto stã
pare la Quarta parte, del suo general Trattato de' Numeri, et Mi
sure, nel quale si tratta la pratica, di molte figure geometrice; la quale ope
ra so hora la dedico, & dono à V. S. spinto a ciò fare, da molte cagioni.

La prima delle quali, è per far manifesto & chiaro, à V. S. l'interno desiderio mio, c'ho hauuto & ho, d'essere vero, & fedele seruitore di V. S. La seconda, per dar effetto alla volontà dell'autore, l'anima del quale, hauerà tanta consolatione, di vedere conseguito il voler suo, quanto era il desio di farlo, stando in questa presente vita. La terza et per hora ultima cagione, è, per dare al libro diffesa tale, che dall'abbaiare, & dalla rabbia de maligni, possa talmente essere diffeso, che non habbia di quelli tema alcuna, & per fare ancora, con l'immortalità del nome del diffensore, immortale il libro, & illustre. La qual cosa, mi par hauer si ben fatta, con dedicarlo à V. S. che megliore non l'haurei potuta fare in mill'anni. Hora resta che V. S. benignamente, & come è solita fare à tutti, accetti questo picciolo dono, ch'un suo seruitore, spronato d'un ardente desio, di far maggior cose per demonstratione dell'infinita affettione sua, fa à V. S. Così piaccia à Dio sommo, alla cui diuina mente, non è cosa alcuna ascosta, fare, che sia à V. S. si grato, come io, & me, & il libro, da infinita & cordiale liberalità mosso, dono à V. S. la cui infinita bontà, & misericordia, sarà sempre da me pregata, per la salute & felicità di V. S. la quale, à quel grado ascenda, che quelli, che di core amano V. S. desiderano, & spesso l'augurano. Ne altro mi restando à dire, chinato humilmente, baccio le illustre mani di V. S. alla cui buona gratia sempre mi raccomando.

D. V. S. Ill.

Humilissimo Seruitore

Curtio Troiano.

LA TAVOLA DELLA QVARTA PARTE E DI TVTTO QVELLO CHE SI CONTIENE IN CIASCVN LIBRO ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

TAVOLE DI TVTTO QVELLO che si contiene in ciascun capo di ciascun libro.

TAVOLA DEL SECONDO libro.

TAVOLA DEL TERZO LIBRO

IL FINE DELLE TAVOLE.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO

DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL Trattato di Numeri, & Misure di Nicolo Tartaglia, nelquale si dichiara la pratical speculatione, & misuratione delle figure superficiali, con altre belle questioni, che potria naturalmente occorrer sopra quelle.

Comendatione di questa seconda specie di Geometria.

DApoi che quelli Egitij (come in principio della precedente 2 parte fu detto) hebbon trouato quella prima specie di Geometria, cioe di saper misurare, & conoscer la quantita di loro terreni, et consequentemente di tutte le altre quantita, si corporee, come superficiali, che manualmente (in sul fatto) misurar poteano (per quanto posso considerare) li speculatiui ingegni non si contentorno di questo, anzi di mano in mano sono andati tanto di continuo filosofando, & inuestigando li radical fondamenti di tal scientia, che hanno trouato con ragioni dimostratiue la proportione, ouer conuenientia di tutti li termini della maggior parte di quelle regolate figure si corporee, come superficiali naturalmente accadente, non solamente in questa parte terrestre, & anchora nella celeste, cioe nella Architettura, & nella Astronomia, ma anchora hanno trouato la Musica, la Specularia, la Perspettiua, la scientia di pesi, & molte altre sue dependenti, & tutto questo ne manifesta Euclide, Ptolomeo, Vitelone, Archimede Siracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, & naturalmente Vitruuio architetto, & molti altri.

Ma piu che da gli antichi sapienti fu trouato senza questa geometrica disciplina esser impossibile di poter rettamente filosofare, & di questo ne certifica le historie del diuin Platone, qual sopra la porta del luogo, doue publicamente legeua, hauea posto vn breue, qual dicea. Niuno quiui dentro entri in Geometria non esperto, perche conoscea che in essa scientia geometrica ogni altra scientia occulta si ritroua, & questo medesimo testifica Boetio Seuerino, qual nel prohemio della sua Arithmetica hauendo molto lodato le discipline mathematice, vi sottogionse queste parole precise, quod hæc quidem spernit, idest has semitas sapientiæ, ei denuntio non recte philosophandum, & questo voglio che basti a sua comendatione.

Di alcune propositioni del quinto di Euclide alla pratica vtile. Cap. I.

Nanti che procediamo piu oltra voglio dechiarire praticalmente alcune propositioni del quinto di Euclide insieme con alcune diffinitioni, & propositioni del sesto, non poco alla presente quarta parte vtile, & necessaria.

$\frac{a}{6}$	$\frac{b}{4}$
$\frac{c}{3}$	$\frac{d}{2}$

1 PEr le cose dimostrate sopra la quarta propositione del quinto di Euclide si manifesta, che se quattro quantita saranno proportionali, che anchora al contrario saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione del .a. al .b. sara si come dal .c. al .d. Dico che anchora al contrario saranno proportionali, cioe che la proportione del .b. al .a. sara si come quella, che è dal .d. al .c. Essempio in numeri sia a.6. per numero, & b.4.c.3.& d.2. tu vedi che la proportione, che è da 6.a 4.è si come quella, che è da 3.a 2. perche l'una, e l'altra è sesquialtera, & similmente al contrario tu vedi che la proportione di 4.a 6.è si come quella che è da 2.a 3. perche l'una, & l'altra è subsesquialtera, che è il proposito.

$\frac{a}{4}$	—	$\frac{b}{2}$
$\frac{c}{6}$	—	$\frac{d}{3}$
$\frac{e}{12}$	—	$\frac{f}{6}$
summa 22.		summa 11.

2 ANchora Euclide nella decimaterza propositione del quinto specularmente dimostra, che se di quante si voglia quantita ad altre tante, a vna per vna sara vna medesima proportione, tal proportione, qual sara dell'una all'una, quella medesima anchora sara della summa di tutte quante le prime, alla summa di tutte quante le seconde. Essempi gratia sia dal .a. al .b. & dal .c. al .d. & dal .e. al .f. vna medesima proportione. Dico che la summa del .a.c. & .e. alla summa del .b.d. & .f. sara quella medesima proportione, che è dal .a. al .b. laqual cosa se praticalmente te ne vorrai chiarire con numeri applicarai alle dette .a.b.c.d.e.f. che numeri ti pare proportionali, poi summarai li tre primi per se, & li tre secondi per se, & trouarai che la summa delli tre primi (cioe .a.c.e.) alla summa delli tre secondi (cioe .b.d.f.) hauera quella medesima proportione, che hauera .a. al .b. che è il proposito in quanto alla proua praticale. Et per

per maggior tua dechiaratione di questo applicando al a.24.& al b.12. al c.6.& al d.3. al e.20.& al f.5. che sono tutti in doppia proportione, la summa di a c e 50. & di b d f 20. che sono pur in doppia proportione.

le due quantita	3. & 2.	
multiplicare per	—	8.
fanno	24. & 16.	

3 Anchora Euclide nella decimaquinta propositione del quinto specularmente dimostra, che se ad alcune quantita saranno tolti li multiplici egualmente, la proportione di multiplici, & quella di submultiplici sara vna medesima. Essempi gratia sono le due quantita 3. & 2. la proportion delle quali (come si vede) è sesquialtera, hor dico che multiplicando queste due quantita egualmente, per qual numero ne pare, li duoi producti, ouer multiplici saranno pur nella medesima proportione sesquialtera, & che questo sia il vero, multiplicandoli ambiduoi, poniamo per 8 faranno 24. & 16. liquali duoi multiplici, come si vede, sono pur in propositione sesquialtera, ch'è il proposito, il medesimo seguira multiplicandoli per qual si voglia altro numero, & in quali si voglia altre due, ouer piu quantita.

4 Euclide anchora nella decimasesta propositione del quinto specularmente dimostra, che se quattro quantita saranno proportionali, anchora permutatamente saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione di vno antecedente al suo consequente sara si come di vn'altro antecedente a vn'altro consequente s'intendono tai quattro quantita proportionali, ma quel dir che permutatamente saranno anchora proportionali, si debbe intendere, che quella medesima proportione, che sara dallo antecedente all'antecedente, quella medesima sara dal consequente al consequente, cioe se 8 (antecedente) a 6 suo consequente, sara si come da 4. (antecedente) a 3. suo consequente (che l'una, & l'altra è sesquiterza) dico che anchora la proportione del antecedente 8. al antecedente 4. sara si, come quella del consequente 6. al consequente 3. & tutto questo sensibilmente si vede, che l'una, & l'altra è vna doppia, ch'è il proposito inquanto alla pratica, & cosi si debbe sempre intendere quel adverbio permutatamente.

$$\begin{array}{ccccc} 8 & — & 2 & = & 6 \\ | & & & & | \\ 4 & — & 2 & — & 3 \end{array}$$

5 Anchora Euclide nella decimasettima propositione del suo quinto libro specularmente dimostra, che se le quantita congiontamente saranno proportionali, quelle medesime anchora è necessario disgiontamente esser proportionali. Essempi gratia se'l congionto (ouer la summa) di 8. & 4. (che saria 12) a 4. hauera quella medesima proportione, che ha il congionto (ouer summa) di 10. & 5. (che saria 15.) a 5 (che l'una, & l'altra è treppla) si conchiude, che disgiontamente saranno proportionali, cioe che la proportion di 8. a 4. sara si, come da 10. a 5. che sensibilmente si vede esser doppia, che sara il proposito inquanto alla pratica, & cosi si debbe intendere quelli duoi adverbij congiontamente, & disgiontamente, & tal propositione si trouara verificarsi in ogni specie di quantita proportionale, & in ogni specie di proportione.

6 Euclide anchora nella decimaottaua del quinto libro specularmente dimostra il contrario della precedente, cioe che se la quantita saranno disgiontamente proportionali, anchora congiontamente saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione di 8. a 4. è si come da 10. a 5. (che l'una, e l'altra è doppia) conchiudasi, che il congionto di 8. & 4. (che sarebbe 12) a 4. sara si, come il congionto di 10. & 5. (che sarebbe 15) a 5. che sensibilmente si vede esser treppla, che sara il proposito, inquanto alla pratica.

7 Anchora Euclide nella decimanona del quinto libro specularmente dimostra, che se da duoi tutti saranno tagliate 2 parti, & il tutto al tutto sia, si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente sara si, come il tutto al tutto. Essempi gratia siano li 2 tutti 24. & 16. & da 24. ne sia tagliato 9. & dal 16. ne sia tagliato 6. dico che la proportione di tutto 24. a tutto 16. è si come quella della parte tagliata 9. alla parte tagliata 6. (perche l'una, e l'altra è sesquialtera) si conchiude che il rimanente di 24. (che sarebbe 15.) al rimanente di 16. (che sarebbe 10.) sara si, come il tutto al tutto, cioe che sara nella medesima proportione sesquialtera, & perche sensibilmente si vede cosi essere, cioe da 15. a 10. esser proportione sesquialtera seguita il proposito inquanto alla pratica, il medesimo si trouara seguir in ogni altra specie di proportione. Molte altre propositioni sono nel detto quinto libro di Euclide, lequali nella pratica non sono di molta importanza, ma son per dimostrar altre propositioni nella speculatiua, e pero le habbiamo intralasciate.

Di alcune diffinitioni, & propositioni del sesto di Euclide.

Anchora auanti che entriamo piu oltra voglio dichiarare alcune diffinitioni, & propositioni del sesto libro di Euclide molto alla pratica vtile, & necessarie.

Che cosa siano le figure simili.

8 LE figure simili (come vuol Euclide nella prima diffinitione del sesto) sono quelle che hanno gli angoli relatiui eguali (a vno per vno) & li lati che sono circa a gli angoli equali proportionali. Essempi gratia siano li duoi triangoli.a b c. &. d e f. equiangoli, cioe ponimo che l'angolo.a. sia eguale al angolo.d. & che l'angolo.b. sia eguale a l'angolo.e. & lo angolo.c. a l'angolo.f. Et che la proportione delli duoi lati.a c. &.a b. sia simile alla proportione delli duoi lati.d f. &.d e. che sono circa alli duoi angoli.a. &.d. equali. Et che similmente la proportione delli duoi lati.a b. &.b c. sia simile alla proportione delli duoi lati.d e. &.e f. Et finalmente quella delli duoi.b c. &.a c. sia simile a quella delli duoi.e f. &.d f. tai duoi triangoli si intendono esser simili, & questo si debbe intendere in ogni altra specie di figura. Essempi gratia siano li duoi quadrilateri.a b c d. &.e f g h. & ponimo che l'angolo.a. sia eguale a l'angolo.e. & l'angolo.b. al angolo.f. & l'angolo.d. al angolo.h. & l'angolo.c. al angolo.g. Et oltra di questo ponimo, che la proportione delli duoi lati.a b. &.a c. sia simile alla proportione delli duoi lati.e f. &.e g. (che sono circa li duoi angoli.a. &.e. equali) & che la proportione delli duoi lati.a b. &.b d. sia simile a quella delli duoi lati.e f. &.f h. & che quella delli duoi lati b d. &.d c. sia simile a quella delli duoi.f h. &.h g. & che finalmente quella delli duoi.d c. & c d. sia simile a quella delli duoi.h g. &.g e. tai duoi quadrilateri sariano simili, & cosi si debbe intendere nelle figure di piu numero di lati in generale, & in varij modi situate, pur che habbiano le dette due conditioni.

Che cosa sia le figure delli lati mutui, ouer mutuchifia, ouero reciproce.

9 LE figure delli lati mutui, ouer mutuchifia, ouer reciproce (come vuol Euclide nella seconda diffinitione del sesto libro) sono quelle, che fra li lati delle quali si hauera la proportionalita retrosiuamente. Essempi gratia siano li .2. quadrilateri.a b c d. &.e f g h. & sia la proportione del lato a b. al lato.e f. si come quella del lato.e g. al lato.b d. tai .2. superficie s'intendono di lati mutui, ouer mutuchifia, ouer reciproce (che cosi in tai .3. modi si costumano nominarli) cioe sel lato.a b. e doppio al lato.e f. & il lato.e g. sia doppio al lato.b d. tal proportionalita s'intende retrosiuamente, & questa s'intende anchora nelli triangoli, & in ogni altre due figure superficiali. Essempi gratia siano li duoi triangoli.a b c. &.d e f. & ponimo che la proportione del lato.a b. al lato.d e. sia come quella che e dal lato.d f. al lato.a c. cioe che sel lato.a b. e doppio al lato.d e. che il lato d f. sia medesimamente doppio al lato.a c. tal duoi triangoli s'intendono delli lati mutui, ouer mutuchifia, ouer de lati reciproce, senza hauer altro rispetto a gli altri duoi lati, cioe.b c. &.e f. come nel nostro processo (doue trattaremo di alcune sue proprieta) meglio s'intendera.

Quelli duoi primi nomi (cioe mutui, ouer mutuchifia) si vsano nella tradutione del Campano (credo tradutti dal Arabo) & quel reciproce si troua solamente nella tradutione del Zamberto tradotto dal greco.

Che cosa sia una linea esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

10 VNa linea si dice esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, quando che egli e quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggior parte, che e dalla maggior parte alla menore, & questo afferma Euclide nella terza diffinitione del suo sesto libro. Essempi gratia quando che la proportione di tutta la linea.a b. alla sua maggior parte.a c. fusse si come della detta parte.a c. alla parte.c b. tal linea si direbbe esser diuisa secondo la proportion hauente il mezzo, e duoi estremi in ponto.c. il modo pratticale da diuidere vna quantita secondo tal ordine anchor che da noi sia stato mostrato sotto breuita sopra la vndecima del sesto libro della seconda parte, nondimeno nel nostro processo piu abondantemente lo mostraremo.

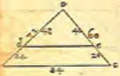
Come s'intende l'altezza di una figura.

11 LA l'altezza di ciaschaduna figura (come vuol Euclide nella quarta diffinitione del sesto libro) e la perpendicolare dotta dalla vertice, o vogliamo dire dalla cima di quella alla basa. Ef

sempi gratia l'altezza del triangolo.a b c. non s'intende esser la linea.a b. ne manco la linea.a c. ma solamente la perpendicolare dutta dalla vertice, ouer cima di quello, cioe dal ponto.a. alla basa.b c.cioe la linea.a d.

Questo medesimo si debbe intendere nelle figure corporee. Essempi gratia l'altezza della piramide.a b c d.non s'intende, ne si debbe intendere la linea, ouer lato.a b.ne manco la linea, ouer lato.a d.ne manco la linea, ouer lato.a c.ma solamente la perpendicolar dutta dalla vertice (cioe dal ponto.a.alla basa triangolare.b c d.cioe al piano doue si riposa tal piramide, laqual perpendicolare in questo caso saria la linea.a g. E pero coloro, che pigliano l'altezza di vna muraglia, che vada a scarpa, secondo l'andar della scarpa non puoco errano, perche l'altezza di tal muraglia si debbe tuore a piombo, cioe con il perpendicolo.

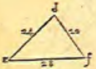
21 EVclide anchora nella seconda propositione del detto suo sesto libro speculatiuamente dimostra. Se vna linea retta segante li duoi lati di vn triangolo, sara equidistante all'altro lato, che egli e necessario, che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella sega quelli duoi lati proportionalmente necessariamente quella sara equidistante all'altro terzo lato. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.& sia il lato.a b.72.& il lato.a c.60.sia poi la basa.b c.quanto si voglia, che in questo caso non importa, pur poneremo, che la sia 84. hor poniamo che la linea.d e. sia equidistante al lato.b c. dico in tal caso egli e necessario, che tal linea.d e.seghi li duoi lati.a b.& a c. proportionalmente, cioe che la proportione di.a d.al.d b.sara si come di.a e.al.e c. et per il contrario se sara la proportione della parte.a d.alla parte.d b. si come della.a e.alla.e c. seguira la detta linea.d e. necessariamente esser equidistante alla basa.b c.& tutto questo speculatiuamente si dimostra sopra la detta seconda del sesto, laqual cosa con numeri non si puo praticamente essemplificare, e pero bisogna che il puro pratico supponga tal propositione per vera, & accio meglio, m'intendi ho fatto, che la detta linea.d e.habbia diuiso il lato.a b.in 24.& 48. & il lato.a c. in 20.& 40. lequal parti sono (come in margine vedi) proportionali, perche la proportione della parte.a d.alla parte.d b.e doppia, & similmente la parte.a e.e doppia alla parte.e c.e pero seguita il proposito, cioe che la linea.d e.e equidistante alla basa.b c.& e conuerso. Et bisogna che li detti duoi triangoli, cioe.a b c.& a d e. (per la sesta del detto sesto di Euclide) vengono a esser simili, perche se la proportion del.b a. al d a.& del.c a.al.e a.congiontamente la proportione di tutto.b a.al.d a. sara si come tutto.a c.al a e.& l'angolo.a.e commun a l'vn, e l'altro triangolo, e pero (per la detta sesta del sesto di Euclide) sono simili, laqual sesta del sesto dice in questa forma.



Ogni duoi triangoli, delliquali vno angolo di vno sia eguale a vno angolo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli eguali proportionali, sono fra loro equiangoli, e per tanto saranno simili.

22 ANchora Euclide nella quarta propositione del sesto speculatiuamente dimostra qualmente tutti li triangoli, delliquali gli angoli di l'uno a gli angoli dell'altro sono egualli (ciascheduno al suo relatiuo) li lati riguardanti gli angoli eguali sono proportionali, e pero saranno simili.

Essempi gratia siano li duoi triangoli.a b c.& d e f.equiangoli, & sia l'angolo.a.eguale al angolo.d. & l'angolo.b.a l'angolo.e.& l'angolo.c.al angolo.f. dico che la proportione del lato.a b. al lato d e.& del lato.a c.al lato.d f.esser si, come del lato.b c.al lato.e f.& tutto questo speculatiuamente si dimostra nella sopra allegata quarta propositione del sesto di Euclide, laqual cosa con numeri realmente si puo essemplificare, e per tanto seguita, che ogni volta, che duoi triangoli sono equiangoli, quelli esser anchora simili, cioe di lati proportionali, e pero se li lati di vno di detti triangoli saranno noti, & che dell'altro triangolo ne sia noto vn lato solo per tal notitia potremo trouar la quantita de gli altri duoi lati incogniti. Essempi gratia poniamo che il lato.e f.sia 28.& d e.vintiquattro, & d f.vinti, & poniamo che del triangolo.a b c. ne sia solamente noto il lato.a b.esser trentasei. Hor volendo per tal notitia trouare quanto sia gli altri duoi lati, cioe il lato.a c.& il lato.b c.facilmente il trouaremo con la regola del tre, dicendo se vintiquattro mi da trentasei, che mi dara vinti. Onde operando trouaremo, che ne dara trenta, & tanto sara il lato a c.(relatiuo al.d f.) similmente per trouare quanto sia il lato.b c. diremo pur per la detta regola, se vintiquattro mi da trentasei, che mi dara vintiotto, onde operando trouaremo, che ne dara 42. & tanto sara il detto lato.b c.che e il proposito.



Questa propositione e molto frequentata nella pratica di geometria, & di prospettiua, & nel misurare con lo aspetto le distantie, altezze, larghezze, & profondita delle cose apparenti, come che nel terzo libro della nuoua scientia in parte si puo vedere.

23 EVclide anchora nella quinta propositione del detto suo sesto libro specolatiuamente approua, & dimostra il conuerso della precedente, cioe se duoi triangoli hauerano li lati proportionali, li detti triangoli saranno equiangoli, & quelli angoli contenuti di lati relatiui proportionali si approuano essere eguali, e pero li detti triangoli vengono a esser simili (per la diffinitione.) Essempi gratia siano li medesimi duoi triangoli. a b c. & d e f. della precedente, & ponimo, che la proportione del lato. a b. al lato d e. & del lato. a c. al lato. d f. sia si, come del lato b c. al lato. e f. Dico che in vn simil caso li detti duoi triangoli sarebbono equiangoli, & che l'angolo. a. sarebbe eguale al angolo. d. & l'angolo b. al angolo. e. & l'angolo. c. al angolo. f. laqual cosa con numeri malamente si puo praticalmente essemplificar, ma solamente con specolatiue argumentationi in Euclide si dimostra, e pero al pratico tal propositione bisogna supponere per vera.

24 ANchora Euclide nella decima ottaua propositione del suo sesto libro specolatiuamente dimostra. Se saranno duoi triangoli simili, la proportione dil'uno a l'altro é, come la proportione di qual lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

Per essemplificar questa propositione pigliaremo li dui triangoli. a b c. & d e f. simili, & supponeremo, che l'aria del triangolo. d e f. sia 100. & supponeremo anchora che il lato. b c. del triangolo. a b c. sia vn tanto, e mezzo del lato. e f. a lui relatiuo, cioe che sia in proportione sesquialtera, cioe come a 3. a 2. Dico in vn simil caso, che la proportione dell'aria del triangolo a b c. all'aria del triangolo. d e f. esser il doppio di vna sesquialtera, il doppio dellaqual sesquialtera (se ben ti aricordi del duplicare vna proportione) sara come di 9. a 4. (cioe come del quadrato di 3. al quadrato di 2. che sara come da 9. a 4. cioe vna dupla sesquiquarta, & per trouar l'aria del detto triangolo. a b c. diremo. Se 4. mi da 9. che mi dara 100. onde operando si trouaremo che ne dara 225. & tanto sara l'aria del triangolo. a b c. & questa propositione si verifica non solamente nelli triangoli simili, ma in tutte le figure rettilinee simile, & nelli cerchij, come che in altri luoghi dimostra Euclide per mezzo di triangoli simili.

Molte altre propositioni propone Euclide nel detto sesto sopra di triangoli simili, & altre, lequali parti per non potersi essemplificar per numero, & parte per esser alcune per dimostrar specolatiuamente altre propositioni, & parte habbiamo da parlar nella 5 parte, come suo piu cōdecente luogo, le habbiamo intralasciate, eccettuando la vltima, laquale per esser molto maneggiata da Ptolomeo nel Almagesto, & per esser molto vtile in assai belle questioni praticali di perspettiua, dellaqual in altro luogo ne parlaremo, mi é parso di narrarla in questo luogo, come di sotto vedi, anchor che con numeri non se la possi generalmente essemplificare.

25 EVclide nella vltima propositione del suo sesto libro specolatiuamente approua, & dimostra, se in cerchij eguali siano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione de gli angoli sara si, come la proportione de gli archi, che riceuano quelli angoli, & similmente li settori constituiti alli centri. Essempi gratia siano li duoi cerchij a b c. (il centro delqual sia. d.) & e f g. (il centro delqual sia. h.) eguali, sopra il centro di quali siano fatti li duoi angoli. b d c. & f h g. & sopra le circonferentie di medesimi siano fatti altri duoi angoli, quali siano. b a c. & f e g. Dico che la proportione di detti angoli, si di quelli, che sono sopra li centri, come di quelli, che sono sopra la circonferentia esser si, come quella del arco b c. all'arco. f g. & il medesimo sara del settor. b d c. al settor. f h g. cioe se per caso l'arco. b c. fusse doppio al arco. f g. l'angolo. b d c. sarebbe doppio al angolo. f h g. & similmente l'angolo. b a c. saria doppio al angolo. f e g. & similmente il settor. b d c. saria doppio al settore. f h g. il medesimo seguiria in ogni altra specie di proportioni, che l'arco. b c. fusse con l'arco. f g. Et nota che con questa propositione Ptolomeo numera la qualita, & quantita de gli angoli, perche questo ch'é stato detto di 2 cerchi eguali, molto meglio seguira in vn medesimo cerchio. Et perche Ptolomeo nel Almagesto diuide la circonferentia di ogni circolo celeste in 360 parti, lequal parti sono detti gradi, & perche facendo, ponimo l'angolo. a b c. sopra il centro. b. del cerchio. a d c. che sia retto, l'arco. a d c. veniria a esser la quarta parte della circonferentia, laqual quarta parte veniria a esser gradi 90. e per questa ragione se vn'angolo formato sopra il centro riceuera solamente vn'arco di quarantacinque gradi, tal angolo sara la mita di vn'angolo retto, & se ne riceuera solamente trenta gradi, tal angolo sara la terza parte di vn'angolo retto, & se riceuera sessanta gradi, saralli duoi terzi di vn'angolo retto, & cosi discorrendo proportionalmente, si nelli angoli ottusi, come nelli acuti, cioe se l'arco contenuto da vn'angolo sara gradi 120. tal angolo sara vn'angolo retto, & vn terzo di vn retto, cioe la proportione di tal angolo, al angolo retto sara, si come gradi 120. a 90. cioe si come da quattro a tre, ch'é sesquiterzia, & cosi discorrendo in ogni altra specie di proportione.

Ma de gli angoli fatti sopra la circonferentia, perche l'angolo fatto sopra la detta circonferentia nel mezo cerchio (per la 31 del terzo di Euclide) è retto, e pero l'arco che rietue quello viene a esser la mita della circonferentia, e per tanto, vien a esser gradi 180. & cosi vn'angolo cõposto sopra la circonferentia, che ricevesse solamente gradi 90. in tal caso tal angolo saria solamente la mita d'un'angolo retto, & quando ricevesse solamente gradi 45. saria vn quarto di vn'angolo retto, & cosi discorrendo proportionalmente, & questo e quello, che il detto Ptolomeo alle volte suppone l'angolo retto ricevere gradi 90. & alle volte suppone il detto angolo retto ricevere gradi 180 secondo che meglio gli viene in proposito. E pero bisogna in cio avertire, & con questa faremo fine a queste speculative diffinitioni, & propositioni del quinto, & sesto libro di Euclide alla pratica necessarie, & voglio, che intriamo in essa pratica cominciando prima delli triangoli, si come principal figura delle figure rettilinee, & prima delli retti angoli, & successivamente de gli altri.

Delli triangoli, & prima di rettangoli. Cap. II.

1 Euclide nella penultima del suo primo libro speculativamente dimostra, che in ogni triangolo rettangolo, il quadrato di quel lato, che è opposito al angolo retto (qual da greci è detto Hipotumissa) è sempre eguale alli quadrati de gli altri duoi lati gionti insieme. Essempi gratia sia il triangolo. a b g. rettangolo, & sia l'angolo b. il retto. Dico che il quadrato del lato. a g. (detto Hipotumissa) sara eguale alli quadrati del lato a b. & del lato. b g. insieme, cioe se per sorte il lato. a b. fusse 6. il quadrato del qual 6. faria 36 & che il lato. b g. fusse 8. il quadrato del quale faria 64. la summa di questi duoi quadrati, cioe 36. & 64. faria 100. hor dico che per la detta penultima del primo di Euclide, il quadrato del lato. a g. (che è opposito al angolo. b. retto) necessariamente saria 100. cioe quanto la summa de gli altri duoi lati, & se il quadrato del detto lato. a g. è 100. il simplice lato. a g. saria la radice di 100. che saria a ponto 10. si che sel lato a b. fusse 6. & il lato. b g. 8. il lato. a g. saria necessariamente 10. Questi tal numeri 6. e 8. & 10. si debbono intendere numeri di qualche specie di misura, cioe o di passi, o di pertiche, o di piedi, o di palmi, o di diti, o di grani, o di oncie, o di ponti, over di qualche altra misuretta formata con il compasso a nostro piacere, & questo che si ho detto di questa si debbe intendere in tutte quelle, che nel nostro processo si ha da dire, perche in questa quarta parte intendo di procedere nel dire, over nel parlare nella maggior parte, secondo che costuma il mathematico, cioe astratto da ogni materia sensibile, perche le questioni vengono a esser piu generali.

2 Ma se per caso il lato. a b. del soprascritto triangolo orthogonio, o vuoi dir rettangolo fusse 5. & il lato. b g. fusse 7. li quadrati di tai duoi lati l'uno faria 25. & l'altro 49. che gionti insieme farebbeno 74. & tanto farebbe il quadrato del lato. a g. che è opposito al angolo retto, ma perche il detto 74. non è numero quadrato seguita il detto lato. a g. esser la R 74. laqual radice non si puo dare precisamente per numero, ma solamente propinqua al vero, come sopra le estrattioni delle radici fu detto, ma in questa quarta parte non vsaremo di cauar, ne di rispondere per tal radice propinque, ma per radice sorde, come costuma il mathematico, ma pur se a te parera, in qualche questione naturale, over materiale di voler tal solution per numero propinquo al vero la potrai trovar per le regole date.

Correlario.

Dalla soprascritta Euclidiana propositione si manifesta, che per la notitia di qual si voglia duoi lati di vn triangolo rettangolo di tre lati inequali, sempre potemo ritrovare il terzo, & nelli detti triangoli rettangoli, che stano poi di duoi lati equali, per la notitia di vn sol lato di quello sempre potiamo trovar la quantita di ciascheduno de gli altri duoi, come con essempij consequentemente si fara manifesto.

3 Supponemmo adunque che del medesimo soprascritto triangolo. a b g. rettangolo, che ne sia noto il lato. a g. & il lato. a b. ponendo che il lato a g. sia 10. & il lato a b. sia 6. volendo per tal notitia trovar quanto sia l'altro lato. b g. quadraremo quel 10. fara 100. quadraremo anchora quel 6. fara 36. fatto questo sottraremo quel 36 di 100. & restara 64. & questo fara il quadrato del detto lato. b g. (per la detta propositione) onde il simplice lato. b g. verebbe a esser la radice di 64. che è 8. Il medesimo operaressi quando ti fusse noto solamente il lato. a g. esser 10. & il lato. b g. esser 8. & che per tal notitia volessi trovar la quantita del lato. a b. cioe tu quadraresti medesimamente il lato. a g. il qual quadrato farebbe 100. & similmente il lato. b g. che farebbe 64. & questo 64 tu lo cavaresti di

100. & ti restarebbe 36. per il quadrato del detto lato a b. onde il simplice lato a b. verrebbe a esser la radice di 36. ch'è 6. & tanto sarebbe il ricercato lato a b. vero è che nelle simili la maggior parte vengono irrationale, ma sotto meglio sappendi, doue potro m'ingegnaro di farle venire rationale, non dico tanto in questa materia quanto nelle altre.

4 SVpponiemmo anchor che sia il triangolo a b g. rettangolo, del quale li duoi lati a b. & b g. siano equali, & l'angolo. b. sia il retto, & supponemmo, che di detti tre lati del detto triangolo, ne sia noto solamente il lato a g. esser 10. hor volendo per tal notitia ritrouare la quantita di l'uno, & l'altro de gli altri duoi lati, quadraremo quel 10. fara 100. & questo diuideremo per mita, & ne venira 50. & cosi il quadrato di l'uno, & l'altro di detti duoi lati sarebbe 50. tal che l'uno, & l'altro venirebbe a essere radice 50. qual è irrationale, & in tutti questi tai triangoli rettangoli, di duoi lati equali se il lato, ch'è opposito al angolo retto sara rationale (com'è supposto in questa) necessariamente l'uno, & l'altro de gli altri duoi lati sara irrationale, come si vede, & se l'uno, & l'altro delli duoi lati equali sara supposto rationale, necessariamente il lato, che sara opposito al angolo retto sara irrationale, & tutto questo si dimostra sopra la nona del decimo di Euclide, perche ogni triangolo rettangolo di duoi lati equali, viene a esser la mita di vn quadrato, & il lato ch'è opposito a tal angolo retto viene a esser il diametro di tal quadrato, qual è sempre incommensurabile alla sua costa, come che nella detta propositione si dimostra.

5 ANchora sel sara vn triangolo rettangolo, & che si voglia trouar l'aria superficiale di quello basta a multiplicar la mita di l'uno di duoi lati, che contengono l'angolo retto sia tutto l'altro lato, & tal produtto sara l'aria superficiale del detto triangolo (per a 41. del primo di Euclide) vero è che si poria anchora multiplicare tutto l'uno di detti duoi lati, che contiene l'angolo retto, sia tutto l'altro, & di tal produtto pigliarne poi la mita, & tal mita sara l'aria superficiale di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo a b c. che habbia l'angolo b. retto, & sia il lato a b. 8. & b c. 6. volendo l'aria superficiale di tal triangolo, non mi accade in questo caso a saper quanto sia il lato a c. ma mi basta a saper solamente quanto sia la a b. & la b c. & perche se ben ti aricordi alle cose dette nella terza parte, lo lato a b. vien a esser perpendicolar sopra il lato b c. & il dutto della perpendicolare sia la mita della basa in ogni triangolo mi da l'aria del detto triangolo, adunque multiplicando quel 8. sia la mita di 6. (che è 3) fara 24. per l'aria del detto triangolo, il medesimo seguira multiplicando tutto lo. 8. sia tutto il 6. (che fara 48) & di tal produtto pigliarne la mita (che fara pur 24. com'è detto.)

6 ESsendone nota la superficie di vn triangolo rettangolo, & anchora vno di lati, che contiene l'angolo retto, & volendo per tal notitia trouar l'uno, & l'altro di duoi lati. Parti sempre la superficie di tal triangolo per quel lato, che ti è noto, & lo auenimento sara la mita dell'altro lato continente tal angolo retto, onde duplicandolo te dara l'altro secondo lato continente il detto angolo retto, e per tanto per la notitia poi di detti duoi lati (per le regole date di sopra) puoi trouar il terzo, cioe la hipotenussa, il medesimo ti venira, duplicando la superficie del detto triangolo, & partendo poi tal duplicamento, per quel lato, che ti è noto, lo auenimento sara il detto secondo lato. Essempi gratia ponemo che sia vn triangolo rettangolo, che la sua superficie sia 24. & l'uno di lati, che contiene l'angolo retto sia 6. hor se per tal notitia vorrai trouar quanto sia ciaschheduno de gli altri duoi lati, parti 24. per 6. ne vien 4. duplicalo fa 8. & tanto sara l'altro lato continente il detto angolo retto, onde per trouar la hipotenussa procedendo per le regole date di sopra, & trouarai quella esser R 100. cioe 10. anchora duplicando quel 24. fara 48. qual partendo per il detto 6. te ne venira 8. per il detto secondo lato.

7 SVpponendo qual si voglia numero dispari, per il menor lato di vn triangolo rettangolo, & volendo trouar duoi altri lati, che siano ambidui rationali di vn tal triangolo, orthogonio.

Quadra quel supposto menor lato, & di tal quadrato sempre cauane la vnita, & la mita del restante sara l'altro lato continente l'angolo retto, al qual giontoui la vnita ti dara la hipotenussa. Essempi gratia supponendo, che cinque sia il lato menor di vn triangolo rettangolo, volendo mo sopra di quel 5 trouar 2. altri lati, che siano rationali formatore il detto triangolo rettangolo quadra quel 5. fa 25. cauane 1. per regola ferma restara 24. pigliane la mita, che è 12. & questo sara il secondo lato continente l'angolo retto, al qual giontoui la vnita fara 13. & questo sara il terzo lato, cioe la hipotenussa, & con tal regola porrai trouar infiniti triangoli rettangoli di lati rationali. Ma piu che tai triangoli trouati con questa regola hauerano questa conditione, che sempre la hipotenussa sara solamente 1. piu del lato mezzano, perche se supponerai il detto menor lato esser 7. trouarai (per questa regola) il lato mezzano esser 24. & la hipottenussa 25. & cosi veniria in tutti.

8 Ma essendo astretto (per qualche effetto) a supponere il detto lato menore di vn triangolo rettangolo per vn numero paro, & volendo pur trouar duoi altri lati di vn tal triangolo, che siano rationali.

Piglia la mita di quel tal numero paro, & quadralo, & di tal quadrato cauane la vnita, & il restante sara il lato mezzano, alqual giontoui 2. per regola fermo, tal summa ti dara il maggior lato, cioe la hipotenussa. Essempi gratia supponendo, che 8. sia il menor lato di vn triangolo rettangolo, volendo mo saper trouar (con tal 8) duoi altri lati, che siano ambidui rationali, formante il detto triangolo rettangolo, piglia la mita di quel 8. ch'è 4. quadrata fara 16. cauane 1. per regola resta 15. per il lato mezzano, alqual giontoui 2. per regola fermo fara 17. & tanto sara il lato maggiore, cioe la hipotenussa, & con tal regola ne potrai trouare infiniti, & con le medesime conditioni.

Nota che con tu dure euidentie si poria formare di sottilissime questioni, che non hauendo notitia di queste sopra notate due regole saria cosa difficile a poterle risoluere, e pero notale bene.

Come si trouano le perpendicolari, & la superficie nelle altre specie di triangoli per la notitia sola di suoi lati.

9 Essendone noto li lati di vn triangolo equilatero, & volendo per tal notitia trouar la perpendicolare, & la superficie di quello, quadra l'uno di suoi lati, & di tal quadrato abbattene il quarto (come dimostra Euclide nella vndecima del suo decimoquarto libro) & la radice del restante sara la perpendicolare di tal triangolo, laqual multiplicandola fia la mita della basa (cioe fia l'un di lati del detto triangolo) il prodotto sara l'aria superficiale di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo equilatero, delquale ciascheduno lato è 10. hor volendo per tal notitia trouar la perpendicolare, & l'aria di tal triangolo, quadro il lato a c. fa 100. & di quello ne cauo il quadrato della mita della basa b. c. cioe il quadrato di d c. (che è 5) qual quadrato fara 25. (cioe sara il quarto di 100.) restara 75. & cosi la radice di 75. sara la perpendicolare a d. laqual multiplicandola per 5. (cioe per la mita della basa) fara R 1875. & tanto sara l'aria del detto triangolo, & nota che l'aria di vn tal triangolo equilatero, mai puo esser rationale, essendo li lati rationali, ma sempre tal aria sara superficie mediale, & questo dimostra Euclide nella duodecima del suo decimoquarto libro, egli è ben vero, che Boetio Seuerino, & Giorgio Valla propongono da inuestigare la superficie di vn triangolo equilatero (da lor detto isopleuro) qual è piedi 30 per lato per diuerse regole tolte da greci, concludendo ambidui l'aria di tal triangolo esser 390. ma tal sua conclusione è naturale, & non mathematica, cioe la è propinqua al vero, perche la detta superficie saria realmente R 151875. che è superficie mediale, come dice Euclide, perche la perpendicolare di tal triangolo, procedendo per li modi dati di sopra saria R 675. quala multiplicandola per 15 (mita della basa) fara (com'è detto) R 151875. ma questi greci hanno assignata, ouer tolta la perpendicolare di tal triangolo (qual è R 675) per radice propinqua, laqual radice propinqua (per le regole date al suo luogo) saria 26. onde multiplicandola per 15 (mita della basa) fara 390 (com'è detto) le altre due sue regole dependeno da questa, e pero tal sua conclusione (naturalmente parlando) saria buona (per non errare di cosa, che sia di momento) ma in quanto al mathematico saria falsa.

Boetio & Giorgio Valla

La seconda delle dette sue regole è questa, vogliono che si quadri quel 30. che fa 900. & di questo quadrato vogliono che per regola generale se ne pigli il terzo, & il $\frac{1}{10}$, & la summa di tal suo terzo, & $\frac{1}{10}$, naturalmente sara l'aria di tal triangolo. Essempi gratia il terzo di 900. è 300. & il $\frac{1}{10}$ del medesimo 900 saria 90. qual gionto con 300. fara 390. per l'aria di tal triangolo, com'è detto. Laqual regola nelle cose materiali, ouer naturalmente accadenti, non è da biasimare anchor che falsa sia, rispetto al mathematico, onde se con tal regola vorremo trouare rationalmente l'aria del sopradetto nostro proposito triangolo di 10. per faccia, ouer per lato, quadraremo 10. fara 100. & di questo 100. ne pigliaremo il terzo, che sara 33 $\frac{1}{3}$, & pigliaremo anchora il $\frac{1}{10}$ di 100. che sara 10. & questo summaremo con 33 $\frac{1}{3}$ fara 43 $\frac{1}{3}$, & tanto diremo esser la superficie di tal triangolo. Et da noi fu concluso tal superficie esser R 1875. onde cauando la radice propinqua di 1875. trouaremo esser 43 $\frac{13}{43}$, che saria circa 43 $\frac{1}{3}$, come per l'altra regola fu determinato.

10 Vn'altra regola adduce Boetio Seuerino di trouar l'aria de vno triangolo isopleuro, cioe equilatero (credo tolta da greci) qual vuol che si quadra il lato del detto triangolo, & a tal quadrato vuole che vi si aggionga la quantita del lato del detto triangolo, & di tal summa pigliarne la mita, & tal mita afferma esser l'aria di tal triangolo, & per essempio propone vn triangolo equilatero di piedi 28. per ciascheduno lato, & per trouare

Boetio

uare la sua aria vuol che il quadri 28. fa 784. alqual vuol che vi si aggionga il detto 28. (lato del triangolo) fara 812. & di questo vuol che se ne pigli la mita, che fara 406. & tanto conchiude esser l'aria del detto triangolo superficiale, & perche la detta conclusione è molto lontana dalla verita, come che per le altre sopranotate regole, come facilmente da se medesimo si puo conoscere, e pero da molti è stato imputato di errore, ma io pretendo di saluarlo. Dico adunque tal sua regola seruira per li numeri triangolari di quantita discreta, delliquali nella ottaua del quinto capo del primo libro della seconda parte ne fu dato figural essempio, cioe che sel sara vn numero triangolare, che per ciaschedun lato sia 28 vnita, tutte le dette vnita contenute in tal forma triangolare farano 406. come conchiude il detto Boetio, vero è che non è conueniente a dire, che tal triangolo sia piedi 28. per lato, perche con tal modo di dire afferma lui intendere tal triangolo di quantita continua, & non discreta, onde in questa parte si poteria dire lui hauer errato. Error di Boetio.

21 MA se per la notitia di vn numero triangolare vorrai trouar quante vnita sia per lato, multiplica tal numero triangolare per 8 (per regola ferma) & a tal produtto aggiongi sempre 1. (per regola) & di tal summa cauane la radice, & di tal radice cauane sempre 1. (per regola) & la mita del restante sara il numero del lato del detto triangolo. Essempi gratia se il numero triangolar fusse 406. & per tal notitia volendo trouar il numero di ciascun lato, multiplica il detto 406. per 8. fara 3248. aggiongeui 1. fara 3249. cauane la radice fara 57. cauane 1. restara 56. & la mita di 56. che fara 28. fara il lato del detto numero triangolare, questa è al contrario della precedente.

22 ESsendone noto li lati di vn triangolo di duoi lati eguali, & volendo trouar la perpendicolare, & la superficie di quello.

Quadraremo l'uno di duoi lati eguali, & di tal quadrato ne cauaremo il quadrato della mita del lato a lui non eguale, & la radice del rimanente sara la perpendicolare, che cascara sopra quel lato non eguale, onde multiplicando tal perpendicolare fia la mita della basa, ouer la mita della detta perpendicolare fia tutta la basa, & quel produtto sara la superficie di quel tal triangolo (per la 41 del primo di Euclide.) Essempi gratia sia il triangolo.d e f. che l'uno, & l'altro di duoi lati. d e. & d f. sia 10. & la basa. e f. sia 12. volendo per tal notitia trouare la perpendicolare. d g. quadraremo. d f. fara 100. & di questo 100. ne cauaremo il quadrato di. g f. (mita della basa) il qual quadrato sara 36. & restara 64. & la radice di 64. (qual è 8.) sara la detta perpendicolare, laqual perpendicolare multiplicando per 6. (cioe per la mita della basa) fara 48. per la superficie del detto triangolo, ch'è il proposito.

Come si conosce se un triangolo sia ossigonio, ouero ambligonio.

23 ESsendone noto li lati di vn triangolo di tre lati diuersi, & volendo per tal notitia trouar la perpendicolare, & la superficie di quello. Bisogna prima sapere, che tal perpendicolare molte volte non si puo far cascare sopra a qual lato ne pare, & questo interuiene quando, che il detto triangolo di tre lati diuersi è ambligonio, cioe che ha vno angolo ottuso, perche la perpendicolare volendola far cascar di dentro del triangolo, bisogna che tal perpendicolar si faccia partir dal angolo ottuso, & cascar sopra il lato opposito al detto angolo ottuso, perche la perpendicolare, che si parte di qual si voglia di duoi angoli acuti d'vn triangolo ambligonio sempre è necessario, che caschi di fuora del triangolo, come che per la duodecima del secondo di Euclide facilmente si puo dimostrare. Laqual cosa anchora nella terza del terzo capo del terzo libro della terza parte, naturalmente con l'instrumento del squadro fu fatto in parte manifesto, vero è che quella tal perpendicolare, che cascasse di fuora del detto triangolo ne seruiria per trouar la superficie di quel tal triangolo (come nel nostro processo praticalmente si fara manifesto. Ma quando che il detto triangolo di tre lati diuersi fusse ossigonio, cioe che ciaschedun delli tre angoli di quello fusse acuto, sopra qual si voglia lato di quello si potra far cascar la detta perpendicolare, come che sopra la decimaterza propositione del secondo di Euclide da noi è stato dimostrato, e pero mi par cosa conueniente, nanti che procediamo in tal materia, che mostriamo vna regola di saper conoscere praticalmente se vn proposto triangolo sia ambligonio, ouer amente ossigonio. Dico adunque quando che li quadrati di duoi menori lati d'vn triangolo insieme gionti saranno maggiori del quadrato dell'altro lato (cioe del maggiore) tal triangolo sara ossigonio, ma quando saranno menori tal triangolo sara ambligonio, & l'angolo contenuto dalli detti duoi lati sara l'ottuso. Ma quando che per sorte li quadrati delli detti duoi lati menori di vn triangolo gionti insieme, saranno equali al quadrato dell'altro lato, tal triangolo sara rettangolo (per la vltima del primo di Euclide) & l'angolo retto sara quello, che sara contenuto da quelli duoi lati, e pero l'vno di detti duoi lati viene a esser perpendicolare sopra

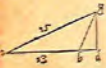
l'altro lato, e pero il dutto di l'uno fia la mita del'altro viene a esser la superficie del detto triangolo, come che anchor fu detto nella quinta del presente capo.

14 Or supponemmo che sia il triangolo a b g. delqual il lato a b. sia 13. a g. 15. & g b. 4. hor volendo per tal notitia trouar la perpendicolare, & anchora l'aria di tal triangolo, & perche li quadrati di duoi lati menori, cioe da 13. & di 4. liquali sono 169. & 16. gionti insieme fanno 185. che sarebbono meno del quadrato di 15. ch'è 225. tal triangolo sara ambligonio, & l'angolo. b. sara l'ottuso, adunque volendo che tal perpendicolare caschi di dentro di tal triangolo, bisogna farla cascar sopra il lato a g. & per trouar tal perpendicolare, bisogna prima trouar il ponto sopra la a g. doue cade tal perpendicolare, perche siamo certi per la penultima del primo di Euclide, che la non cade nel mezzo della basa si, come fu nel triangolo equilatero, & in questo di duoi lati equali, & questo trouaremo per la regola specolatiuamente dimostrata da Euclide sopra la decimaterza del suo secondo libro, cioe quadraremo l'uno, & l'altro di duoi lati a b. & a g. i quali duoi quadrati l'uno sara 169. & l'altro 225. & li summaremo insieme, & saranno 394. & di questo 394. ne cauaremo il quadrato dell'altro lato, che sara 16. restara 378. & questo partiremo per il doppio della basa a g. che sara 30. & ne venira $12\frac{3}{5}$, & cosi tal ponto del cadimento sara lontano dal ponto a. $12\frac{3}{5}$, qual pongo che sia il ponto. d. onde venira a esser lontano dal ponto g. $2\frac{2}{5}$, trouato questo ponto. d. facil cosa sara a trouar la detta perpendicolare b d. perche cauando il quadrato di a d. del quadrato di a b. la radice del rimanente sara la detta perpendicolare b d. il medesimo seguira cauando il quadrato di. d g. del quadrato di b g. la radice del rimanente sara medesimamente la detta perpendicolare, per maneggiar adunque menori numeri, quadraremo la. d g. ch'è $2\frac{2}{5}$ fara $5\frac{19}{25}$, quadraremo anchor. b g. ch'è 4. fara 16. delqual ne cauaremo $5\frac{19}{25}$, restara $10\frac{6}{25}$, et la radice di $10\frac{6}{25}$, che è $3\frac{1}{5}$ sara la detta perpendicolare b d. volendo mo saper l'aria del detto triangolo multiplicarai la detta perpendicolare b d. per la mita della basa, ouer tutta la basa fia la mita della perpendicolare, ma per fuggir rotti multiplicaremo tutta la perpendicolare fia tutta la basa, & di tal produtto ne pigliaremo la mita, multiplicando adunque $3\frac{1}{5}$ fia 15. fara 48. & la mita di 48. ch'è 24. sara l'aria di tal triangolo.

Anchora per altre regole della sopra notata si poria ritrouare il ponto d. doue cader debba la detta perpendicolare b d. dellequali questa n'è vna, aggiongi insieme li duoi lati a b. & g b. che formano l'angolo. b. faranno in summa 17. pigliane la mita, che sara $8\frac{1}{2}$, & questo $8\frac{1}{2}$, multiplica per la differentia, ch'è da l'uno di detti duoi lati al detto $8\frac{1}{2}$, che sara $4\frac{1}{2}$ fara $38\frac{1}{4}$, & questo diuidi per la mita della basa, ch'è $7\frac{1}{2}$, & te ne venira $5\frac{1}{10}$, & questo aggionto alla mita della basa, cioe a $7\frac{1}{2}$ fara $12\frac{3}{5}$, & tanto lontano dal angolo. a. cadera la detta perpendicolar b d. come per l'altro modo fu anchora trouato, ouer trattil detto $5\frac{1}{10}$ della mita della basa, cioe da $7\frac{1}{2}$ restara $2\frac{2}{5}$, & tanto lontano dal angolo. g. cadera la detta perpendicolare b d. si come che anchora per l'altra regola fu determinato, nódimeno la prima regola tolta da Euclide è la piu sicura.

Anchora per quest'altro modo si puo trouar il detto ponto del cadimento di tal perpendicolare, caua il quadrato del menor lato continente l'angolo. b. dal quadrato del maggiore, cioe caua 16. da 169. resta 153. & tal resto parti per la basa, cioe per 15. & ne vien $10\frac{1}{5}$, qual gionto alla basa fara $25\frac{1}{5}$, delliquali la mita è $12\frac{3}{5}$ per la distantia del detto ponto. d. dal detto angolo. a. come per le altre due regole fu anchor trouato, per trouar poi la ricercata perpendicolare procederai, come nella prima regola fu fatto.

Donde procedano questi duoi vltimi modi di trouar tal ponto del cadimento si dimostrara nella ventesima prima, & ventesima seconda.



15 Sia anchora il medesimo triangolo. a b g. ambligonio, che l'angolo. b. sia l'ottuso, & sia per il lato a g. 15. a b. 13. & b g. 4. hor volendo per tal notitia trouar la perpendicolare cascante dal angolo. g. sopra il lato a b. & anchora per tal perpendicolare trouar l'aria di tal triangolo.

Dico come fu detto nella precedente, ch'egli è impossibile, che tal perpendicolare caschi di dentro del triangolo, anzi è necessario, che quella caschi di fuora per volendo trouare tal perpendicolare cascante di fuora, bisogna prima trouar il ponto sopra la linea. a b. in diretto protratta dalla parte. b. dou'è l'angolo ottuso, onde per trouar tal ponto, bisogna procedere per quella regola specolatiuamente data da Euclide nella duodecima propositione del suo secondo libro, cioe quadraremo il lato. a g. il qual quadrato sara 225. & di questo ne cauaremo la summa di duoi quadrati de gli altri duoi lati, delliquali l'uno fara 169. & l'altro 16. la cui summa sara 185. sottrando adunque 185. da 225. restara 40. & questo 40. lo partiremo per il doppio della linea, cioe la. a b. il qual doppio sara 26. partendo adunque 40. per 26. ne venira $1\frac{7}{13}$, et cosi il detto ponto

del

del cadimento sara in diretto lontano dal ponto b. $1\frac{7}{13}$, qual sia il ponto d. di fuora del detto triangolo, hor trouato tal ponto d. facil sara di saper quanto sia la perpendicolar g d. perche se del quad. del lato g b. che sara 16. ne cauaremo il quadrato di b d. cioe il quad. di $1\frac{7}{13}$, che sara $2\frac{62}{169}$ la radice del restante sara la ricercata perpendicolar g d. cauando adunq; $2\frac{62}{169}$ da 16. restara $13\frac{107}{169}$, & la radice di $13\frac{107}{169}$ (che sara $3\frac{9}{13}$) sara la detta perpendicolare g d. hor volendo con tal perpendicolare trouar l'aria del detto triangolo, procederemo secondo l'ordine di quelle, che cascano di dentro, cioe multiplicaremo la detta perpendicolare g d. fia la mita della basa a b. cioe del lato a b. ouer multiplicar tutto il lato a b. fia la mita della perpendicolare a d. ma per fuggir rotti multiplicaremo tutta la detta perpendicolare g d. fia tutto il lato a b. & di tal produtto ne pigliaremo la mita, laqual mita sara la superficie del detto triangolo, multiplicando adunque $3\frac{9}{13}$ fia 13. fara 48. & cosi la mita di 48. che sara 24. sara la ricercata superficie del detto triangolo ambligonio, che e il proposito.

Nota che con la medesima regola tu potresti trouar la detta perpendicolare cascante dal angolo a. sopra del lato g b. in diretto protratto dalla parte, ouer dalla banda del b. & con tal perpendicolare trouar la superficie di tal triangolo.

25 Sia anchora il triangolo a b c. di tre lati diuersi, ma ossigonio, che il lato a b. sia 13. b c. 14. & a c. 15. che se ne farai la isperienza, cioe summando li quadrati di 13. & di 14. trouarai tal summa esser maggiore del quadrato del lato a c. e pero e ossigonio. Hor volendo con tal notitia trouar la perpendicolare, & l'aria di tal triangolo, in questo caso, la detta perpendicolare facendola cascar da qual si voglia angolo sopra il lato a quel opposito sempre cadera di dentro del triangolo. Ma accio che tal nostra operatione venghi senza rotti voglio che la facciamo cascare sopra il lato b c. che cosi hanno costumato li nostri antichi geometrici, accio la operatione venghi piu piaceuole, & meglio intesa. Et per tanto volendo trouar la detta perpendicolare cascante dal angolo a. sopra il lato b c. bisogna prima trouar il ponto sopra il detto lato b c. doue tal perpendicolare ha da cascare, onde per trouar tal ponto bisogna per procedere per quella regola specolatiuamente data da Euclide nella decimaterza propositione del suo secondo libro, cioe summaremo li quadrati delli duoi lati a b. & b c. delli quali quadrati l'uno sara 169. & l'altro 196. la cui summa sara 365. & di questa summa ne cauaremo il quadrato dell'altro lato a c. (che sara 225) restara 140. & questo 140. lo partiremo per il doppio della basa b c. il qual doppio sara 28. partendo adunque 140 per 28. ne venira 5. & cosi il ponto di tal cadimento (qual sia d.) sara lontano dal angolo b. 5. onde veniria a esser lontano dal ponto c. 9. hor che trouato habbiamo il detto ponto d. facil sara (per le regole date sopra il triangolo rettangolo) di trouar la detta perpendicolare. a d. perche se dal quadrato del lato a b. ne sottraremo il quadrato della b d. la radice del rimanente sara la detta perpendicolare. a d. ouer se dal quadrato del lato a c. ne cauaremo il quadrato della d c. la radice del rimanente sara medesimamente la detta perpendicolare. a d. ma per maneggiar menor numeri trouaremo il quadrato del lato a b. (che sara 169) & di quello ne cauaremo il quadrato della b d. (che sara 25.) restara 144. & la radice di 144. (che sara 12) sara la ricercata perpendicolare a d. Il medesimo seguira se dal quadrato della a c. (che sara 225) ne cauaremo il quadrato della d c. (che sara 81) restara pur 144. & cosi la radice di 144 (che e pur 12) sara la detta perpendicolare a d. volendo mo trouare l'aria del detto triangolo procedendo secondo l'ordinario, cioe multiplicando la perpendicolare fia la mita della basa trouarai che fara 84. & tanto sara la superficie del detto triangolo, che e il proposito.

Nota che il ponto d. tu lo potresti trouare, summando li quadrati di duoi lati a c. & c b. che l'uno sara 225. & l'altro 196. la cui summa sara 421. & di questo cauarne il quadrato del lato a b. che sara 169. restara 252. & questo partirai per il doppio del lato b c. cioe per 28. ne venira 9. & cosi il detto ponto d. sara 9. lontano dal angolo c. come per l'altro modo, & 5. dal ponto b.

26 ANchora se ti parelle nel medesimo triangolo a b c. di voler trouar la perpendicolare cascante dal angolo b. sopra del lato a c. con il medesimo ordine la poi trouare, ma la operatione non sara cosi piaceuole, perche la ti condura in numeri rotti, perche la summa di quadrati di duoi lati b c. & c a. venira a esser 421. della qual summa cauandone il quadrato del lato b a. che sara 169. restara 252. quali partendo per il doppio del lato a c. (il qual doppio sara 30) ne venira $8\frac{2}{5}$, & cosi il ponto del cadimento sara lontano dal angolo c. (sopra la c a.) $8\frac{2}{5}$, onde quadrando questo $8\frac{2}{5}$ fara $70\frac{14}{25}$, qual sotratto dal quadrato di c b. (che sara 169) restara $125\frac{11}{25}$, & cosi la radice di $125\frac{11}{25}$, che si trouara esser $11\frac{1}{5}$ sara la detta perpendicolare cascante dal detto angolo b. sopra il detto lato c a. volendo poi con quella trouar la superficie di tal triangolo, multiplicaremo tutta la detta perpendicolar (cioe quel $11\frac{1}{5}$)

fia tutto il lato.e a. ch'è 13. fara 168. & cosi la mita de 168. ch'è 84. fara la ricercata superficie di tal triangolo, si come che con l'altra perpendicolare fu anchora ritrouato, ch'è il proposito, & cosi con tal regola, parendoti potrai trouare la perpendicolare cascante dal angolo.c. sopra il lato.a b. & con quella trouar anchora la superficie di tal triangolo, laqual superficie trouarai per essere 84. si, come per gli altri duoi modi habbiamo trouato. Et se ti paresse per esercitarti di voler trouar il ponto.d. per l'uno, & l'altro di quelli altri duoi modi dati sopra la decimanona lo puoi fare, & te ne essorto per farti pratico.

17 Perche el non s'intende, che vno sappia vna cosa sel non intende la causa di quella, pero per satisfare a quelli, che non hanno studiato la 41 del primo libro di Euclide, voglio in questo luogo dimostrar la causa, che il dutto della perpendicolar nella mita della basa, in qual si voglia specie di triangolo produce la superficie di tal triangolo, & similmente il dutto di tutta la basa nella mita della perpendicolare, & similmente il dutto di tutta la basa in tutta la perpendicolare, & di quello pigliarne la mita. Sia adunque il triangolo d e f. che l'uno, & l'altro delli duoi d e. & d f. sia 10. & la basa e f. sia 12. & la perpendicolar. d g. sia 8. Per dimostrare (parte speculatiuamente, & parte praticalmente) che il rettangolo fatto, ouer contenuto sotto della perpendicolare.d g. & della mita della basa (cioe della.g f.) sia eguale al detto triangolo, formaremo sopra della. d g. & della. g f. il parallelogrammo rettangolo.d g f h. il quale vengono a esser diuiso dalla linea.d f. per mita (per la trentesimaquarta del primo di Euclide) talche il triangolo.d h f. vien a esser eguale al triangolo.d g f. & perche il triangolo.d g e. é eguale (per la 38 del primo libro di Euclide) seguita per communa scientia, che il triangolo d h f. sia eguale al triangolo.d g e. e pero tutto il triangolo.d e f. vien a esser eguale a tutto il detto rettangolo.d g f h. & perche il detto rettangolo.d g f h. é longo 8 (cioe quanto é longa la perpendicolar.d g.) & largo 6. cioe tanto quanto é la.g f. (mita della basa) onde l'aria del detto rettangolo (per le ragioni piu volte dette) vien a esser 48. e per tanto l'aria del detto triangolo vien a esser medesimamente 48. ch'è il proposito.

18 Sia anchora il triangolo.a b c. di duoi lati.a b. a c. eguali, & la perpendicolare sia la.a d. per dimostrare che il rettangolo contenuto sotto di tutta la basa.b c. & della mita della perpendicolare.a d. sia eguale al detto triangolo.a b c. Sopra la detta basa.b c. sia fatto il rettangolo.b c x y. che la larghezza sia eguale alla mita della perpendicolare.a d. laqual mita sia la.d t. hor dico il detto rettangolo.b c x y. esser eguale al detto triangolo a b c. perche li duoi triangoli.b x u. & c y z. che sono fuora del primo triangolo.a b c. sono eguali alli duoi triangoli.a u t. & a z t. ciascheduno al suo relatiuo, & questo in fine dimostraremo, se adunque il triangolo.b x u. é eguale al triangolo.a u t. & il triangolo.z y c. al triangolo.a z t. seguita che li detti duoi triangoli.b x u. & c y z. (che sono fuora del detto triangolo.a b c.) sono eguali al triangolo.a u t. che é fuora del rettangolo.b c x y. seguita adunque per commune scientia, che tutto il triangolo.a b c. sia eguale al detto rettangolo.b c x y. ch'è il proposito.

Che il triangolo.b x u. sia eguale al triangolo.a u t. si dimostrara in questo modo, perche la linea b x. é equidistante alla linea.a d. (per esser l'una, & l'altra perpendicolare sopra la.b c.) seguita che li duoi angoli coalterni.x b u. & u a t. (per la 29 del primo libro di Euclide) saranno eguali, & per la medesima l'angolo.b x u. del triangolo.b x u. sara eguale al angolo.a t u. del triangolo a t u. seguita adunque (per la 32 del primo libro di Euclide) li detti duoi triangoli.a t u. & u x b. saranno equiangoli, onde (per la quarta del sesto libro di Euclide) saranno simili, & de lati proportionali, & perche.b x. é eguale al.t d. & similmente il lato.a t. é medesimamente eguale alla detta.t d. (per esser la mita della perpendicolare) seguita adunque che gli altri lati di l'uno sono eguali a gli altri lati dell'altro ciascheduno al suo relatiuo, cioe il lato.x u. sara eguale al.u t. & il lato.b u. sara eguale al lato.u a. e pero li detti duoi triangoli saranno eguali, & per le medesime ragioni, il triangolo.z y c. sara eguale al triangolo.a t z. che é il proposito.

Anchora piu breuemente si puo dimostrare dicendo, l'angolo.a u t. é eguale al angolo.b u x. contraposito (per la decimaquinta del primo libro di Euclide) & similmente l'angolo.a t u. é eguale al angolo.x. per esser retti, & il lato.a u. di l'uno é eguale al lato.u b. dell'altro (per la 29 del primo libro di Euclide) onde per la 26 del detto saranno eguale.

19 Sia anchora il triangolo.a b c. di tre diuersi lati, che il lato.a b. é 13. & b c. 14. & a c. 15. & la perpendicolare.a d. 12.

Per dimostrare che il dutto della mita della perpendicolar.a d. in tutta la basa.b c. sia eguale al detto triangolo.a b c. procederemo medesimamente, si come nella precedente, cioe sopra la basa.b c. descriueremo il rettangolo.b c f g. che la larghezza.b f. sia 6. cioe la mita della perpendicolar.a d. qual mita sia la.d e. dico il detto rettangolo esser eguale al detto

triangolo

triangolo.a b e.perche il triangolo.b f h. (per le ragioni di sopra adutte, sara eguale al triangolo a b e.e pero il rettangolo.b d f e.sara eguale al triangolo.a b d. & per le medesime ragioni si di mostrara il rettangolo.d c e g.esser eguale al triangolo.a d c.e pero seguira (per commune scien tia)che tutto il rettangolo.b c f g.sia eguale a tutto il detto triangolo.a b c.ch'e il proposito.

Come che senza investigare la perpendicolare, li triangoli si possono misurare.

20 Anchora li triangoli, senza trouar il suo catheto, ouer perpendicolare si possono misurar, solamente che s'habbia notitia di suoi lati. Et questo si fa in questa forma. Summa insieme le quantita di suoi tre lati, & di tal summa piglia ne la mita, & di tal mita cauane ciaschedun lato, cioe a vno per vno, & li tre resti multiplicarai l'uno fia l'altro, & quel produtto fia l'altro, & questo secondo produtto multiplicarai per quella mita della summa di lati, & la radice di questo terzo produtto sara l'aria del detto triangolo. Essempi gratia sia il medesimo triangolo.a b c.che il lato.a b.e 13.b c.14.& a c.15.hor volendo per tal notitia trouar la superficie di tal triangolo, senza star a ricercare la sua perpendicolare, summa insieme li detti tre lati, cioe 13.14.& 15.faranno 42.pigliane la mita, ch'e 21.hor troua le tre differentie, ch'e da ciaschedun lato al detto 21.che trouarai che da 13.a 21.esser 8.& da 14.a 21.esser 7.& da 15.a 21.esser 6.hor multiplica le dette differentie dicendo 8 fia 7.fa 56.& 6 fia 56.fa 336.& questo secondo produtto multiplica per quel 21.(cioe per la mita della summa di tre lati)fara 7056.& cosi la radice di questo 7056.(che e 84) sara la superficie del detto triangolo, si come che con la perpendicolare fu anchor trouato, & questa regola ti seruira in ogni specie di triangolo. Essempi gratia se'l fusse vn triangolo di duoi lati eguali, delliquali l'uno, & l'altro fusse 6.& la basa fusse 4.& volendo trouare quanto sia l'aria superficiale di quello, per questa regola, summa tutti li 3 lati insieme, & faranno 16.pigliane la mita, ch'e 8.& di questo 8.cauane ciascuno di 3 lati a vno per vno, & trouarai che li 3 restanti saranno 2.& 2.& 4.i quali 3 resti multiplicati l'uno fia l'altro, & quel produtto fia l'altro, trouarai che faranno 16.il qual 16.multiplicandolo per quella mita della summa di 3 lati, che fu che fu 8.fara 128.& cosi la R 128.sara l'aria del detto triangolo, & se per certificarti naturalmente che cosi sia lo potrai far per la regola data per via della perpendicolare, il che facendo trouarai, che la perpendicolar di tal triangolo sara R 32.& l'aria sua sara medesimamente R 128.come di sopra, e pero sta bene.

Come si dimostra la causa della soprascritta regola.

21 Per satisfare alle persone speculatiue voglio che dimostriamo la causa propinqua della sopra notata regola di trouar l'aria di vn triangolo senza trouarla sua perpendicolare, & per venir a questo. Sia il triangolo.a b g. & (per la nona del primo di Euclide) diuideremo li duoi angoli.b. & g.in due parti eguali con le due linee.b t.& g t.& dal ponto t.siano tirate le perpendicolari(per la duodecima del primo di Euclide) t e.t h.t z.sopra a ciascun lato, & sia tirata anchora la.a t.hor perche l'angolo e b g.& t z g.e retto, adunque sono eguali, & l'angolo t g h.e eguale al angolo.t g z. (per esser ciaschedun la mita di tutto l'angolo.h g z.)Seguita adunque(per la 32 del primo di Euclide)l'angolo.g t z.esser eguale al angolo.g t h.adunque il triangolo.z t g.e eguale al triangolo.g t h.& perche il lato.g t o.e commune, gli altri lati de l'uno sono eguali a gli altri lati dell'altro, cioe il lato.t h.al lato.t z.& il lato h g.al lato.g z.& per le medesime ragioni la linea.b h.sara eguale alla b e.& il triangolo.t b h.sara eguale al triangolo.t e b.& perche l'una, & l'altra delle due linee.t e.& t z.e eguale alla linea t h(per commune scientia)saranno anchora fra loro eguali, e pero la linea.t e.e eguale alla linea t z.& la linea.t a.e commune alli duoi triangoli.t a e.& t a z.& per tanto li duoi lati.t e.& t a del triangolo.t e a.sono eguali alli duoi lati.t z.& t a del triangolo.t a z.& l'angolo.a e t.a l'angolo a z t.e eguale, & il lato a t.e commune, e pero (per la 26.del primo di Euclide) li tre lati del triangolo.t a z.sono eguali alli tre lati del triangolo.t a e.ciascuno al suo relatiuo, & sono anchora equiangoli, & per tanto il lato.a z.sara eguale al lato.a e.

Per esser adunque eguale la linea.a z.alla linea a e.si aggiongeremo a l'una, & l'altra la linea e b.sara tutta la linea.a b.eguale alle due linee.a z.& e b.ma perche la b h.e eguale alla detta b e.seguira che tutta la.a b.sia eguale alle due linee.a z.& b h.Et perche la linea.z g.e eguale alla linea.g h.seguira che le due linee.a g.& b g.siano eguali alle due a b.& g h.perche di sopra e stato dimostrato, che tutta la.a b.e eguale alle due linee.a z.& b h.& la g z.e quanto la g h.E pero giongendo alla.a b la g h.& alle altre a z.& b h.la g z.per commune scientia)seguita, che tutta la a g.insieme con la.b h.siano eguali a tutta la.a b.insieme con la g h.(com'e detto)e pero la.a g.insieme con la b h.

vengono a esser la mita di tutti tre li lati del detto triangolo.a b g.& l'altra mita vien a esser la linea.a b.insieme con la.g h.hor se della.a g.& b h.(mita di lati)ne cauaremo il lato.a g.restara la b h.e pero la detta.b h.ouer la b e.viene a esser la differentia, che è dal lato.a g.alla mita di lati, & cosi per le medesime ragioni la.g h.ouer.g z.venira a esser la differentia, ch'è dal lato.a b.alla detta mita di lati del detto triangolo.a b g.& finalmente la a e.ouer.a z.vien a esser la differentia del lato.b g.alla detta mita di lati.E pero si manifesta, che le due linee.a b.& g h.non solamente sono la mita di lati del detto triangolo.a b g.ma anchora sono eguale alla summa delle tre differentie, che è da ciaschedun lato alla mita di lati, & il medesimo seguita delle due linee.a g.& b h.cioe che sono non solamente la mita di lati del detto triangolo, ma sono anchora eguali alla summa delle dette tre differentie, hor siano protratte le due linee.a b.& a g.in diretto per fino al ponto l.& al ponto.m.talmente che la.b l.sia eguale alla.g h.& che la.g m.sia eguale alla.b h.E pertanto tutta la linea.a l.sia eguale alla mita di lati del triangolo, & similmente eguale alle tre differentie di ciaschedun lato alla detta mita di lati, il medesimo seguita della linea.a m.Hor sia produtta la.a e per fino al ponto.k.doue concorreranno le due linee.m k.& l k.tirate ad angoli retti sopra le due linee.a l.& a m.nelli duoi ponti l.& m.lequali due linee l k.& m k.è necessario, che concorrino in vno medesimo ponto sopra linea.a e k.perche le due linee a l.& a k.sono eguali alle due.a k.& a m.& l'angolo.l a k.è eguale al angolo.m a k(perche è diuiso in due parti eguali)onde il lato.l k.è eguale(per la quarta del primo di Euclide)& gli altri lati, & angoli sono fra loro eguali, hor sia segato dalla linea.b g.la linea.b n.eguale alla.b l.& siano tirate linee.n k.k b.& k g.& perche.g h.è lo auanzo della mita di lati del triangolo.a b g.al lato.a b.è eguale al.b n.cioe al.b l.seguita adunque che.g n.sia eguale al.g m.cioe al.b h.Onde perche li duoi triangoli.g m k.& b l k.sono rettangoli, il quadrato della linea.k g.è eguale alli duoi quadrati delli duoi lati.g m.& m k.(per la penultima del primo di Euclide)& similmente il quadrato della.b k.è eguale alli quadrati delli duoi lati.b l.& l k.cioe del.k l.& del.b n.Ma il quadrato della.l k.è eguale al quadrato della.k m.E pertanto quanto che il quadrato della linea.k g.soprabonda il quadrato della linea.k b.tanto il quadrato della.n g.soprabonda il quadrato della n b.per il che la linea.k n.viene a esser perpendicolare sopra la linea.b g.Et se per lo auersario negasse che la vi sia perpendicolare, poniamo se possibil è, che la sia la.k o.hor perche il quadrato della.k g.soprabonda, o vuoi dir auanza il quadrato della.k b.maggior sara adunque k g.della.k b.& sel.k o.è perpendicolare auanzara il quadrato del.g k.il quadrato della b k.quanto che il quadrato della.g o.auanza il quadrato della.b o.& noi habbiamo dimostrato, che il quadrato della.g k.auanza il quadrato della.b k.quanto che lo quadrato della.g n.auanza il quadrato della.b n.Adunque seguiria, che.o b.& n b.fussero eguali, & similmente la.g n.saria eguale alla.g o.il che è impossibile, che la parte sia eguale a suo tutto, seguita adunque che la.k n.sia perpendicolare sopra la.b g.Dico anchora che la.k n.è eguale alla.k l.perche la.k b.è lato commune fra quelli duoi triangoli rettangoli.k l b.& k n b.& b n.& b l.sono eguali, e pero seguita.k n.& k l.esser eguali, & perche gli angoli.k n b.& k l b.sono retti rimarranno gli angoli.n b l.& l k n.eguali a duoi angoli retti, ma gli angoli.e b n.& n b l.sono similmente eguali a duoi angoli retti(per la decimaterza del primo libro di Euclide)seguita adunque l'angolo.e b n.essere eguale al angolo.l k n.& l'angolo.l k b.è la mita del angolo l k n.perche la linea.k b.diuide li duoi triangoli eguali.Adunque l'angolo.e b z.(che è la mita del angolo.e b n.)è eguale al angolo.l k b.& l'angolo.e.è retto, che è eguale al angolo l.retto.Adunque l'angolo.e t b.è eguale al angolo.l b k.Seguita adunque il triangolo.k b l.esser simile al triangolo.b t e.Adunque la proportione del.k l.al l b.sara come la proportione del b e.al e t.multiplicando adunque.k l.in.e t.sara quanto.l b.in.b e.ma la proportione del quadrato del.e t.a quello che vien fatto del.e t.& in.k l.è come la proportione del.e t.al.l k.(per la prima del sesto di Euclide)& la proportione del.e t.al.l k.è come del.a e.al.a l.(per la seconda del sesto di Euclide)imperoche.t e.& l k.sono equidistanti, adunque la proportione del.a e.al.a l.è come la proportione del quadrato del.e t.a quello che vien fatto del.e t.in.k l.& quello che vien fatto del.e t.in.k l.è eguale al dutto del.e b.in.b l.

La proportione adunque del.a e.al.a l.è come la proportione del quadrato del.e t.al dutto del.e b.in.b l.multiplicato adunque il quadrato del.e t.in.a l.è come multiplicare.a e.nel produtto del b e.in.b l.(perche tal produtto è eguale al produtto del.e t.in.k l.)Et la multiplicatione del quadrato del.e t.nel quadrato del.a l.è come la multiplicatione del.a e.nel produtto del.e b.in b l.& quello che fa in.a l.Ma la multiplicatione del quadrato del.e t.nel quadrato del.a l.è come il quadrato della superficie del triangolo.a b g.come in fine dimostraremo.

Dalle qual cose seguita, che la multiplicatione della.a e.(che è la differentia della mita di lati del triangolo.a b g.al lato.b g.)nella.e b.(che è la differentia della detta mita di lati del detto triangolo

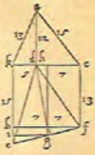
gol

golo. a b g.) al lato. a g. & quello che fanno multiplicato in la. b l. (che è la differentia della mita di lati del triangolo. a b g. al lato. b a.) & tal produtto multiplicato poi nella. a l. (che è la mita di lati del triangolo. a b g.) farà il quadrato dell'aria del detto triangolo. a b g. che farà il nostro proposito.

A dimostrare, che a multiplicare il quadrato del. e c. nel quadrato del. a l. facci il quadrato della superficie del triangolo. a b g. procederemo in questo modo. Perche il triangolo. a b g. è risolto in tre triangoli dal ponto. e. liquali sono. a e b. b e g. & a e g. le perpendicolari di detti tre triangoli, liquali sono. e c. e z. & e h. di sopra fu provato, che erano fra loro eguali, adunque multiplicato la. e c. nella mita della basa. a b. farà l'aria del triangolo. a e b. similmente multiplicato la. e h. (cioe la. e c.) nella mita della basa. g b. farà l'aria del triangolo. b e g. & anchora multiplicato la. e z. (cioe e c.) nella mita della. a g. farà l'aria del triangolo. a e g. onde multiplicato. e c. nella mita di lati del triangolo. a b g. farà l'aria del triangolo. a b g. Onde multiplicato il quadrato della. e c. nel quadrato della. a l. farà il quadrato de l'aria del detto triangolo. a b g. che è il proposito.

Come si dimostra quel secondo modo dato sopra la decimaterza per trovar il ponto doue cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diversi.

22 PErche Euclide nella duodecima, & decimaterza propositione del suo secondo libro dimostra quel primo modo dato sopra la decimaterza di questo capo, & replicato nella decimaquinta, per trovar il ponto, doue cade la perpendicolare nelli triangoli di lati diversi, superfluo saria a replicar tal sua dimostratione in questo luogo. Ma solamente dimostraremo donde proceda quell'altro secondo adutto in fine della detta 13 di questo capo. Ma per ridur la dimostratione, & la operatione piu amena, supponeremo il triangolo. a b c. che il lato. a b. è 13. b c. 14 & a c. 15. che per trovar il ponto sopra la. b c. doue cader debba la perpendicolare. a d. (per il detto secondo modo) aggiongeremo insieme li duoi lati. a b. & a c. (continente l'angolo, doue si ha da partire la detta perpendicolare) faranno 28. & di questo ne pigliaremo la mita, che è 14. & questo multiplicaremo per la differentia, che è di l'uno di detti duoi lati a questo 14. (che in questo caso è 1.) farà pur 14. & questo dividendo per la mita della basa b c. laqual mita sarà sette, partendo adunque 14. per 7. ne venira 2. Hor questo 2. gionto alla mita della basa. b c. ne notificara la distantia di tal ponto. d. dal angolo. c. & sotratto il detto 2. dalla mita di detta basa. b c. ne restara la distantia di tal ponto. d. dal angolo. b. & perche la mita di tal basa è sette, al qual 7 giontovi il detto 2 farà 9. & così il detto ponto. d. cadera 9. lontano dal ponto. c. & così cavando il detto 2. del detto 7. restara 5. per la distantia del. d. al. b. come che per il primo modo nella decimaquinta fu anchor trovato.



Per dimostrar mo donde proceda tal regola, dalli duoi ponti. b. & c. siano tirate le due linee. b e. & c f. ad angoli retti con la basa. b c. & sia fatta la. e b. eguale al lato. a c. (qual è 15.) & la. c f. sia fatta eguale al lato. a b. ch'è 13. & siano tirate linee. f d. f e. & e d. & sia divisa la linea. e f. in due parti eguali in ponto. g. & dal ponto. g. sia tirata la linea. g h. equidistante alla linea. c f. over. b e. & dal ponto. f. sia tirata la linea. f i k. equidistante alla linea. b c. Anchor dal ponto. g. sia tirata la linea. g l. equidistante, & eguale alla linea. k i. Hor perche li duoi triangoli. a d c. & a d b. sono rettangoli (perche l'angolo. d. di l'uno, & dell'altro di quelli è retto) il quadrato del lato. a c. è eguale alli 2 quadrati delli 2 lati. a d. & d c. (per la penultima del primo di Euclide) & similmente il quadrato del lato. a b. è medesimamente eguale alli quadrati delli duoi lati. a d. & d b. Doue se communemente traremo, over sotraremo da l'una, & l'altra banda il quadrato della linea. a d. seguira che il quadrato del maggior cadimento (qual è. d c.) sia piu del quadrato del menor. b d. quanto puol piu il quadrato del lato. a c. del quadrato del lato. a b.

Adunque il quadrato della linea. a b. & della linea. d c. è quanto il quadrato della linea. a c. & della linea. b d. ma la linea. f c. è eguale alla linea. a b. & così la linea. e b. è eguale alla. a c. onde il quadrato delle due linee. f c. & e d. sono eguali alli quadrati delle altre due linee. a b. & d c. Et il quadrato della linea. f d. è eguale alli quadrati delle due. f c. & c d. (per esser l'angolo. c. retto) adunque il quadrato della linea. f d. è eguale alli quadrati delle due linee. a b. & d c. Et per le medesime ragioni, il quadrato della linea. e d. è eguale alli quadrati delle due linee. a c. & b d. per laqual cosa. e d. & d f. sono fra loro eguali, adunque il triangolo. f d e. è di duoi lati eguali, & perche la basa è la. f e. dividendola in due parti eguali in ponto. g. & tirando la. d g. quella necessariamente sarà perpendicolare sopra la detta basa. f e. onde l'angolo. e g d. è retto, & anchora l'angolo. f g d. sarà per retto.

Anchor tirando dal ponto.g.la linea.g h.equidistante alla.f c.l'angolo.g h c.(per la 29 del primo di Euclide sara retto) & similmente l'angolo.g h d.sara retto, & la detta.g h.e perpendicolare sopra la.b c.& il quadrilatero.b c f k.e rettangolo, doue che li lati contrapositi sono eguali, adunque il lato.f k.e eguale al lato.b c.& il lato.k b.e eguale al lato.c f. Adunque in questo caso.b k.e 15. & k e.e 2. Et la linea.k b.e eguale alla linea.h 2.& il parallelo.k b h.e rettangolo, & similmente il parallelo.l h c f.e per rettangolo, onde la linea.l h.e eguale alla linea.b a.qual e anchora 15. Anchora perche nelle equidistanti.e b.& g h.passa la linea.e f.sara l'angolo.f g l.estrinsico e eguale al angolo.g e l.intrinsico, & l'angolo.f i g.e eguale al angolo.g l e.impero che l'uno, & l'altro e retto per esser fra linee equidistanti, & l'angolo.g f i.e eguale al angolo.e g l.& la linea f g.e eguale alla linea.g e.onde gli altri lati sono eguali a gli altri lati, e pero il lato.g l.e eguale al lato.e l.& il lato.f i.e eguale al lato.g l.& anchora la linea.g l.e eguale alla linea.i k.perche il quadrilatero.l g i k.e rettangolo, adunque la linea.f i.e eguale alla linea.i k.& la.c h.e eguale alla.h b. adunque la basa.b c.e diuisa in due parti eguali in ponto.h. Onde in questo caso la.c h.vien a esser 7.& similmente la.h b.altri 7. Anchora perche il parallelo.l K i g.e rettangolo il lato.l K.e eguale al lato.g i.ma la linea.i g.di sopra e stato prouato, che la e eguale alla.e l.e pero vien a esser eguale alla.K l.& tutta la.K e.in questo caso e 2.adunque ciaschaduna delle linee.k l.l e.& g i. vien a esser vno (cioe vn piede, ouero vn brazzo, o altra misura formata a tuo piacere) Doue che tutta la.h g.e 14. Anchora perche retto e l'angolo.d g f.gli altri duoi angoli.d g h.& h g f.sono eguali a vn retto, anchora perche il triangolo.g i f.e rettangolo (per esser l'angolo.g i f.retto) gli altri duoi angoli, che sono.i g f.& i f g.sono eguali a vn retto, adunque gli angoli.d g h.& h g f.sono eguali a gli angoli.h g f.& g f i. Onde se communamente si trae da l'una, & l'altra banda l'angolo.h g f.remarra l'angolo.d g h.eguale al angolo.g f i.& l'angolo.g i f.al angolo g h d.& l'altro angolo.i g f.a l'altro.h d g.adunque il triangolo.f i g.e simile al triangolo.g h d. onde la proportione del lato.f i.al g i.(qual e come 7 a 1) e si come del lato.g h.(qual e 14.) alla.h d.onde multiplicando.g i.in.g h.& quel produtto partito per.f i.ne venira.h d.& questo e quando che aggiongemo il lato.a b.con il lato.a c.cioe.f c.con.b e.& ne vien 28.la mita del quale e.g h.cioe 14.laqual multiplichiamo per.e g.che e quello, nel quale la linea.g h.auanza la linea.f c.cioe.e l.ouer.g i.& .g e.e quello, che la linea.a c.(cioe la.b e.) auanza la linea.g h.della qual multiplicatione, ne peruien pur 14.& questo dividemo per la mita della basa, cioe per.c h.o vuoi dir per.f i.che e 7.& ne vien 2.il qual 2.viene a esser.h d.il qual 2.lo aggiongemo alla mita della basa, cioe al.c h.& haueremo 9.per la.c d.che e il maggior cadimento, ouer che traremo.h d.del la.h b.cioe 2.di 7.& restara 5 per il menor cadimento.d b.che e il proposito.

Come si dimostri la causa di quel terzo modo dato sopra la detta decimaterza per trouar il ponto doue cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diuersi.

22 Per dimostrare quel terzo modo dato in fine della decimaterza per trouar il ponto doue cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diuersi per schiuar noia, & fi dar la nostra operatione, & dimostratione piu intelligibile, supponeremo vn'altra volta il medesimo triangolo.a b c.che il lato.a b.sia 13.b c.14.et a c.15.onde per trouar il detto ponto sopra la basa.b c.per il detto terzo modo la regola vuol che si cavi il quadrato del menor lato continente l'angolo.a.del quadrato del maggior, cioe 169.di 225.rimane 56. poi vuol che si parta il detto 56.per la basa.b c.cioe per 14.che ne vien 4.qual vuol che si aggiongi alla basa fara 18.& di questo vuol che se ne pigli la mita, ch'e 9.per la distantia del.c al.d.poi vuol che si traga del detto 4.della detta basa, che restara 10.& di questo vuol che se ne pigli la mita, che fara 5.per la distantia del.b al.d.hor per dimostrare la causa, perche cosi si habbia a procedere, diremo cosi.

Perche maggior e il lato.a c.del.a b.maggior sara il cadimento.d c.del.d b.onde del.d c.ne sia cauato la parte.d g.che sia eguale alla linea.d b.& cosi sara diuisa la.b g.in due parti eguali in ponto.d. alla qual direttamente gli e aggionto la linea.g c.onde per la sesta del secondo di Euclide la multiplicatione della.g c.in tutta la.b c.col quadrato della linea.b d.e eguale al quadr. della linea.c d. adunque il quadrato della linea.d c.auanza il quadrato della linea.d b.(cioe il quadrato del maggior cadimento) nella quantita della multiplicatione della linea.g c.nella linea.b c.ma di sopra e stato dimostrato nell'altra figura, che l'auanzo del quadrato del cadimento.d c.al quadrato del cadimento.d b.e come la soprabondantia del quadrato del lato.a c.al quad. del lato.a b.e si come la multiplicatione del.g c.nel.b c.ma il quadrato del.a c.e 225.ch'auanza il quadrato del.a b.cioe 169.in 56.onde la multiplicatione del.g c.in.b c.e 56.doue che se'l.b c.e 14.sara.g c.4.che tratto il detto 4.della basa, cioe di 14.restara 10.per la.b g.del quale la mita e 5.ch'e il menor cadimento.

Come si misurano le quattro specie di figure parallelogramme si non rettangole, come rettangole, & altre. Cap. III.

1 Perche nel vndecimo, & vltimo libro della seconda parte, & anchora nel secondo libro della terza parte è stato detto, come che per la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo di Euclide, l'aria di ogni parallelogrammo rettangolo si trouaua dal dutto di l'uno di i lati contenenti l'angolo retto nell'altro, e pero non staremo a replicar tal suppositione in questo luogo, perche saria cosa superflua, pur a tua memoria ti ho posto in margine il quadrato a b c d. che per ogni lato è 10 misure, & l'aria di quello esser 100. di dette misure quadre, & similmente il tetragon longo a b c d. ch'è longo 8 misure, & largo 6. & l'aria di quello esser 48. di dette misure superficiali, cioe quadre, & cosi procederemo in altre questioni.

2 Volendo per la notitia di vn quadrato trouar il diametro di quello, quadra l'uno di suoi lati, & duplica tal quadrato, & la radice di quella duplicatione sara il diametro di quello, essempi gratia sia il quadrato a b g d. che per ogni lato è 10 misure. Hor volendo per tal notitia trouare quanto sia il diametro a g. se ben consideri questa questione la non è altro, che dato vn triangolo rettangolo di duoi lati equali, & che ciascheduno di detti duoi lati equali sia 10. & per quelli trouar la sua hypotumissa, onde operando secondo l'ordine della penultima del primo di Euclide quadra l'uno di lati fa 100. duplicalo fa 200. & cosi il quadrato del diametro a g. sara 200 & la linea a g. sara la R 200. che è irrationale, & cosi concluderai il detto ricercato diametro a g. esser R 200. che è il proposito.

3 Volendo anchor per la notitia del diametro di vn quadro trouar quanto sia il lato di tal quadrato.

Quadra quel tal diametro noto, & tal quadrato parti per mita, & la R di tal mita sara il lato di tal quadrato. Essempi gratia essendo vn quadrato, che'l diametro di quello è R 200. & volendo per tal notitia trouar quanto sia il lato di tal quadrato, quadra il detto diametro, cioe la detta R 200. fara 200 piglia la mita, che fara 100. & tanto sara il quadrato del lato del detto quadrato, & la R 100. che fara 10 sara il simplice lato di tal quadrato, & questa è il contrario della precedente. Et nota che se il lato del quadrato è rationale sempre il suo diametro sara irrationale incommensurabile al lato di tal quadrato. Et se per sorte il diametro di vn quadrato sara rationale, egli è necessario che il lato di tal quadrato sia irrationale incommensurabile al diametro del detto quadro, & tutto questo si dimostra sopra la nona del decimo di Euclide.

4 Se per la notitia di duoi lati d'un rettangolo, detto tetragon longo vorrai trouare il diametro di quello, procederai come fu fatto nelli triangoli rettangoli, cioe quadra li duoi lati continenti l'angolo retto, & la radice della summa di detti duoi quadrati sara il diametro di quello. Essempi gratia sia il rettangolo a b c d. che il lato a d è 8. & il lato a b è 6. volendo trouare il diametro d b. quadra 8. fa 64. quadra anchora 6. fa 36. summa questi duoi quadrati fara 100. & la radice di 100. (ch'è 10.) sara il diametro d b. ch'è il proposito.

Nota che in queste specie di rettangoli, alle volte puo esser rationali li lati, & anchora il diametro, ma rari sono quelli, che habbia questa conditione.

5 Se per la notitia del diametro d'un tetragon longo, & di vno delli 2 suoi lati vorrai trouar l'altro lato incognito quadra il diametro, & di quello cauane il quadrato di quel lato cognito, & la radice del rimanente sara l'altro lato. Essempi gratia sia il tetragon longo, o vuoi dir rettangolo. a b c d. del qual supponiamo che ne sia noto solamente il diametro d b. esser 10. & il lato d c. esser 6. & volendo per tal notitia trouare quanto sia il lato a d. incognito, quadra 10 fa 100. quadra anchora 6 fa 36. sottralo di 100. & restara 64. & cosi la radice di 64. ch'è 8 saria il lato a d. ch'è il proposito.

In tutto di proporti le questioni, che venghino rationali, per tua maggior intelligentia, ma con il medesimo ordine procederai in quelle che ti venissero irrationali.

Molte questioni si poria addure sopra di rettangoli, lequali mi riserbo a porle nella nostra Algebra, perche in questo luogo non intendo di mostrarti, saluo le regole commune di geometria, cioe le ordinarie, & necessarie di saper per misurar li corpi, & altro.

Della misuratione di Rhombi, & Rhomboidi, o vogliam dire Helmuain, & simili Helmuaim.

6 LI Rhombi (quali deriuano dal quadro) a volerli misurare bisogna hauer notitia di l'uno di suoi diametri insieme con il suo lato, ouer che bisogna hauer notitia di ambidui li suoi diametri, delliquali diametri sempre l'uno è maggior dell'altro, perche se li duoi diametri fussero equali el non saria Rhombo, ma quadrato.

Sia adunque il rhombo a b c d. che sia per ciascun lato 13. egli è impossibile per la simplice notitia di suoi lati trouar l'aria sua superficiale, perche tal aria puo variar in infiniti modi secondo il variar, che possono li duoi diametri fra loro. E per tanto supponemmo che ne sia noto il diametro menore b d. esser 10. per laqual notitia il detto rhombo vien a esser diuiso in duoi triangoli di duoi lati eguali, i quali triangoli l'uno è il triangolo a b d. & l'altro c d b. delli quali habbiamo noto, che la basa di ciaschedun di quelli è 10. & l'uno, & l'altro delli suoi duoi lati è 13. e pero per trouar la perpendicolare a e. ouer c e. di ciaschedun di loro procederemo per la regola sua, cioe quadraremo l'un di lati, che è 13. fara 169. & di questo ne cauaremo il quadrato della mita della basa b d. laqual mita sara 5. il cui quadrato è 25. qual trato di 169. restara 144. & cosi la R 144. che sara 12. sara la detta perpendicolare a e. ouer c e. per trouar mo l'aria di l'uno di detti triangoli, gia sai che bisogna multiplicar la mita della perpendicolare fia tutta la basa b d. ma perche li detti duoi triangoli sono eguali fra loro, & perche a multiplicar tutta la perpendicolare a e. in tutta la basa b d. ne dara il doppio del triangolo a b d. il qual doppio vien a esser l'aria di tutto il detto rhombo a b c d. multiplicando adunque la perpendicolare a e. ch'è 12. fia la basa b d. ch'è 10. fara 120. per l'aria del detto rhombo, ch'è il proposito.

Ma quando che solamente li duoi diametri d'un rhombo ne fussero noti, & che per tal notitia vorremo trouare la superficie di tal rhombo, ne basta a multiplicare (per le ragioni adutte di sopra) l'uno di duoi diametri, qual ne pare per la mita dell'altro, & lo auenimento sara l'aria del detto rhombo. Essempi gratia poniamo che del sopradetto rhombo ne sia noto il diametro b d. esser 10. & il diametro a c. esser 24. volendo, mo per tal notitia trouar l'aria del detto rhombo dico, che basta a multiplicar 24. per la mita di 10. ch'è 5. ouero a multiplicar 10. per la mita di 24. ch'è 12. che per l'una, & l'altra via fara 120. per l'aria del detto rhombo, ch'è il proposito.

Ma volendo per la notitia di detti duoi diametri trouar il lato del detto rhombo, quadra la mita di 24. ch'è 12. che fara 144. quadra anchora la mita di 10. (ch'è 5.) fara 25. aggiongi questi duoi quadrati insieme fara 169. & la R 169. (ch'è 13.) sara il lato del detto rhombo.

Molte questioni si poria addure sopra li rhombi, lequal mi riserbo a narrarle nella nostra Algebra.

7 Li Rhomboidi, o vuoi dire simile Helmuarif (quali deriuano dal tetragon longo) a volerli misurare, egli è necessario (come fu detto del rhombo) hauer notitia delli suoi lati, & di vno di suoi duoi diametri, il qual diametro lo risolue in duoi triangoli di tre lati diuersi, delliquali di ciascun di loro, veneremo hauer notitia di detti tre lati, e pero per le regole date sopra di triangoli di tre lati diuersi potremo trouar l'aria di ciascheduno di detti duoi triangoli, & consequentemente di tutto il detto rhomboide. Essempi gratia sia il rhomboide a b c d. delquale li duoi lati a b. & c d. supponemmo che ciaschedun di loro sia 30. & ciaschedun de gli altri duoi, cioe a c. & b d. sia 13. & il diametro b c. supponemmo che sia 37. hor volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di tal rhomboide, tu vedi che il detto diametro b c. ha risolta tal figura in li duoi triangoli a b c. & c d b. delliquali duoi triangoli tu hai noto li tre lati di ciascun di quelli, perche l'uno è 30. l'altro 13. & la basa b c. 37. & perche il quadrato della detta basa b c. (qual quadrato saria 1369.) è maggiore della summa di quadrati de gli altri duoi lati, laqual summa saria 1069. e pero ciascheduno di detti duoi triangoli sara ambligonio, & l'angolo a. saria obtuso, & similmente l'angolo d. e pero trouando l'aria di ambiduoi quelli per qual si voglia delle regole date sopra tal specie di triangoli se hauera la superficie di tal figura rhomboidica, & se tal superficie vorrai trouar con il cateto, o vuoi dir perpendicolare di tali triangoli, se la farai cascar dal angolo obtuso sopra la basa b c. trouarai che la cascara di dentro del triangolo, come si vede cascar la a e. ouer d f. & cosi il dutto di tutta vna di dette perpendicolari in tutta la basa b c. ne dara l'aria di tutta la detta figura rhomboidica, cioe del doppio di vno di detti duoi triangoli, ch'è il medesimo. E per tanto procedendo per qual modo ti pare trouarai, che il ponto e. del cadimento della perpendicolare a e. sara lontano dal ponto c. $8\frac{23}{37}$, & il medesimo sara la b f. & qual si voglia delle due perpendicolari a e. ouer d f. trouarai esser $9\frac{27}{37}$, laqual perpendicolare (quala hauerai trouata) multiplicata fia tutta la basa b c. che è 37. fara 360. per il doppio de l'aria di quel triangolo di tal perpendicolare, & perche li detti duoi triangoli a b c. & b d c. sono eguali fra loro, tal doppio di l'uno sara eguale a l'aria di tutta la detta figura rhomboidica a b c d. che è il proposito.

Al medesimo modo hauereßi proceduto quando che ti fusse stato noto il diametro menore, cioe il diametro a d. perche medesimamente hauereßi diuiso il detto rhomboide nelli duoi triangoli a c d. & a b d. osigoni, che di ciascun di quelli hauereßi hauuto notitia di tutti tre li lati di ciascuno di loro, e pero trouando l'aria di ambiduoi quelli per alcuna delle regole date haueresti trouata sta medesima aria del detto rhomboide esser medesimamente 360. che saria pur il proposito.

Come

Come si misurano quelle specie di helmuariffe, ouer trapezie dette capi tagliati, & doppi capi tagliati. Cap. IIII.

1 Anchor che nella terza parte sia dimostrato il modo di misurare li capi tagliati, & li doppi capi tagliati formati con l'istrumento del squadro sopra il misurar di terreni, nondimeno in questo luogo dimostraremo, come che si misurano geometricamente, & massime in absentia di quello, ouer quando che sono base di alcune specie di corpi, talmente che il tutto non si puo cosi manualmente misurare, & massime li doppi capi tagliati.

Supponeremo adunque, che sia il capo tagliato a b c d. cioe che il lato a d. sia equidistante al lato b c. & sia l'angolo b. retto, & supponeremo che di tal capo tagliato ne sia incognito il lato a b. & che quello manualmente non lo potiamo misurare per varij accidenti, ma che gli altri lati ne siano cogniti, delliquali a d. e 18. b c. 30. & d c. 20. hor volendo per tal notitia saper trouar l'aria superficiale del detto capo tagliato. Egli e manifesto per le cose dette nel misurar di terreni, che bisogna che sappiamo quanto sia il lato a b. a noi incognito, ouer perpendiculare d e. a quel equale, per trouar adunque la detta perpendiculare d e. egli e manifesto (per la 34 del primo di Euclide) che la e b equale alla a d. e pero sara 18. onde la c e. venira a esser 12. & perche il triangolo d e c. e rettangolo, & di quello habbiamo nota la hipotenusa d c. esser 20. & il lato e c. 12. per trouar adunque il lato d e. quadraremo 20. & fara 400. & di quello ne cauaremo il quadrato del e c. che fara 144. & restara 256. & cosi la R 256. che e 16. sara il lato d e. & similmente a b. per laqual notitia facilmente per la regola data sopra del squadrar di terreni hauremo l'aria di tal figura, cioe summaremo il lato a d. con il lato b c. fara 48. & di questo ne toremo la mita, che fara 24. per la larghezza media, & questo 24 lo multiplicaremo per la longhezza a b. ouer d e. che e 16. fara 384. per l'aria del detto capo.

2 Anchora dapoi che si hauera trouata la perpendiculare d e. esser 16. si poteria trouar l'aria del triangolo d e c. rettangolo, cioe multiplicando la mita del d e. che e 8. fia la basa e c. che e 12. fara 96. per l'aria del detto triangolo d e c. Et dapoi trouaremo l'aria del rettangolo a b e d. qual e longo 16. & largo 18. la cui aria sara 288. quala aggionta con 96 del triangolo fara 384. si come per l'altro modo, ch'e il proposito. Non si marauigliar si ho posto quel 18. (maggior quantita) per larghezza, & quel 16. per longhezza, che questo non importa alla operatione.

3 Anchora dapoi che hauerai trouato a b. ouer d e. esser 16. & che ti fusse dibisogno di saper la quantita della linea a c. quadra il lato a b. il qual quadrato fara 256. quadra anchora la b c. il cui quadrato fara 900. summa questo 900. con 256. fara 1156. & la R 1156. (che fara 34.) sara la hipotenusa a c. Et se ti paresse anchora di voler trouar la hipotenusa a c. ouer b d. summa il quadrato di 16 (ch'e 256) con il quadrato di 18 (ch'e 324) fara 580. & cosi la R 580. sara la detta hipotenusa a c. ouer d b. laqual e irrationale.

4 Alcuni vogliono che vn capo tagliato sia detto capo tagliato da vno triangolo, dalquale gli sia stata tagliata via la ponta con vna linea equidistante alla basa, si come che s'intende anchora delle piramide troche, la cui openione non e da biasimare, e pero si per misurar tai capi tagliati, come per molti altri negocij bello, & vtile e a saper trouar lo integro triangolo, dalquale tal capo tagliato vien detto capo tagliato.

Sia adunque il capo tagliato a d. c b. che il lato d a. sia pur 18. (si come nella precedente) & il lato b c. 30. & il d b. 20. & la d e. ouer a c. ritrouata, per il modo dato nella precedente. Hor volendo mo trouar la quantita di tutto il triangolo g b c. si delle linee, come della superficie di quello, perche tutto il triangolo g b c. (per la quarta del sesto di Euclide) e di lati proportionali al triangoletto d b e. e pero per la regola del tre diremo, se 12 della basa b e. mi da 16 (per la perpendicolar d e) che mi dara 30 (della basa b c.) opera che trouarai, che ti dara 40. per tutto il lato g c. dalqual trattone c a. cioe 16. restara 24. per la linea a g. volendo anchor trouar la d g. dirai, se 12 (della basa b e.) mi da 20 (per la hipotenusa b d.) che mi dara 30 (della basa b c.) opera, che trouarai, che ti dara 50. per tutta la hipotenusa g b. dallaquale trattone la d b. che e 20. restara 30. per la linea d g. & cosi hauerai trouato li lati di tutto il triangolo g b c. & anchora quelli della parte tagliata g d a. Molti costrutti di questa operatione si cauano nel misurare con l'aspetto vna distanza, ouero vn'altezza, ouero profondita, come si manifesta in parte nella nostra nuoua scientia.

Volendo anchora per questa via determinare l'aria del detto capo tagliato a d b c. trouaremo l'aria di tutto il triangolo g b c. che per la sua regola trouarai quella esser 600. poi trouaremo anchora l'aria della parte tagliata, cioe del triangolo g d a. che per la sua regola trouarai esser 216. quale sottrandola del tutto, cioe da 600. restara 384. per l'aria del detto capo tagliato a d c b.

5 SVpponemmo anchora che sia il doppio capo tagliato a b c d. che il lato a b. sia 8. & equidistante al lato c d. qual sia 18. & ponemmo che l'uno, & l'altro di duoi lati a c. & b d. sia 13. Et perche non siamo personalmente sul sito, ma absente, ouer che siamo sul sito, ma siamo impediti da diuersi accidenti di poter misurare la longhezza di tal doppio capo tagliato, e per tanto volendo per la notitia di detti circonstanti lati trouar la superficie di quello, & perche tal superficie non si puo sapere (per le regole date nel squadrar di terreni) senza la notitia della sua longhezza, laqual longhezza veneria a esser la perpendicolare a e. ouer b f. hor per trouar la detta perpendicolare a e. ouer b f. cauaremo 8. (menor testa) da 18. maggior testa restara 10. & la mita di questo 10. che è 5. sara c e. & l'altra mita di questo 10. che è pur 5. sara f d. & perche il triangolo b f d. e rettangolo, per esser l'angolo f. retto dal quadrato della hipotenusa b d. che sara 169. ne cauaremo il quadrato della f d. che sara 25. restara 144. & cosi la radice 144. (che è 12) sara la perpendicolare b f. il medesimo seguira della a e. dapoi che trouato habbia la detta longhezza di tal doppio capo tagliato, trouaremo l'aria sua per la sua regola data nel squadrar di terreni, cioe summa la testa a b. con la testa c d. & fara 26. la cui mita sara 13. per la testa mezzana, quella multiplicarai per la longhezza b f. ouer a e. che è 12. fara 156. & cosi 156 sara la superficie del detto capo tagliato, ch'è il proposito.

Anchora dapoi che si hauera trouata la longhezza, ouer perpendicolar a e. ouer b f. per trouar l'aria del detto doppio capo tagliato, si potria pigliar l'aria del rettangolo a b f e. che saria 96. & summarla con l'aria di duoi triangoli rettangoli a e c. & b f d. che faria 60. che in summa faria 156. si come per l'altro modo.

6 MA se ti occorresse di voler sapere anchora la distantia, che è dal ponto a. al ponto d. ouer dal ponto b. al ponto c. nel detto doppio capo tagliato, dapoi che hauerai trouato (per le regole date di sopra) le due perpendicolari a e. & b f. per trouar la d a. summa il quadrato della a e. che è 144. con il quadrato della e d. che è 169. fara 313. & la ℞ 313. sara la distantia dal a. al d. il medesimo sara quella che sara dal b. al c. laqual distantia è irrational praticalmente parlando.

7 SEl ti paresse anchora di voler trouare quanto sia lontano il ponto g. della intersegatione delle due linee a d. & b c. dal ponto a. & dal ponto b. tu procederai con la mente a una perpendicolare dal ponto g. sopra la d c. laquale necessariamente (in questo caso) cadera nel mezzo della basa d c. cioe lontana 9. dal ponto c. & 9. dal ponto d. & perche tal perpendicolare (per la seconda del sesto di Euclide) sega li detti lati a d. & c e. del triangolo a d e. proportionalmente, diremo per la regola del tre, se 13 (lato d e.) mi da ℞ 313. per il lato d a. che mi dara 9. (distantia dal d. al cadimento di mezzo) onde operando trouaremo, che ne dara ℞ 150 ... per la distantia d g. & quella medesima sara dal g. al c. per trouar anchora la distantia dal a. al g. ouer dal b. al g. dirai, se 13 (cioe la d e.) mi da 4 (dal e. al cadimento di mezzo) che mi dara ℞ 313. opera che ti dara ℞ 29 ... & tanto sara distante il ponto g. dal ponto a. ouer dal ponto b. che è il proposito.

8 ET se ti paresse di voler trouare quanto sia lontano il ponto g. dal ponto di mezzo della linea a b. dal quadrato della linea a g. (che sara 29 ...) ne cauarai il quadrato della mita della linea a b. che sara 16. restara 13 ... & cosi la ℞ 13 ... sara lontano il ponto g. dal ponto di mezzo della detta linea a b.

Similmente volendo la distantia del detto ponto g. dal ponto di mezzo della linea d c. dal quadrato della linea g c. (che sara 150 ...) ne cauarai il quadrato della mita della linea c d. che sara 81. restara 69 ... & cosi la ℞ 69 ... sara distante il detto ponto g. dal ponto di mezzo della detta linea c d. che è il proposito.

9 ANchora che desiderasse di voler sapere la distantia del ponto, doue andariano a concorrere le due linee c a. & d b. che le protraesse in diretto dalla banda verso a. & b. laqual cosa non è altro di quello fu detto nella quarta, cioe un voler trouar la parte tagliata del triangolo, doue deriua tal doppio capo tagliato, onde per trouar tal ponto bisogna considerare, che se insieme con le dette due linee a c. & d b. sara anchora protratta la perpendicolare, che passa per il ponto g. & per il mezzo delle due linee a b. & c d. tutte tre concorreranno in un medesimo ponto, il qual concorso se con la mente lo considerarai, tu vederai tutto il gran triangolo esser diuiso in duoi triangoli rettangoli da quella perpendicolare, che passa per il ponto g. & per il mezzo delle due linee a b. & c d. & l'uno, & l'altro di detti duoi triangoli rettangoli (per le medesime ragioni, che fur dette sopra la quarta di questo capo) fara simile a l'uno, & l'altro delli duoi triangoli a e c. & b f d. & di lati proportionali, e pero per trouar il detto ponto del concorso procederemo, come fu fatto nella detta quarta dicendo, se 5 (della ...

d f.) mi da 12. (per la perpendicolare f b.) (che mi dara 9. (della basa, che è dal. d. al ponto di mezzo della linea c d.) onde operando si trouara, che dara 21 $\frac{1}{3}$, & cosi il detto ponto del concorso sara lontano dal ponto di mezzo della linea c d. 21 $\frac{1}{3}$, dalqual trattone 12. per la distantia di duoi ponti di mezzo delle dette 2 linea a b. & c d. restara 9 $\frac{1}{3}$, & tanto sara lontano il ricercato ponto del concorso dal ponto di mezzo la linea a b. & se ti paresse di voler trouare quanto sara distante il detto ponto del concorso dal ponto a. ouer dal ponto b. tu dirai pur se 7 (basa d f.) mi da 12 (ipotumissa d b.) che mi dara 9 (mita della linea d c.) opera che ti dara 15 $\frac{3}{7}$, & tanto sara distante dal ponto d. dalqual 15 $\frac{3}{7}$ trattone la d b. cioe 15 restara 10 $\frac{3}{7}$, & tanto sara distante dal ponto b. ouer dal ponto a. che è il proposito.

10 ET cosi se ti paresse di voler trouare per questa via l'aria del detto capo tagliato, trouarai l'aria di tutto il gran triangolo, che la sua basa sara la c d. cioe 18. & la perpendicolare sara li sopradetti 21 $\frac{1}{3}$, onde l'aria saria 194 $\frac{2}{3}$, poi di questa aria ne cauarai l'aria del triangolo troncato, che la sua basa sara la a b. cioe 8. & la perpendicolare sara 9 $\frac{1}{3}$ (come di sopra fu detto) onde l'aria saria 38 $\frac{2}{3}$, qual cauata di 194 $\frac{2}{3}$ restara 156. per l'aria del detto doppio capo tagliato, come per l'altro modo fu anchor trouato, che saria il proposito.

11 SIa anchora il doppio capo tagliato a b c d. delqual la linea, ouer testa a b. è 6. & è equidistante alla basa c d. laqual è 8. & il lato b d. è 11. & la a c. 10. hor volendo con tal simplice noticia determinare l'aria di tal doppio capo tagliato.

Tu sai per le ragioni adutte nel squadrar diuersi, che'l non si puo determinare la superficie di tal figura, che non ha notitia, o dell'uno di diametri, ouer della longhezza sua, laqual longhezza non è altro, che vna linea dutta dal ponto a. ouer b. perpendicular sopra la linea c d. laqual perpendicolare in questo caso si suppone, che la non si possi misurare atualmente, o per esser basa di qualche elevata fabrica, ouer per non esser, ne poter esser l'operante personalmente sul fatto, per trouar adunque tal longhezza si puo procedere per due vie l'una è questa, dalla linea c d. ne cauaremo con la mente la parte c f. tal che la f d. venira a esser 2. & se dal ponto b. al ponto f. imaginaremo, che vi sia tirata vna linea tal linea sara necessariamente 10. si come che è la a c. perche le linee che congiongano le due, & due estremita di due linea equali, & equidistanti, egli è necessario (per la 33 del primo di Euclide) che le siano equali, & equidistanti, adunque la detta immaginata linea b f. sara 10. & cosi hauremo formato nella nostra mente il triangolo b f d. che il lato b f. sara 10. f d. sara 2. & b d. 11. delqual triangolo b f d. se inuestigaremo la sua perpendicolar cascante dal suo angolo b. sopra il lato d f. trouaremo che quella cadera di fuora del triangolo b f d. sopra la linea f c. (per esser l'angolo d f b. ottuso) e per tanto procedendo per la regola data sopra la decimaquarta del primo capo, trouarai che il cadimento di tal perpendicolare sopra la detta linea f c. qual sia il ponto g. sara lontano 4 $\frac{1}{4}$ dal ponto f. & proseguendo trouarai tal perpendicolare b g. esser radice 81 $\frac{15}{16}$, & tanto sara la longhezza del detto doppio capo tagliato, hor che trouato habbiamo tal perpendicolare, ouer longhezza facilmente si conchiudera il proposito, cioe summando a b. con c d. (che fara 14) & pigliarne la mita, che è 7. per la mezzana larghezza, quala multiplicandola fia la sua longhezza, cioe fia R 81 $\frac{15}{16}$ fara radice 4014 $\frac{15}{16}$, & tanto sara la superficie del detto doppio capo tagliato.

La seconda via è quasi simile a questa detta di sopra, cioe dalla linea c d. ne cauaremo pur con la immaginatione la linea e d. equale alla a b. per il che la linea c e. venira pur a restar 2. onde immaginandosi vna linea protratta dal a. al e. tal linea a e. (per la detta 33 del primo di Euclide) venira a esser 11. si come che è la b d. onde hauremo pur vn triangolo ambligonio, delqual la immaginata linea a e. sara 11. & il lato e c. sara 2. & il lato a c. 10. & l'angolo c. sara l'ottuso. Hor ti dibisogno trouar la perpendicolare di tal triangolo a c e. cascante dal angolo a. sopra il lato c e. ma per esser l'angolo c. ottuso, tal perpendicolare cascara fuora del detto triangolo a e c. dalla banda del c. sopra la e c. protratta in tal verso, onde procedendo secondo la regola data sopra la decimaquarta del primo capo, cioe trouando prima il ponto (sopra tal linea e c. protratta) doue debbe cader tal perpendicolare, la regola di trouar tal ponto fu data sopra la detta decimaquarta (per la duodecima del secondo di Euclide) & se tu l'hai scordata valla riuede, & trouarai poi tal ponto (qual sia il ponto h.) esser lontano dal angolo c. 4 $\frac{1}{4}$, si come fu anchora il ponto g. lontano dal ponto f. e pero trouarai poi la perpendicolare a h. esser medesimamente R 81 $\frac{15}{16}$, quala multiplicata nella mita della summa delle due teste a b. & c d. laqual mita sara pur 7. si come per l'altra prima via, & l'aria sara pur R 4014 $\frac{15}{16}$, come per l'altra via fu trouata, ch'è il proposito.

Per la terza via voglio, che la linea a b. sia protratta con la immaginatione dalla banda del b. fino in ponto K. talmente che a k. sia 8. si come la c d. tal che tirando anchora con la immaginatione vna linea dal K. al d. tal linea k d. (per la sopra allegata 33 del primo di Euclide) sara equale alla a c. cioe sara 10. & cosi hauueremo il triangolo. b k d. ambligonio, che il lato. k d. sara 10. & d b. sara 11. & b k. 2. & l'angolo. K. sara ottuso, onde trouando la perpendicolare di quello cascante dal angolo. d. sopra la. b k. protratta, onde procedendo, come nelle due precedenti è stato fatto, si trouara il ponto del cadimento di tal perpendicolar (qual pongo sia il ponto l.) esser lontano dal ponto. K. per $4\frac{1}{4}$, si come nelle due passate vie, & la perpendicolare. d l. sara per R 81 $\frac{15}{16}$, & l'aria del detto doppio capo tagliato esser medesimamente R 4044 $\frac{15}{16}$, si come per l'altre vie.

La quarta, & ultima via saria ad allongar la medesima linea. a b. dalla banda del. a. verso. m. tanto, che. m b. fusse 8. cioe equale alla. c d. onde. a m. veniria a esser 2. onde tirando la. m c. tal linea c m. (per la detta 35 del primo di Euclide) veniria a esser 11. si come la. b d. & cosi hauueremo il triangolo. m a c. che il lato. m c. sara 11. a c. 10. & a m. 2. & l'angolo. m a c. ottuso, onde trouando la sua perpendicolare cascante dal angolo. c. sopra il lato. m a b. si trouara il tutto, si come per l'altre vie, cioe il ponto del cadimento esser lontano $4\frac{1}{4}$ dal ponto. a. verso. b. & cosi la perpendicolare, & la sua superficie, come nelle altre tre vie, lequai quattro regole, se ben le considerarai ti seruiranno per trouar la longhezza, di qual si voglia obliquissimo doppio capo tagliato, anchor che tal longhezza, ouer perpendicolare alle volte si potria trouar, che cascaria fuora di tal figura, come interuiene anchora nelli triangoli ambligonij, ma questo non importa, perche cascano, come si voglia sempre sono longhezza, o vuoi dir larghezza di quel tal doppio capo tagliato, ma tornando al nostro primo proposito, volendo anchora saper li diametri del sopra notato doppio capo tagliato. a b c d. cioe saper quanto sia dal ponto. b. al ponto. c. ouer dal ponto. a. al ponto. d. non dubito che da te lo saperai trouare, perche sapendo che la mental perpendicolare. b g. è R 81 $\frac{15}{16}$, & che la. g c. è $1\frac{3}{4}$, onde la hipotumissa. b c. veniria a esser R 85. Similmente per trouar l'altro diametro, gia sai che la perpendicolare dal. a. al. h. esser per R 81 $\frac{15}{16}$, & tutta la. h d. esser $11\frac{3}{4}$, onde la hipotumissa. a d. veniria a esser R 220. che sara il proposito.

Io non ho voluto tirar le perpendicolari con inchiostro, ne manco le linee. b k l. ne. a m. ne. c h. ne anchora li duoi diametri. b c. & a d. perche tante linee hauria generato confusione, e pero non te ne ammirare.

Anchora perche chi protraesse le due linee. c a. & d b. in diretto dalla parte del. a. & b. (per la petitione di Euclide) senza dubbio concorreranno insieme, e per tanto volendo trouar quanto sara tal ponto del concorso lontano dal ponto. b. (per retta linea) & similmente dal ponto. a. cava la a b. della. c d. & resta 2. poi dirai se 2 mi da 6. che mi dara 11. & che mi dara 10. opera che trouarai, che ti dara 33. & cosi 33. sara lontano il detto ponto del concorso dal ponto. b. per linea retta, & trouarai che 10 ti dara 30. & cosi il detto ponto del concorso sara lontano dal ponto. a. 30. che è il proposito, la causa di questa operatione cauamo dalla seconda propositione del sesto di Euclide, & dalla disgionta proportionalita, che se non ignorarai tal autore son certo, che tu la comprenderai.

11 QVando che di una figura di quattro lati, i quali niuno di detti quattro lati è equidistante ad alcuni de gli altri, tal specie di figura trapeziale, non è connumerata fra li capi tagliati, ne doppi capi tagliati, & niuna di dette figure in absentia di quella, per la simplice notitia di suoi quattro lati, è possibile di poter trouare l'aria, ouer superficie sua, anzi oltra la notitia di un di suoi quattro lati bisogna anchora hauer notitia di suoi duoi diametri, ma noto che hauueremo li detti quattro lati, & uno di suoi duoi diametri, facil cosa è a concluder il proposito, perche tal figura sara risolta in duoi triangoli, dal detto diametro, & di l'uno, & dell'altro duoi triangoli hauueremo noto ciascheduno suo lato, e pero trouando l'aria di ciascheduno di quelli, & la summa di tal due arie sara l'aria di detta figura quadrilatera, ouer trapezale, che per esser da se facile non ti adduco essempio in figura.

Come si misurano le figure equilatere, & equiangole di piu di quattro lati, ouer angoli. Cap. V.

penthagono

1 LE figure rettilinee di piu di quattro lati, & angoli sono infinite, quelle di cinque lati, & angoli da greci sono dette penthagoni, & quelle di 6. essagoni, & cosi quelle di sette settagoni, & quelle di otto ottagoni, & quelle da 10 decagoni, & cosi discorrendo. Et tutte queste specie di figure sono di due specie, cioe alcune sono di lati, & angoli equali, & queste sono sempre circonscrittibile da un cerchio, cioe che sempre ponno esser circonscritte da un cerchio.

Tutte queste specie di figure in materia, essendo personalmente in fatto, & che si possino misurare manualmente secondo, che fa dibisogno, si ponno misurare procedendo naturalmente, come in detto sopra il misurare, & squadrare di terreni, fabricati, & muri, cioe risoluendo tal figure in triangoli,

triangoli, oueramente in capi tagliati, & doppi capi tagliati, come in quel luogo si sentira delle altre, & se tai figure fussero di molta grandezza le perpendicolari, si di triangoli, come di capi, & doppi capi tagliati si debbono trouare con l'istrumento del squadro, & in quelle di mediocre grandezza si debbono trouar con la squadra delli murari, & con il spago detto lazzarolo, con il quale segnano le linee, ma nelle figure picciole, tai perpendicolari si debbe tuor ad occhio, pero che nelle simili non si puo cascar errore, che sia di momento, ne da temerne conto appresso delli naturali.

Ma perche la maggior parte delle volte tal figure, & massime le equilatere, & equiangole sono specularmente considerate dal geometrico interchiuse in qualche corpo, come che sopra di corpi regolari al suo luogo s'intendera, & alle volte sono considerate in cielo (come si manifesta nel Almagesto di Ptolomeo, doue si tratta di archi, & corde) & infiniti altri luoghi, imaginate talmente che alle volte non potemmo misurarle manualmente, ma per certe diuisioni fatte con la imaginatione a nostro arbitrio, non potemmo alcune volte hauer notitia, eccetto che delli suoi lati, alcune volte solamente del diametro del cerchio, che le circonscriue, alcun'altre volte non si puo hauer notitia, eccetto che della linea, che sotto tende a l'uno di suoi angoli, & cosi discorrendo. E pero si sono ingegnati li nostri antichi speculatiui geometrici, & massime il nostro precettor Euclide da inuestigare dimostratiuamente la conuenientia, ouer proportione che hanno li loro lati, con il diametro del cerchio, & con la linea, che sotto tende a l'un di suoi angoli, con laqual hauendo notitia di vna di dette quantita facilmente si puo venir in cognitione delle altre, come che nel nostro processo s'intendera.

Ma per farti venire in tal cognitione, egli e necessario (per causa della figura Penthagona equiangola, & equilatera, & altre da quella dependenti) che prima ti dichiari con essempi di numeri, & radici le prime dodici propositioni dimostrate specularmente dal detto Euclide nel suo decimo terzo libro, insieme con alcune altre del suo decimoquarto libro, & per esser questa parte vna delle alte, & sottil materie, che in pratica operar si possa a te e necessario a starui con lo intelletto molto attento.

Commendatione della proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

1 SE ben ti aricordi in fine del settimo libro della seconda parte, fu prorogato a parlare (in questo libro di geometria) della eccellentia, & mirabili effetti di vna singolare, & solitaria specie di proportione irrationale, non puoco remota dalle altre specie di proportioni, laquale da Euclide nella terza diffinitione del suo sesto libro e detta proportione, hauente il mezzo, & duoi estremi, laqual proportione e di tanta virtu, & eccellentia, che non solamente si vede che tutto quello che ha detto, & trattato Euclide in tutti li suoi 13. ouer 15. libri e stato per manifestare la proprieta di tal proportione circa alla speculatione, & costruttione di corpi regolari, come al suo conueniente luogo s'intendera, ma anchora sensatamente si vede, che senza la notitia di quella, & di suoi mirabili effetti giamai (quel principe de gli astronomi Ptolomeo Alessandrino) haueria potuto formare quelle sue tauole di archi, & corde nel suo stupendo Almagesto, lequali in vero sono il principale fondamento di tutta la scientia della astronomia, Cosmographia, & Geographia, come che in altro luogo (a Iddio piacendo) si fara manifesto.

Regola generale da saper diuidere praticalmente con numeri,

& radici vna quantita secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

2 EVclide nella vndecima del suo secondo libro, & anchora nella trentesima del sesto c'insegna, & dimostra il modo da diuidere geometricamente vna linea secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & noi dimostraremo a essequir tal effetto con numeri, & radici, non obstante che questo medesimo in sostantia habbiamo dimostrato nella vndecima del sesto libro della seconda parte, ma sotto altre parole, ma non restaro da replicarlo quiui, & piu abondantemente per esser piu suo conueniente luogo. E per tanto volendo diuidere vna quantita secondo la detta proportione, cioe che tal proportione sia di tutta la detta quantita alla sua maggior parte, che sia della detta maggior parte alla minore. Pigliarai il quadrato della mita di detta quantita, & quello aggiongerai al quadrato di tutta la detta quantita, & la radice di tal summa, men la mita di detta quantita, sara la maggior parte di tal quantita, laqual parte maggiore sottrandola di tutta la detta quantita il restante sara la parte minore. Essempi gratia per far tal operatione piu facile, et senza rotti supponeremo, che la quan-

essagono

septhagono

ottogono

decagono

di —— 12
a sottrar R 180 men 6
resta 18 men R 180.
proua 12

primo il tutto 12
secondo R 180 men 6
terzo 18 men R 180.

tia, che si ha da diuidere sia 12. hor piglieremo la mita di 12. che è 6. & la quadraremo fara 36. & questo quadrato lo aggiongeremo al quadrato di 12. che fara 144. fara 180. & la radice 180. men quel 6. (mita di tutta la detta quantita) & tanto fara la parte maggiore, laqual parte maggiore si rappresentara in questa forma R 180 men 6. Per trouar mo la parte menore, sottraremo questa maggiore del tutto, cioe di 12. & il restante fara la menore, & perche tal sottrar se non hai ben in memoria quello, che in fine della sesta, settima, & ottaua del secondo capo del quinto libro della seconda parte, cioe del sottrar de binomij, & residui, ti parera forsi strano, e pero essendo cosi ricorrerai da quelle, & trouarai che ti restara 18 men radice 180. & tanto fara la menor parte, & cosi le dette due parti distinte insieme con il tutto formano tre termini continui proportionali, quali sono questi, il primo 12. il secondo radice 180 men 6. il terzo 18 men R 180. per approuar praticalmente, che li detti tre termini siano continui proportionali, bisogna prouar che il dutto del primo nel terzo sia eguale al quadrato del secondo, per la decimasettima del sesto di Euclide, & perche a multiplicar il primo (cioe 12) fia l'ultimo (cioe fia 18 men R 180) fa 216 men R 25920. similmente a quadrare il medio (cioe R 180. men 6) fa pur medesimamente 216. men R 25920. e pero non si puo negar, che tai tre termini non siano continui proportionali (per la detta decimasettima del sesto di Euclide) per approuar che le due parti (cioe il secondo, & terzo termine) siano eguali al tutto (cioe a 12) summale ambedue insieme, & trouarai che faranno 12. e pero habbiamo satisfatto il proposito, cioe habbiamo diuiso 12. talmente che la proportione del detto 12. alla sua maggior parte, ch'è R 180. men 6. qual è della maggiore alla menore, cioe di R 180. men 6. a 18. men R 180. come fu proposto.

4 EVclide nella prima propositione del suo decimoterzo libro specolatiuamente dimostra quando che vna linea sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi. Se alla sua maggior parte sara aggionto in longo la mita di essa linea cosi proportionalmente diuisa seguita di necessita, che il quadrato della linea composta da quelle due esser quincuplo al quadrato della mita della medesima linea diuisa, laqual sua propositione in questo luogo con essempi di numeri, & radici faremo manifesta.

Sia il medesimo 12. la quantita diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & sia la sua maggior parte R 180 men 6. & la menore 18 men R 180 (come che nella precedente fu determinato) hor dico che se a R 180 men 6 (sua maggior parte) aggiongeremo 6 (cioe la mita di 12) fara precisamente R 180. perche a summar quel 6 piu con quel 6 meno fanno 0. & cosi il quadrato di questo R 180 è 180. che ben è quincuplo al quadrato della mita del nostro 12. il qual quadrato sara 36. & quincuplo del detto 36 è il detto 180. che è il proposito, il medesimo seguira in ogn'altra quantita cosi diuisa, laqual cosa non si trouara seguir in altra specie di proportione.

5 ANchora Euclide nella seconda propositione del decimoterzo libro geometricamente dimostra il contrario della precedente, cioe che se sara diuisa vna quantita in due tal parti inequali, talmente che aggiongendo alla parte maggiore la mita della prima quantita, & che il quadrato di tal summa sia quincuplo al quadrato di quella mita aggionta, ch'egli è necessario la detta prima quantita esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & quella maggior parte esser la linea media proportionale fra il tutto, & la menor parte, vero è che il testo di tal propositione credo sia corrotto in l'una, & l'altra traduttione, perche oscuramente esprime tal concetto. Laqual sua propositione in questo luogo praticalmente faremo chiara. Essempi gratia sia la prima quantita 10. diuisa in 2 parti non equali, cioe in R 125 men 5. & in 15 men R 125. quali gionte insieme fanno 10. & perche aggiongendo alla radice 125 men 5 (sua maggior parte) la mita di 10. (prima quantita) che è 5. fara tal summa radice 125. & perche anchora il quadrato di questa summa (cioe di R 125) che è 125. è quincuplo al 25. cioe al quadrato della mita di 10. seguita la detta prima quantita, cioe 10 (per la presente propositione Euclidiana) esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la sua maggior parte, cioe quella R 125 men 5. esser la media proportionale fra il tutto, ch'è 10. & la menor parte, ch'è 15 men R 125. & per approuarlo praticalmente, multiplica 10. (cioe la prima) fia 15 men R 125. (cioe la terza) fara 150 men R 12500. et perche il quadrato di R 125 men 5 (cioe della seconda) fa medesimamente 150 men R 12500. onde per la decimasettima del sesto di Euclide le dette tre quantita, cioe 10. & R 125 men 5. & 15 men R 125 sono continue proportionali, & perche la proportione del detto 10. a R 125 men 5. sua maggior parte, è si, come della detta maggior parte alla menore, cioe di R 125 men 5. a 15 men R 125. (per la diffinitione) il detto 10. è diuiso secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, che sarebbe il proposito.

6 Similmente

6 Similmente Euclide nella terza del detto suo decimoterzo libro geometricamente dimostra quando che vna quantita, ouer linea sia diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi. Se alla sua menor parte sia aggionto la mita della maggiore seguita, che il quadrato di tal quantita, ouer linea cosi composta sia quintuplo del quadrato, che vien descritto della mita di essa maggior parte, & per verificar questo naturalmente, cioe con essempio. Essempi gratia sia pur 12 la quantita diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in R 180 men 6. & in 18 men R 180. dico che pigliando la mita di R 180 men 6. che sara R 45 men 3. & aggiongere questa mita sopra alla menore, cioe sopra 18 men radice 180. che sara in summa 15 men R 45. (aricordati che a summar piu con men si abbatte, & sara la maggior denominatione) il quadrato di questa summa, qual sara 270 men R 40500. sara quintuplo al quadrato di R 45 men 3. cioe al quadrato della mita della detta parte maggiore, il qual quadrato saria 54 men R 1620. che se farai ben il conto trouarai, che multiplicando questo 54 men radice 1620 per 5. ben sara precisamente quel 270 men R 40500. e pero seguita il proposito.

7 ANchora Euclide nella quarta del detto suo decimoterzo libro geometricamente dimostra, che se sara diuisa, qual si voglia quantita secondo la detta proportione hauente il mezzo, & 2 estremi, & che a quella sia aggionto vna quantita equale alla sua maggior parte, tutta tal quantita cosi composta, sara pur diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & 2 estremi, & la sua maggior parte sara la prima quantita, laqual propositione praticalmente faremo chiara. Sia essempi gratia la medesima quantita 12. diuisa secondo la detta proportione, & sia la sua maggior parte R 180 men 6. & la menor 18 men R 180. dico che aggiongendo al detto 12. la sua maggior parte, cioe radice 180 men 6. che faria poi R 180 piu 6. tal summa sara pur diuisa secondo la detta proportione, & la sua maggior parte sara la prima quantita, cioe quel 12. & la menore veniria a essere radice 180 men 6. cioe quella, che per auanti era maggiore, per approuar mo naturalmente, o vuoi dir praticalmente, che cosi sia, e gli e manifesto che a multiplicar la prima, cioe radice 180. piu 6. fia la terza, cioe fia R 180 men 6. fara precisamente 144. & perche il quadrato della media, o vuoi dir della seconda, cioe di 12 fa pur 144. seguita le dette tre quantita, cioe radice 180 piu 6. & 12. & radice 180 men 6. esser continue proportionali (per la seconda parte della decimasettima del sesto di Euclide) & perche anchora la summa della seconda, & della terza di dette tre quantita continue proportionali e equale alla prima, seguita che la prima sia il tutto diuiso in 12. & in R 180 men 6. & per la proportione del tutto (cioe di R 180 piu 6) alla sua maggior parte (che e 12) e si come della detta maggior parte alla menore, cioe come da 12 a R 180 men 6. onde il detto tutto (per la diffinitione) vien a esser diuiso secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, che e il proposito.

8 Similmente Euclide nella quinta propositione del detto suo decimoterzo libro specularmente dimostra, se vna quantita sia diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, la summa del quadrato di tutta la detta quantita con il quadrato della sua menor parte, sara treppia al quadrato della sua maggior parte, & acciochè questo praticalmente si veda. Sia pur 12 la quantita diuisa secondo la detta proportione, & sia pur la sua maggior parte R 180 men 6. & la menore 18 men R 180. Dico che summando il quadrato del detto 12. che sara 144. insieme con il quadrato di 18 men R 180. che sara 504 men R 233280. sara 648 men R 233280. & questo dico esser treppio al quadrato della maggior parte, cioe di R 180 men 6. il qual quadrato sara 216 men R 25920. Et perche il treppio di questo 216 men R 25920. fa precisamente 648 men R 233280. seguita il proposito.

9 ANchora Euclide nella sesta propositione del suo decimoterzo libro, specolatiuamente dimostra, che l'una, & l'altra parte di ogni quantita rationale diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi e necessario esser residuo.

Questa tal propositione non si puo dimostrare praticalmente, eccetto che per inductione, cioe diuidendo molte quantita rationali, secondo la detta proportione sempre si trouara l'una, & l'altra parte di ciaschaduna di quelle essere vn residuo, come afferma la propositione, & questo si e visto nel sopradetto 12. qual diuiso, com'e detto, la sua maggior parte e stata R 180 men 6. ch'e vn residuo, & cosi la parte menore e stata 18 men R 180. che e pur residuo. Similmente per auanti fu diuiso 10. & fu trouata la sua maggior parte esser R 125 men 5. che e pur residuo, & la parte menore esser 15 men R 125. ch'e pur residuo, il medesimo si trouara in qual si voglia altra, talmente diuisa, vero e che di sopra fu trouato, che R 180 piu 6. diuiso secondo la detta proportione, la sua maggior parte fu 12. laqual parte, come si vede non e residuo, rispondo, che la quantita diuisa, cioe R 180 piu 6. no e rationale (come vuol Euclide) anzi e vn binomio, come si vede, e pero bisogna auertir, che tal propositione Euclidiana no parla falso, che delle quã tita rationali, diuisa secondo la detta proportione, & non delle irrationali, so che molti si marauiglieranno, perche nõ ho dimostrata questa, & le altre passate geometricamente, come costuma Euclide, rispondo che questo sarebbe superfluo per quelli che intendono Euclide, & per quelli pur pratici, che non intendono il detto Euclide, tai mie dimostrationi sarebbono frustre, & vane, perche da quelli tali non sarebbono intese, e pero niun si marauiglii di tal mio procedere.

10 Similmente Euclide nella 7 del suo 13 libro speculatiuamente dimostra che se alcuno pentagono hauera 3 angoli equali, & che sia equilatero, ch'egli è necessario, che tal pẽtagono sia equiangolo, laqual propositione cõ modi pratichi, cioe cõ numeri, & ꝗ nõ è possibile di poter verificare, ma solamente cõ speculatiue ragioni, come in esso Euclide appar, e pero il puro pratico è necessario a supponere tal Euclidiane propositioni, per vere, & pigliarle per suo fondamento, perche tutte sono state con speculatiue ragioni dimostrate, & verificate.

11 EVclide anchor nella 8 propositione del 13 libro speculatiuamẽte dimostra, che di ogni triangolo equilatero, il quadrato del suo lato è treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio, che lo circonscriue. Essempi gratia sia il triãgolo equilatero a b c. circonscritto dal cerchio a b d c. delqual il cẽtro è il põto e. & il diametro la linea a e d. dico che il quadrato del lato a b. esser treppio al quadrato della a e. cioe se per caso il detto lato a b. fusse 6. che'l suo quadrato sarà 36. la linea a e. (mita del diametro) saria ℞ 12. perche il quadrato di ℞ 12 saria 12. il qual 12 è il terzo di 36. (quadrato del lato a b.) del detto triangolo. a b c. & tutto questo dimostra Euclide nella detta ottaua propositione del suo decimoterzo libro. Et se per caso il detto mezzo diametro a e. fusse 4. il cui quadrato è 16. seguiria il detto lato a b. del detto triangolo. a b c. esser ℞ 48.

12 Similmẽte Euclide nella 9 propositione del suo 13 libro speculatiuamẽte dimostra, che sel lato del essagono equilatero, & il lato del decagono equilatero, i quali da vn medesimo cerchio ambiduoi siano circonscritti, sarãno insieme cõgionti directamẽte in longo. Tutta la linea da questi cõposta, sara diuisa secõdo la proportion hauente il mezzo, & 2 estremi, & la maggior parte di quella sara il lato del essagono. Essempi gratia sia il cerchio a b c. il centro delquale sia d. & il diametro a d c. & sia l'arco a b. la sesta parte di tutta la detta circonferentia di tal cerchio, & l'arco a e. sia la decima parte di tutta la detta circonferentia del detto cerchio, onde tirãdo la corda a b. & similmente la corda a e. seguita detta corda a b. esser il lato del essagono equilatero, & la corda a e. esser il lato del decagono (cioe di 10 angoli) equilatero ambiduoi dal medesimo cerchio circonscritti, & sia protratta la linea a b. per fin in põto f. talmente che la linea b f. sia equale alla a e. (lato del decagono) dico tutta la linea a f. esser diuisa secondo la proportion hauente il mezzo, & 2 estremi in põto b. & la sua maggior parte esser la a b. lato del essagono, & tutto questo il detto Euclide nella detta 9 del 13 dimostra cosi essere. E pero seguita, che noto il diametro del cerchio facilmente potemo trouar il lato del essagono, & anchor quello del decagono, & è cõuerso. Essempi gratia supponemo, che'l diametro d'un cerchio sia 40. volẽdo mo saper quanto sia il lato del decagono circonscrittibile da tal cerchio, troua prima quanto sia il lato del essagono, che (p il corelario della 15 del 4 di Euclide) è equale alla mita del diametro del detto cerchio, cioe sara 20. & questo sara la parte maggior di vna quãtita diuisa secõdo la detta proportione hauẽte il mezzo, & duoi estremi, & la menor (quala sara il lato del decagono) n'è sin hora incognita, vero è che la si porria trouar per piu vie, ma voglio che la trouiamo per la regola del 3. et p far questo diuide che quãtita si per secõdo la detta proportione hauẽte il mezzo, & 2 estremi, hor diuidemo il nostro 12. che sai che la maggior parte è ℞ 180 m̃ 6. & la menor è 18 m̃ ℞ 180. per voler mo trouar la parte menor al nostro 20. egli è vero, che tu porresti dire, se ℞ 180 m̃ 6 mi da 18 m̃ ℞ 180. che mi dara 20. ma pche il partitor di questa operatione saria quel ℞ 180 m̃ 6. il qual partitor rẽderia tal operatione alquanto piu laboriosa, e pero voglio che pigliamo 12 per il maggior termine, & quel ℞ 180 m̃ 6. per il menor dicendo, se 12 mi da ℞ 180 m̃ 6. che mi dara 20. onde multiplicando 20 fia ℞ 180 m̃ 6. fara ℞ 72000 m̃ 120. & questo partiremo per 12. ne venira ℞ 500 m̃ 10. & tanto sara il lato del ricercato decagono circonscrittibile da vn cerchio, che'l suo diametro sia 40.

diametro del cerchio 40.
lato del essagono 20.
lato del decagono ℞ 500 m̃ 10

Il medesimo ti sarebbe venuto per la prima regola, cioe con la parte maggior, & menore del sopra detto 12. dicendo, se ℞ 180 m̃ 6. mi da 18 m̃ ℞ 180. che mi dara 20. multiplica 20 fia 18 men ℞ 180 fara 360 m̃ ℞ 72000. & questo bisogna partir per ℞ 180 m̃ 6. e per far tal partir bisogna trouarvo partitor, che sia d'vn nome solo (come sai) multiplicãdo ℞ 180 m̃ 6. per il suo binomio, cioe per ℞ 180 piu 6. & fara 144. per il tuo partitor multiplica anchor la cosa da partir, cioe 360 m̃ ℞ 72000. per il medesimo ℞ 180 piu 6. fara ℞ 1036800 m̃ 1440. & questo partiremo per il nostro 144. il che facẽdo ne venira medesimamente ℞ 500 m̃ 10 per il lato del ricercato decagono, si come per l'altra regola fu trouato, ma procedendo per questa seconda rende piu laboriosa la operatione, come di sopra fu detto per causa di quel partir per ℞ 180 men 6. e pero bisogna auertire di saper alle volte schifar le vie strane. Perche ciascheduna cosa, che interuogli a vna linea di uisa secondo la detta proportione, Euclide nella seconda del suo decimoquarto libro dimostra interuenire il medesimo a ogni altra similmente diuisa.

23 ANchora Euclide nella terza propositione del suo 14 libro ne da vn'altra piu breue regola di poter trouar (per la noticia del lato del essagono) il lato del decagono, perche nella detta propositione specialmente ne dimostra, che diuidendo il lato del detto essagono secondo la detta nostra proportione, la sua maggior parte sara il lato del decagono, & questa è assai piu breue operatione di qual si voglia delle due precedenti. Essempi gratia sel lato del essagono sara 20 come di sopra è stato supposto, & volendo con somma breuita trouar il lato del decagono diuide il detto 20 secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, il che facendo trouarai, che la sua maggior parte sara R 500 men 10. & tanto sara il lato del decagono nel medesimo cerchio descritto, si come che anchora per le altre soprascritte due laboriose vie fu determinato.

24 SImilmente se con la noticia del lato del decagono equilatero, & equiangolo per la regola del tre vorrai trouar il lato del essagono, & consequentemente il diametro del cerchio, che li circonscriue ambiduoi, procederai al contrario di quello fu fatto nelle 2 passate fatte per la regola del tre. Essempi gratia supponemo che'l lato del detto decagono sia 10. volendo con tal noticia trouar il lato del essagono, & anchora il diametro del cerchio, che li circonscriue, diuiderai pur vna quantita a tuo piacer (poniam anchor 12) secondo la detta proportione, e cosi trouarai per la maggior parte esser R 180 m̃ 6. & la menor 18 m̃ R 180. vero è che tu poteresti dir, se 18 m̃ R 180 (parte menor) mi da R 180 m̃ 6 (per la parte maggior) che mi dara 10 (parte menor) & cosi operando ti daria il lato del essagono, qual duplicandolo ti daria il diametro del cerchio, ma per ridur la opera non piu facile supponeremo R 180 m̃ 6. per la parte menore, & 12 cioe il tutto, per la maggior, dicendo, se R 180 m̃ 6 (parte menore) mi da 12. per la maggior, che mi dara 10 (parte menore) multiplica 10 fia 12 fa 120. da partir per R 180 m̃ 6. onde multiplicando si il partitor, come la cosa da partir per R 180 piu 6 (cioe per il suo binomio) & hauerai per partitore 144. & per la cosa da partir hauerai R 2592000 piu 720. & questo partendolo per 144 (suo partitore) te ne venira R 125 piu 5. & tanto sara il lato del ricercato essagono, qual duplicato fara R 500 piu 10. & tanto sara il diametro del cerchio, che li circonscriue ambiduoi, ch'è il proposito.

lato del decagono 10.
lato del essagono R 125 piu 5.

25 ANchora Euclide nella 10 propositione del detto suo 13 libro specularmente dimostra, che ogni lato d'un pentagono equilatero, & equiangolo è tanto piu potente del lato del essagono equilatero, & equiangolo quanto puo il lato del decagono equilatero, essendo ambiduoi descritti in vno medesimo cerchio. E pero egli è manifesto, che sumando il quadrato del lato del essagono insieme col quadrato del lato del decagono, tal summa sara equale al quadrato del lato del pentagono, nel medesimo cerchio descritto. Essempi gratia supponemo che sia vn cerchio, che'l suo diametro sia longo 40, volendo con tal noticia trouar quanto sia il lato del pentagono, prima troua il lato del essagono, & similmente quello del decagono, onde procedendo per le regole date nella 23 si trouara il lato del essagono esser 20 cioe la mita del diametro del cerchio, & il lato del decagono esser R 500 m̃ 10. e per tanto volendo trouar il lato del pentagono quadraremo quel 20 (lato del essagono) fara 400. quadraremo anchora R 500 m̃ 10 (lato del decagono) fara 600 m̃ R 200000. qual sumando con 400 fara 1000. men R 200000. & tanto sara il quadrato del lato del pentagono, onde il lato del detto pentagono venira a esser la R v. di 1000 men radice 200000. laqual (se ben ti aricordi) si rappresenta in questa forma radice vniuersale (1000 men R 200000.) & tanto sara il lato del ricercato pentagono, che è il proposito.

diametro del cerchio 40.
lato del pentagono R v. (1000 men R 200000.
ouer
diametro ——— 4
lato del pent. R v. (10 m̃ R 20.

Correlario

E pero da questo vien a esser manifesto la proportione del diametro del cerchio al lato del pentagono equilatero descritto in quello esser si come 40. a radice v. (1000 men R 200000) laqual proportione in menori numeri sarebbe, come da 4 a R v. (10 men R 20.)

26 ANchora Euclide nella 11 propositione del detto suo 13 libro specularmente dimostra, che se a duoi propinqui angoli d'un pentagono equilatero descritto dentro d'un cerchio dalli termini di suoi lati, siano sotto tese, ouer tirate due linee rette, l'una, & l'altra di quelle segara l'altra secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte di ciascuna di quelle sara equale al lato di quel pentagono. Essempi gratia sia il pentagono equilatero. a b c d e. descritto nel cerchio delle medesime lettere segnato, & a duoi propinqui angoli di quello, poniamo a. & b. siano sotto tese, ouer tirate le 2 linee rette a c. & b e. segandosi fra loro in ponto f. Dico adunque l'una, & l'altra di quelle esser diuisa in ponto f. secondo la proportione hauente il mezzo, & 2 estremi, & che la maggior parte di ciascuna di quelle è equale al lato del pentagono, cioe che la parte f c. è equale al lato a e. & il medesimo s'intende dell'altra parte maggiore f e. & tutto questo dimostra il detto Euclide nella detta 11 del suo 13 libro. E pe

laro del pentagono ℞ 125 m̃ 5
corda pentagonale —— 10

ouer
lato del pentagono 8
corda pentagonale ℞ 80

ro seguita in pratica, che per la notitia della linea sotto tendente al angolo del pentagono, potiamo trouar il lato del pentagono, & similmente al contrario, cioe per la notitia del lato del pentagono potiamo trouar la detta linea sotto tendente al angolo del pentagono. Essempi gratia se la linea .a c. ouer .b e. fusse poniamo 10. se per tal notitia vorremo trouar il lato del detto pentagono diuideremo il detto 10. secondo la proportion hauente il mezzo, & 2 estremi, il che facendo trouaremo la sua maggior parte esser ℞ 125 men 5. & tanto sara il lato del detto pentagono. La qual cosa ne fa chiari la proportione del lato del pentagono alla linea, che sotto tende al angolo esser, come da ℞ 125 men 5. a 10. Ma se per la notitia del lato del pentagono vorremo trouar la detta linea sotto tendente al detto angolo del pentagono, potremo trouarla per piu vie, vero e che la piu breue saria per algebra, ma per nõ hauer anchora dichiarato li principij di detta algebra la trouaremo per via di proportion. Essempi gratia poniamo che'l lato del detto pẽtagono sia 8. volẽdo per tal notitia trouar quanto sia la corda pentagonale. Tu sai per la precedente, che la proportione del lato del pẽtagono alla detta corda pentagonale esser, come ℞ 125 men 5. a 10. E pero diremo per la regola del 3. se ℞ 125 men 5. mi da 10. che mi dara 8. multiplica 8 fia 10 fa 80. & questo parti per ℞ 125. men 5 onde procedendo secondo le regole date per partir per vn residuo, & trouarai che ti venira ℞ 80 piu 4. & tanto sara la ricercata corda pentagonale, che e il proposito.

28 Similmente Euclide nella 11 proposizione del suo 13 libro specolatiuamente dimostra, che'l diametro d'un cerchio, che circonscriua vn pentagono equilatero, sara rationale, il lato di quel tal pentagono sara vna linea irrationale, cioe quella, che e detta linea minore.

Questa propositione alla proua del pratico, ouer naturale, qual e la isperientia, par che sia falsa, perche di sopra nella 14. fu cõ la isperientia mostrato, ch'essendo il diametro d'un cerchio 40. che'l lato del pentagono circonscritto da quello esser ℞ v. (1000 m̃ ℞ 200000) & nelli memori numeri fu trouato, ch'essendo il diametro d'un cerchio 4. che'l lato del detto pentagono sarebbe ℞ v. (10 m̃ ℞ 20.) lequal quantita, ne l'una, ne l'altra par esser la detta linea minore, laqual linea minor, se ben ti ari cordi di quello, che fu detto, & essemplificato con numeri, & ℞ nella 4 del 4 capo del 11 libro della seconda parte, non par che si cõuenga, ne cõ l'uno, ne con l'altro di detti 2 lati di pentagoni circonscritti dalli detti 2 cerchij, c'hanno il suo diametro rationale, delliquali l'uno e 40. & l'altro e 4. Hor per chiarir questo dubbio bisogna cauar quella ℞ dell'uno, & l'altro di quelli 2 residui secõdo la regola data per cauar tal ℞ di residui, che per esser l'uno, & l'altro residuo 4. la sua ℞ e necessario esser la linea minore, cioe la ℞ di quel 1000 men ℞ 200000. (residuo 4) trouarai esser ℞ v. (500 piu ℞ 200000) m̃ ℞ v. (500 m̃ ℞ 200000) laqual quantita, se ben la considerarai, trouarai esser la linea minore. Similmente cauando la ℞ di quell'altro 10 m̃ ℞ 20 (ch'e pur residuo 4.) si trouara tal ℞ esser ℞ v. (5 piu ℞ 20) m̃ ℞ v. (5 m̃ ℞ 20) che sara per la linea minore, & cosi viena a esser risolto il dubbio, che il puro pratico potria (per la sua poca consideratione) hauer conceputo, egli e ben vero, ch'hauendo da maneggiar il detto lato del pentagono (come interuien nelli corpi) piu commodo sarebbe a maneggiarlo nella prima rappresentatione, cioe per quella vnica radice vniuersale, che con quelle due formare la detta linea minore, pero non ti marauigliar se nel nostro processo, la maggior parte delle volte lo rappresentaremo per quella vnica ℞ vniuersale.

c d. —— 8
a c. —— ℞ 80 piu 4
a f. ℞ v. (80 piu ℞ 5120

l'aria del triãgolo. a c d sarebbe ℞ v. (128 piu ℞ 1940720)

29 E sopra notare Euclidane propositioni sono fondamentali sopra dellequali infinite altre questioni si potria formare, lequali con le euidentie delle dette fondamentali sempre si possono risoluere. Essempi gratia supponemo che sia il pẽtagono. a b c d e. equilatero, & equiangolo delqual il lato suo sia 8. & volendo con tal notitia trouar quanto sia la perpendicolare, che si parte da l'angolo a. & cade sopra il lato. c d. a quel opposito, cioe la perpendicolare. a f. Prima troua quanto sia la corda pentagonale, onde procedendo secondo l'ordine dato nella decimaseconda trouarai quella esser ℞ 80 piu 4. & cosi vien hauer il triangolo. a c d. di duoi lati equali, delli quali l'uno e. a c. & l'altro. a d. li quali sono la corda pentagonale, cioe l'uno e l'altro viene a esser ℞ 80 piu 4. & la basa. c d. vien a essere 8. onde per trouar la sua perpendicolare. a f. caua il quadrato della. f d. (mita della basa) che sara 16. dal quadrato della. a d. il qual quadrato sara 96 piu ℞ 1280 restara 80 piu ℞ 5120. & la ℞ di tal binomio sara la detta perpendicolare. a f. laqual ℞ non volẽdola cauare, la rappresentarai in questo modo ℞ v. (80 piu ℞ 5120. & tanto conchiuderemo esser la ricercata perpendicolare. a f. che e il proposito.

Et cosi ad te paresse di voler saper la superficie del detto triangolo. a c d. multiplicarai la mita della basa, ch'e 4. fia la perpendicolare. a f. & hauerai l'intento tuo, cioe trouarai l'aria del detto triangolo. a c d. esser ℞ v. (128 piu ℞ 1940720.

30 Sia anchora il pentagono equilatero & equiangolo. a b c d e. che'l lato suo e 8. & la corda pentagonale. b e. e pur ℞ 80 piu 4. & volendo per tal notitia trouar la perpendicolare. a f. dal quadrato della. a e. (qual quadrato sara 64) cauarai (secondo il solito) il quadrato della. f e. (il qual quadrato sara 24 piu ℞ 320) restara 40 men ℞ 320. & la

radice di questo tal binomio sara la detta ricercata perpendicolare a f laqual se non volendola cavare tu la rappresentarai per radice universale. In questa forma ℞ v. (40 men ℞ 320) che è il proposito. Et se ti paresse di voler saper l'aria superficiale di tal triangolo a b e, (perche son certo che da te medesimo saprai, come governarti) a te lasso la impresa.

41 Anchora Euclide nella nona propositione del suo decimoquarto libro geometricamente approva, & dimostra, che se in qualunque cerchio sara descritto un pentagono equilatero, lo rettangolo, che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio, & sotto il dextante di quella linea, che sotto tende a l'angolo del detto pentagono, di necessita il bisogna esser equale al medesimo pentagono, cioe che il rettangolo contenuto sotto li $\frac{3}{4}$ del diametro di quel cerchio & li $\frac{5}{6}$ della corda pentagonale, sara equale all'aria di quel tal pentagono, & accio meglio se intenda tal modo di parlare bisogna sapere, qualmente li nostri antichi con lo intelletto dividevano ogni tutto in 12 parti equali, lequai 12 parti le chiamorno 12 oncie, & quel tutto lo chiamorno Asse, & le 11 di quelle parti gli dissono deunce, cioe 11 oncie, & le 10 dextante, cioe 10 oncie, o vogliam dire li $\frac{5}{6}$ del tutto, & le 9 le chiamorno dodrante, cioe oncie 9. o vogliamo dire li $\frac{3}{4}$ del tutto, & le 8 parti le chiamorno besse, cioe oncie 8. o vogliam dire li $\frac{2}{3}$ del tutto, & alle 7 gli dicevano septunce, over septante, cioe oncie 7. over $\frac{7}{12}$ del tutto, & alle 6 parti le chiamavano semis, cioe la mita del tutto, over ℈ 6. & alle 5 parti le chiamavano quincunce, cioe cinque oncie, over $\frac{5}{12}$ del tutto, alle 4 parti gli dicevano triente, cioe il $\frac{1}{3}$ del tutto, over 4 oncie, alle 3 parti le chiamavano quadrante, cioe la quarta parte del tutto, over oncie 3 alle 2 parte gli dicevano, sestante, cioe la sesta parte del tutto, over oncie 2 alla unica parte gli dicevano oncia, over la $\frac{1}{12}$ parte del tutto, & tutte queste tai parti le rappresentavano con varij carati, come appar sopra la detta nona del decimoquarto libro del detto Euclide.

Anchora li detti antichi dividevano la oncia in altre 12 parti, & le denominorno per altri nomi, cioe alla mita di detta oncia gli dissono semioncia, alla terza parte duella, alla quarta parte sicilico, alla sesta sextula, alla ottava parte dragma, alla duodecima emisela, alla decimaottava tremisse, alla 24 parte scropolo, alla 48 obolo, alla 72 bisiliqua, alla 96 cerates, alla vigesima che è 144 parte di essa oncia chiamorno siliqua, & a queste 12 frattioni della oncia li posteriori gli hanno aggionto il calco, & questo calco è la 192 della oncia, & il Campano, over altri greci sopra la detta nona del detto decimoquarto libro, dicono che la causa di quel aggiongimento del calco, (qual è la 192 parte della oncia) fu accioche il diatesseron, & il diapente delle simphonie di quel, & similmente distinti per intervalli di queste frattioni, la denominatione se stendesse per fin al minimo stremo, & tutte tali frattioni, le rappresentavano con varij carati, come che in esso Euclide si vede annotati.

Hor per tornare al nostro primo proposito, replico, & dico che il dutto delli $\frac{3}{4}$ del diametro del cerchio nelli $\frac{5}{6}$ della corda, che sotto tende a l'angolo del pentagono inscritto in quello è equale a l'aria, o vuoi dire alla superficie di quel tal pentagono, & quantunque il medesimo faccia il dutto delli $\frac{5}{8}$ del detto diametro in tutta la detta corda pentagonale, over li $\frac{5}{8}$ della corda pentagonale, in tutto il diametro, nondimeno piu in proposito tornava a Euclide a dimostrare specialmente, che li detti $\frac{3}{4}$ del diametro, dutti nelli $\frac{5}{6}$ della detta corda pentagonale facesse la superficie di tal pentagono, di quello facesse approvare che li $\frac{5}{8}$ del diametro in tutta la detta corda pentagonale facesse il medesimo, ma in pratica noi potemmo operare qual regola delle dette due ne pare. Essempi gratia sia il pentagono a b c d e equilatero inscritto nel cerchio delle medesime lettere notato, il lato del qual pentagono supponemmo, che sia 8. volendo trovar la superficie del detto pentagono, prima trovaremo la corda b e che procedendo, per la regola data nella decimasesta, trovaremo quella esser ℞ 80 piu 4. Similmente bisogna trovar il diametro a f del detto cerchio, onde procedendo per qual via ti pare, trovarai quel esser ℞ v. (128 piu ℞ 3276$\frac{4}{5}$. Hor per trovar l'aria del detto pentagono per la regola data da Euclide, trovaremo li $\frac{3}{4}$ del diametro a f cioe di ℞ v. (128 piu ℞ 3276$\frac{4}{5}$, liquali sono ℞ v. (72 piu ℞ 1036$\frac{4}{5}$) poi trovaremo li $\frac{5}{6}$ della corda pentagonale, cioe di ℞ 80 piu 4. che è ℞ 55$\frac{5}{9}$ piu 3$\frac{1}{3}$, poi multiplicaremo queste due quantita, cioe ℞ 55$\frac{5}{9}$ piu 3$\frac{1}{3}$ fia ℞ v. (72 piu ℞ 1036$\frac{4}{5}$, & fara ℞ v. (6400 piu ℞ 3276800. & tanto sara la ricercata superficie di tal pentagono. Ma in questa, & in altre simili sorte di operationi, bisogna haver bene in memoria il multiplicare di una ℞ universale per un binomio, & similmente il partire, & il pigliar le ricercate parti altramente restarai confuso.

lato a b. — 8
corda b e. ℞ 80 piu 4.
diam. a f. ℞ v. (128 piu ℞ 3276$\frac{4}{5}$.

li $\frac{3}{4}$ del dia. ℞ v. (72 piu ℞ 1036$\frac{4}{5}$.
li $\frac{5}{6}$ della cor. ℞ 55$\frac{5}{9}$ piu 3$\frac{1}{3}$

aria del penta. ℞ v. (6400 piu ℞ 3276800.

li $\frac{5}{8}$ della cor. ℞ 31$\frac{1}{4}$ piu 2$\frac{1}{2}$
il diame. ℞ v. (128 piu ℞ 3276$\frac{4}{5}$.

superficie del penta. sara pur ℞ v. (6400 piu ℞ 3276800.

Et se ti paresse di voler trovar l'aria del detto pentagono, con il multiplicare li $\frac{5}{8}$ della corda b e, cioe di ℞ 80 piu 4. (che saria ℞ 31$\frac{1}{4}$ piu 2$\frac{1}{2}$) fia tutto il diametro, cioe fia ℞ v. (128 piu ℞ 3276$\frac{4}{5}$ siche facendo trovarai che te ne venira il medesimo, cioe ℞ v. (6400 piu ℞ 3276800) & tanto replico esser la superficie di tal pentagono, che è il proposito.

22 E questioni straordinarie, che sopra della figura pentagona si poria addurre, sono molte, che a volerle narrare saria cosa longa, basta che la maggior parte si ponno solvere per proportione, & positione per mezzo delle ordinarie di sopra addutte. Et acciò meglio m'intendi te ne voglio ponere alcune.

Egli è un pentagono equilatero in un cerchio descritto di tal qualità, che il quadrato del lato del detto pentagono, gionto con il quadrato della corda, che sotto tende al angolo di tal pentagono sia poniamo 21. si adimanda quanto sia il lato, & la corda di tal pentagono, & similmente il diametro del cerchio, che'l contiene.

Questa solverai con positione, & proportione, cioè poni, over trova un pentagono, che queste parti ci siano note, hor poniamo quello che è descritto in quel cerchio, che il suo diametro è 4. & se ben ti ricordi il lato di tal pentagono fu R.v.universale (10 men R.20) & la sua corda pentagonica si trovava pur con proportione, esser R.v.(10 più R.20.) cioè per trovar la detta corda, tu farai (per la decimasesta) che il pentagono, che è per lato 8. la sua corda pentagonica è R.80 più 4. e però dirai se 8 di lato mi da di corda R.80 più 4. che mi darà radice universale (10 men R.20) opera (quadrando li tre termini per quella radice universale) & trovarai che ti darà R.v.(10 più R.20.) & tanto sarà la detta corda pentagonale, come di sopra fu detto, hor se'l quadrato del lato di questo pentagono, gionto con il quadrato della sua corda facesse 21. come si ricerca, sarebbe risolto il dubbio. Ma perche il quadrato del lato, che è R.v.(10 men R.20.) sarebbe 10 men R.20. & il quadrato della corda, cioè di R.v.(10 più R.20) sarebbe 10 più R.20. qual quadrato gionto con l'altro, cioè con 10 men R.20. farà 20 a ponto, & noi vorressimo, che facesse 21. e però per la regola del tre diremo, se 20 vien da 10 men R.20. & da 10 più R.20. & da 16. quadrato del diametro del cerchio, da chi venirà 21. opera che trovarai, che venirà per il lato del pentagono radice universale (10½ men R.22 1/20, & per la corda pentagonica di quello R.v.(10½ più R.22 1/20, & per il diametro del cerchio R.16 4/5, che è il proposito, & se ne farai prova la trovarai buona, cioè se pigliarai il quadrato di R.v.(10½ men R.22 1/20, che sarà 10½ men R.22 1/20, & summarlo con il quadrato di R.v.(10½ più R.22 1/20, che sarà 10½ più R.22 1/20, trovarai che tal summa sarà a ponto 21. come si ricerca.

23 LA seconda questione straordinaria è questa. Egli è uno pentagono equilatero in un cerchio descritto di tal qualità, che se dalla summa del quadrato del suo lato, & della sua corda pentagonica ne sottramo il quadrato del diametro del cerchio, dove è inscritto rimane 20 si adimanda quanto è il lato, & la corda, & il diametro del cerchio.

In questa, & altre simili procederai pur per appositione, & proportione sì, come nella precedente, cioè trova un pentagono che le dette parti siano note. Essempi gratia di sopra tu hai cinque il pentagono, che il quadrato del suo lato è 10 men R.20 il quadrato della sua corda è 10 più R.20. che gionti questi duoi quadrati insieme fanno 20. & perche la possanza, over il quadrato del diametro del cerchio è 16. che tratto di 20. restarà 4. & noi vorressimo, che restasse 20. E per tanto diremo, se 4 vien da 10 men R.20. & da 10 più R.20. & da 16. da chi venirà 20. opera che la possanza del lato di tal ricercato pentagono sarà 50 men R.500. & della corda sarà 50 più R.500. lequali due possanze gionte fanno a ponto 100. Et perche il quadrato del diametro trovarai esser (per la detta regola) 80. qual tratto del detto 100, restarà a ponto 20. come si ricerca, che è il proposito. Et così infinite altre se ne poria formare, lequali con simil andare di positione, & proportione si risolverebbono.

24 Anzi che usciamo di questo capo, ti voglio notificar un'altra singolar proprietà, over effetto della proportione havente il mezzo, & duoi estremi, laqual singolar proprietà, over effetto non è stato dimostrato da Euclide, il qual effetto è questo, che se fra le due parti di una linea divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi sarà trovato un medio proportionale, tal medio insieme con le prime due parti della prima linea formaranno tre quantità continue proportionali di tal qualità, che il quadrato della prima gionto con il quadrato della seconda (cioè del medio) tal summa sarà equale al quadrato della terza quantità, laqual cosa in alcun'altra specie di proportione non si trovarà tal singolar proprietà, & tutto questo con speculativa dimostratione faremo all'intelletto chiaro.

Sia adunque la linea.a b. divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi in ponto c. & sia la sua maggior parte la.c b. & sia trovata la.c d. (per la nona del sesto di Euclide) media proportionale fra la.a c. & la.c b. hor dico che il quadrato della.a c. (primo) gionto con il quadrato della.c d. (seconda) tal summa sarà equale al quadrato della.c b. (terza) laqual cosa in questo modo si dimostra, per esser la.a b. divisa secondo la detta nostra proportione in ponto c. il congionto del quadrato di tutta la detta linea.a b. con il quadrato della sua menor parte.a c. per

la quant

la quinta del decimoterzo di Euclide) sara treppio al quadrato della .c b. & perche il quadrato della a b. (per la quarta del secondo di Euclide) è eguale alli quadrati delle due parti a c. & c b. & al doppio del dutto della .a c. in .c b. e pero in luogo del quadrato della a b. pigliaremo li detti duoi quadrati, & duoi dutti dicendo che il congionto delli detti duoi quadrati, & duoi dutti insieme con il quadrato della a c. (parte menore) sara treppio al quadrato della medesima .c b. Et se il quadrato della a c. insieme con li quadrati delle due parti a c. & c b. con il doppio del dutto della a c. nella .c b. tal summa è treppia al quadrato della .c b. ma cavando della detta summa il quadrato della .c b. senza dubbio in restante, che sara duoi quadrati della .a c. & duoi dutti della .a c. nella .c b. saranno solamente doppii al detto quadrato della .c b. Seguita adunque che un solo quadrato della a c. & un solo dutto della .a c. nella .c b. insieme gionti esser solamente eguali al quadrato della detta parte c b. & perche il quadrato della linea c d. (per la decimasettima del sesto di Euclide) è eguale al detto dutto della .a c. nella .c b. seguita adunque che il congionto del quadrato della a c. (prima) & della c d. (seconda) esser eguale al quadrato della c b. (terza) che sarebbe il nostro proposito.

25 MA perche il puro pratico forsi non sara capace della soprascritta speculativa dimostratione, e pero acio non si lamenti di me voglio approvare tal propositione naturalmente, o vogliamo dire praticamente, cioe con la esperientia, e per tanto divideremo una quantita ne parte secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, hor sia tal quantita 12. che trovaremo la sua menor parte esser 18 men R 180. & la maggiore R 180 men 6. Hor per trovar la sua media proportionale multiplicaremo queste due parti l'una fia l'altra, cioe 18 men R 180. fia R 180 men 6. & trovaremo che fara R 103680 men 288. (summando pero le radici communicanti del primo produtto) & la radice universale del detto produtto sara la ricercata media proportionale, cioe la prima quantita sara 18 men R 180. la seconda, over media sara R v. (R 103680 men 288.) la terza sara 18 men R 180. hor dico che queste tre quantita non solamente sono continue proportionali, ma hano anchora questa mirabil conditione, che la summa del quadrato della prima, & della seconda (cioe delle 2 menor) sara eguale al quadrato della terza (cioe della maggiore) & che questo sia il vero quadra la prima (cioe 18 men R 180.) fara 504 men R 233280. quadra anchora la seconda (cioe R v. (R 103680 men 288.) fara R 103680 men 288. & questi duoi quadrati giongendoli insieme, trovarai che faran no 216 men R 25920. & tanto trovarai esser il quadrato della terza, cioe di R 180. men 6. che se la quadrarai trovarai, che fara precisamente 216 men R 25920. che è il proposito.

Ma in queste tal operationi se non haverai ben in memoria le regole del summar, & sottrar del piu, & del meno, & finalmente delle radici communicanti senza dubbio restarai confuso. Et nota che sopra di questa conclusione si puo formare di belle, & sottil dimande.

26 LE figure essagone equilatere, & equiangole sono di facile apprensione per esser sempre il lato di ciascheduna di quelle (come dimostra Euclide nella decimaquinta del suo quarto libro) è eguale alla mita del diametro del cerchio, che la circonscrive, talche tirando dal centro del detto cerchio una linea a ciascheduno delli 6 angoli di quella tal figura sara risolta in 6 triangoli equilateri, che ciascheduno lato di quelli sara eguale alla detta mita del diametro di tal cerchio. Essempi gratia sia lo essagono a b c d e f. circonscritto dal cerchio dalle medesime lettere annotato, il centro, del quale sia il ponto g. & sia tirate le linee g a. g b. g c. g d. g e. & g f. & sara divisa tal figura essagona in 6 triangoli equilateri, che ciascheduno lato di ciascheduno di quelli sara eguale alla mita del diametro del detto cerchio, e pero essendone noto il diametro del detto cerchio, ne viene a esser noto il lato di tal figura (& per il contrario) & essendone noto il lato di tal figura ne viene a esser noto, non solamente i lati di quelli 6 triangoli equilateri, ma anchora le loro perpendicolari, & finalmente l'aria sua, & quella di tutta la figura, & per esser meglio inteso supponemo che il lato del detto essagono sia 10. (onde il diametro del cerchio verrebbe a esser 20) e pero li detti 6 triangoli seranno 10 per faccia, hor trovamo la perpendicolare di uno di quelli (per la regola data) cioe quadra 10 fa 100. & di questo 100 cavane il quarto, cioe il quadrato della mita di 10. il qual quadrato sara 25. restara 75. & la R 75 sara la perpendicolar di uno di detti 6 triangoli, laqual multiplicata fia la mita della basa, laqual mita sara 5. il suo quadrato sara 25. multiplicato adunque 25 fia 75. fara 1875. & cosi la R 1875 sara la superficie di l'uno di detti 6 triangoli, ma perche li detti triangoli sono 6 multiplicaremo la detta superficie di R 1875 per 6 (quadrando pero il 6.) & trovaremo che fara R 67500. & tanto sara l'aria, over superficie di tutti li detti 6 triangoli, & consequentemente di tutta la figura essagona, che è il proposito.

Porrebbesi per un'altra via trovar la superficie di tal essagono, cioe imaginando in tal essagono un triangolo equilatero tirando dal ponto .a. una linea dal a al e. & un'altra dal a al c. & un'altra dal a.b.c. del qual triangolo equilatero, la sua perpendicolare veniria a esser (se ben la consideraremo) li tre quarti del diametro, li quali tre quarti del diametro sarebbono 15. onde il lato di tal triangolo veniriebbe a esser R 300. & questo tal triangolo (se ben lo essaminarai) trouarai esser la mita del detto essagono, onde multiplicando la perpendicolare contra tutta la basa produrra il doppio de l'aria del detto triangolo, il qual doppio veniria a esser equale all'aria del detto essagono, e pero multiplicando la perpendicolar, che è 15. sia la basa, che è R 300. fara R 67500. per l'aria del detto essagono, si come che per l'altra via fu anchor trouato, nondimeno il primo modo è piu naturale, e pero meglio si conserua nella memoria.

27 EGlie vno essagono, che l'aria sua è cento, volendo per tal noticia trouar quanto sia il lato di tal essagono.

Trouasi per positione, & proportione, cioe poni vno essagono a tuo piacer di lati, & superficie cognita, hor pigliamo quello della precedente, che fu che il lato è 10. & la sua superficie è R 67500. & quadra il detto suo lato fara 100. poi per la regola del tre dirai, se R 67500. di superficie vien da 100. (quadrato del lato) da chi veniria 100 di superficie, e opera secondo la regola, & trouarai che veniria da R 148 1/27, & tanto sara il lato del detto essagono, & con tal regola potrai far le simili, & in ogni specie di figura, perche l'aria delle figure simili al quadrato del suo lato mantengono vna medesima proportione.

28 LE figure di sette angoli equilatere, & equiangole sin hora non è stato ritrouato il modo di saperla dessignare con ragione, ne manco che proportione sia fra il suo lato, & il diametro del cerchio, che la circonscriue, ne manco quella che sia fra il lato, & la corda, che sotto tende al angolo del detto settagono, e pero n'è impedita la via di poter per la sola noticia del lato, ouer del diametro del cerchio, trouare con modi geometrici la sua superficie, eccetto con modi naturali, come su fatto di terreni. Eglie ben vero che Orontio moderno mathematico s'auanta, & prosume di hauer trouata la discrettione di tutte le regolar figure di molti angoli, cioe non solamente della detta figura di sette angoli, & lati equilatera, & equiangola, ma anchora di quella di 9. & di 11. & di 13. & altre simili, lequal figure da Euclide sono state interlassate, & similmente Ptolomeo nella formatione delle tauole di corde, & arco niente di tai figure ha parlato. Et per tanto volendo il detto Orontio dar a credere al mondo, che lui sapesse molto piu di quello che lui sapeua, & è notificato lui medesimo appresso di ogni intelligente geometra saper molto, & molto meno di quello, che lui si prosume di saper in tal facultà, & che questo sia il vero il detto Orontio principal fondamento di tal sua openione, piglia questa propositione in qual si voglia duoi triangoli di duoi lati eguali, che habbiano li duoi lati dell'uno, eguali alli duoi lati dell'altro, & che la basa dell'uno sia maggior della basa dell'altro, conchiude che dalla data quantita delle due base sussequita la proportionata quantita delli duoi angoli contenuti sotto delli lati eguali, cioe che li detti angoli imitano la proportione delle 2 base. Ma nõ dimostra altramente tal propositione, ma vuol che la sia creta cosa ridiculosa appresso di ogni geometra, & tanto piu ridiculosa quanto si puo dimostrar il contrario. Il qual contrario si manifesta a questo modo sia il cerchio. a b c d. il centro del quale sia il ponto. e. & sia tirato in quello la linea a b. lato del quadrato, & la. b c. lato del essagono, & dal centro. e. siano tirate le linee. e a. e b. e c. & fara costituito li duoi triangoli. e a b. & e b c. ciascheduno di duoi lati eguali di l'uno sotto eguali alli 2 lati eguali dell'altro (perche tutti vengono dal centro alla circonferentia) & l'angolo. a e b. del triangolo. a e b. è retto, & l'angolo. b e c. del triangolo. b e c. è li duoi terzi d'un angolo retto (per esser tal triangolo. b e c. equilatero) per esser adunque l'angolo. a e b. in sesquialtera proportione a l'angolo. b e c. seguiria (per la detta proportione di Orontio) che la basa. a b. fusse in sesquialtera proportione alla basa. b c. laqual cosa non è vero, perche se'l diametro. a d. fusse ponimo 14. la basa. a b. sarebbe R 98. & la basa. b c. sarebbe 7. lequal due base si vede, che nõ osseruano tal proportione sesquialtera, seguita adunque tal sua conclusione esser falsa, & cio che da quella depende esser falsa, e pero potiamo dire sin hora non esser cognita la costruttione geometrica del detto settagono, nonagono, vndecagono, & cosi discorrendo. E pero si vede che Hieronimo Cardano medico Milanese insieme con Lodouico suo creato a me proposero (nella nostra publica disputa) varij quesiti nelli suoi 31 a me proposti, che loro medesimi non gli sarebbono saputi soluere, delli quali questo ne è vno, & fu il primo di detti 31.

Errore, & falsa persuasione di Orontio, circa l'hauer trouato la discrettione di tutte le figure regolari di molti angoli.

Quesito primo a me proposto dal Cardano medico, & da Lodouico suo creato da loro ignorato.

EGlie vn triangolo, del qual vn lato è d'uno epagono, & il secondo lato è sottoposto a duoi lati del medesimo epagono, dimostrarime non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno

hanno fra loro tutti tre li lati del detto triangolo.

Equal fato questo non solamente a non passar il detto sesto di Euclide loro medesimi non lo harebbono saputo risoluere, ma con tutti li quindeci libri del detto Euclide, cosa vergognosa, & vituperosa in vna tal publica disputa proponer a me (per confutarme) questioni da loro ignorate.

29 EGlie vn cerchio a b c d e f g h. che il suo diametro è 14. volendo inuestigare quanto sia il lato del ottagono equilatero contenuto da quello.

Prima trouaremo il lato del maggior quadrato, che inscriuer si possa in detto cerchio, & perche il diametro del detto cerchio vien a essere anchora diametro del detto quadrato, e per tanto quadraremo il detto diametro sara 196. & di questo ne pigliaremo la mita, che sara 98. & la ℞ 98. sara il lato del detto quadro, & li 4. lati di tal quadro vengono a essere a g. a c. c e. & e g. & perche delli 8 angoli del ottagono li 4 terminano nelli medesimi ponti a c e g. doue termina anchora li 4 angoli del quadro, & li altri 4 terminano nel mezo di 4 archi, che sopra tendono alli 4 lati del detto quadro, cioe nelli 4 ponti. b. d. f. & h. tal che tirando le 8. cordente a b a h. b c. c d. d e. e f. f g. & g h. sensibilmente si vedera il detto ottagono equilatero, hor per trouare quanto sia vna di dette cordente, dal ponto. h. al centro. i. tiraremo la linea. h i. & quella allongandola per fino alla circonferentia necessariamente concorera nel ponto. d. per esser il ponto d. diametralmente, opposito al ponto. h. & tal diametro. h d. segara la. a g. ortogonalmente (cioe a squadro) in due parti equali in ponto. k. & la. h k. vien a esser perpendicolare del triangolo. a h g. del qual triangolo habbiamo solamente noto la basa. a g. esser ℞ 98 (per esser lato del quadro) & volendo trouar quanto sia la linea. h a. egliè necessario, che noi trouiamo prima quanto sia la detta perpendicolare. h k. Et quella trouaremo per la 35. propositione del terzo libro di Euclide, nellaquale specolatiuamente dimostra, se in vn cerchio due linee rette si seghino fra loro quello, che procede da vna parte di vna di dette linee nell'altra parte di quella medesima è equale a quello rettangolo, che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

Perche adunque la linea. h d. (diametro del cerchio) sega la linea. a g. (lato del quadrato) in due parti equali in ponto. k. il dutto della parte. h k. nella parte. k d. sara equale al dutto della. a k. in la. k g. cioe al quadrato della. a k. & perche tutta la. a g. (lato del quadrato) è ℞ 98. & la. a k. venira a esser ℞ $24\frac{1}{2}$, & il quadrato della ℞ $24\frac{1}{2}$ sara $24\frac{1}{2}$, & cosi il dutto della. h k. nella. k d. sara medesimamente $24\frac{1}{2}$, & perche tutta la. h d. è 14. (diametro del cerchio) e per tanto bisogna far di 14. due tal parti, che il dutto di l'una in l'altra faccia $24\frac{1}{2}$, onde procedendo per la regola data nel quarto capo del vndecimo, & vltimo libro della nostra seconda parte, trouaremo la menor parte esser 7 men ℞ $24\frac{1}{2}$, & tanto sara la perpendicolare. h k. & la. k d. trouaremo esser 7 piu ℞ $24\frac{1}{2}$, hor per trouar quanto sia la. a h. (lato del ottagono) summaremo il quadrato della. h k. (il qual quadrato sara $73\frac{1}{2}$ men ℞ 4802.) insieme con il quadrato della. a k. il qual quadrato sara $24\frac{1}{2}$ fara 98 men ℞ 4802. & tanto sara il quadrato della. a h. (lato del ottagono) onde il detto lato. a h. venira a essere ℞ v. (98 men ℞ 4802.) che è il proposito.

diametro del cerchio 14.
h k. 7 men ℞ $24\frac{1}{2}$
lato del ott. ℞ v. (98 m̃ ℞ 4802.

Anchora per vn'altra via si poria trouar la perpendicolar. h κ. & consequentemente il lato del ottagono. a h. laqual via è questa.

Tutta la. h i è 7. per esser la mita del diametro, & la. κ i. è equale alla. a κ. per esser l'una, & l'altra la mita del lato del quadrato, cioe ℞ $24\frac{1}{2}$, se adunque dalla. h i. (che è 7.) ne cauamo la. κ i. (che è ℞ $24\frac{1}{2}$) il restante. h κ. venira a esser 7 men ℞ $24\frac{1}{2}$, si come per l'altra via, onde summando il quadrato della perpendicolare. h κ. insieme con il quadrato del. a κ. tal summa sara pur 98 men radice 4802. per il quadrato del lato. a h. del ottagono, & la ℞ v. (98 men ℞ 4802) venira a esser il ricercato lato. a h. del ottagono, si come per l'altra via fu anchor trouato.

30 EGlie l'ottagono equilatero. a b c d e f g h. inscritto nel cerchio dalle medesime lettere annotato, del qual ottagono il suo lato è 2. si adimanda quanto sia il diametro del detto cerchio, che lo circonscriue.

lato del ottagono 2.
diametro del cer. ℞ v. (16 piu ℞ 128.

Questa risolueremo per positione, trouando prima vno ottagono, che ci sia noto il lato, & anchora il diametro del cerchio, che lo circonscriue, qual puoi trouare per la regola della passata, ma per abbreuiar le parole pigliaremo quel medesimo della passata, che fu che'l diametro del cerchio è 14. & il lato del ottagono fu trouato esser ℞ v. (98 men ℞ 4802. ma sempre nelle simili bisogna operar con li quadrati di detti termini, cioe quadrar il diametro del cerchio, & l'uno, & l'altro lato dicendo, se 98 men ℞ 4802 (quadrato del lato del ottagono) mi da 196 (quadrato del diametro) che mi dara 4. (quadrato del ottagono) onde multiplicando 4 fia 196 fara 784. & questo partendolo per 98 men ℞ 4802. trouando il suo partitore con multiplicar tal partitore per il suo binomio, cioe per 98 piu ℞ 4802. & similmente la cosa da partire, & trouarai che ti venira per partitore 4802. & la cosa da partire 76832 piu ℞ 4721526912. Onde partendo il detto binomio per il detto partitore, ne venira 16 piu ℞ 2048. & tanto sara il quadrato del diametro del ricercato cerchio, e pero il proprio diametro venira a esser radice vniuersale (16 piu ℞ 128.) che è il proposito. E pero è buono a tener nota della proportione di lati di tal figure, con il diametro del cerchio, che li circonscriue.

diametro del cerchio 14.
superficie del ottag. ℞ 19208.

31 Poniamo anchora che'l diametro del cerchio, che circonscriue l'ottagono. a b c d e f g h. sia 14. volendo saper quanto sia la superficie di tal ottagono.

Troua prima il lato a g. del quadrato, che per la ventesimanona, tu sai ch'egli è ℞ 98. & nota che a multiplicar tutto il diametro del cerchio fia tutto il lato del detto ottagono produce la superficie di tutto il detto ottagono, & questo da sotto faremo chiaro. Multiplicaremo adunque 14 fia ℞ 98 fara ℞ 19208. & tanto sara l'aria del detto ottagono.

La causa che a multiplicare tutto il diametro del cerchio in tutto il lato del quadrato produca la superficie dello ottagono inscritto in detto cerchio, si dimostra in questo modo. Egli è manifesto, che il dutto della perpendicolare h k. (della precedente figura) in tutta la basa a g. (lato del quadrato) produce l'aria del doppio del triangolo a h g. & similmente il dutto della perpendicolare i k. del triangolo. a g i. in tutta la detta basa a g. (lato del quadrato) produce il doppio del detto triangolo a g i. adunque (per la prima del secondo di Euclide) il dutto di tutta la linea i h. (tutta del diametro) nella detta basa g a. (lato del quadro) produra il doppio del quadrilatero. a h g i. il qual doppio viene a esser la mita del detto ottagono, & se il dutto della mita del diametro, (qual è i h.) nella a g. (lato del quadrato) mi da la superficie della mita del ottagono, non vi è dubbio, che il dutto di tutto il diametro d h. nel detto lato del quadrato mi dara l'aria di tutto il detto ottagono, che è il proposito.

32 Supponemmo anchora, che ne sia noto la superficie di vn'ottagono equilatero, & equiangolo esser 400. & che per tal notitia vorremmo trouar la quantita del diametro del cerchio, che lo circonscriue.

Questo si puo trouare con vn'altro ottagono, che di quello ne sia noto la sua superficie, & anchora il diametro del cerchio, che lo circonscriue, hor pigliamo quello della precedente, che il diametro del cerchio è 14. & la superficie del ottagono è ℞ 19208. onde arguendo con il quadrato del diametro diremo, se ℞ 19208 (superficie del ottagono) mi da 196 (per il quadrato del diametro del cerchio, che lo circonscriue) che mi dara 400 (superficie del ottagono) onde multiplicando, & partendo secondo la regola trouaremo, che ne venira ℞ 80000. per il quadrato del detto diametro, talche il detto diametro venira a esser ℞ ℞ 80000. ch'è il proposito.

Delli varij modi inuestigati da gli antichi, & moderni mathematici, & naturali, per quadrare il cerchio, & delle varie openioni circa la quadratura di esso cerchio. Cap. VI.

Hecosa sia il cerchio fu diffinito nel principio della terza parte per auttorita di Euclide, & anchora fu dimostrato sotto breuita sopra il misurar, & squadrar di terreni, la regola praticale data da Archimede Siracusano, da misurar, & squadrar naturalmente (cioe senza error sensibile) il detto cerchio, altramente non si poteua dichiarare qualche altre particolarita del misurar botte, vini, muri, & suoi fondamenti. Ma in questo luogo intendo di tal figura piu abondantemente, & piu minutamente trattare.

Dico adunque tal figura circolare (come approua Aristotele in quel di Celo, & Mondo testo 32) esser la prima delle figure superficiali, ma fin hora niuno vi è stato, che habbia saputo trouar regola di saper geometricamente quadrare tal nobil figura, anzi circa a tal effetto ho ritrouato varie sorte di openioni, cioe alcuni hanno hauuto per fermo la quadratura di tal figura circolare esser scibile, abenche fin hora non sia saputa, cioe esser possibile di trouar geometricamente vn quadrato equale a vn cerchio, ouero esser possibile di trouar la proportione, che è fra la circonferentia del cerchio, & il suo diametro, laqual proportione trouata, che fusse sarebbe anchor trouata la quadratura del detto cerchio (come di sotto si fara manifesto) e pero molti antichi philosophi, & peritissimi mathematici (come recita Georgio Valla Piacentino) hanno con mirabile industria geometrica tentato di trouarla, & di questi furno Anciphon, Brison, Hippocrate Chio, Archimede Siracusano, Apollonio Pergeo, & molti altri, che a voler narrare tutti quelli modi sarebbe cosa longa, basta che niun di loro puote trouar via di concluderla, anchor che ciaschaduno di questi tali fusse in geometria eccellentissimo, il piu ingenioso, & vtil modo fu quello di Archimede, come nell'opra sua appare, il quale anchor che'l non potesse trouar mathematicamente di quadrar tal figura, trouo almeno di quadrarla phisicalmente, cioe in quanto al senso, &

con

con somma breuità, perche trouo dimostratiuamente la proportione della circonferentia al diametro esser menore di tripla sesquisettima, cioe menore, che da 22 a 7. & maggiore di tripla sesqui $\frac{10}{71}$, & oltra di questo ne ha anchora dimostrato specularissimamente, che il dutto della mita del diametro nella mita della circonferentia è precisamente eguale alla superficie di tal cerchio, & anchora per abbreuiar la operatione in pratica, ne ha specularissimamente fatto conoscere, che li $\frac{11}{14}$ del quadrato del diametro del detto cerchio, erano eguali medesimamente alla superficie di tal cerchio, come che sopra il squadrar di terreni fu detto, & essemplificato, e pero superfluo sarebbe a replicar quiui tali essempij.

Ma perche il modo, ouer la via, che tenne quel philosopho detto Hippocrate Chio per trouar geometricamente la detta quadratura del cerchio, fu assai ingeniosa, se la voglio recitare.

Eglie manifesto per la seconda del duodecimo libro di Euclide, che di ogni duoi cerchij, la proportione dell'uno all'altro è si, come la proportione del quadrato dell'uno al quadrato del diametro dell'altro. Et anchora la proportione, che è da vn cerchio a vn'altro cerchio, quella medesima fara della mita dell'uno alla mita dell'altro.

Imperò questo sia il mezzo cerchio. a b c. & sia diuiso il diametro. a b. in 2 parti eguali in ponto. d. & sia eretta la. d c. perpendicolar sopra la. a b. et sia tirata la. c a. et sopra di quella sia lineato il mezzo cerchio. a e c f. perche il quadrato del diam. a b. (per la penultima del primo di Euclide) è doppio al quadrato del diame. a c. seguita adunque che il mezzo cerchio. a b c. sia doppio al mezzo cerchio a e c. & perche il medesimo mezzo cerchio. a b c. è anchor doppio al quadrante. a d c. seguita per commune scientia, il mezzo cerchio. a e c. esser eguale al quadrante. a d c leuando adunque communamente da l'uno, & dall'altro, l'arco, ouer la portione. a c f. (per commune scientia) li duoi residui saranno eguali, i quali residui l'uno è quella lunula, ouer luna. a e c f. & l'altro il triangolo a d c. adunque quella figura di luna, ouer lunula. a e c f. contenuta da due linee curue, vien a esser precisamente eguale a quel triangolo. a d c. contenuto da tre linee rette, materia degna da esser notata, perche da questa si manifesta esser possibile di formar vna figura contenuta da linee curue eguale a qual si voglia figura rettilinea proposta, perche ogni figura rettilinea (per la vltima del secondo di Euclide) si puo tirare in vno quadrato, & quel tal quadrato si puo tirare in vn triangolo rettangolo di duoi lati eguali, simile al soprascritto triangolo. a d c. & sopra la hipotenusa descriuergli vn mezzo cerchio, & anchor vno quadrante simile a l'arco. a f c. & cosi sottrando il detto arco a f c. dal detto mezzo cerchio restara medesimamente vna lunula simile alla soprascritta. a e c f. eguale al detto triangolo formato, che sarebbe il proposito.

Per far il detto triangolo rettangolo di duoi lati eguali, eguale al detto quadrato prima formato, farai vn'altro quadrato sopra il diametro del primo, & questo secondo quadrato (per la penultima del primo di Euclide) sara doppio al primo, e pero tirandoui il suo diametro sara diuiso in duoi triangoli di duoi lati eguali, che ciascheduno di detti duoi triangoli venira a esser eguale al primo nostro quadrato, e pero con vno di quelli potrai essequire quello che di sopra è stato detto, & per il contrario a vna simil data lunula si potra trouar vn simil triangolo a lei eguale.

Hor per venire al fine della prima materia proposta sia la linea. a b. & sopra di quella sia descritto il mezzo cerchio. a c b. & sia retta la. d e. doppia alla. a b. & sopra di questa sia anchora descritto il mezzo cerchio. d m e. & in questo siano tirati tre lati del essagono, quali siano. d f. f g. & g e. tal che ciascheduno di detti tre lati venira a essere eguale alla. a b. per esser ciascheduno eguale alla mita del diametro. d e. sia anchora descritto sopra a ciascheduno di quelli vn mezzo cerchio, quali siano. d h f. f i g. & g k e. onde ciascheduno di questi tre mezzi cerchij venira a esser eguale al mezzo cerchio. a c b. & perche il diametro. d e. è doppio al diametro. a b. seguita che il quadrato del detto diametro. d e. sia quadruplo al quadrato del diametro. a b. e pero il mezzo cerchio d m e. vien a esser quadruplo al mezzo cerchio. a c b. onde seguita che il detto mezzo cerchio d m e. sia eguale a tutti quelli quattro mezzi cerchij. d h f. f i g. g k e. & a c b. cauando adunque communamente da l'una, & l'altra banda quelli tre archi, ouero portioni. d l f. f m g. g n e. (per commune scientia) seguita quelle tre lunule insieme cō il mezzo cerchio. a c b. esser eguali a quella trapezial figura rettilinea. d f g e. laqual figura vien a esser la mita del essagono descritto in tutto il cerchio. Ma perche ogni figura rettilinea si puo risoluere in triangoli, se fara adunque risolto il detto trapezial in triangoli, & dando a ciascheduna di quelle tre lunule vno triangolo a lei eguale, il triangolo che restara sara eguale al mezzo cerchio. a b c. onde il doppio del detto mezzo cerchio. a b c. sarebbe eguale al doppio di tal triangolo, & cosi tal cerchio integro sarebbe eguale al doppio del detto triangolo, il qual doppio facendone vn quadrato (per la vltima del secondo di Euclide) tal quadrato sarebbe eguale al dato cerchio, per laqual cosa il dato cerchio sarebbe permutato in vn quadrato, & certamente questa inuestigatione è artificiosa, & dalli principij geometrici dimostrata, nondimeno la è nullola, perche la lunula di sopra dimostrata esser eguale a quel triangolo sta sopra il lato del quadrato descritto dentro del cerchio totale, & quila tal lunula sta sopra il lato del essagono del total cerchio, e pero non seguita il proposito, ma non resta, che la inuestigatione non sia ingeniosa, & geometrica.

Alcuni altri, si moderni, come antichi philosophi, hanno hauuto per fermo esser impossibile di quadrar tal figura circolare, cioe esser impossibile di poter trouar, ne dar vn quadrato, ne altra figura rettilinea eguale a vn cerchio, ne ad altra figura curuilinea, dicendo nõ esser tal figure vniuoce, ma equiuoce, & le cose equiuoce non esser comparabile, alla qual loro openione di sopra si è dimostrato al cõtrario, perche s'è dimostrato quella lunula contenuta da due linee curue esser precisamente eguale a quel triangolo rettilineo, & questo procede, che quel nome retto, & curuo è del predicamento della qualita, & non della quantita, si che la equiuocatione è rispetto alla qualita di termini di tal figure, ma la comparatione è in rispetto della quantita, e pero rispetto alla quantita sono vniuoce, & comparabile per essere l'una, & l'altra quantita superficiale.

Alcuni altri hanno detto, & tenuto fra la circonferentia, & il diametro del cerchio non esserui proportione per le medesime ragioni dette di sopra, cioe che fra il curuo e'l retto nõ vi è proportione per esser equiuoce, & quello che non è nella natura delle cose non è possibile a poterlo trouare, laqual sua openione rebattemo euidentemente sopra la quinta diffinitione del quinto di Euclide da noi tradotto, & per la medesima diffinitione di Euclide.

Alcuni altri poi non solamente hãno tenuto esser possibile di poter ritrouar tal quadratura del cerchio, ma ciaschedono di loro si è presumesto di hauerla trouata con il suo proprio ingegno, & in questo humore ho trouato di quattro qualita di persone, cioe Mathematici, Naturali, Misti, & Mecanici priui di ogni scientia, ouer disciplina, che a voler narrar li loro mecanici modi, a quelli dalla natura mostrati saria cosa longa, pur voglio narrar sono hauuta di vn lauorante della cecca in Venetia, qual si auantaua, & si presumeua di hauer trouato la detta quadratura del cerchio. Et per mezzo d'un suo amico, & mio, fu introdotto a parlar con lui di tal materia. Costui haueua vn modo (credo da lui trouato) con il quale tiraua loro (per far li ducati venitiani) lamme molto longhe, ma larghe precisamente quanto era la larghezza del ducato, & grosse medesimamente quanto la grossezza del detto ducato, & erano tal lamme con tal diligentia tirate di grossezza, & larghezza, che tagliando tal lamme in perfetti quadretti simili al quadretto a b c d la maggior parte di detti quadretti erano di peso eguali, & oltra di questo haueua ordito vn ferro che tagliaua in tondo, con il quale dal detto quadretto a b c d. ne tagliaua netamente vn tondo alla giusta misura del ducato venetiano, & tal tondo di detta lamma d'oro veniua sempre al peso conueniente del ducato, talche non vi occorreua altro che far stampar li detti tondi, con tal ordine tirati, & tagliati. La qual cosa da lui a me dichiarata, feci questo argomento, dicendo, se io so quanto pesa giustamente il quadrato a b c d. di lamma d'oro, & se io so quanto pesa giustamente quel tondo, che di tal quadro ne cauo, non vi è dubbio ch'io so, che parte è vn cerchio del maggior quadro, che lo circonscriue, al qual suo argomento io gli risposi, che tal sua inuentione non era cosa nuoua, ma che gia 2000 anni era stata trouata da Archimede Siracusano, & non per tal sua mecanica via, ma con modi scientifici geometrici, & quando che la hebbe trouata, conobbe per scientia tal sua conclusione non esser vera, ma solamente propinqua al vero, & talmente propinqua al vero, che il nostro senso non puo discernere la differentia, che è da tal sua determinatione alla verita, & che questo sia il vero, ditemi quanto pesa quel tal quadretto di lamma d'oro, ch'io vi sapero dire immediate quanto pesara quel tondo, che ne cauarete per far il ducato, ouer ditemi quanto pesa quel tondo, che immediate vi diro quanto pesaua tutto il quadretto, inanti che ne fusse cauato il ducato, & quanto pesara quelli quattro cantoni, che vi resta di tal quadretto, dapoi che ne hauerete cauato quel tondo per improntar tal ducato. Lui mi rispose che il detto quadretto di lamma d'oro pesaua carati 22. & grani 1. al peso di Venetia, che grani 4 fa vn carato, & 16 carati fa vn quarto di oncia, & io di tal quantita (per la regola dimostrata da Archimede, che ogni cerchio è li $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro) ne pigliai li $\frac{11}{14}$, dicendo, se 14 mi da 11. che mi dara ʒ 22 grani 1. onde operando mette vene ʒ 17 grani 0 $\frac{11}{14}$ di grano, & tanto gli conclusi, che doueua pesar quel circolo di lamma d'oro, che di tal quadrato cauaua, alla qual mia risposta resto ammiratiuo intendendo, & vedendo che tal sua inuentione era cosa vecchia, & nota non solamente a me, ma anchora a molti altri, & cosi di tal qualita di persone, ne ho trouati molti priui d'ogni scientia, che con simili esperientie mecaniche si sono persuasi di hauer trouato quello, che fra il volgo si dice tanti periti geometri hauer cercato, e non hauer sin hora potuto trouare, e pero si manifesta l'huomo essere animal rationale, & discorsiuo, anchor che fusse nato, & alleuato in cima di vn monte lontano de gli altri huomini,

la natura

la natura gli infonde tal rationalita, che con il suo intelletto puo discorrere in tutte le cose naturalmente, & se ben le sue inventioni in questa facultà in rispetto di quelle investigate con ragioni geometrice da gli huomini geometrici, & dottrinati in tal scientia, non è da maravigliarsi di tal sua persuasione, ma ben è da maravigliarsi di quelli, che fanno gran professione da esser geometrici, & che si persuadeno, & credono, over che cerchino di dar falsamente a credere al mondo, loro haver trovato tal quadratura del cerchio, come che ha fatto Nicolo di Cusa cardinale, il quale con una falsa argumentatione (come ben dimostra l'Ogni santi nelle sue annotationi, & similmente Giovan di monte Regio) si presumeva di haver tal quadratura conchiusa, & tanto piu perche la detta sua conclusione era prossima a quella di Archimede, non avertendosi il detto cardinale, che il geometra (come afferma Aristotele nella posteriora testo vinticinque) non suppone cose false (come ha fatto lui) ma vere, e pero come geometra egl'e da maravigliarsi molto piu di lui, che di quelli mecanici privi d'ogni scientia, cioe che un tal huomo scientifico, & in geometria assai perito, si sia persuaso il falso, cioe di haver trovato la detta quadratura del cerchio, insieme con molte altre particolarita, che a volerle narrare vi andarebbe da scrivere per assai.

Errore, & falsa persuasione di Nicolo di Cusa cardinale, circa lo haver trovato la quadratura del cerchio, & altro.

2 MA procedendo piu oltra, che diremmo di Orontio moderno geometra, & delle mathematiche professore, & al presente lettor publico in Parigi, il quale con molte sue opere si haveva acquistato un gran nome appresso de gli huomini intelligenti, et dotti, & finalmente da se medesimo (appresso di chi intende) si ha in gran parte scancellato tal suo nome, per haversi persuaso, & in publico falsamente avantato, non solamente di haver trovata la descrittione di tutte le figure regolari moltiangole (da noi reprobata nel quarto capo del precedente libro) ma anchora di haver trovata, & chiaramente dimostrata la sopradetta quadratura del cerchio. Ma perche la sostantial, & fondamental fallita della sua argumentatione è circonvoluta, & coperta sotto di molte verita, talche a voler far vedere, & conoscer quella, a me è necessario a recitare sotto brevita particolarmente le cose vere, & ottimamente da lui dimostrate, & dapoi questo facilmente faremmo conoscere tal suo errore, over falsificaria.

Errore, & falsa persuasione di Orontio, circa l'haver trovata, & chiaramente dimostrata la quadratura del cerchio, come publicamente narra.

Prima per principal, & original fondamento di tal sua falsa quadratura dice haver trovata la regola di trovar fra due linee rette, due altre linee rette medie continue proportionali, senza adiutorio di alcuno istromento mecanico. Ma perche l'intento nostro non è di voler narrar dal principio al fine minutamente tal suo processo, perche vi andarebbe da dir assai, ma solamente intendo di narrare le cose sostantiali, & sotto brevita.

Errore, & falsa conclusione di Orontio.

Prima propone le due linee rette a b. & b c. fra le lequali intende di voler trovar due altre linee rette medie in continua proportionalita, & per far tal effetto vuol che dette due linee siano congionte ad angolo retto in ponto. b. & sopra il ponto. b. vuol che sia descritto un cerchio secondo la quantita della maggiore di quelle, cioe della. a b. qual sia. a d e f. & dapoi vuole che siano prodotte le dette due linee in diretto, per fin che siano applicate alla circonferentia, nelli ponti. d e f. talche. a e. & d f. veniranno a esser diametri di tal cerchio, poi vuol che sia divisa la. c f. secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi in ponto. x. talmente che la. c x. sia la parte maggiore di tal linea, poi vuole che sia tirata la linea. e k. & quella prodotta in diretto per fino alla circonferentia in ponto. l. & dapoi vuol che sia tirata la. a l. & similmente la. l e. & per il ponto. c. vuol che sia tirata la. m n. equidistante alla detta. l e. la qual sega la medesima. a l. in ponto. m. & il semidiametro. b e. in ponto. n. Et conchiude che la. b n. sara la terza linea proportionale, fra le dette due. a b. & b c. la qual sua conclusione è falsa, come di sotto si fara manifesto.

Dapoi vuole che dal mezzo diametro. b d. ne sia tagliata la parte. b r. eguale alla. b k. & vuole che dapoi sia tirata la retta. m r. la qual sega il diametro. a e. in ponto. o. & che anchora sia tirata la. a r. laqual continuata in diretto tanto che tocchi la circonferentia del detto cerchio in ponto. s. & che finalmente siano tirate le. e s. & n r. & il restante, come si contiene in essa figura.

l'angolo. l. è retto.
l'angolo. s. è retto.
l'angolo. a m n. è retto.

Da queste cose in tal modo costrutte, con ottime ragioni dimostra l'uno, & l'altro di duoi angoli l. & s. esser retto, & similmente dimostra l'angolo. a m n. esser pur retto.

le due linee. a r. & e x.
li duoi angoli. b a r. & b e x.
li duoi angoli. a r b. & b x e.
sono eguali.

Dapoi ottimamente dimostra la linea. a r. esser eguale alla linea. e x. & l'angolo. b a r. esser eguale a l'angolo. b e x. & similmente l'angolo. a r b. esser eguale a l'angolo. b x e.

Dapoi con ottime ragioni dimostra la linea. a s. esser equidistante alla linea. l e. & consequentemente a la. m n. Et similmente rettamente dimostra l'angolo. l a r. esser retto medesimamente l'angolo l e s. et consequentemente la linea. a l. esser equidistante alla. e s. Et tutto il quadrilatero. a l e s. esser paralellogramo rettangolo.

le tre linee. a s. l e. & m n. sono equidistanti fra loro.

l'angolo. l a r. è retto.
l'angolo. l e s. è retto,
& la. a l. è equidistante alla. e s.

Dapoi benissimo dimostra l'angolo. a r m. a l'angolo alterno. r m n. esser eguale, & similmente l'angolo. a n m. al alterno. n a r. esser pur eguale, & quelli che sono circa. o. e pero li triangoli. a o r. & m o n. sono equiangoli, & si come. a o. ad. o r. cosi. n o. ad. o m. & permutatamente si come. a o.

l'angolo.a r m.é eguale al.r m n. & l'angolo.a n m.al.n a r.é eguale

ad.o n.cosi come.r o.ad.o m.

Dapoi realmente dimostra li duoi triangoli.a o m.&.r o n. hauer l'angolo.o. eguale, & esser reciproci di lati, & consequentemente sono eguali fra loro.

Li triangoli.a o r.&.m o n.sono equiangoli.

Et cosi per fino a questo termine in ogni sua argomentatione é proceduto con verita, & per non s'ingannare nelle cose, che si ha da dire, tutte le precedenti conclusioni ben dimostrate le habbiamo registrate in margine.

E come.a o.ad.o r. cosi é.n o.ad.o m.

E come.a o.ad. o n. & cosi é.r o.ad. o m.

Dapoi che ha veramente dimostrate tutte le sopradette particolarita, fa questo argomento (ma non lo dimostra) che le due base.a m.&.n r.(per esser base di detti duoi triangoli.a o m.&.r o n.eguali) & sotto tendere a angoli eguali é necessario esser di simil proportione, laqual cosa non é il vero, che tal cosa sia necessaria, & questa é la radice principale della falsita di detta sua inventione, perche da questo fa nascere, che li detti duoi triangoli.a o m.&.r o n.siano simili, & di sopra le dimostrate li detti duoi triangoli esser di lati reciproci, e pero non é necessario, che siano possibili, e per tanto circa di questo non fa chiara dimostratione, come narra, e pero tutte le altre conditioni, che vanno seguicando restano dubbiose, cioe prima non é necessario (com'é detto) li duoi triangoli.a o m.&.r o n.esser simili (essendo di lati reciproci) et per questo le due linee.n r.&.a m. non é necessario esser equidistanti, ne manco é necessario il quadrilatero.a m n r. esser parallelogrammo rettangolo, ne manco é necessario li duoi angoli.a r m.&.m n r.esser retti, e pero non essendo necessario li detti duoi angoli.a r n.&.r n c.esser retti, seguita anchora non esser necessario le due linee.r b.&.n b. esser medie in continua proportionalita fra le due prime proposte, cioe fra la.a b.& la.b c.come si propone, e pero tal problema non vien a esser chiaramente risolto.

Li duoi triangoli.a o m.&.r o n. sono reciproci, & eguali.

Il fondamental errore di Orontio é, che le due base.a m.&.n r non é necessario esser della medesima proportione di lati, come conchiude in parole, ne che il triangolo. a o m. sia simile al al triangolo.r o n. nelle due linee n r.&.a m.esser equidistanti, ne il quadrilatero.a m n r. esser parallelogrammo rettangolo, ne li duoi angoli.a r n.et.r n c.esser retti.&c.

Piu chiaramente si fa conoscere la falsita della regola data da Orontio per trouare le due medie continue proportionali.

5 MA per far manifesta la falsita di tal sua regola praticalmente con numeri, supponemo che la linea.a b.sia 1 2 misure, & la.b c.ne sia 4.hor volendo fra queste due linee, over numeri trouarne duoi altri fra quelli continui proportionali (per la nostra regola posta nella seconda parte, sopra il proprio partir delle proportioni) quadra 1 2.fa 144. multiplica

multiplica questo 144 per lo quarto termine, cioe per 8. fara 1152. & la radice cuba 1152. sara il secondo termine, over la seconda quantita. Et per trovar la terza quadra 8. fa 64. & questo multiplicato per 12 fara 768. & la radice cuba di 768. sara la terza quantita, & tutte quattro le dette quantita staranno in questa forma prima 12. seconda ℞ cu. 1152. terza ℞ cu. 768. la quarta 8. & in queste 4 quantita, non vi'è dubbio alcuno che non siano continue proportionali (per la seconda parte della 16. & 17 del sesto del nostro Euclide) perche il dutto della prima, & della quarta si trovara esser eguale a quello della seconda nella terza, cioe il dutto di 12 via 8 fa 96. Et il dutto di ℞ cu. 1152 via ℞ cu. 768. fa ℞ cu. 884736 laqual ℞ cu. cavandola si trovara esser precisamente 96. & similmente il dutto della prima via la terza si trovara eguale al quadrato della seconda, perche l'uno, & l'altro fara ℞ cu. 1327104. e pero la nostra rissolutione fatta per la nostra regola non vi'è alcun dubbio.

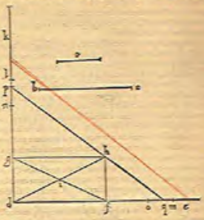
Secondo l'autore.
prima quantita 12. a b.
seconda quantita ℞ cu. 1152. b e.
terza quantita ℞ cu. 768. b o.
quarta quantita 8. b c.

4 Hor per giustificarsi praticalmente se la regola data da Orontio per trovar le dette due medie continue proportionali è buona, over al mente non, voglio che ritroviamo per la detta sua regola le dette due quantita continue proportionali fra il detto 12. & 8. cioe supponendo la a b esser 12 misure, & la b c. 8 onde la differentia da 8 a 12. vien a esser 4. & tanto sara la c f. laqual 4. dividendola secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi si trovara la sua maggior parte esser ℞ 20 men 2. & tanto sara la c k. & la menor 6 men ℞ 20. & tanto sara la k f. & perche la b c è 8. & la c k. è ℞ 20 men 2. tutta la b k. veniria a esser la summa di 8. con ℞ 20 men 2. laqual summa sara 6 piu ℞ 20. & perche la b r. fu tolta eguale alla b k. seguira la detta b r. esser 6 piu ℞ 20. & perche nella argumentatione di Orontio fu concluso la detta b r. esser la seconda quantita delle 4 continue proportionali. Et di sopra per la nostra regola fu concluso giustamente tal seconda quantita esser ℞ cu. 1152. & perche la verita non puo star se non a un modo seguirebbe adunque la detta 6 piu ℞ 20. non esser la detta seconda quantita delle dette 4 continue proportionali, come conchiude Orontio, eglie ben vero ch'è molto propinqua al vero, & questo potemmo praticalmente conoscere se cavamo la ℞ propinqua di 20. ch'è $4\frac{1}{2}$, che gionto con quel 6 fara $10\frac{1}{2}$, & circa $10\frac{1}{2}$ sarebbe la detta seconda quantita secondo la regola di Orontio, & cosi se cavamo la propinqua ℞ cuba di 1152 (secondo la nostra regola) trovaremo quella esser $10\frac{152}{331}$, che sarebbe $\frac{27}{662}$ manco di $10\frac{1}{2}$, laqual differentia rispetto al compasso in una linea, over in una figura piccola è quantita insensibile, e pero il mathematico non concede che una conclusione sia vera, per dimostrarsi vera al senso, ma vuol che la ragion ne faccia chiaro cosi essere, perche (come dice Boetio al 9 capo della sua musica. Il senso è come un servo, che obedisse la ragione, & la detta ragione è quella, che comanda, & giudica, & quantunque ogni scientia, & ogni nostro sapere habbia havuto principio dal senso, qual riferisse, come nontio la qualita delle cose sensibili alla detta ragione, ma la detta ragione è quella, che fa giudicio di tai cose alli annontiate dal senso, & cosi niun retto giudicio puo far il detto senso da se medesimo senza la ragione, perche il detto senso si corrompe egualmente nelle cose grandi, & nelle piccole, cioe che quel si confonde nelle cose grandi, & nelle piccole, ma la detta ragione per le cose mediocre alli annontiate dal senso, fa retto giudicio, si delle grandi, come delle piccole, oltra le mediocre a lei riferte dal senso.

Secondo Orontio.
prima quantita 12. a b.
seconda quantita 6 piu ℞ 20. b r.
terza quantita $4\frac{2}{3}$ piu ℞ 20. b n.
quarta quantita 8. b c.

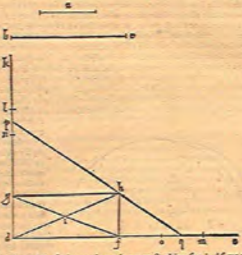
Ma tornando al nostro proposito per far piu manifesto la falsita di detta regola di Orontio, voglio che praticalmente trovamo anchora la terza linea continua proportionale, cioe la b n. per la notitia della prima (ch'è 12) & della seconda (ch'è 6 piu ℞ 20) & per trovarla multiplicaremo 6 piu ℞ 20. in se medesimo fara 56 piu ℞ 2880. & questo partiremo per 12. & ne venira $4\frac{2}{3}$ piu ℞ 20. & tanto sara la detta terza, cioe la b n. & secondo la nostra giusta conclusione trovassimo quella esser radice cuba 768. & perche la verita (com'è detto) non puo star se non a un modo, per esser adunque la nostra vera seguita quella di Orontio esser falsa.

Questo problema di saper trovar fra due linee date due altre linee medie in continua proportionalita, fu di non poca estimatione al tempo di Platone per causa di voler duplicar l'altar di Apolline da lui ricercato, per far cessare una gran peste, il qual altare era in forma di cubo, e pero non solamente Platone, ma molti altri philosophi con gran diligentia si missono a ricercare di essequire tal problema, cioe di saper duplicar il cubo, che in sostantia non è altro che il saper trovar fra due linee proposte, due altre linee medie in continua proportionalita. Et cosi non solamente fu trovato da essequir tal problema da detti nostri antichi in circa 12 varij modi, come si trova registrato in Giorgio Valla, & in Archimede, ma anchora da molti altri moderni, vero è che niun di loro ha trovato da essequir tal problema mathematicalmente, anzi in ciaschaduno di quelli, bisogna trovar qualche particolarita a tastone, come costumano li puri naturali, i quali modi a volerli essemplificare tutti a uno per uno sarebbe materia longa, & quasi senza frutro, ma per il piu ispediente che nelle nostre occorrentie vsamo, & che per lo auenir vsaremo è quello che habbiamo dimostrato nella seconda parte per trouar la radice cuba per linea, pelqua le se ben ti aricordi fu trouato li duoi. p. & q. a tastone, che tirando la linea. p. q. quella transisca pre cisamente per il ponto. h. & cosi fu concluso la linea. f. q. esser la radice cuba di. 10. il qual modo, ouer regola serue anchora per trouar fra due linee date, doe altre medie continue proportionali, & anchora per duplicare, treplicare, quadrupplicare il cubo. Essempi gratia pongo che vogliamo trouare fra le due linee. a. & b. c. doe altre medie continue proportionali, faremo di dette doe



linee il parallelogrammo rettangolo. d. f. g. h. talmente che la sua longhezza. d. f. sia equale alla nostra linea. b. c. et che la sua larghezza. g. d. ouer. f. h. sia equale alla nostra linea. a. & per trouar il cētro di tal rettangolo tiraremo li. 2. diametri. g. f. & d. h. i quali s'interſecaranno in ponto. i. & il detto ponto. i. verira a esser il cētro di tal figura. Dapoi protraremo il lato. d. f. verso. e. di indefinita quantita, & similmente il lato. d. g. verso. k. fatto questo bisogna trouar duoi ponti l'uno nella linea. f. e. & l'altro nella linea. g. k. di tal cōditione, prima che ambiduoi siano equalmente distanti dal centro. i. secondariamente, che siano talmēte situati, che tirādo da l'uno a l'altro vna linea retta, quella transisca precisamente per il ponto. h. liquali duoi ponti a volerli trouare geometricamente, cioe con modi dimostratiui fin hora non habbiamo potuto trouar di esequir tal effetto, ma solamente a tastone come costuma ogni simplice naturale, & come hanno costumato anchora li nostri antichi philosophi, & come fu fatto sopra il trouar la radice cuba per linea, nella seconda parte, cioe pigliando il compasso, & facendo centro il ponto. i. & con quello cercar di signar (con l'altro piede girabile del detto compasso) un ponto sopra la linea. g. k. & vn'altro (senza variar l'apertura di tal compasso) sopra la linea. f. e. equali duoi ponti siano (come detto) di tal qualita, che tirando vna linea retta da l'uno a l'altro quella transisca precisamente per il ponto. h. & per trouar questi duoi ponti bisogna procedere (come è detto) a tastone, cioe esperimentar con diuerse aprîture di compasso, cioe hor stringendolo, hora allargandolo secondo il bisogno, per fino a tanto, che tirando la detta linea da l'uno a l'altro quella transisca precisamente per il detto ponto. h. Vero è che hauendo giudicio, tai duoi ponti in duoi, ouer in tre colpi se trouaranno. Essempi gratia poniamo che li duoi primi pōti siano. n. & o. & perche tirando la detta linea (ma occulta) dal. n. al. o. quella transirebbe piu a basso del detto ponto. h. e pero allargaremo alquanto il nostro compasso, & signaremo gli altri duoi. l. & m. & perche tirando la detta linea non apparente dal detto ponto. l. al ponto. m. quella transirebbe alquanto di sopra del detto ponto. h. e pero stringeremo alquanto il detto nostro compasso, & signaremo duoi altri ponti, quali siano. p. & q. & perche a tirar la detta linea occulta dal detto ponto. p. al ponto. q. quella transira precisamente per il detto ponto. h. come sensibilmente si vedera tirandola poi con inchiostro. Hor dico le 2 linee. g. p. & f. q. esser le 2 ricercate linee medie in continua proportionalita fra le due. a. & b. c. ouer fra le. d. f. et. f. h. a quelli equali. Et perche questo fu dimostrato sopra la detta estrattione della radice cuba, superfluo sarebbe a replicar tal mia dimostratione in questo luogo. Ma mi è parso di replicar la operatione per dimostrare, che il trouar di dette due linee medie proportionali fra due linee proposte è inuentione antica, & possonsi trouar in diuersi modi, cioe secondo il modo che trouo Platone, ouer per quello, che trouo Herone, dalqual cauamo quello, che di sopra habbiamo dimostrato, ouero per quello di Philone, di Apollonio, di Diocle, di Pappo, di Poro, di Menechmo, di Archita, di Eratosthene, di Nicomede, di Parmenico discepolo di Apollonio Pergeo, & di molti altri, liquali modi per breuita lasciamo da essemplificare bastache niun di detti modi è realmente geometrico, ma in ciascuno bisogna trouar qualche particolare ta a tasone, come habbiamo fatto a trouar li duoi ponti. p. & q. & non ho trouato alcun che si sia persuaso di hauer trouato di essequir tal problema totalmente con modi geometrici, eccetto che Orontio, & Michel Stifelio, & quanto in cio si sia ingannato Orontio l'habbiamo di sopra mostrato, di Michel stifelio di sotto si sara manifesto, ma prima voglio mostrare, come con tal problema si puo duplicar, ouer triplicar, ouer quadruplicar vn cubo, & anchora dimezzare, ouer pigliar il $\frac{1}{3}$, ouer il $\frac{1}{4}$, ouer il $\frac{1}{5}$, et altre simil parti, ouer piu parti d'un cubo, pur i forma cuba.

5 Volendo adunque duplicar vn cubo, cioe fabricar vn cubo, che sia doppio di aria corporale a vn'altro proposito cubo. Dico che si debbe pigliar due linee l'una (cioe la prima) che sia eguale al lato del proposito cubo, & la seconda, che sia doppia a quella, & fra queste due linee trouarne .2. altre medie continue proportionali secondo l'ordine dato di sopra, & trouate tai due linee il cubo della seconda sara doppio di aria a quel primo cubo. Essempi gratia poniamo che il lato del proposito cubo sia la linea .a. della precedente figura, & che l'intento nostro sia di voler fabricar vn'altro cubo, che sia doppio al detto proposito cubo, pigliaremo la linea .b c. doppia alla detta linea .a. & fra queste due trouaremo due altre medie in continua proportionalita, onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, cioe trouando li duoi ponti .p. & .q. a tasone, il che facendo trouaremo le dette due linee l'una esser la .f q. & l'altra la g p. cioe la prima di queste quattro linee



in questo caso, sara la .f h. la seconda la .f q. la terza la .g p. la quarta, & vltima sara la .d f. ma perche la .f h. fu tolta eguale alla .a. (lato del primo cubo) & la .d f. eguale alla .b c. diremo adunque la prima di dette quattro linee (in questo caso) esser la .a. la seconda la .f q. la terza la .g p. & la quarta la .b c. Hor dico che il cubo fabricato sopra della seconda (cioe della .f q.) sara doppio al detto nostro primo proposito, cioe a quello fabricato sopra della prima linea .a. & tutto questo si approua, & dimostra per la duodecima diffinitione del quinto, & per la trentesimasesta del vndecimo, che in sostanza inferiscono, che essendo quattro linee continue proportionali, la proportione del cubo della prima, al cubo della seconda sara, come la proportione della prima alla quarta di dette linee, perche adunque la proportione della prima linea (laquale è .a. alla quarta (laquale è la .b c.) è subdoppia, seguita che il cubo della detta .a. prima sia subdupplo al cubo della .f q. seconda, e pero il cubo della detta .f q. sara doppio al cubo della .a. che è il proposito.

Et cosi volendo formare vn cubo treppio, ouero quadruppio, ouero in qual si voglia altra moltiplicita al detto cubo della .a. si pigliarebbe la .b c. treppia, ouero quadruppia, alla detta linea .a. et dapoi si procederebbe, si come si è fatto. Et nota che nō solamente si puo formare moltiplice il detto cubo, ma in ogni specie di proportione, che'l tutto nō si puo dire, ne essemplificare.

Et se ti paresse di voler far tal cubo solamēte la mita del cubo di .a. tu pigliaresti la .b c. eguale alla mita della linea .a. & dapoi seguiresti (com'è detto) molti singolari effetti si farebbe da dir di questo problema, liquale lo riserbamo da dire nella fabricatione di corpi, come suo propio luogo.

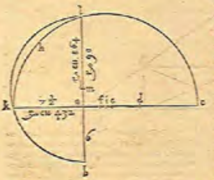
Il modo, che si persuade di hauer trouato Michel Stifelio circa la duplicatione del cubo.

6 Certamente molto mi sono marauigliato di Michel Stifelio, qual veramente si è dimostrato con l'opra sua, si in pratica, come theorica molto eccellente in questa facultà, & che si sia poi falsamente persuaso di hauer trouato geometricamente di doppicare il sopradetto cubo, & per voler dimostrare tal sua inuentione qual suppone l'altezza del cubo, che si ha da indoppiare esser 6 piedi, & vuol che pigli vna linea alla misura di tal altezza, & dapoi vuol che pigli vn'altra linea, che sia doppia a quell'altezza del cubo, che si vuol doppiare (che in questo caso sarebbe di 12 piedi) & sel cubo fusse da treppiare, tal linea vuol che si pigli treppia a tal altezza, & cosi discorrendo, & dapoi vuol che si pigli due altre linee medie proportionali fra queste due, & conchiude (com'è il vero) che la prima linea proportionalmente mediante sarà la misura del lato del cubo, che si ha da fare, che sia doppio al dato cubo.

Ma le dette due linee medie in continua proportionalità fra 6. & 12. le ritroua prima per li numeri da contrahere alle dette linee, cioe la prima sarà l'altezza del dato cubo, cioe 6. la seconda R. cu. 432. la terza R. cu. 864. la quarta, & vltima sarà 12. cioe quella che fu tolta doppia al 6. come in margine si vede, li cubi delle quali quattro quantità 216. 432. 864. 1728. onde si vede che il cubo della seconda linea (qual è 432) è precisamente doppio al nostro dato cubo (qual è 216) che sarebbe il proposito in numeri. Ma per trasferire, ouer sortire giustamente tal numero di radice cu. 432. geometricamente in vna linea, che la misura sia il lato del cubo, che si ha da fare, & che la sua solidità sia il detto 432. il detto Michel Stifelio, vuol che si proceda, come di sotto intenderai.

4 quantità cõtinue proportionali 6. cu. 432. R. 864. 12.
cubi delle sopradette quantità 216. 432. 864. 1728.

Primamente vuol che si protrahi due linee oscure (cioe apparente) intersecate fra loro a 4. angoli retti, come sono la .l b. & .k c. Et cosi vuol che la linea della menor estremità (quale è quella di piedi 6.) sia designata di sotto dal ponto della intersecatione (cioe dal ponto a) si come si vede la .a b. Et la linea della maggior estremità (qual è 12) vuol che sia signata dalla parte destra dal detto ponto .a. si come si vede la linea .a c. Dapoi vuole che dalla linea .a c. ne sia segata la .a d. eguale alla .a b. talmente che .a d. & a b. siano eguali. Dapoi vuol che si diuida .a d. in 2 parti eguali in ponto .e. secondariamente vuol che sia par diuisa la .a c. in due parti eguali in ponto .f. Terzo vuol che sia diuisa la .f e. in due parti eguali in ponto .i. & fatto questo sopra il ponto .i. sia posto il piede immobile del compasso, & l'altro piede mobile allargarlo per fino al ponto .c. (cioe in fine della linea della maggior estremità) & descriuer il mezzo cerchio .k h l c. come si vede descritto sopra il diametro .k c. & così



si vuol che si habbia ritrouato due linee medie proportionali in continua proportionalità, cioe la .k a. & la .l a. fra le due stremità .b a. & a c. Et dice che questo è facil cosa da vedere dalla nostra figura, alli intelligenti la nona propositione del sesto libro di Euclide, cioe che la .k a. e media proportionale intra la .a b. & a l. & dice che per questa causa, cioe per causa della probatione che lui ha descritto il mezzo cerchio sopra la linea .l b. cioe il mezzo cerchio .b k g l. & dice che per la medesima ragione, per laquale la .k a. è media proportionale fra la .b a. & la .a l. per quella medesima anchora la .l a. è media proportionale fra la .k a. & la .a c.

Errore, & falsa persuasione di Michel Stifelio, circa la duplicatione del cubo geometricamente.

Della qual sua sciocca conclusione molto mi stupisco, perche per piu vie si puo conoscere, che tai linee .k a. & .l a. non sono tal quai paiono al senso, ne manco il mezzo cerchio .b g l. descritto sopra il diametro .b l. non transisse per il ponto .k. anchor che cosi ne pare al senso, & che queste nostre oppositioni siano vere cosi si manifesta.

Egli è cosa chiara, che dal ponto .i. al ponto .c. (facendo ben conto) vi è $9\frac{1}{2}$, & altro tanto è dal .i. al k. per esser il detto ponto .i. centro del mezzo cerchio .k h l c. (dal presupposito nostro primo) & dal ponto .a. al detto ponto .i. (facendo ben conto) vi è $2\frac{1}{2}$, qual $2\frac{1}{2}$ tratto dalla .k i. restarà $7\frac{1}{2}$ & tanto

sarà

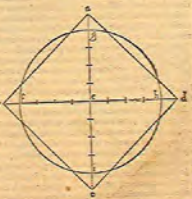
sarà la .k a. & lui vuole che tal linea .k a. sia R. cu. 432. ch'è irrationale, essendo adunque la detta .k a. giustamente $7\frac{1}{2}$. & la .a c. dal presupposito è 12. & perche la .a l. (per la nona del sesto di Euclide) è media proportionale fra la .c a. & la .a c. è però il dutto della .a k. (ch'è $7\frac{1}{2}$) nella .a c. che è 12 (che sarà 90) sarà eguale al quadrato della .a l. adunque la detta .a l. sarebbe R. 90. cioè la R. quadra di 90. & lui vuol che sia R. cu. 864. lequali due quantità sono differenti di nome, & di quantità fra loro, e però è manifesto le dette due linee .k a. & .l a. non esser medie in continua proportionalità fra 6. & 12. come fu da lui proposito di voler trouare.

Dico anchora il mezzo cerchio .b h l. descritto sopra il diametro .b l. non transire per il ponto .x. (come suppone) perche s'el vi transidesse seguirebbe (per la nona del sesto di Euclide) che il dutto della .a l. (che R. 90) nella .a b. (che è 6) fusse eguale al quadrato della .a k. (che è $7\frac{1}{2}$) & perche il dutto della .a l. nella .a b. fa R. 3240. & il quadrato della .a k. sarebbe $56\frac{1}{4}$. che sarebbe alquanto meno di R. 3240. e però la circonferentia del detto mezzo cerchio .b h l. transisse alquanto di sopra del ponto .x. ma tal differentia non è sensibile, cioè che 'l nostro occhio non la puo discernere, & questa è la causa (come fu detto sopra la terza) che il senso non puo esser giudice nelle operationi geometrici appresso del geometra, ma solamente la ragione, & per questa causa le mathematice sono giudicate esser nel primo grado di certezza.

7 Or per tornare al nostro primo proposito. Dico che quantunque Orontio hauesse solamente errato nel trouar le due medie proportionali fra li lati di quelli duoi quadrati, che propone, & che le altre sue particolarità, che di mano in mano va proponendo sopra a tal materia fussero vere, & ternamente dimostrate secondo l'ordine del mathematico senza dubbio si poteria cōchiudere la detta quadratura del cerchio. Ma chi ben considera tutti li suoi seguenti argomenti trouarà che nel concludere finalmente quello che ha proposito, vuol che gli sia prestato fede per accostarsi alla determinatione di Archimede Siracusano, ma acciò che alcuno non pensasse, che ogni nostro intento sia di voler tansare il detto Orontio voglio per fine a questa sua quadratura, & altre sue particolarità, che consequentemente va proponendo.

8 Ma, per non lasciar di narrar quanto che nella quadratura del detto cerchio ho trouato scritto, & massime di quelle, che nella pratica sono di qualche cōmodità, ouer vtilità, Carlo Bouille in fin de l'opra sua, da vn bellissimo modo, ouer regola da ridure vn quadrato in vn cerchio, & similmēte vn cerchio in vn quadrato, laqual regola di- ce che la ritrouò in vn libretto fatto da vn certo villanello in lingua volgar, laqual anchor che fus se senza demostratione, per accostarsi a quella propinqua trouata da Archimede, & del Cardi nal di Cusa, la la volse conuertire di tal lingua volgar in latino, laqual propositione è questa.

Volendo a vn dato quadrato, designare vn cerchio a quello eguale, tirarai in tal quadrato li suoi duoi diametri, diuide ciascheduno di detti diametri in 10 parti eguali, dapoi descriuerai vn cerchio, che il diametro di quello sia 8 di quelle parti, & tal cerchio, naturalmente parlando, sarà eguale a quel tal quadro. Essempi gratia sia il quadrato .a b c d. volendo designar vn cerchio eguale a tal quadrato, tira in quello li duoi diametri .a c. et .b d. liquali s'intersegano in ponto .e. fatto questo, diuide l'uno, & l'altro di detti diametri in 10 parti eguali, & sopra il centro .e. secondo la quantità di quattro di quelle parti, designarai il cerchio .f g h i. & questo cerchio si conchiude esser eguale al detto quadro.



Et per il contrario dato vn cerchio, & volendo per questa regola designare vn quadrato, eguale a tal cerchio diuide l'uno, & l'altro di duoi diametri .f h. et .i g. di tal cerchio in otto parti eguali, et allonga l'uno, & l'altro di detti diametri, dall'una, & l'altra banda vna di quelle parti, cioè per fino alli quattro ponti .a b c d. dapoi congiongi li detti quattro ponti con le quattro linee .a b. b c.

ci è la Piramidi del Pi
fol. 20
...
...fol. 36
...fol. 23

c d. & d a. & cosi sara costituito (secondo questa regola) il quadrato . a b c d. eguale al detto cerchio . e f g h i come era il proposito. Et questa tal regola anchor che la non sia dimostrativa, ma per esser molto spediente, & presta per designatori, & architetti, & esser molto vicina a quella di Archimede fra le regole naturali, che non danno error sensibile, è da esser commendata, e pero Alberto Durero pittor eccellentissimo, come cosa utile a l'arte sua se l'ha registrata nell'opra sua.

9 MA accio si veda quanto questa regola s'accosti alla regola di Archimede (per schifar rotti) voglio che supponiamo un cerchio, che il suo diametro sia otto piedi, volendo saper per questa sopranotata regola quanto sia la sua superficie, al diametro di tal cerchio vi sopragiongo il quarto di esso diametro, & fara 10. & questo 10 sara il diametro di quel quadro, che sara eguale a tal cerchio, & per saper la superficie di tal quadro, quadro il detto suo diametro (cioe quel 10) & fara 100. & di questo 100 ne piglio la mita, che fara 50. & cosi 50 sara l'aria del detto quadrato, & 50 sara anchora (per questa regola) l'aria del detto cerchio, che il suo diametro è 8.

Hor vedemmo mo quanto sara l'aria di tal cerchio secondo la regola di Archimede, laqual si puo trouar per diverse vie, come sopra il squadrar di terreni fu mostrato, ma la piu breve in tal caso è questa, quadraremo il diametro di tal cerchio, qual è 8 fara 64. & di questo ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe lo multiplicaremo per 11 che fara 704. & questo lo partiremo p 14. & neverra $50\frac{2}{7}$, & tanto sarebbe l'aria del detto cerchio secondo la regola del detto Archimede, laqual differentia nelle cose naturali, over materiali, cioe nelle cose accadentia designatori, pittori, architettori, agrimensori, & altri simili non sarebbe molto importante, vero è che tal regola appresso di mathematici, & veri geometrici sarebbe riputata di niun valor, per non haver alcuna ragione, over dimostratione di tal problema.

Di alcune speculative questioni occorrenti sopra il cerchio, & le sue portioni insieme con l'ordine osservato da Ptolomeo in formar le tavole di archi, & corde dichiarando alcune difficulta sopra quello. Cap. VII.

NElla terza parte sopra il misurar, & squadrar di terreni fu detto, & di sopra replicato, come che Archimede Siracusano con modi geometrici dimostratiui trouo la proportione della circonferentia del cerchio al suo diametro alquanto maggior di tripla sesquisettima, cioe di 22 a 7. & menore di tripla sesqui $\frac{10}{71}$, cioe di 223 a 71. ma per esser piu propinqua a quella di 22 a 7. (& anchor piu commoda da maneggiar in pratica) sopra di quella si sono formati tutti li pratici. Et similmente nella terza parte fu anchora detto, come il detto Archimede approua, & dimostra qualmente il rettangolo compreso sotto alla mita del diametro del cerchio, & alla mita della sua circonferentia era eguale alla superficie del detto cerchio, & similmente fu anchor detto, come che il detto Archimede dimostra, che li $\frac{11}{14}$ del quadrato del diametro del cerchio, era medesimamente eguale alla detta superficie del detto cerchio, & similmente fu dapoi mostrato alcuni altri modi da quelli dependenti per trouar la superficie di tal cerchio. E pero le dette sue conclusioni non staremo a replicar con essempi, ma veniremo ad alcun'altre questioni sopra quello, & sopra le sue parti, & massime sopra delli archi, & corde.

1 EGlie un mezzo cerchio ponimo. a b c. che il suo diametro a c è 12. volendo trouar la superficie si puo procedere per piu vie (si come fu detto sopra il tutto) ma la piu facile a me mi pare, che sia a quadrare il diametro, dicendo 12 fia 12 fa 144. & multiplicarlo per 11. & partir per 14 (secondo il solito) & ne verria $113\frac{1}{7}$, & tanto sarebbe la superficie del cerchio integro, ma per esser solo che la mita piglieremo la mita di $113\frac{1}{7}$, che sara $56\frac{4}{7}$, & tanto sara la superficie del detto mezzo cerchio.

Anchora si potrebbe trouar la circonferentia. a b c. & per trouarla si potrebbe trouar quella di tutto il cerchio, & dapoi torne la mita, ma la piu breve mi par che sia a dir se 7 di diametro mi da 11. (per la circonferentia del mezzo cerchio) che mi dara 12 di diametro, opera che trouarai che ci dara $18\frac{6}{7}$, & tanto sara la detta circonferentia. a b c. Onde multiplicando la mita della detta circonferentia (che sara $9\frac{3}{7}$) per la mita del diametro, che sara 6. sara medesimamente $56\frac{4}{7}$ per la superficie del detto mezzo cerchio, si come per l'altra via fu trouato, & per esser tal problema facile da comprendere da se medesimo, non voglio star a narrar, come per la notitia della simplice circonferentia. a b c. si puo trouar il diametro. a c. & similmente la detta sua superficie, perche se haverai in memoria tai regole date sopra tutto il cerchio facilmente le saperai applicar al mezzo cerchio.

2 QVando che dal centro d'un cerchio si parteno due linee, & vanno alla circonferentia, la figura compresa sotto di quelle due linee, & da quella parte della circonferentia, che è fra quelle

due linee da Euclide nella decima diffinitione del terzo è detta settor di cerchio. Essempi gratia sia il cerchio. a b c d. il centro delqual sia il ponto. e. & dal ponto. e. siano tirate le due linee. e a. & e b. hor dico che la figura compresa sotto, over fra le dette due linee. e a. & e b. & la circonferenza. a f b. è detta settor di cerchio.

Per trovar adunque la superficie di un settor di cerchio bisogna multiplicar la mita del diametro del cerchio donde deriua tal settore, fia la mita di quella circonferentia, che'l termina, & il produtto di tal multiplicatione sara l'aria di tal settore, & perche l'una, & l'altra delle due linee rette, che formano il detto settore è sempre equali alla mita del diametro del cerchio, donde deriua il detto settore, e pero seguita che'l dutto de l'una delle dette linee nella mita di quella circonferentia di tal settore, ne dara l'aria superficiale di quello, & tutto questo si verifica per la regola data da Archimede sopra di tutto il cerchio. Essempi gratia supponemmo che'l diametro del cerchio. a b c d. sia 14. tal che per la regola di Archimede, la sua circonferentia sarebbe 44. & dal centro e. sopra la a c. (diametro del cerchio) sia tirata la perpendicolare. e b. laqual e b. con la e a. & con la circonferentia a f b. formano il settor. a e b. il qual settore in questo caso vien a essere il quarto di tutto il cerchio, & per tanto volendo trovar (per la regola detta) l'aria del settore, multiplicaremo la quantita di l'una delle due linee. e a. over e b. che l'una, & l'altra (in questo caso) vien a esser 7 (mita del diametro) fia la mita della circonferentia. b f a. laqual circonferentia. b f a. (in questo caso) è 11 la mita è $5\frac{1}{2}$, multiplicando adunque $5\frac{1}{2}$ fia 7 fara $38\frac{1}{2}$, & tanto fara la superficie del detto settore, & perche l'aria di tutto il cerchio integro è 154. & la quarta parte di 154 è medesimamente $38\frac{1}{2}$, e pero vien a esser verificata praticalmente la detta regola, laqual regola seruira per ogni altra specie di settore, cioe se dal medesimo centro. e. fusse tirata un'altra linea al ponto. f. talmente che la circonferentia. f a. fusse 5. volendo l'aria di tal settor. e f a. multiplicaressimo la linea. e a. che è 7 fia la mita della circonferentia. f a. laqual mita sarebbe $2\frac{1}{2}$, multiplicando adunque $2\frac{1}{2}$ fia 7 sarebbe $17\frac{1}{2}$, & tanto sarebbe l'aria del detto settor. e f a. dico essendo tirata la linea e f. laqual. e f. non ho voluto tirar per non causar confusione.

3 ET nota che questa regola ti seruira per misurar un settor maggior del mezzo cerchio, cioe volendo misurar, over saper l'aria di quel restante di cerchio compreso sotto delle due linee. e a. & e b. & della circonferentia. a d c b. multiplica per la quantita della linea. e a. che è 7. fia la mita della circonferentia. a d c b. laqual circonferentia sarebbe 33. & la mita di quella sarebbe $16\frac{1}{2}$, multiplicando 7 fia $16\frac{1}{2}$ farebbe $115\frac{1}{2}$, & tanto sarebbe l'aria superficiale di tal settor maggior del mezzo cerchio.

4 EVclide nella trentesimaquinta propositione del suo terzo libro specolatiuamente dimostra, che se in un cerchio due linee rette si seghino fra loro, quello che procede da una parte di una di dette linee, nell'altra parte di quella medesima è equale a quel rettangolo, che è contenuto sotto le due parti dell'altra linea.

Ma perche tal propositione è generale, & le dette due linee in varij, & diversi modi si possino segar fra loro, & spesse volte una di quelle è il diametro di tal cerchio, & alle volte ne l'una, ne l'altra è il detto diametro, & perche questa tal propositione è molto necessaria, & maneggiata da Ptolomeo nel Almagesto, & altri, la essemplificaremo in diversi modi con numeri.

Sia il cerchio. a b c d. il diametro delquale sia la. b d. & ponemo che tal diametro sia 13 (cioe 13 misure) & sia segato ad angoli retti dalla linea. a c. in ponto. e. & ponemo che la linea. e d. (quale è detta da pratici la sagitta del arco. a d c. & la linea. a c. è detta corda di tal arco) sia quattro, & perche il diametro. b d. sega ortogonalmente in ponto. e. (per la terza del terzo di Euclide) egli è necessario, che la diuida in due parti equali. E pero in questo caso (per la simplice notitia di quello che fin hora è stato detto, & supposto) potemmo saper quanto sia la linea. a c. (per la detta trentesimaquinta del terzo di Euclide) siamo certi che il dutto della. b e. nella. e d. è equale al dutto della a e. nella. e c. & perche la. a e. è equale alla. e c. seguita che il detto dutto della. b e. nella. e d. sia equale al quadrato della. a e. over della. e c. (che è il medesimo) & perche la. e d. è supposto esser 4. adunque la. b e. sara 9. & il dutto di 9 fia 4 fa 36. & questo 36 sara equale al quadrato della. a e. & se'l quadrato della. a e. è 36. la detta. a e. venira a esser la radice di 36. quale è 6. & se la. a e. è 6. tutta la. a c. venira a esser 12. che è il proposito.

5 Sia anchora il cerchio. a b c d. il diametro delquale è la linea. a c. (quale è 18) è segata dalla linea. b d. laqual è 12. in ponto. e. talmente che la. e c. è 2. volendo mo per tal conditione trovare la quantita delle 2 parti della linea. b d. cioe quanto sia la. b e. & similmente la. e d. & perche gia sai, che la parte. e c. del diametro è 2. & la. a e. è 16. multiplica 2 fia 16. & fa 32. & tanto conuien che faccia il dutto delle due parti della linea. b d. laqual. b d. gia sai che la è 12. e pero farai di 12. due tal parti, che il dutto dil'una in l'altra faccia medesimamente

32. onde operando per la regola, che ti ho data nel quarto capo del vndecimo libro della seconda parte, cioe quadra la mita di 12. (che è 6.) & fara 36. cauane 32. & restara quattro, & la radice di 4. quale è 2. gionta & tratta alla detta mita di 12. che è 6. fara 8 per la parte maggiore, & restara quattro per la parte menore, e pero conchiuderemo la parte. b e. esser 8. & la e d. quattro ch'è il proposito.

Nota lettor che io cerco di far che le ricercate parti venghino rationali, & non sorde, per vna maggior chiarezza, ma nelle simili la maggior parte vengono irrationali, e pero auertirai.

6 Anchor nota che questa medesima propositione si potria variar in piu modi, cioe notificando le due parti b e. & e d. cioe l'una esser 8. & l'altra 4. & il diametro a c. esser 18. & ricercar le due parti e c. & a e. del diametro, & perche in tal caso il dotto di 4. fia 8 fa 32. bisognarebbe far due tal parti di 18. che multiplicate l'una fia l'altra facesse 32. onde operando per la medesima regola si trouara la a e. esser 16. & la e c. esser 2.

Anchora si potrebbe notificar la parte. a e. del diametro esser 16. & la e c. esser 2. & la parte e d. esser 4. & ricercar quanto sia la parte. b e. onde in tal caso bisognarebbe pur multiplicar 2 fia 16. & sarebbe pur 32. & perche il medesimo douerebbe far e d. cioe 4. multiplicato nella parte. b e. a noi occulta, e pero partendo quel 32. per quel 4. ne venira 8. per la quantita della parte. b e. a noi ignota.

7 Sia anchora il cerchio. a b c d. nel qual le due linee a c. & b d. s'intersecano fra loro nel ponto. e. & tutta la. b d. è 16. & l'altra a c. è 13. della qual la parte c e. è 1. & l'altra parte e a. è 12. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'una, & l'altra delle due parti. b e. & e d. della linea. b d. Multiplica le due parti note, cioe la. c e. che è 3. fia la e a. che è 12. fara 36. & tanto conuien esser il dotto della parte. b e. nella parte. e d. (per la detta trentesimaquinta del terzo di Euclide) e pero bisogna far della linea. b d. (quale è 16.) due tal parti, che il dotto di vna in l'altra faccia 36. onde operando per la regola data, cioe quadra la meta di 16. che è 8. fa 64. cauane 36. & restara 28. & cosi la R 28. gionta, & tratta di 8. ne dara le dette due ricercate parti, cioe la. b e. (menore) sara 8 men R 28. & la. e d. (maggiore) sara 8 piu R 28. che è il proposito. Et se ne vorrai far la proua pratticale, multiplica 8 m R 28. fia 8 piu R 28. trouerai che fara precisamente 36. si come fa le altre due parti. c e. & e a. della linea. c a. ch'è il proposito.

Questa medesima questione si potria variar in piu modi, come fu detto, & fatto sopra la precedente, ma perche tai variationi (a chi intende ben il fondamento) sono facili, a te lascio tal carico.

Dell'ordine che tenne Ptolomeo in formar le tauole di corde, & archi nel principio del suo Almagesto.

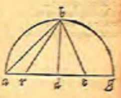
8 Non vi è dubbio che il principal fondamento, che vso Ptolomeo per formar le tauole di corde, & archi, lo raccolse da Euclide anchor che non si volesse degnare di accettar le sue propositioni, come di sotto si fara manifesto. Ma prima voglio dechiarar vn passo in esso Ptolomeo, nel quale molti scapuzzano, il qual passo è questo, che lui diuide la circonferentia del cerchio della sphera del mondo in 360 parti secondo il costume delli nostri antichi astronomi, lequai 360 parti da pratici sono dette gradi, & il diametro di tal cerchio lo diuide in 120 parti, & questa seconda diuisione ha causato molti dubbij fra le persone di ottuso giuditio, parendo a questi tali (rispetto alla regola data da Archimede) il detto Ptolomeo hauer non puoco errato, nella detta diuisione del diametro, atteso che il detto diametro secondo il computo del detto Archimede sarebbe solamente $114\frac{7}{11}$, laqual discordantia fa causar questo che nelle tauole di dette corde, & archi vi si troua molti, & molti archi, che'l pare che l'arco sia manco della sua corda il che pare vna cosa impossibile, che la corda possa esser maggior del suo arco. Essempi gratia la corda che sotto tende a l'arco di parti, ouer gradi 24. discorrendo, che ben discorre nelle dette tauole del Almagesto, si trouara esser parti 24. minuti 56. & secondi 58. che è molto piu del arco, che par cosa impossibile, & cosi che ben guarda per le dette tauole se ne trouara molti, & molti di tal qualita, per il che molti si credono, che Ptolomeo habbia errato in tal calculationi.

Ma per chiarir questi tali, dico che Ptolomeo volse diuidere il diametro del detto cerchio in 120 parti fra loro equali, & la circonferentia in 360 parti, pur fra loro equali, ma non equale alle parti del diametro, cioe che vna delle parti del diametro non era equale a vna delle parti della circonferentia, anzi era menore, perche volendo che ciascheduna delle parti del diametro fusse equale a ciascheduna delle parti della circonferentia, bisognarebbe diuidere il detto diametro secondo la proportione trouata da Archimede, cioe in $114\frac{7}{11}$ parti, come di sopra è stato detto, ma perche tal diuisione hauerebbe causato molte difficulta nelle consequenti sue operationi per causa di rotti.

rotti, e pero Ptolomeo come prudente non volse diuidere tal diametro in tai parti $114\frac{6}{11}$, anzi lo volse diuidere (come di sopra è stato detto) in 120. perche tal numero di 120. è vn numero, che ha molte parti, laqual causa molta commodita nelle altre cose, che ha da trattare, & se ben le parti del detto diametro a vna per vna non si eguaglia a quelle della circonferentia, non gli importa niente in quello che ha da trattare circa alle dette tauole di archi, & corde, come di sotto si fara manifesto.

Egli è ben vero, che per determinare la superficie di tal cerchio, secondo la detta sua diuisione non sarebbe al proposito, cioe che volesse multiplicare la mita delle parti del diametro (laqual mita saria 60) fia la mita della circonferentia (laqual mita saria parti 180) faria 10800. per la superficie di tal cerchio, ma tal superficie sarebbe vna cosa confusa, perche tal 10800, non sarebbono quadretti delle parti della circonferentia, ne manco delle parti del diametro, anzi sarebbono 10800. rettangoletti, che la longhezza di ciascheduno di quelli sarebbe vna delle parti della circonferentia, & la sua larghezza sarebbe vna di quelle parti del diametro, ma perche Ptolomeo sapeua, che non vi accadeua a saper la superficie, ne di tal cerchio, ne manco delle sue portioni, o vogliam dir archi, ma solamente gli occorreua a saper la quantita delle corde, rispetto alla sua diuisione del detto diametro gia fatta in 120 parti per fuggir li rotti, come di sotto s'intendera.

9 Per dar principio Ptolomeo a determinar le corde di varie qualita di Archi il suppone, che sia il mezzo cerchio a b g. eretto sopra il diametro a d g. circondutto sopra il centro. d. & vuol che dal ponto d. sia protratta la linea d b. ortogonalmente sopra la linea a g. & dapoi vuol che la d g. sia diuisa in due parti eguali in ponto. e. & vuol che sia produtta la linea b e. & vuol che sia signata la linea. e r. equale alla e b. & vuol che sia tirata la b r. & conchiude finalmente, che la linea r d. è il lato del decagono, & la linea b r. è il lato del pentagono, laqual cosa in questo modo la proua, & dimostra.



Perche la. d g. è diuisa in due parti eguali in ponto. e. & a quella gli è aggionta la linea. d r. adunque (per la sesta del secondo libro di Euclide) il dutto della. g r. nella. r d. insieme con il quadrato della. e d. si aggiugni al quadrato della linea. e r. laqual è eguale alla. b e. & li duoi quadrati delle due linee. d b. & e d. insieme sono eguali al quadrato della. b e. (per la penultima del primo di Euclide) per laqual causa il dutto della. g r. nella. r d. con il quadrato della. d e. si eguala alli duoi quadrati delle due linee. d e. & d b. insieme. Adunque quando che sia leuato via da l'una, & l'altra banda di quelli, il quadrato della linea. d e. rimanira il dutto della. g r. nella. r d. eguale al quadrato della. d b. che è eguale alla. g d. Et perche quando che il lato dello essagono, & il lato del decagono (che siano in vn medesimo cerchio) sono in vna linea, tal linea (per la nona del decimoterzo libro di Euclide) tutta la linea da questi composta, sara diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte di quella sara il lato dello essagono, e pero in questo caso, la linea. d g. ch'è la mita del diametro, è il lato dello essagono, & la. r d. sara il lato del decagono, & similmente perche il lato del pentagono è piu potente del lato del essagono, quanto puo il lato del decagono, quando sono in vn medesimo cerchio descritti (per la decima propositione del decimoterzo libro di Euclide) & l'angolo. b d r. del triangolo. b d r. è retto, sara il quadrato della linea. b r. eguale (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della. b d. che è il lato dello essagono, & al quadrato della. d r. che è il lato del decagono insieme, e pero la b r. sara il lato del pentagono, & perche il diametro del cerchio fu diuiso da esso Ptolomeo in 120 parti (come di sopra fu detto) e pero la linea. d e. sara 30 di quelle parti, & il quadrato di quella sara 900. & perche la linea. b d. è la mita del diametro sara 60. di quelle medesime parti, & il suo quadrato sara 3600. & il quadrato della. e b. (che è il quadrato della. e r. per esser vno medesimo cerchio) sara 4500 e pertanto la detta. e r. sarebbe la radice di 4500. laqual radice è sorda, ma cauando la radice propinqua del detto 4500. (come costuma Ptolomeo, qual non si cura de gli errori insensibili) tal radice propinqua sarebbe parti $67\frac{11}{134}$, ma perche il detto Ptolomeo non costuma di notar niente per rotto, anzi li detti rotti li tradutta in minuti, secondi, terzi, & quarti, & cosi discorrendo nelle cose importanti fino alli decimi, a ragione che vna parte sia 60 minuti, & vn minuto 60 secondi, & vn secondo 60 terzi, & cosi discorrendo in tutti gli altri, ma in queste corde non procede piu oltra di secondi, e pero volendo ridurre quel rotto di $\frac{11}{134}$. di parte in minuti, & secondi, multiplicaremo quel 11. che è sopra la virgola, per 60. fara 660 da partir per 134. & ne vien quattro minuti, & auanza 124. qual multiplicandoli pur per 60. fara 7440. quali partendoli per 134. & ne vien 55 secondi, & auanza 70. & di questo non si procede piu oltra, ma si lascia per cosa insensibile, e pero conchiuderemo la detta. e r. esser parti 67. minuti 4. & circa secondi 55. & tanto conchiude anchora Ptolomeo, dellequal parti 67. minuti 4. secondi 55. cauandone la. e d. (che è 30 parti) restara 37 parti, & 4 minuti, & circa 55 secondi, per la linea d r. laquale (come di sopra fu detto) è eguale al detto decagono. Adunque non vi è dubbio che il lato del decagono, qual sotto tende a 36 parti della circonferentia, laqual circonferentia è 360. sara 37. parti, 4 minuti, & circa 55 secondi, secondo la quantita di quelle parti, che il diametro è 120. Et qui nasce uno di dubbij detti in principio, cioe che'l numero delle parti della corda è maggiore del numero delle parti del arco, perche sotto a parti 36. di arco vi è parti 37. m. 4. & circa 55 di corda, che par una cosa absorda, che la corda sia piu del arco. Ma tutto questo procede, che le parti della corda non sono di quella longhezza, che sono le parti del arco (dico a una per una) e pero non è da marauigliarsi se un arco longo poniamo br. 5. & che la corda di quello fusse poi piedi 4. perche li braccia 5. in se sono piu longhi di quelli piedi quattro in se. Et questo voglio inferire del sopradetto arco, qual è 36 di quelle parti 360. in che fu divisa la circonferentia di tal cerchio, lequal 36 parti sono piu in se di quelle $37\frac{4}{60}\frac{55}{3600}$ della corda, lequali sono di quelle 120. in che fu diviso il diametro, & che questo sia il vero di sotto si fara manifesto.

Et perche il quadrato della b r. (lato del pentagono) è eguale al quadrato della. d r. (lato del decagono) & al quadrato della b d. (lato del essagono) il quadrato del detto essagono sarebbe 3600. & il quadrato del lato del decagono, cioe di parti 37. minuti 4 secondi $55\frac{1}{60}\frac{1}{3600}$, dice Ptolomeo, che tal quadrato è parti 1375. minuti 4. & secondi 14. ma perche il detto Ptolomeo non dimostra il modo di quadrar di dette parti 37. minuti 4. secondi $55\frac{1}{60}\frac{1}{3600}$ a commun beneficio di studenti, in fine di questo ragionamento daremo la regola da essequir tal effetto, ma supponendo che tal quadrato sia (come afferma Ptolomeo) parti 1375. minuti 4. & secondi 14. qual giotto con il detto 3600) quadrato della b d. fara in summa parti 4975. m. 4. 2. 14. & tanto sara il quadrato della b r. e per tanto la simplice b r. (lato del pentagono) verrebbe a esser la R delle dette parti 4975. minuti 4. secondi 14. laqual R sara (come dice Ptolomeo (cioe parti 70. minuti 32. secondi circa 3 (dico di quelle parti, che il diametro ne è 120) il modo di cauar la sopradetta radice di sotto si narrara. E per tanto fin qua egli è manifesto, che il lato del pentagono, qual sotto tende a parti 72. della circonferentia, & il lato dello essagono, qual sotto tende a parti 60. della circonferentia è parti 60. di quelle del diametro, talche in quanto al numero delle parti seguirebbe, che la corda fusse eguale al arco, che par una cosa absorda, ma il tutto procede, come è detto, che le 60 parti della corda sono menori a una per una di quelle del arco, e pero tutte le 60. del arco in summa sono maggiori di quelle 60 della corda, per la inegualita delle parti. Similmente anchora, perche il lato del quadrato (qual sotto tende a 90 parti della circonferentia) è in potentia doppio alla mita del diametro, & il lato del triangolo, qual sotto tende a 120 parti della detta circonferentia è in potentia treppio alla mita del diametro, & il quadrato della mita del diametro è 3600. adunque il quadrato del lato del quadrato verra a esser 7200. & il quadrato del lato del triangolo verra a esser 10800. per laqual cosa sara la longhezza della corda del arco di 90 parti, di circonferentia parti 84. minuti 51. secondi 15 anchor che Ptolomeo habbia posto solamente secondi 10. & queste s'intendono di quelle parti, che il diametro ne è 120. & la longhezza della corda del arco di 120 parti della circonferentia, laqual corda (cioè lato del triangolo) è parti 103. minuti 55. & circa secondi 23. cioe sarebbono secondi $23\frac{4}{5}\frac{8}{9}\frac{3}{2}$, ma oltra li secondi non costuma Ptolomeo tenerne conto in queste operationi di corde, e pero si vede, che nella general pratica di numeri, & misure in alcune particolarita bisogna concludere le questioni ecedenti puntalmente, cioe con radice sorde, ouero con binomij, & residui, & senza alcun minimo errore, & facendo altramente la operatione sarebbe giudicata per falsa, & in alcune altre particolarita, non solamente basta a concludere la questione con radice propinque alla verita, ma anchora della detta radice propinqua se ne getta, ouer lascia alcune frattioni di poco momento, come che nella determinatione delle sopradette corde si è visto.

corde trouate in questa
o del decag. parti 37. m. 4. $\frac{1}{2}$. 55
o del pent. parti 70. m. 32. $\frac{1}{2}$. 3.
o del essagono parti 60.
o del quad. par. 84. m. 51. $\frac{1}{2}$. 15
o del tria. par. 103. m. 55. $\frac{1}{2}$. 23.

archi delle sopradette corde.
rco del decagono parti 36.
rco del pentagono 72.
rco del essagono parti 60.
rco del quadrato parti 90.
rco del triangolo parti 120.

10 Accioche delle sopra notate conditioni se ne habbia perfetta dottrina voglio dimostrar l'ordine delle rappresentationi, diuisioni, delle sopradette quantita di corde, & archi, & delle rappresentationi delle loro multiplicationi, quadrationi, & estrattioni delle loro radici. E per tanto bisogna sapere si come, che in misurare queste cose terrene (secondo la diuersita delle prouincie) si costuma (come si sa) una famosa, & cognita misura, laqual misura communamente è diuisa in un qualche numero di parti, che sia commodo al misurante, & ragioniero da maneggiare nelle questioni occorrenti, & ciaschaduna di quelle parti è diuisa pur in altre parti di numero commodo, & facile (com'è detto) da maneggiar nelle operationi geometriche, & cosi con tal ordine vanno prosequendo tal diuisione, per fin che si peruenga a una certa minima parte, che per la sua picolezza sia reputata quasi di niun valore, over momento in quelle materie, che con tal misura si ha da misurare, il medesimo hanno costumato gli antichi astronomi per misurare, & conoscere li moti celesti, cioe hanno diuiso con la imma-

gınatione

giatione la circonferentia del cielo in 360 parti, & non in 361 per esser tal numero di 360. molto commodo per hauer molte parti, cioe la mita, il terzo, il quarto il quinto, il sesto, l'ottauo, il nono, il decimo, il duodecimo, & molte altre parti, laqual cosa rende gran commodita nel negotiare molte particolarita, lequali 360 parti di circonferentia sono detti da Ptolomeo simplicemente parti, ma da altri, tai parti sono chiamati gradi, & ciaschaduna di queste parti, ouer gradi (in questo particolar trattato di corde, & archi) s'intende la principal misura per misurare con 360 intelletto le parti delle circonferentie di circoli celesti. Et questa tal misura di circonferentia li detti antichi astronomi la diuisero in sessanta parti (per esser tal numero di 60. vn numero accommodo di molte parti) & queste 60 parti le chiamorno minuti, & ciaschaduna di queste parti le diuisero in altre 60 parti, & cosi ciaschaduna di queste seconde parti le diuisero in altre sessanta parti, & con tal diuisione procederono per fino alle decime parti, & ciaschaduna di dette parti le chiamauano per minuti, ma per conoscere la diuersita di tai minuti alli minuti delle prime parti gli diceuano minuti primi, a quelli delle seconde parti gli diceuano minuti secondi, & quelli delle terze minuti terzi, & cosi discorrendo per fino alli minuti decimi, ma per abbreuiar il parlare alli primi minuti hanno costumato di chiamarli simplicemente minuti, & li rappresentano con questo m. vero e che alcuni li chiamano simplicemente primi, & li rappresentano con questo segno primi ouer simplicemente con questo 1. il qual 1. e detto denominatore, li minuti secondi communamente si chiamano simplicemente secondi, & si rappresentano con questo 2. & tal 2 e per detto denominatore, & cosi con tal ordine li minuti terzi sono detti simplicemente terzi, & il suo denominatore e questo 3. & il denominator delli quarti e quattro, & cosi si va procedendo per fino alli decimi, ma perche le parti totali si pigliano per numeri simplici, & non denominati, per suo denominatore (per varij rispetti) se gli nota o. volendo inferire nulla esser la sua denominatione.

E per tanto Ptolomeo volendo formare, ouer trouare la quantita delle corde a tutte le specie di archi di parti integre, & anchora con vna mezza parte, diuise il diametro del detto cerchio celeste con la immaginatione in 120 parti, come di sopra fu detto, per esser tal numero accommodo, & queste tai parti le chiama pur simplicemente parti. Et ciaschaduna di queste parti (per accordarsi con la diuisione della circonferentia) la diuise pur in sessanta parti eguali, & queste tal parti le chiama per minuti primi, & cosi ciaschaduno di questi minuti primi li diuise in altri sessanta minuti secondi, & con tal ordine si puo andar procedendo per fino alli decimi, come fu detto della circonferentia, vero e che nella formatione delle tauole di corde, & archi, non si procede piu oltra di minuti terzi, vero e che tai specie di minuti per breuita si rappresentano, & denominano, come fu detto di quelli della circonferentia, cioe parti, minuti, secondi, terzi, &c. ouer parti, primi, secondi, terzi, &c. Et li loro denominatori sono li numeri denominanti tai specie di minuti, cioe il denominator di primi minuti e 1. & quello di secondi e 2. & quello di terzi e 3. & cosi discorrendo, ma il denominator delle parti principali, ouer totali e vna o. quasi volendo significare (come fu detto sopra le parti della circonferentia) nulla esser la sua denominatione. E pero quelli numeri, che hauranno questa nulla per suo denominatore si debbono intendere per parti principali, & quelli che hauranno questo 1 si debbono intendere per primi, o vuoi dir per minuti, & quelli che hauranno questo 2. si debbono intendere per secondi, & cosi discorrendo nelle altre specie di minuti.

Rappresentationi delle sopradette parti, minuti, secondi, & terzi multiplicate fra loro.

A multiplicar parti fia parti, rappresentano parti superficiali, cioe quadre,
A multiplicar parti fia minuti, rappresentano minuti superficiali,
A multiplicar parti fia secondi, rappresentano secondi superficiali,
A multiplicar parti fia terzi, rappresentano terzi superficiali.

A multiplicar minuti fia minuti, rappresentano secondi superficiali, cioe quadri,
A multiplicar minuti fia secondi, rappresentano terzi superficiali,
A multiplicar minuti fia terzi, rappresentano quarti superficiali.

A multiplicar secondi fia secondi, rappresentano quarti superficiali, cioe quadri,
A multiplicar secondi fia terzi, rappresentano quinti superficiali.

A multiplicar terzi fia terzi, rappresentano sesti superficiali.

0.fia 0. fa 0.
0.fia 1. fa 1.
0.fia 2. fa 2.
0.fia 3. fa 3.

1.fia 1. fa 2.
1.fia 2. fa 3.
1.fia 3. fa 4.

2.fia 2. fa 4.
2.fia 3. fa 5.

3.fia 3. fa 6.

12 Per conseruarsi facilmente in memoria le rappresentationi delle sopra annotate multiplicationi, bisogna auertire qualmente li numeratori si multiplicano secondo l'ordinario del multiplicare, & li denominatori si summano, e pero si vede che'l denominator del produtto in qual si voglia delle sopra notate multiplicationi è sempre equale alla summa di duoi denominatori, di quelli numeratori multiplicati. Essempi gratia a multiplicar 4 secondi fia 3 terzi, diremmo che fara 40 quinti, & per questa causa si costuma di notar il denominator delle parti integrali per .0. quasi volendo inferire tai parti esser niuna specie di minuti, per laqual cosa seguita, che a multiplicar parti con qual si voglia specie di minuti, fa quella medesima specie di minuti, perche a summar il denominator di qual si voglia specie di minuti con la detta .0. fa quel medesimo denominatore, come da te medesimo potrai comprendere nelle sopra notate rappresentationi, & per gli essempij posti in margine, cioe quel dir .0. fia .0. fa .0. vuol inferire, che parti fia parti fa parti, perche il detto .0. è il denominator delle parti principali, & cosi quel .0. fia 1. fa 1. vuol inferire, che parti fia primi fa primi, & cosi discorrendo.

a partir 0. per 0. ne vien 0.
a partir 1. per 1. ne vien 0.
a partir 2. per 2. ne vien 0.
a partir 3. per 3. ne vien 0.

a partir 2. per 1. ne vien 1.
a partir 3. per 1. ne vien 2.
a partir 4. per 1. ne vien 3.

a partir 4. per 2. ne vien 2.
a partir 5. per 2. ne vien 3.

a partir 6. per 3. ne vien 3.

13 Per il partire si delli denominatori, come delli numeratori delle sopradette misure, l'una per l'altra, & massime le superficiali per le lineali, bisogna notar tal atto al contrario del multiplicare, cioe li numeratori si partiscono secondo il real atto del partire, ma per saper la denominatione dello auenimento, bisogna sotrar lo denominatore del partitore del denominator del numeratore, che si ha da partire, & il restante sara il denominator dello auenimento, come che dalli sottoscritti essempi da te medesimo poti comprendere, pigliando sempre la .0. per denominator delle parti, anchor che non vi sia annotato, ouer signato, laqual nulla significa le integral parti esser numeri simplici senza alcuna denominatione.

A partir parti per parti, lo auenimento sara parti,
A partir minuti per minuti, lo auenimento sara parti,
A partir secondi per secondi, lo auenimento sara parti,
A partir terzi per terzi, lo auenimento sara parti.

A partir secondi per primi, o vuoi dir per minuti, lo auenimento sara minuti,
A partir terzi per minuti, lo auenimento sara secondi,
A partir quarti per minuti, lo auenimento sara terzi.

A partir quarti per secondi, lo auenimento sara secondi,
A partir quinti per secondi, lo auenimento sara terzi.

A partir sesti per terzi, lo auenimento sara terzi.

Molte altre specie di partiri vi si porrebbe appresso alli precedenti aggiongere, ma perche a quello, che in questo luogo intendiamo di parlare sarebbono di superchio le habbiamo pretermesse.

Questi soprascritti partiri si possono praticamente prouare con l'atto suo contrario (secondo l'ordinario) cioe con il multiplicare, perche a multiplicare il denominator del partitore fia il denominatore dello auenimento debbe produr il denominatore della cosa partita, ma bisogna aricordarsi, come che il multiplicar di tai denominatori è a summarli insieme, come sopra il multiplicar fu detto.

14 Per il cauar di radice delle sopradette quantita, bisogna notare, che in quanto alli numeratori tai radice, si le propinque, come le discrete, si cauano simplicemente secondo l'ordinario del cauar di tai radice, ma rispetto alli denominatori, il denominator della radice la maggior parte delle volte si diuersifica del denominator del suo quadrato, come per le sopra annotate multiplicationi facilmente si puo comprendere, che le primi fia primi fa secondi, che anchora la radice di secondi è primi. Similmente se secondi fia secondi fa quarti, non vi è dubbio, che la radice di quarti conuien esser secondi, & cosi discorrendo come puoi vedere nelle annotationi poste in margine.

la radice di parti è parti
la radice di secondi è primi
la radice di quarti è secondi
la radice di sesti è terzi.

Et tali estrattioni di radici nelli detti denominatori si ponno praticalmente approuare con il quadrare le dette radici, & veder se ritorna il detto suo primo quadrato. Auertendoti pero che'l quadrare di vn denominatore non è altro, che il dupplicare tal denominatore, come appar sopra le annotationi di multiplicari, che 1 fia 1 fa 2. & 2 fia 2 fa 4. & 3 fia 3 fa 6. ma .0. fia .0. fa .0. perche il dupplo di .0. è pur .0. e pero auertirai.

Dopoi

25 DApoi che hai inteso il modo di maneggiar in pratica le sopradette parti, minuti, secondi, & terzi, voglio che giustifichiamo se le conclusioni adutte da Ptolomeo nella nona di questo, prima dice che il quadrato del lato del decagono, cioe di parti 37. minuti quattro, secondi 55 [illegible] esser parti 1375. minuti quattro, secondi 14. per veder mo se cosi è si puo procedere per piu vie, ma per abbreuiar il parlare, narraremo solamente le tre piu conuenienti, la prima è a infilzar quelli minuti 4. secondi 55 [illegible], cioe tirarli in parti di parte, siche facendo sarebbono parti 37 [illegible], & fatto questo quadraremo questo 37 [illegible], & trouaremo che fara 1375 [illegible], & tante parti sarebbe tal quadrato, onde trasfacendo quel rotto di parte [illegible] in minuti, secondi, & terzi, trouarai che se ne venira parti 1375. minuti quattro, secondi 14 [illegible], & tanto sarebbe il detto quadrato, onde venirebbe a esser quasi 59 secondi di piu di quello conchiude Ptolomeo, & questo procede, perche Ptolomeo non si ha curato di tuor quel rotto [illegible] di vn secondo, come sperimentando si trouara cosi esser, & come per il seguente secondo modo si potra anchor vedere.

Il secondo modo è a ridur quelle parti 37. minuti quattro, secondi 55. tutto in secondi (lasciando andar il rotto, come ha fatto Ptolomeo) faranno secondi 133495. & questi quadrandoli, cioe multiplicarli in se medesimi faranno 17820915025. & questi saranno quarti (perche secondi fia secondi fanno quarti) quali tirandoli in terzi (partendoli per 60) & quelli terzi in secondi, & li secondi in primi, & li primi in parti, hauerai in vltimo parti 1375 minuti quattro, secondi 14. terzi 10. quarti 25. ma Ptolomeo, come di sopra fu detto non procede in queste cose piu oltra di secondi, e pero s'incontra con la conclusione di Ptolomeo.

Il terzo modo di quadrar tal quantita è a non alterar li nomi di tai misure, ma lasciarle nel modo, che si ritroua, & questo è il piu magistrale, & da persona piu intelligente di qual si voglia de gli altri duoi. Et per essequir tal operatione notarai le dette parti 37. minuti quattro, secondi 55. & sotto di quello notarai vn'altra volta il medesimo, come in margine vedi. Fatto questo multiplica quelle parti 37 di sotto fia quelle tre diuerse quantita di sopra annotate, cominciando da quelle altre parti 37. dicendo 37 fia 37 fa 1369. & queste sara parti, perche parti fia parti fa parti, quali notarai da banda, poi multiplicarai le medesime parti 37 di sotto fia quelli quattro minuti, o vuoi dir primi di sopra, fara 148. & questi sara primi, perche parti fia primi fa primi, quali partendoli per 60. faranno parti 2. primi 28. & questo produtto notarai sotto al primo, che notasti da banda, poi multiplicarai le medesime parti 37 di sotto fia li secondi 55 di sopra, fara 2035. & questi saranno secondi, perche parti fia secondi, fanno secondi, quali tirandoli in primi faranno primi 33 secondi 55. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti. Fatto questo multiplicarai li quattro minuti di sotto fia quelle tre specie di misure di sopra, & prima fia le parti 37. fara 148. che saranno minuti, o vuoi dir primi, quali tirandoli in parti fanno parti 2. minuti 28. da notar sotto a gli altri tre produtti, poi multiplicar li medesimi minuti quattro di sotto fia quelli minuti quattro di sopra fanno 16. & questi saranno secondi, perche primi fia primi fa secondi, quali notarai al suo conueniente luogo sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplica li medesimi quattro minuti di sotto fia quelli 55 secondi di sopra, fara 220. & questi saranno terzi, perche primi fia secondi fa terzi, quali tirandoli in secondi saranno tre secondi, & quaranta terzi, quali notarai alli suoi debiti luoghi sotto a gli altri cinque produtti, fatto questo multiplicarai li cinquantacinque secondi di sotto fia quelle medesime tre specie di quantita di sopra, & prima fia le parti 37. fara 2035. & questi saranno secondi, per le ragioni piu volte dette, quali tirati in primi saranno primi trentatre, secondi cinquantacinque da notar al suo conueniente luogo sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicarai li medesimi cinquantacinque secondi di sotto fia quelli quattro minuti di sopra, fara 220. & questi saranno terzi, per le ragioni di sopra addutte, che saranno secondi tre, & terzi 40. da notar sotto a gli altri sette produtti al suo debito luogo, finalmente multiplicarai li medesimi secondi cinquantacinque di sotto fia quelli altri secondi 55 di sopra, fara 3025. & questi saranno quarti, perche secondi fia secondi fanno quarti, quali tirandoli in terzi saranno terzi 50. & quarti 25. da notar sotto a gli altri otto produtti al luogo suo, fatto questo summarai tutti li detti 9 produtti insieme, siche facendo trouarai che faranno in summa parti 1375. minuti 4. secondi 14. terzi 10. & quarti 25. si come per l'altro modo. Le simili si potrebbono far secondo l'ordine del multiplicar per crosetta, principiando la multiplicatione dalla banda destra, cioe dalle menor quantita.

a quadrare
0.37.0.4.0.55.
0.37.0.4.0.55.
fa 0.1375.0.4.0.14.0.10.0.25.

26 DApoi quasi consequentemente conchiude il detto Ptolomeo, che la radice di parti 4975. minuti 4. secondi 14. esser parti 70. minuti 32. & circa 3. secondi.

Per cauare adunque praticalmente tal radice (per veder s'egli è come dice Ptolomeo) ridurremo le dette parti 4975. minuti 4. secondi 14. tutto in secondi, siche facendo trouaremo esser secondi 1791024. & di questi ne cauaremo la radice propinqua (per non esser numero quadrato) onde procedendo secondo la regola data al suo luogo trouaremo tal radice propinqua esser 4232 ..., & questi saranno primi, perche la radice di secondi è primi, i quali primi tirandoli in parti saranno parti 70. minuti 32 ..., onde traslatando tal rotto in secondi, ne venira tre secondi, lasciando andar il rotto di secondo, e pero si veniamo a incontrar con la conclusione di Ptolomeo, e pero tanto sara il lato del pentagono, il qual lato vien a esser la corda sotto tendente al arco di parti 72. (come in quel luogo fu anchor detto) & con tai regole procederai nelle altre simili estrattioni di radice, si propinque, come discrete. Ma nota che tai radici non si ponno cauar, ne di primi, ne di terzi, ne di quinti, ne d'altre denominationi di numero dispar0, ma solamente tai radici si ponno cauar di parti, ouer di secondi, ouer di quarti, ouer di sesti, & altre simili, che sono denominate da numero paro. E pero quando ti occorresse a cauar vna radice di parti, & minuti, o vogliamo dire di parti, & primi, el non basta a ridur tutta la quantita in primi, & cauar la radice di tai primi, perche tu non saperai, che denominatione dare a tal radice, anzi bisogna ridur tutta la quantita a secondi (anchor che non vi sia secondi) & di detti secondi cauandone poi la radice, tal radice sara primi, perche la radice di secondi è primi, come al suo luogo fu detto. Similmente occorrendoti a cauar la radice di parti, minuti, secondi, & terzi, el non basta a ridur la quantita tutta in terzi, & cauar poi la radice di tai terzi, perche tu non saperesti che denominator signar a tal radice, anzi in tal caso ti bisognaria ridur tutta la quantita in quarti, anchor che non vi sia quarti, & cauar poi la radice di detti quarti, & tal radice sara secondi, perche la radice di quarti è secondi, & tutto questo procede perche solamente li denominatori di numero paro sono quadri, & hanno radice, & quelli di numero disparo non sono quadri, ne hanno radice, come da te medesimo puoi considerare, cioe che'l non si puo trouare alcuna specie di denominatore, che dutto in se medesimo faccia minuti, ouer primi, ne manco che faccia terzi, ouer quinti, & altri simili. Ma solamente se ne ritrouano, che fara parti, ouer secondi, ouer quarti, ouer sesti, &c. Et questo voglio ti sia bastante a tuo aricordo.

Di un'altra regola data da Ptolomeo di saper (per la notitia di quelle corde per auanti trouate) con facilita trouare le corde di quelli residui di archi del mezzo cerchio.

17 VN'altra regola (cauata dalla 31 del terzo di Euclide) ne da Ptolomeo, di sapere (per la notitia di quelle corde per auanti ritrouate) trouare le corde di quelli residui di archi del mezzo cerchio.

Essempi gratia sia il mezzo cerchio a b c il cui diametro sia a c diuiso secondo l'ordine di Ptolomeo in 120 parti, & l'arco a b c in 180. & sia immaginato la corda a b lato del decagono, laqual corda se ben ti aricordi fu trouata esser parti 37. minuti 4. secondi circa 55. & l'arco di tal corda, cioe l'arco a b vien a esser parti 36 di quelle 360 di tutta la circonferentia, onde l'arco b c venirebbe a esser parti 144 hor per trouar la corda b c egli e manifesto (per la trentesima prima del terzo di Euclide) l'angolo a b c esser retto (per esser nel mezzo cerchio, onde (per la penultima del primo di Euclide) se del quadrato del diametro a c ne cauaremo il quadrato della corda a b. il restante sara il quadrato della corda b c. & quantunque tal operatione si possa far in piu modi, voglio che la facciamo riducendo le parti 37. minuti 4. secondi 55. tutto in secondi, che saranno secondi 133495. quali quadrandoli saranno quarti 17820915025. quali salueremo da banda, poi faremo le parti 120 del diametro, anchora loro in secondi, che saranno secondi 432000. & li quadraremo, & saranno quarti 186624000000. & di questi ne cauaremo quelli quarti 17820915025. che saluassimo, & restara quarti 168803084975. & tanto sara il quadrato della corda b c. onde cauado la propinqua radice di detti quarti 168803084975. laqual radice propinqua si trouara esser secondi 410856 ..., ma lasciando andar quel rotto di secondo, & tirando poi li detti secondi in primi, & li primi in parti, si trouara, che saranno parti 114. minuti 7. secondi 36. & tanto sara la detta corda b c. intendendo sempre di quelle parti, che il diametro ne è 120. Et cosi con tal ordine potrai trouare le corde degli altri residui di archi del mezzo cerchio, cioe se nel detto mezzo cerchio in luogo del lato del decagono imaginaremo il lato del pentagono (qual trouassimo esser parti 70. minuti 32. secondi tre) qual sotto tende a parti 72 della circonferentia, procedendo per il medesimo modo, che habbiamo fatto in quello del decagono, trouaremo la quantita della corda sotto tendente al residuo del arco del mezzo cerchio, qual arco sara di parti 108. della circonferentia.

Dialome

Di alcune altre propositioni, adutte da Ptolomeo molto speculatiue, & grandamente vtili, per inuestigare, & trouare le corde di varij, & diuersi archi.

18 Sia il cerchio . a b g d. nelquale sia descritto il quadrilatero . a b g d. & in quello siano protratte le due linee.a g. & . b d. dico che'l dutto della.a g. nella . b d. é eguale alli duoi dutti della.a b. nella.d g. & della.a d. nella.b g. tolti insieme, laqual cosa si dimostra in questo modo. Sia fatto l'angolo.a b e. eguale al angolo.d b g. (per la 23 del primo di Euclide) & perche l'angolo. d b g. é eguale al angolo.a b e. dado communamente a l'uno, & l'altro l'angolo.e b d. (per communa scientia) tutto l'angolo.a b d. sara eguale a tutto l'angolo e b g. & l'angolo.b d a. é eguale al angolo.b g e. (per la 21 del terzo di Euclide, per esser su l'arco di vna istessa portione) adunque il triangolo.a b d. sara equiangolo al triangolo.b g e. Per laqual cosa la proportione del lato.b g. al lato.g e. sara si come quella del lato.b d. al lato d a. adunque (per la decimasesta del sesto di Euclide) il dutto della.b g. nella.a d. sara eguale al dutto della.b d. nella.g e. Anchora perche l'angolo.a b e. é eguale al angolo.d b g. & l'angolo . b a e. é eguale al angolo.b d g. (per la detta 21 del terzo di Euclide) il triangolo.a b e. sara equiangolo al triangolo b g d. adunque la proportione della.b a. alla.e a. é si come la proportione della b d. alla.d g. E per tanto il dutto della.b a. nella.g d. (per la detta decimasesta del sesto di Euclide) sara eguale al dutto della.b d. nella.e a. & di sopra fu dimostrato, che il dutto della.b g. nella.a d. era eguale al dutto della.b d. nella. g e. Adunque tutto il dutto della.a g. nella.b d. (per la prima del secondo di Euclide) sara eguale al dutto della . a b. nella.g d. & al dutto della . a d. nella . b g. insieme che sarebbe il proposito.

Per la notitia de due corde in un ponto terminanti potemmo trouar la corda della differentia di loro archi.

19 Sia anchora descritto il mezzo cerchio a b g d. sopra il diametro a d. & dal ponto a. siano protratte le due corde a b. & a g. & sia nota la quantita di ciascheduna di quelle, & sia dapoi tirata la corda.b g. hor dico che anchora la corda.b g. sara nota, laqual cosa si dimostra in questo modo, siano tirate le due corde.b d. & g d. Adunque (per le ragioni adutte nella decimasettima di questo) le dette due corde.b d. & g d. saranno anchora note, pero che ciascheduna di quelle é corda del residuo del mezzo cerchio, & perche nel mezzo cerchio vi é il quadrilatero.a b g d. adunque il dutto della.b a. nella.g d. insieme con il dutto della.a d. nella.b g. (per la precedente) sono eguali al dutto della.a g. nella.b d. & perche il dutto della.a g. nella.b d. é cognito (per esser cognite le dette corde) & anchora il dutto della.a b. nella g d. é cognito, & similmente é cognito il diametro a d. e pero la corda.b g. sara cognita, che é il proposito.

E pero egli é manifesto, che ogni volta, che ne sia noto duoi archi con le sue corde, anchora la corda della differentia di detti duoi archi ne sara nota, & cosi é manifesto per questo capitolo potersi trouar piu corde, per mezzo delle corde, & archi noti, & della differentia di detti archi.

20 Et anchora vn'arco ne sia noto, & anchora la sua corda ne sia nota, egli é possibile di trouar la corda della mita di quel tal arco. Et quantunque tal propositione si possa essequire per la trentacinque del terzo di Euclide, narrata, & dimostrata nella quarta di questo, nondimeno voglio che la ritrouiamo secondo la regola data da Ptolomeo. Sia il mezzo cerchio.a b g. descritto sopra il diametro.a g. & sia l'arco.b g. qual habbia la corda nota, il qual arco sia segato in due parti eguali in ponto.g. & siano protratte le corde.a b. & a d. & b d. & d g. & sia produtta la perpendicolare.z d. eretta sopra il diametro.a g. Dico che la z g. é la mita di quel superfluo, nelquale la.a g. supera la.a b. Laqual cosa si dimostra in questo modo. Ponemo la linea.a e. eguale alla linea a b. & produtto la linea.d e. & perche la.a b. é eguale alla.a e. sara la.a d. commune, saranno le due linee.a b. & a d. eguali alle due linee a e. & a d (cioe ciascheduna alla sua relatiua) & l'angolo.b a d. é eguale al angolo.e a d. adunque (per la quarta del primo di Euclide) & la basa.b d. é eguale alla basa.d e. & perche la.b d. é eguale alla.d g. sara la.d g. eguale alla.d e. perche adunq il triangolo.d e g. é di duoi lati eguali, sara la perpendicolare.d z. diuidente la basa.e g. in due parti eguali, adunque la.e z. sara eguale alla.z g. & tutta la.e g. é il superfluo, nelquale la.a g. supera la.a b. adunque la z g. é la mita del superfluo, nelquale la.a g. supera la.a b. Et perche la corda del arco.b g. é nota sara la corda del residuo del mezzo cerchio nota, cioe la corda.a b. laquale é eguale alla.a e. Et perche il diametro.a g. é nota, sara anchora il re-

ſiduo.e g.del detto diametro noto, & ſimilmente la mita di queſto (che è la.r g) nota, che è la mita del ſuperfluo, nelquale la.a g.ſuperchia la.a b. Perche adunque nel triangolo.a d g. ortogonio (cioe rettangolo) caſca la perpendicolare ſara il triangolo.a d g. ortogonio equiangolo al triangolo.d r g.& ſara la proportione del.a g.al.d g. ſi come la proportione del.g d.al g r. adunque (per la decimaſettima del ſeſto di Euclide) il dutto della.a g.nella.g r.ſara eguale al quadrato della.g d. Per laqual coſa la longhezza della corda.g d.ſara nota, laqual corda è quella della mita del detto arco.b g.e pero ſeguita il propoſito. Adunque per queſto capitolo potremmo ſaper, & trouar piu corde dimezzando qual ſi voglia di quelli archi per numeri gia cogniti, come ſaria che la corda del arco di 12 parti gia ne è nota, & la corda della mita di quello (cioe di parti 6) potremmo ſapere, & coſi quella della mita di dette 6 parti (cioe di tre parti) & per tal notitia potremmo ſapere quella della mita di dette tre parti, cioe di parti 1 $\frac{1}{2}$ di arco, & coſi diſcorrendo in tutti gli altri archi, & corde per numeri ritrouati, & conoſciuti.

21 Sia anchora deſcritto il cerchio.a b g d.ſopra il diametro.a d. & ſia il centro di tal cerchio il ponto.r. & ſia di ſopra dal ponto.a.preſo duoi archi noti congionti, i quali habbia due corde note, & ſiano li duoi.a b. & .b g. & ſiano ſi gli archi, come le corde congionti in ponto.b. Dico adunque che ſi proueremmo la corda.a g. quella medeſima ſara anchora nota, laqual coſa ſi dimoſtra in queſto modo dal ponto.b. produco il diametro del cerchio, qual ſia.b r e.& protraro le linee.b d.& g d.& d e.& g e. Adunque egli è manifeſto, che per la notitia della linea.b g. ſe ne vien a eſſer nota la linea.g e.del reſiduo del mezzo cerchio, & per la notitia della linea.a b ſappiamo la quantita della.b d.& per la detta.b d ſappiamo la quantita della.d e. Et per queſto vien a eſſer noto quello che fu propoſito, perche in detto cerchio è il quadrilatero.b g d e.& li duoi diametri di quello ſono.b d.& g e. ſara il dutto di vno di queſti diametri nell'altro, eguale alli duoi dutti delli duoi, & duoi lati oppoſiti dell'uno in l'altro ſuo oppoſito. Perche adunque il dutto del diametro.b d.nel g e.è noto ſaranno li duoi dutti del.b g. in.d e.& del.g d.in.b e.inſieme noti, & il diametro.b e. è noto, adunque la linea.g e. vien a eſſer nota, per laqual coſa la corda del arco del reſiduo del mezzo cerchio, laqual è la.a g. vien a eſſer nota, come fu propoſito. Et coſi per queſto capitolo vien a eſſer manifeſto, ogni volta che componeremo la corda dell'arco di vna parte, e mezza, con qual ſi voglia corda nota, hauremo anchora nota la corda della compoſition di quelli, & anchora hauremo noto la corda del doppio di tal compoſitione, & ſara integrata quella mezza parte, & tutte queſte corde ſaranno note, molte altre particolarita vi ſarebbe da dire circa alle corde di minuti, & altro, ma perche la intention noſtra non è di voler dichiarare in queſto luogo totalmente Ptolomeo, ma ſolamente è di voler dimoſtrare le principali propoſitioni da lui adutte per inueſtigare le corde di qual ſi voglia arco di cerchio, dobbiamo che l'operante ſe le ſappia accommodare ſecondo il biſogno.

Come che pigliando la circonferentia del ſopradetto cerchio celeſte diuiſa in riſpetto del diametro ſecondo la regola di Archimede, quelle medeſime corde ne riſponderebbe, ma variarebbe gli archi.

22 SVpponendo pur il diametro del cerchio celeſte eſſer 120. come ſuppone Ptolomeo, ma ſupponendo poi la ſua circonferentia ſecondo la proportione trouata da Archimede (cioe tre volte tanto, & vn ſettimo del diametro) laqual circonferentia verrebbe a eſſer parti 377 $\frac{1}{7}$ eguale a vna per vna a quelle del diametro. Hor dico che in queſto caſo, che ricercando le medeſime corde, che in principio furno determinate, & con quelle iſteſſe regole tutte ſi trouaranno eſſer quelle medeſime, vero è che gli archi di dette corde ſi trouaranno eſſer di maggior numero di parti, alla proportione, che è 360 tornano 377 $\frac{1}{7}$. Eſſempi gratia ſupponemmo vn cerchio, che il ſuo diametro ſia paſſa 120. alla proportione di Archimede, la ſua circonferentia ſara paſſa 377 $\frac{1}{7}$, hor dico che il lato dello eſſagono ſara medeſimamente paſſa 60. ſi come che in principio fu trouato eſſer parti 60. di quelle 120 del diametro, ma l'arco di tal corda in queſto caſo ſara la ſeſta parte di paſſa 377 $\frac{1}{7}$, che ſarebbe paſſa 62 $\frac{6}{7}$, & per la diuiſione fatta da Ptolomeo, il detto arco fu trouato eſſer preciſamente parti 60. che in quanto al numero tanto ſarebbe la corda quanto è l'arco, che appreſſo de gli huomini groſſi par vna coſa abſorda, e queſto procede (come in principio fu detto) per eſſer le parti del arco a vna per vna maggior di quelle della corda, ilche non puo occorrere in queſta noſtra diuiſione per eſſer le parti, ſi del arco, come della corda eguale a vna per vna fra loro per eſſer tutti paſſa, e pero ſi troua il numero di paſſa del arco (qual è 62 $\frac{6}{7}$) eſſer maggior (come vuol il douere) del numero di paſſa della corda quali ſono 60.

Queſto

Questo medesimo che habbiamo detto del lato del essagono si trouara seguir in tutte le altre corde, cioe il lato del quadrato si trouara medesimamente esser R 7200. laqual radice propinqua sara passa 84 $\frac{6}{7}$, che tirando quel $\frac{6}{7}$ di passo a minuti, & secondi, secondo l'ordine di Ptolomeo verrebbe quelli medesimi 84 minuti 51 secondi 10. si come in principio fu trouato. Vero è che l'arco di tal corda in questo caso sarebbe la quarta parte della circonferentia, laqual supponemmo passa 377 $\frac{1}{7}$, laqual quarta parte sarebbe 94 $\frac{2}{7}$, & secondo la diuision di Ptolomeo sarebbe la quarta parte di 360. che sarebbe 90.

Il medesimo si trouara seguir nel lato del decagono, & in quel del pentagono, & in quel del triangolo, cioe che le destesi, ouer corde si trouaranno precisamente, come fu trouate secondo la diuisione di Ptolomeo, ma li loro archi cresceranno in quanto al numero di passa, perche l'arco del lato del decagono secondo questa diuisione sarebbe passa 37 $\frac{5}{7}$, & secondo la diuisione di Ptolomeo sarebbe parti 36. il numero dellequai parti sarebbe menore del numero delle parti della sua corda, laqual è parti 37. minuti 4. secondi 55. che par vna cosa strana a chi non comprende la inequalita delle parti del diametro, & della circonferentia. Ma secondo questa diuisione fatta secondo l'ordine di Archimede sempre si trouara il numero di passa, ouero altra misura del arco esser maggiore del numero di passa della corda, com'è il douere.

Come che pigliando il diametro del antidetto cerchio celeste, diuiso in rispetto della circonferentia secondo la regola di Archimede tutte le dette corde trouate in principio variano in quanto al numero delle parti, & gli archi restaranno quelli medesimi.

23 MA volendo supponere la circonferentia del cerchio celeste esser diuisa in 360 parti, come hanno costumato gli antichi astronomi, & supponendo poi il diametro di tal cerchio secondo la proportione data da Archimede, tal diametro verrebbe a esser 114 $\frac{6}{11}$, & secondo questa diuisione, le parti del detto diametro sarebbono a vna per vna eguale a quelle della circonferentia, cioe supponendo che la circonferentia fusse 360 passa di misura, il detto diametro verrebbe a esser passa 114 $\frac{6}{11}$, hor dato che se secondo tal diuisione vorremo trouar quelle corde, che in principio furno trouate, secondo le medesime regole date da Ptolomeo, le trouaremo tutte menori, in quanto al numero delle parti, & tal menoria sara in ciaschedune secondo la proportione di 120 a 114 $\frac{6}{11}$. Essempi gratia il lato del essagono secondo questa diuisione sarebbe parti 57 $\frac{3}{11}$ di quelle, che il diametro ne è 114 $\frac{6}{11}$, & secondo la diuisione di Ptolomeo, gia sai che erano parti 60. di quelle che il diametro ne era 120. e pero si vede, che tal corda, in quanto al numero delle parti è calata di 60 in 57 $\frac{3}{11}$. & nondimeno tanto è longa l'una di dette corde quanto l'altra, & l'arco si de l'una, come dell'altra sara parti 60 di quelle, che la circonferentia ne è 360. il medesimo si trouara seguire in tutte le altre corde trouate secondo questa diuisione, cioe che saranno menore (in quanto al numero delle parti) di quelle trouate secondo la diuisione di Ptolomeo, ma perche a voler trouar le dette corde secondo questa diuisione, che il diametro sia parti 114 $\frac{6}{11}$ è assai discommodo per causa di quel numero sano, & rotto 114 $\frac{6}{11}$, e pero Ptolomeo, come prudente geometra volse diuidere il detto diametro in 120. & non in 114 $\frac{6}{11}$ parti per esser tal numero 120 (come fu detto in principio) molto commodo, perche a lui non gli importaua, che le parti della circonferentia fussero a vna per vna eguali a quelle del diametro (come in principio fu anchor detto) ma gli bastaua (per quello che haueua da dire) che tutte le dette corde fussero proportionate (secondo la loro qualita) al diametro da lui diuiso in 120 parti, & similmente, che gli archi fussero tutti proportionati secondo la loro qualita alla circonferentia gia diuisa in 360 parti.

Come che facilmente si puo tramutar le parti di qual si voglia corda calculata secondo la diuisione di Ptolomeo, in parti secondo l'ordine dato da Archimede.

24 MA che desiderasse di tramutare le parti di qual si voglia corda notata da Ptolomeo nelle sue tauole in parti secondo l'ordine dato da Archimede, facilmente si puo fare con la regola del tre, & per esser meglio inteso tramutaremo la corda dello essagono (per esser piu facile) laqual corda (come appar nelle dette tauole) è parti 60. & questo faremo per mezo delle due diuisioni del diametro, qual secondo la diuision di Ptolomeo è parti 120. & secondo la diuisione di Archimede è parti 114 $\frac{6}{11}$, dicendo, se 120 mi torna 114 $\frac{6}{11}$, che mi tornara 60 (lato dello essagono) onde operando si trouara, che ritornara parti 57 $\frac{3}{11}$, &

timo fara il detto lato dello essagono secondo l'ordine dato da Archimede, & queste tal faranno di quelle parti, che la circonferentia ne è 360. come che nelle questioni geometriche si costuma. Similmente per trasmutar la corda del lato del quadrato, laquale (come in principio) & anchora nelle tauole di Ptolomeo appare) è parti 84. minuti 51. secondi 25. diremmo, se 120 mi torna in 114 $\frac{2}{7}$, che mi tornara parti 84. minuti 51. secondi 25. opera che trouarai, che tornara parti 81. minuti 28. secondi 33 (lassiando andar li rotti) & tanto fara il lato del quadrato secondo la regola di Archimede, & l'arco di tal lato sarebbe parti 90. cioe la quarta parte della circonferentia del cerchio, laquale è 360. & cosi (senza che piu oltra m'estenda con essempi) puoi procedere in qual si voglia delle altre, & cosi puoi procedere al contrario, cioe trattarre le parti secondo la diuisione, ouero proportione di Archimede in parti secondo la diuisione di Ptolomeo, come da te medesimo puoi considerare. Et cosi con tali modi potrai da te formar (occorrendo il bisogno) altre tauole di archi, & corde secondo la diuisione di Archimede, con qual si voglia cerchio, & misura.

Di alcuni quesiti sopra de gli archi, & corde, i quali parte si potranno resoluere per la 35. del terzo di Euclide, & parte per le regole date da Ptolomeo.

Quesito è ne fatto, e qui ... a fo. 162

25 EGli è l'arco a b c. del quale la corda a c è piedi 16. & la linea b d. laqual si parte dalla mita del arco, & cassa perpendicolarmente sopra la mita della corda è piedi quattro, laqual linea b d. (come fu detto nella quarta) fra pratici geometrici si chiama sagitta, per similitudine della sagitta materiale, che tirano gli arcieri, hor si adimanda quanto fu il diametro del cerchio, dalqual fu tagliato tal arco.

Per risoluere tal questione bisogna saper, che la sagitta b d. (per il corelario della prima del terzo di Euclide) è parte del diametro di tutto il cerchio, perche protratta tal sagitta passarebbe per il centro di quello, onde egli è manifesto per la 35 del terzo di Euclide, che il dutto della a d. nell'altra parte d c. sara eguale al dutto della sagitta b d. nell'altra parte del diametro di tutto 'l cerchio, e pertanto multiplicando la quantita della a d. che è 8. fia la quantita della d c. ch'è pur 8 fara 64. ilqual partendolo per la quantita della sagitta b d. (che è 4) ne venira 16. & tanto fu il restante del diametro di tutto il cerchio, il qual restante insieme con la detta sagitta fara piedi 20. & tanto fu il diametro del cerchio, dalqual fu tagliato, ouer donde deriua tal arco, ch'è il proposito. Et chi volesse trouar la circonferentia del detto cerchio procedendo per la regola sua dicendo, se 7 di diametro mi da 22 di circonferentia, che mi dara 20. onde operãdo si trouara, che dara 62 $\frac{6}{7}$, & tanto fu la circonferentia di tal cerchio.

Et se del sopradetto arco a b c. ne fusse bisogno di trouar la corda della mita di tal arco, laqual corda sarebbe la linea, che si tirasse dal a. al b. ouer dal b. al c. questo saria cosa facile, perche li dui angoli formati dalla linea b d. sopra la a c. in ponto d. sono retti, e pero pigliando il quadrato della a d. che sara 64. & similmente il quadrato della b d. che sara 16. & sommarli insieme, che faranno in summa 80. & cosi la radice di 80. sara la linea, che se tirasse dal a. al b. cioe la corda della mita del arco a b c. che è il proposito.

26 SE sara vna portione di cerchio, della quale ne sia noto la corda, & il diametro del cerchio, dalquale tal portione deriui, potremmo per tal notitia saper quanto sia la sagitta di tal portione. Essempi gratia supponemmo che di vn cerchio, il cui diametro è 22. piedi, ne sia fatto le due portioni, ouer parti a b c. & d e f. talmente che la corda dell'una, & l'altra di dette due portioni è piedi 20. volendo mo trouare quanto sia la sagitta dell'una, & dell'altra portione, cioe la linea b g. & la e h. bisogna considerare, che l'una, & l'altra è parte del diametro del cerchio, per trouar adunque l'una, & l'altra di dette parti bisogna far di 22 (diametro del cerchio) due tal parti, che 'l dutto di l'una in l'altra facia 25. cioe il quadrato della mita della corda (laqual corda è piedi 20. & il quadrato della mita di quella è 25.) ilche faccẽdo si trouara la menor parte esser 6 mẽ ℞ 11 (& tanto fara la sagitta b g) & la maggiore esser 6 piu ℞ 11 (& tanto fara la sagitta e h) ch'è il proposito, & tutto questo si proua per la 35 del terzo di Euclide) & cosi quando che di vna portione ne fusse noto solamente la sagitta, & il diametro del cerchio, donde deriua (per la detta 35 del terzo di Euclide) potremmo trouar quanto sia la corda di tal portione, o sia tal portione menore, ouer maggiore del mezo cerchio.

Come si puo conoscere la superficie di vna portion di cerchio.

27 VOlendo geometricamente trouar, & sapere la superficie di vna portion menore di cerchio, egli è necessario hauer notitia non solamẽte della corda, & dell'arco, secondo la proportione di Archimede, ma anchor bisogna hauer notitia del diametro del cerchio donde deriua tal portione,

gione, ouer mente della ſagitta, perche per vigor della ſagitta, & della corda ſi puo trouar il detto diametro. E pero di tutti quelli cerchi, che ne ſia cognito il diametro potemmo ſaper geometricamente la ſuperficie di qual ſi voglia portione tal mente tagliata, o dal lato del quadrato, o dal lato del triangolo, o dal lato del pentagono, o dal lato dello eſſagono, ouer ottagono, ouer decagono, ouer da qual ſi voglia altra corda nota, che l'arco di quella, ne ſia anchor noto, & tal ſuperficie ſi troua con il formar di tal portione il ſuo ſettore, & trouar l'aria di tal ſettore (ſecondo la regola data ſopra la ſeconda di queſto) & di tal aria cauarne l'aria di quel triangolo gia aggionto ſopra la corda della portione, per compir il ſettore, & il rimanente ſara l'aria, o vuoi dir ſuperficie di tal portione. Eſſempi gratia poniamo (per principiar alle coſe piu facile) che ſia la portione. a b c. & che la corda a c ſia il lato dello eſſagono, & poniamo che tal corda ſia piedi 8. ſeguita adunque, che il diametro del cerchio, onde deriua tal portione ſia piedi 16. & che l'arco a b c. ſia la ſeſta parte della circonferentia di tal cerchio, laqual circonferentia vien a eſſer piedi 50 $\frac{2}{7}$, & la ſeſta parte di quella verra a eſſer piedi 8 $\frac{8}{21}$, & tanto ſara l'arco. a b c. hor per trouar l'aria della detta portione, trouaremo primamente (per la 1 del terzo di Euclide) ouer con la immaginatione il centro del cerchio, onde deriua tal portione, qual poniamo che ſia il ponto d. & da quello tiraremo, ouero immaginaremo tirare le tre linee. d a. d b. d c. lequali ſaranno eguali, & ciaſcheduna di loro ſara 8 piedi, fatto queſto trouaremo l'aria di tutto il ſettore, ſecondo l'ordine dato ſopra la ſeconda di queſto, cioe multiplicando la mita del diametro (qual mita e 8 piedi) fia la mita del arco. a b c. (laqual mita ſarebbe piedi 4 $\frac{4}{21}$) fara 33 $\frac{11}{21}$, & queſti ſaranno piedi ſuperficiali, cioe ſaranno tanti quadretti di vn piede per faccia, o vuoi dir per lato, & tanto ſara la ſuperficie di tutto il detto ſettore, ma perche la intentione noſtra e di voler ſapere ſolamente la ſuperficie della portione a b c. e per tanto biſogna trouare l'aria del triangolo. d a c. che gia ſai che l'uno, & l'altro di due lati. d a. & d c. e piedi 8. & anchora la baſa. a c. e pur piedi 8. & per le regole date ſi trouara la perpendicolare. d e. eſſer R 48. & l'aria del detto triangolo eſſer radice 768. laqual tratta dell'aria del ſettore reſtara piedi 33 $\frac{11}{21}$ men R 768. & tanti piedi ſuperficiali ſara la detta portione, ma che voleſſe dar tal riſpoſta, come coſtumano i naturali, cioe per numero rationale, propinquo alla verita, come coſtuma anchora Ptolomeo nelle tauole, cauarai la radice propinqua di 768. che per le regole date trouarai quella eſſere 27 $\frac{5}{7}$, & queſta cauarai da 33 $\frac{11}{21}$. & trouarai reſtar 5 $\frac{17}{21}$, & circa tanti piedi ſuperficiali ſara la detta portione, che e il propoſito. Et nota che con queſta regola ſi puo trouar la ſuperficie di vna figura biangola compoſta di due portioni inſieme congionte, per mezzo delli ſopradetti tre termini, perche trouando la ſuperficie di l'una di dette due portioni duplicandola poi ſi hauera la ſuperficie di detta figura biangola.

l'aria del ſettore 33 $\frac{11}{21}$.
l'aria del triangolo R 768.

l'aria della portione verra a eſſer 33 $\frac{11}{21}$ men R 768.

biangola

Da notare.

Biſogna notar che le riſolutioni, ouero concluſioni fatte ſecondo il mathematico, cioe per quantita irrationale eſſendo giuſte, alla proua veniranno preciſamente, ma le concluſioni fatte naturalmente, cioe per numeri propinqui giamai veniranno alla proua giuſte, & accio meglio m'intendi, di ſopra mathematicamente fu concluſo la detta portione. a b c. eſſer di ſuperficie piedi 33 $\frac{11}{21}$ men R 768. per far la proua di tal concluſione, egli e manifeſto, che la quantita di 6 triangoli. d a c. tal ſumma debbe eſſer preciſamente eguale alla quantita di tutto il cerchio, dalqual deriua tal portione, per far adunque tal proua multiplicaremo la quantita di tal portione (cioe 33 $\frac{11}{21}$ men R 768) per 6. & fara 201 $\frac{1}{7}$ men R 27648. & tanto ſara le dette 6 portioni, hor per trouar la quantita di 6 triangoli, tu ſai che il detto triangolo. d a c. fu trouato eſſer R 768. multiplica adunque R 768. per 6. & fara R 27648. per la quantita di 6 triangoli, laqual quantita gionta, ouer ſummata con la quantita delle 6 portioni, che fu 201 $\frac{1}{7}$ men R 27648. trouarai, che tal ſumma fara preciſamente 201 $\frac{1}{7}$, & tanto debbe eſſer la ſuperficie di tutto il cerchio, delquale il diametro ſoo e piedi 16, per veder adunque ſe coſi riſponde, quadrarai il detto cerchio ſecondo la regola ſua, ilche facendo trouarai, che medeſimamente fara preciſamente 201 $\frac{1}{7}$, e pero ſta beniſſimo.

Ma volendo far la proua della concluſione fatta naturalmente, laqual fu, che la detta portione era p. 5 $\frac{17}{21}$ ſuperficiali, onde multiplicandola per 6. fara 34 $\frac{6}{7}$, & tanto ſaranno le 6 portioni, poi multiplica anchora l'aria del triangolo. d a c. (qual fu trouata eſſer 27 $\frac{5}{7}$) pur per 6. fara 166 $\frac{2}{7}$, per l'aria di 6. triangoli, qual gionta con l'aria delle 6 portioni fara 201 $\frac{1}{7}$, & tanto douerebbe eſſer tutto il cerchio, & di ſopra fu trouato il detto cerchio eſſer ſolamente 201 $\frac{1}{7}$, e per tanto ſi manifeſto ſi vede, che la proua di tal concluſione eſſer molto lontana dalla verita. E per tanto ſi manifeſta, che le concluſioni fatte ſecondo il retto modo geometrico, ouer mathematico ſono giuſte, &

senza errore, siche non seguita nelle conclusioni naturali, perche li naturali non si curano (come piu volte é stato detto) di hauer le conclusioni per quantita irrationali. E pero solamente le esolutioni fatte secondo il mathematico si approuano per giuste.

l'aria del settore 167 $\frac{13}{21}$
l'aria del triangolo R 768

l'aria della portione verra a essere piedi 167 $\frac{13}{21}$ piu R 768.

28 MA quando vorrai trouar la superficie di vna portion maggiore del mezzo cerchio, bisogna per hauer notitia non solamente della corda, & del arco, ma anchora del diametro del cerchio, onde deriua tal portione, ouer anchora della sagitta (come disopra fu detto sopra la portion menore) poi di tal portione cauarne il suo settore, & dapoi trouar la superficie di tal settore secondo la regola data nella seconda di questo, & a tal superficie giongerui la superficie di quel triangolo, che ne fu cauato per far il settore, & tal summa sara la superficie di tal portione, maggiore del mezzo cerchio. Essempi gratia sia la portione a c e maggiore del mezzo cerchio, & pongo che la corda a c sia pur piedi 8 come nella passata, & pongo che tal corda a c sia pur il lato dello essagono, come nella passata, talche il diametro del cerchio, onde deriua tal portione veniria a esser piedi 16. & l'arco a e c. veniria a esser piedi 41 $\frac{19}{21}$, cioe li $\frac{5}{6}$ della circonferentia di tutto il cerchio, hor volendo trouar la superficie di tal portione, trouaremo attualmente, ouero con la immaginatione il centro del suo cerchio, qual sia il ponto d. & da quello alli duoi ponti a. & c. tiraremo le due linee d a. & d c. che ciascheduna di quelle vien a esser piedi 8. (cioe la mita del diametro) & cosi sara formato il settore a d c e. onde per trouar la superficie di tal settore procederemo secondo la regola data nella seconda di questo, cioe multiplicaremo la mita della quantita del arco a e c (che sara piedi 20 $\frac{20}{21}$) per la mita del diametro del cerchio (che sara piedi 8) fara 167 $\frac{13}{21}$, & tanto sara la superficie del settore, fatto questo bisogna mo trouar la superficie del triangolo. a d c. qual in questo caso é per equilatero, cioe é piedi 8 per faccia, ouero per lato, si come nella passata, onde la superficie sara per radice 768. si come nella passata, & bisogna summarla cõ l'aria del settore (cioe con 167 $\frac{13}{21}$) siche facendo fara 167 $\frac{13}{21}$ piu R 768. & tanto sara la superficie della detta portion maggior, ch'é il proposito.

29 HOr per abbreuiar le parole, & la scrittura, bisogna considerare, che per questo medesimo modo si procederebbe quando che la corda della detta portione tusse nota esser il lato del quadrato, ouero del pentagono, ouero del decagono, ouero del dodecagono, ouer del triangolo equilatero, perche per tal notitia (hauendo prima notitia del diametro del cerchio donde deriui tal portione) tu vieni anchora ad hauer noto (per la proportione di detti lati al diametro) la quantita non solamente della detta corda, ma anchora del arco, e pero tu puoi sempre in tal caso trouar la superficie del settore, & del triangolo, et consequentemente della detta portione, o sia menor, ouer maggiore del mezzo cerchio, si come delle due passate é stato fatto.

30 ANchora per abbreuiar le parole, & la scrittura, bisogna pensar che per questa medesima regola si puo trouar la superficie di qual si voglia portione, che la corda, & l'arco di quella sia realmente noto insieme con il diametro del cerchio, per mezzo di quelle regole date da Ptolomeo nella 17. 18. 19. 20. 21. & altre, pigliando pero la diuisione del diametro del cerchio secondo la regola di Archimede, cioe che le parti del diametro siano equali a quelle della circonferentia, acciochè le parti delle corde di tai portioni siano denominate da quella medesima misura, con laquale sara denominato l'arco, altramente causarebbe alquanto di confusione nella conclusione della superficie, laqual sarebbe di misure diuerse, come per auanti fu detto, e pero bisogna in cio auertire, cioe in tali operationi di diuidere si il diametro, come la circonferentia (com'é detto) secondo l'ordine di Archimede, anchor che tal diuisione dia piu laboriose le operationi per causa di rotti, come sopra la diuision di Ptolomeo fu detto.

31 MA perche le portioni di detti cerchii (si le maggiori, come le menori) possono occorrere in infiniti modi, delliquali infinite sono, che in sua absentia non si puo hauer cosi notitia delle dette tre particolarita, cioe della corda, dell'arco, della sagitta, ouer diametro del cerchio donde deriuano, e pero in tal caso non é molto facile a trouar dimostratiuamente la sua quantita. Eglie ben vero che Francesco Feliciano in Scala Grimaldelli, vedendo alla isperienza (come costumano li puri pratici) che la mita della summa di tutta la sagitta con la mita della corda (nel mezzo cerchio) era tal parte del diametro di tal cerchio, qual era l'arco di tal portione di tutta la circonferentia, si persuase che il medesimo douesse seguire in ogni altra specie di portion di cerchio, & tanto piu haueua tal cosa per certa, perche a lui pareua che tal regola si verificasse in due altre portioni di cerchio. Ma per esser meglio inteso, supponemo essempi gratia il mezzo cerchio a b c d. come capo di tutte le portioni di cerchio, & supponemmo la corda, ouer diametro a c. esser piedi 20. talche la sagitta b d. in questo caso verrebbe a esser piedi 10. & perche a summar la mita della corda a c. (laqual mita verrebbe a esser piedi

10) con

20 (con tutta la sagitta. b d. (che saria per piedi 10) tal summa sarebbe piedi 20. la mità della qual summa, che sarebbe piedi 10. si vede che la è tal parte del diametro del detto cerchio, qual è l'arco a b c di tutta la circonferentia di tal cerchio, perche l'uno, & l'altro verrebbe a esser la mità, & con questo primo argomento il detto Francesco Feliciano pensò, che il medesimo dovesse seguir in ogni altra spetie di portione di cerchio. Ma per certificarsi meglio (per indutione, come costumano li puri pratici, & li naturali) immagino nel medesimo cerchio a b c f e d, qual habbia di diametro per piedi 20. il rettangolo. a c d f. supponendo la sua longhezza a c. esser piedi 16. & la larghezza a d. esser piedi 12. il qual rettangolo vien a formar nel detto cerchio 4 portioni, dellequali le due a b c d. & d e f g. (opposite) vengono a esser eguali, perche la corda dell'una, & dell'altra vien a esser piedi 16. & la sagitta piedi 4. Et similmente le altre due a g d i. & c h f k. opposite vengono a esser per fra loro eguali, per esser la corda dell'una, & dell'altra piedi 12. & la sagitta piedi 2. Et perche in queste 4 portioni naturalmente pare che molto si verifichi la sopradetta regola, & per piu vie, perche summando la mità della corda. a c. (laqual mità sarebbe piedi 8) con tutta la sagitta. b d. laqual è piedi 4. sarebbe in summa piedi 12. di quali pigliandone la mità (per regola) che sarebbe piedi 6. i quali piedi 6. vengono a esser li $\frac{3}{10}$ del diametro del cerchio (qual è supposito esser piedi 20.) e però afferma l'arco a b c. della portione a b c d. esser li $\frac{3}{10}$ della circonferentia di tutto il cerchio, laqual circonferentia in questo caso vien a esser piedi 62 $\frac{6}{7}$, & li $\frac{3}{10}$ di questa circonferentia verrebbe a esser piedi 18 $\frac{6}{7}$, & tanto concluderia esser l'arco a b c. della detta portione a b c d. Et altrotanto verrebbe a esser l'altro arco d e f. dell'altra portione. d e f g. cioe sarebbe per piedi 18 $\frac{6}{7}$. Et con la medesima regola procedendo nelle altre due portioni, a g d i. & f h c k. si trovarà l'uno, & l'altro arco a g d. & f h c. esser il quinto di tutta la circonferentia, cioe piedi 12 $\frac{4}{7}$ ciascheduno di loro, la summa di quai 4 archi verrebbe a esser piedi 62 $\frac{6}{7}$, cioe tanto quanto è tutta la circonferentia del detto cerchio, laqual cosa verrebbe a verificare naturalmente la detta regola per ottima, & buona, oltra che investigando la superficie di ciascheduna delle dette 4 portioni secondo la regola data nella 17 di questo capo, si trovarà la superficie della portione a b c d. esser piedi 46 $\frac{2}{7}$ superficiali, & altro tanto sarà la portione d e f g. & la portione. a g d i. si trovarà a esser piedi 14 $\frac{2}{7}$ superficiali, & il medesimo si trovarà l'altra portione. f h c k. Et lo rettangolo a d f c. verrebbe a esser piedi 192 superficiali, lequali 5 superficie summate insieme fanno piedi 314 $\frac{2}{7}$, & questo medesimo si trovarà esser la superficie di tutto il cerchio, che per diametro è supposito esser piedi 20. laqual cosa par che ratifichi naturalmente di nuovo questa tal regola, & la fortifichi di sorte, che par che per ragioni naturali non vi si possa contradire.

arco.a b c. 18 $\frac{6}{7}$
arco.d e f. 18 $\frac{6}{7}$
arco.a g d. 12 $\frac{4}{7}$
arco.f h c. 12 $\frac{4}{7}$

summa — 62 $\frac{6}{7}$

la portion. a b c d. è 46 $\frac{2}{7}$
la portion. d e f g. è 46 $\frac{2}{7}$
la portion. a g d i. è 14 $\frac{2}{7}$
la portion. f h c k. è 14 $\frac{2}{7}$
il rettangolo. a d c f. è 192

summa piedi — 314 $\frac{2}{7}$

Tutte queste ragioni ho voluto narrare in favor di tal regola per disputar il tutto, & per dimostrare che tutte quelle cose, che si trovano solamente per indutione (cioe per piu isperientie) come costumano tutti li naturali, nõ sempre sono generalmente vere, over certe, il che si manifesta in tutte le cose medicinali, che oprano in alcuni, & in alcuni non. Ma quelle che si trovano dimostrativamente per ragion geometrica sono generalmente certe, e però le mathematice sono non solamente piu certe delle naturali, ma sono nel primo grado di certezza, & questo procede, che il mathematico dimostra gli effetti per le cause, & il naturale vuol dimostrar le cause per gli effetti. Hor per tornar al nostro primo proposito dico, che la sopra notata regola di saper (per la notitia della corda, & della sagitta) trovar la quantità del arco di una portion di cerchio non esser generalmente vera, ma falsa, & questo in piu modi lo faremo naturalmente conoscere. Prima dico, che se nel medesimo cerchio a b c. delquale il diametro è piedi 20. immaginiamo la portione a b c d. che la corda a c. di quella sia il lato dello essagono, cioe che tal corda sia piedi 10 (mità del diametro) seguita (per le ragioni adutte nella quarta di questo) che la sagitta d b. sia 10 mẽ ℞ 75. & anchora sapemmo certo che l'arco a b c. di detta portione è la sesta parte di tutta la circonferentia del detto cerchio, laqual sesta parte verrebbe a esser piedi 10 $\frac{10}{21}$, hor vediamo mo se la sopra narrata regola mi darà la medesima sesta parte di detta circonferentia. E per tanto piglieremo la mità della corda a c. che sarà piedi 5. & la summaremo con la sagitta b d. quale è 10. men ℞ 75. & sarà 15 men ℞ 75. et di questa summa ne piglieremo la mità (per regola) laqual mità sarà 7 $\frac{1}{2}$ men ℞ 18 $\frac{3}{4}$, & questa mità (essendo la detta regola bona) doveria esser la sesta parte di diametro, cioe la sesta parte di 20. che saria 3 $\frac{1}{3}$, & noi trovaimo quella esser 7 $\frac{1}{2}$ men ℞ 18 $\frac{3}{4}$, e però si vede naturalmente tal regola esser falsa, & tal falsità si trovarà seguir in una portione, che la corda di quella sia il lato del penthagono, over del quadrato, over del triangolo, & similmente in qual si voglia portione, che la corda di quella sia una di quelle trovate secondo le regole date da Ptolomeo, & non solamente nel medesimo cerchio che il diametro è piedi 20. & la circonferentia piedi 62 $\frac{6}{7}$, ma in qual si voglia altro cerchio. Oltra di questo tal sua falsità si verifica anchora nelle portioni maggiori, perche se l'arco della portion menore, (dellaquale la corda è 16. & la sagitta è

4. delli $\frac{4}{10}$ della circonferentia del cerchio, non vi è dubbio che l'arco della portion maggiore (a quel relatiua) douerìa esser li $\frac{4}{10}$ della medesima circonferentia del detto cerchio, & perche la corda della detta portion maggiore è piedi 16. (si come quella della menore) & la saggita ve neria a esser per altri piedi 16. onde summando la sagitta con la mita della corda (come vuol la regola) sara 24. la mita delqual 24. che saria 12. sara li $\frac{4}{10}$ del diametro, cioe di 20. per laqual cosa l'arco. a e c. della detta portion maggiore verebbe a esser solamente li $\frac{4}{10}$ di tutta la circonferentia del detto cerchio, & douerebbe esser li $\frac{4}{10}$, si che verebbe a perdersi $\frac{1}{10}$ di detta circonferentia, adunque per quest'altra via si puo conoscere la fallita di detta regola, perche il medesimo inconueniente si trouara in ogni due altre maggiori, e minor portioni relatiue, ouer compagne in vn medesimo cerchio.

32 Sono alcuni che per trouar naturalmente la superficie di qual si voglia portion di cerchio nel misurar di terreni, costumano di componersi (alla similitudine di Ptolomeo) diuerse tauole di archi & corde, ma secōdo la proportione trouata da Archimede, & sopra vn cerchio secondo il parer loro, & misurato a qual specie di misura gli pare, cioe ouer a gradi, minuti et secondi, (come fa Ptolomeo) ouer a qual si voglia altra misura, & quando gli occorre di misurare vna portion di cerchio, poniamo alla misura di Milano, della qual portione ne sia nota la corda, & la sagitta, cioe quante tauole, ouer giocate siano. Trouano quante giocate sia il diametro del cerchio di quella tal portione, dapoi secondo la proportione di quel diametro a giocate al diametro di quel cerchio delle tauole formate a gradi, e minuti vedeno quanto risponderà di arco a gradi, e minuti. Dicendo se tante giocate di diametro mi torna tanti gradi, e minuti pur di diametro, che mi tornara tante giocate della corda della portione, & se per caso lo auenimento lo trouano nelle corde delle lor tauole (ilche rare volte accade) vederanno quanti gradi, & minuti sara l'arco di quella corda, & quelli gradi, & minuti li trasformeranno in giocate per mezo di detti diametri, dicendo se tanti gradi di diametro mi ritornano tante giocate di diametro, che mi tornara tanti gradi di arco, & cosi gli verra la quantita delle giocate, che sara l'arco di quella tal portione, & con tal notitia trouano poi (con le regole date) la superficie di tal portione, ma se per caso non trouaranno nelle dette tauole, quella tal corda vederanno a qual piu si accosta, & cosi con proportioni vanno negociando (fra gli archi) l'arco corrispondente a quella tal corda, si come si costuma dalli astronomi a trouar il vero luogo del sole nei almanach. Et non auertiscono questi tali, che saria vna materia espressa, a voler vsar tante cerimonie per voler misurar vna pezza di terra, che fusse in forma di vna portione di cerchio, che ogni grosso contadino in vn tratto con lo strumento del squadro determinara la sua quantita, & piu giustamente di quello faranno loro con le sue tauole, & in tempo longo, et massime che tal sua conclusione non è, ne puo esser di precisione, ma solamente propinqua al vero, perche come dimostra Ptolomeo, se in vn cerchio sara due corde diuerse, la proportione della corda piu longa alla corda piu corta sara menor della proportione de l'arco maggiere a l'arco minore. Se adunque la proportione di due corde diuerse non è simile a quella delli loro archi, come potremo trouar precisamente con proportione fra duoi archi vn'arco corrispondente a vna corda posta fra due altre corde.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

IL SECNDO LIBRO DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

IN principio del quarto libro della terza parte fu diffinito per auttorita del vndecimo libro di Euclide qualmente il corpo, ouer solido, era quello, che ha longhezza, larghezza, ouer grossezza, & altezza, ouer profondita, & che li termini di quello sono superficie, & fu diffinito anchora varie, & diuerse specie di corpi, delliquali si hauemo a parlare, & trattare in detta terza parte, & altre, e pero per abbreuiar scrittura, voglio che tai diffinitioni seruino anchora per questa quarta parte, e pero in questo secondo libro poneremo solamente quelle diffinitioni non poste in quel luogo, & massime quelle, che al pratico siano di qualche vtilita.

Che cosa siano superficie equidistante.

1 LE superficie equidistanti (come diffinisse Euclide nella 6 diffinitione del 11) sono quelle, che protratte in qual parte si voglia, nõ concorreno, anchor che quelle sian produtte in infinito, & per esser questa diffinitione da se chiara, & difficile da essemplificar, me ne passo senz'altro essempio.

Che cosa siano corpi simili.

2 LI corpi simili (come diffinisse Euclide nella 7 diffinitione del suo vndecimo libro) sono quelli, che sono contenuti sotto a superficie simili di numero equali. Essempi gratia se il fusse 2 corpi, l'uno che fusse contenuto sotto di 4 triangoli equilateri, & l'altro sotto di 8. pur triangoli equilateri, abenche ambiduoi sariano contenuti sotto di superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) nondimeno li detti 2 corpi non sariano simili, perche bisogna, che'l numero delle superficie, che contien l'uno, sia equale al numero delle superficie, che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fussero contenuti sotto a 4 triangoli equilateri, ben sariano simili, & similmente se ambiduoi fussero contenuti sotto di 8. ouer sotto di 20. triangoli equilateri sariano pur simili, e pero dice di numero equale, & quantunque l'essempio sia stato fatto sotto di triangoli equilateri, tal essempio si debbe intendere generalmente in ogni altra specie di superficie simili, & di numero equale, come parla la diffinitione.

Che cosa siano li corpi simili, & equali.

3 LI corpi sono simili, & equali, di quali le terminali superficie sono simili, & di numero, & quantita equale. Essempi gratia 2 corpi simili ponno esser equali, & nõ equali, perche quantunque ambiduoi fussero contenuti sotto di 4 triangoli equilateri (ouer altre figure simili) li triangoli di l'uno ponno esser di maggior superficie, di quelli dell'altro, e pero quel corpo saria maggior dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali di superficie a quelli dell'altro, all'hora li detti corpi sariano simili, & equali, & cosi si debbono intendere li corpi simili, & equali.

Che cosa siano le figure corporee rotonde simili.

4 LE figure corporee rotonde (o siano colone, ouer piramidi) simili (come diffinisse Euclide, nella 19 diffinitione del suo 11 libro) sono quelle, che le loro altezze, ouer perpendicolari, o vuoi dir le loro assis, sono proportionali alli diametri delle loro base. Essempi gratia se di due colone, ouer piramidi rotonde, l'altezza, ouer perpẽdicolare, ouer assis di l'una di quelle al diametro del cerchio della sua basa hauera quella medesima proportione dell'altezza, ouer perpendicolare, o vuoi dir assis dell'altra al diametro del cerchio della sua basa, tai due colone, ouer piramidi rotonde s'intenderanno esser simili. Essempi gratia se l'assis di vna colona, ouer piramide rotõda fusse 24. & il diametro del cerchio della basa fusse 16. & l'assis di vn'altra fusse 9. & il diametro della basa fusse 6. tai due colone, ouer piramidi rotonde sariano simili, & cosi discorrendo.

Che cosa sia sfera.

5 LA sfera (come diffinisse Euclide nella 10 diffinitione del suo 11 libro) e il transito del arco della circonferenza del mezo cerchio, circondato per fino a tãto, che ritorni al luogo doue diede principio a circonuolgersi (stante il diametro fermo, & fisso.)

Questa diffinitione ha insegnato alli artefici il modo di formare vna balla rotonda di pietra, o altra materia, & che questo sia il vero, quando che vn tal pietra vuol far vna balla rotondissima di pietra, lui forma prima vn mezo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer di altra materia, grande, ouer piccolo secondo la qualita della balla, ouer balle, che vuol fare, poi va scarpellando atorno la pietra secondo l'ordine del detto mezo giustãdo spesso il detto mezo cer

Sphera.

quattro base

chio vacuo sopra quel sasso, che va scarpellando, & doue vede che non si confronta con la circonferentia del detto mezo cerchio, vi fa vn segno con il carbone, & cosi di mano in mano a poco a poco la va tirando a perfettione, & quel tal mezo cerchio in alcuni luoghi è detto sagoma.

Che cosa sia il centro della sphera.

6 CEntro della sfera, come vuol Euclide nella duodecima diffinitione del suo vndecimo libro, è quel ponto, che è anchora centro di quel mezo cerchio, con che è formata quella.

Che cosa sia diametro della sphera.

7 DIametro della sphera è qualunque linea retta, che transisca per il centro della sfera, & che applichi le sue estremita alla superficie della sfera.

cubo

Che cosa sia l'assis della sphera.

8 L'Assis della sfera (come diffinisse Euclide nella vndecima diffinitione del suo vndecimo libro) è la linea, che sta ferma, atorno laquale vien reuoltato quel mezo cerchio, ouer che diremo, che l'assis della sfera è quel diametro, cerca del quale gira, ouer s'intende girar la detta sfera.

Che cosa sia corpo regolare.

9 COrpo regolare si appella de antichi filosofi, come mathematici è quello, che è di lati, & angoli, & base eguali, & che puo esser inscritto in vna sphera, cioe che con tutti li suoi angoli solidi termini precisamente nella superficie di essa sphera.

Quanti siano li corpi regolari.

otto base

10 LI corpi regolari sono 5. & non pono esser piu (come che nell'ultima parte si dimostra) il primo di quali è detto piramide di 4 base triangolari equilatere, & chiamasi anchora semplicemente 4 base. Il secondo è detto cubo, ouer 6 base per esser contenuto sotto di 6 base quadrate, come è il dado, con il qual si giuoca. Il terzo è chiamato otto base per esser composto sotto di 8 base triangolari equilatere. Il quarto è nominato vinti base, per esser contenuto sotto di 20 base triangolari equilatere. Il quinto, & vltimo corpo regolare è chiamato dodici base per esser contenuto sotto di dodici base pentagonali equilatere, & equiangole, gli essempi figurali di detti cinque corpi regolari di sotto si adiuna sopra le loro diffinitioni.

Che cosa sia il quattro base, ouer piramidi di quattro base triangolari equlatere.

11 IL quattro base, ouer piramidi di 4 base triangolari equilatere è vna figura corporea, compresa sotto di 4 triangoli equilateri, & accio meglio sia inteso tal corpo se l'ho designato in margine. Questo tal corpo Platone lo assignò per diuerse ragioni allo elemento del fuoco.

vinti base

Che cosa sia il cubo, ouero il sei base.

12 ANchor che nel quarto libro della terza parte habbiamo diffinito, che cosa sia il cubo, nondimeno per esser vno di corpi regolari replicaremo sotto breuita tal sua diffinitione qui insieme con gli altri corpi regolari, dicendo quel esser vna figura solida, compresa sotto di sei base quadrate, come in margine si vede in disegno.

Questo tal corpo da Platone per diuerse ragioni fu assigurato alla terra.

Che cosa sia l'otto base.

13 L'Otto base è vna figura solida contenuta sotto di 8 triangoli eguali, & equilateri, & accio meglio sia inteso l'ho designato in margine. Questo corpo da Platone fu dato per figura all'aria.

Che cosa sia il vinti base.

dodici base

14 IL 20 base è vna figura solida compresa sotto di 20 triangoli eguali, & equilateri, come che nella figura posta in margine si vede. Questo corpo da Platone fu attribuito per figura all'acqua.

Che cosa sia il dodici base.

15 IL 12 base è vna figura solida contenuta sotto di 12 penthagoni, ouer quinquangoli eguali, & equilateri, & equiangoli, come per essempio habbiamo designato in margine.

Questo corpo per varie ragioni Platone lo assignò alla quinta essentia, cioe al cielo.

Di alcune speculatiue propositioni dell'undecimo, & duodecimo di Euclide molto vtile al pratico geometra.

16 EVclide nella 26 propositione del suo 11 libro specolatiuamente approua, & dimostra, che se duoi solidi di superficie equidistanti sarano simili, la proportione dell'uno all'altro, sara si come la proportione

la proportione treplicata, di qual si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato dell'altro.

Per essemplificar questa propositione voglio, che pigliamo duoi cubi, per esser di piu facile apprensione, cioe sia il cubo a b. il cui lato sia 4. & il cubo c d. il cui lato sia 6. & perche la proportione da 4. a 6. è vna subsesquialtera, hor dico che la proportione dell'aria corporal del cubo a b. all'aria corporal del cubo c d. esser il treppio di vna subsesquialtera, cioe il treppio della proportione, ch'è da 4. a 6. & per trouar il treppio di tal proportione (se non ti hai scordato le regole date sopra il treppiar vna proportione) tu dei saper, che la proportione del cubo di 4 (che sara 64) al cubo di 6. (che sara 216) sara il treppio della proportione, che è da 4 a 6. e per tanto la proportione del cubo a b. al cubo c d. diremo esser come da 64. a 216. che sara vna subtripla sopra tre parti ottaui, & cosi si debbe intendere di tutti gli altri duoi solidi di superficie equidistanti simili, ma in quelli per trouar tal sua proportione, bisogna pigliar il cubo di qual si voglia lato di l'uno, & comparario al cubo del suo relatiuo lato dell'altro, & si hauera la proportione di detti duoi corpi. Bisogna sapere, che questa tal propositione, non solamente si verifica nelli solidi di superficie equidistanti simili, ma in tutte le specie di corpi simili, come sotto breuita di sotto narraremo.

17 EV dice anchora nella ottaua propositione del duodecimo speculatiuamente dimostra di ogni due piramidi simili, che habbiano la basa triangolare la proportione dell'una all'altra, e si come la proportion treplicata d'un lato dell'una al lato relatiuo dell'altra, & nella seguente il medesimo approua di tutte le piramidi laterate, & similmente delle colone laterate.

18 ANchora il detto Euclide nella 10 propositione del 12 speculatiuamente dimostra la proportione dell'una all'altra di ogni due piramidi rotonde simili, & colone rotonde simili esser si, come la proportione treplicata del diametro della sua basa, al diametro della basa dell'altra, & questa senz'altro essempio non dubito, che da te sia manifesta, massime aricordandoti che il treppio della proportione di lor diametri, non è altro che la proportion di cubi di quelli.

19 ANchora il detto Euclide nella vltima del 12 speculatiuamente dimostra, che la proportione dell'una all'altra di ogni due sphere, è si, come la proportione treppiata del suo diametro al diametro dell'altra.

20 ANchora per il correlario della 6 del 12 di Euclide speculatiuamente si manifesta, che ogni piramide è la terza parte della sua prisma, che habbia la basa, & l'altezza equale a quella medesima, & similmente sopra la ottaua dimostra, ogni colona laterata esser treppia alla sua piramide, & similmente che ogni colona rotonda è treppia alla sua piramide, ouer cono.

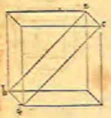
Di alcune speculatiue questioni, che occorrer possono sopra li cubi, & altri solidi retangoli, & della loro misuratione. Cap. II.

ABenche la piramide di 4 base triangolari sia la prima fra le figure solide laterate, si come ch'è anchora il triangolo fra le figure superficiali rettilinee, talche ragioneuolmente si doueria principiar a questionar sopra quella, ma perche le questioni della piramide sono di piu difficile apprensione di quelle del cubo, & altri solidi retangoli, & per tal rispetto voglio principiar dal detto cubo, & altri solidi retangoli, & massime perche per vigor del cubo, come nostra famosa quantita, & misura corporea, veniamo in cognitione della quantita di ogni figura corporea, come nel quarto libro della terza parte vn'altra volta è stato detto.

1 EGlie vn cubo, qual per ogni lato è p. 12. si adimanda quanto sara il diametro di quella sfera, che circonscriuera quel tal cubo. Euclide nella 14 propositione del suo 13 libro speculatiuamente approua, & dimostra qualmente il diametro della sfera è potentialmente treppio al lato del cubo, che lei circonscriue. Se il lato adunque del cubo è p. 12. la possanza di tal lato saria 144. il treppio di 144. saria 432. & cosi 432. saria la possanza del diametro della detta sfera, e pero il simplice diametro verrebbe a esser R 432. che è il proposito. Et nota che il diametro della detta sfera vien sempre a esser equale al diametro lineale del detto cubo, e pero seguita che'l diametro lineale del cubo è sempre in potentia treppio al lato del medesimo cubo, e pero per la notitia del diametro lineale del cubo, ouer del diametro della sfera, che lo circonscriue, tu puoi trouar il lato del detto cubo, & e conuerso. Et tutto questo ch'è stato detto da te medesimo lo puoi conoscer, & praticalmente approuar in ogni cubo, perche il diametro di l'uno di 6 quadrati còtinenti il cubo (per la penultima del primo di Euclide) è doppio in potentia al lato di tal quadrato, & il quadrato del diametro lineale del cubo vien a esser equale al quadrato del detto diametro del quadrato, & al quadrato del lato del medesimo quadrato (per la detta penultima del primo) e pero viene a esser treppio a quello, come nella figura posta in margine puoi vedere, cioe che'l quadrato del diametro g f. è doppio al quadrato del lato f h. & il quadrato del diametro h g. è equale al quadrato del medesimo diametro g f. & al quadrato del lato h f. e pero seguita il proposito.

Onde si manifesta che la summa di tre quadrati delle tre misure del cubo, cioe longhezza, larghezza, & altezza di quello è sempre equale al quadrato del suo diametro lineale, ouero al quadrato del diametro della sphera, che lo circonscriue, che è il medesimo.

2 EGlie il medesimo cubo, che per ciascun suo lato è pie. 12. si adimanda quanto sara il suo diametro superficiale. Et per diametro superficiale intendemo quella superficie rettangola, che procede da l'uno di lati della superficie superiore al lato contraposito della sua basa, & diuide il cubo in due parti equali, come nel cubo posto in margine si vede la superficie rettangola a b c d. laqual superficie rettangola, che ben la considerarai, trouerai, che la è contenuta sotto al diametro di vno quadrato (qual è la linea d c.) & a vn lato del detto cubo, e pero trouaremo il detto diametro d c. che sara ℞ 288. et questo multiplicaremo per il lato del cubo, qual è piedi 12. fara ℞ 41472. & tanto sara il detto diametro superficiale del detto cubo, che è il proposito.



3 EGlie vn cubo che per ciascun lato è p. 12. si adimanda quanto sara l'aria di tutte le 6 superficie, allequali è sotto compreso, anchor che tal questione sia molto facil, e pur per auertimento, mi è parso di porla, e pero troua l'aria di vna di quelle 6 base, che trouarai quella esser piedi 144 quadri, & questi multiplica per 6 fara 864. & tanti piedi quadri faranno le dette 6 superficie quadrate, che comprendono il detto cubo, che è il proposito.

4 EGlie vn cubo, che per ciascun lato è piedi 12. si adimanda quanto sara l'aria corporal di tal cubo, anchor che in molti altri luoghi sia stato mostrato il modo di risoluere vna tal questione, nondimeno per seguir l'ordine di questa quarta parte, non restaremo di replicarlo.

Prima troua l'aria superficiale della basa, doue si riposa il detto cubo, che trouarai tal aria esser 144. & questa multiplica per li piedi 12 dell'altezza del detto cubo, & fara 1728. & tanto sara l'aria corporale del detto cubo, cioe sara tanti piedi cubici, come in altri luoghi piu volte è stato detto.

5 EGlie vn cubo, che l'aria corporale è 1728. volendo sapere quanto sia il lato di tal cubo, caua la radice cuba di 1728. che sara 12. & tanto sara il lato del detto cubo.

Ma quando che il detto 1728 non fusse stato numero cubo, tu hauerésti risposto sodamente, dicendo il lato di tal cubo esser ℞ cu. 1728. & staria bene. Queste tai questioni facile le propongo per quelli principianti, che non hanno discorso a sufficientia, e pero niuno si scandeleggia di dette tal questioni, che alle volte propongo.

6 EGlie vn solido rettangolo longo piedi 12. largo piedi 4. & alto piedi 4. si adimanda quanto il diametro del detto solido, sappi che per soluere questa, & altri simili nelli solidi rettangoli, sempre il quadrato del suo diametro è equale alli tre quadrati delli tre suoi lati, cioe della sua longhezza, larghezza, & altezza, et questo approuarai con quelle ragioni pratticali, che si adusse sopra del cubo, e per tanto quadraremo la sua longhezza, & fara 144. & similmente la sua larghezza, & fara 16. & similmente la sua altezza, & fara pur 16. & la summa di questi tre quadrati (che fara 176) fara il quadrato del diametro del detto solido rettangolo, & il detto diametro venira a esser simplicemente la ℞ 176. che è il proposito.

7 EGlie vn solido rettangolo longo piedi 10. largo piedi 6. & alto piedi 4. volendo sapere quanto sia il diametro di quello, procederai alla similitudine della passata, cioe quadra la longhezza, larghezza, & altezza, & quelli tre quadrati, che fara 100. & 36. & 16. summarai insieme, & trouarai che saranno 152. & cosi la radice di 152. fara il ricercato diametro, che è il proposito.

8 EGlie vn solido rettangolo, che il suo diametro è piedi 15. & è largo piedi 3. & similmente alto piedi 3. si adimanda quanto è longo il detto solido.

Quadra il diametro fa 225. & di questo cauane la summa di duoi quadrati delli duoi lati noti, laquai summa fara 18. cauando adunque 18. di 225. restara 207. & tanto fara il quadrato della longhezza del detto solido, siche la simplice longhezza veneria a esser la ℞ 207. che sarebbe il proposito.

9 EGlie vn solido rettangolo, che il suo diametro è piedi 13. & la longhezza è piedi 10. & la larghezza è piedi 5. si adimanda quanto è alto, ouer profondo il detto solido.

Procede pur, come nella passata, cioe quadra il diametro fara 169. quadra la longhezza, & la larghezza, & li duoi quadrati, che saranno 100. & 25 summarai insieme, & faranno 125. caua tal summa di 169. & restara 44. & cosi la ℞ 44. sara l'altezza, ouer profondita del detto solido.

Nota che altezza, & profondita significano vna medesima cosa nelli corpi solidi, & similmente larghezza, & grossezza, come che piu volte in altri luoghi è stato detto, ma se lo vado replicando per aricordartelo se tu te lo hauessi scordato.

10 EGlie vn solido rettangolo longo piedi 6 largo pie. 4. & alto piedi 5. dimando quanto sara l'aria sua corporale anchor che in molti luoghi nella terza parte sia stato dato il modo da risoluere vna simil questione, nondimeno per non rompere l'ordine di questa quarta parte sotto breuita te lo replicaro. Et per tanto multiplica le dette tre misure fra loro, cioe l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, si che facendo te ne veniria 120. & tanti piedi cubi sara l'aria corporale del detto solido rettangolo, che è il proposito.

Come si misurano li seratili, ouer prismi, ouer colone laterate, & similmente li cilindri, ouer colone rotonde. Cap. III.

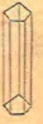
1 EGlie il seratile, ouer prisma a b c d e f che è longo piedi 10. & largo, cioe la basa di ciascun triangolo è piedi 4. & la sua altezza (cioe la perpendicolar di ciascun di detti duoi triangoli) è piedi 3. si adimanda quanto sara l'aria corporale del detto corpo.

Questa & altre simili si puo far in duoi modi, perche si puo intendere per basa del detto corpo, ouer l'uno di duoi triangoli, che gli ha nelli duoi capi, ouer l'uno di tre rettangoli laterali, hor pigliamo per la sua basa il rettangolo b c d e. qual è longo p. 10. & largo 4. del qual trouaremo la sua superficie, che sara piedi 40. superficiali, & questi multiplicaremo per la mita dell'altezza del detto solido, cioe per la mita della perpendicolare dell'uno di detti triangoli, laqual mita sarebbe piedi 1 $\frac{1}{2}$, multiplicando adunque 40. per 1 $\frac{1}{2}$ fara 60. & piedi 60 cubici fara l'aria corporale del detto corpo. Si poteua anchora multiplicar tutta la perpendicolare fia la mita della superficie della basa, & veniria il medesimo. Ma supponendo per basa del detto seratile l'uno di duoi triangoli, in tal caso basta trouar prima la superficie di detta basa, ouer triangolo secondo la regola di triangoli, il che facendo trouaremo quella esser piedi 6 superficiali, & questi multiplicaremo per l'altezza del detto corpo, che fara piedi 10 fara pur piedi 60 cubici per l'aria corporale del detto corpo, che è il proposito.

2 EGlie vna prisma, ouer colona laterata quadrata alla similitudine della figura a b c d. e f g h. che la sua basa e f g h. & la sua contraposita a b c d. è quadrata, & sono fra loro eguali, & equidistanti, perche l'una, & l'altra è per faccia p. 1. & oncie 4. per lato, & è alta pie. 12. si adimanda quanto è l'aria sua corporale. Questa si poteria risoluere per diuerse vie, come fu dimostrato sopra il misurar di sassi, muri nella terza parte, cioe recando tutte le misure, si dell'altezza, come delli duoi lati della basa in oncie, & hauerai oncie 16. & oncie 16. & oncie 144. poi multiplicando queste tre misure l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra (come si costuma nelli solidi rettangoli) ne veniria 36864. & queste saranno oncie cube, & tanto sarebbe l'aria corporale della detta prisma, ouer colona quadrata, & si dice quadrata per hauer la sua basa quadrata, ma volendo rispondere tal sua aria corporale a piedi cubi, bisogna aricordarsi, che se vn piede lineale è oncie 12 lineali, che oncie 144 superficiali (cioe quadre) fanno vn piede superficiale, & cosi oncie 1728 cube, ouer corporee, fanno vn piede cubo, come piu volte è stato detto nella terza parte sopra il misurar di terreni, sassi, muri, &c. Et per tanto partendo le dette oncie 36864 cube per 1728. te ne veniria 21 $\frac{576}{1728}$, & tanti piedi cubi sara la detta prisma, ouer colona quadrata.

Ma la piu breue via sarebbe a recar quel piedi 1. oncie 4. a parte di piede, che sarebbe piedi 1 $\frac{1}{3}$, poi multiplicar piedi 1 $\frac{1}{3}$ fia piedi 1 $\frac{1}{3}$, & quel produtto fia piedi 12. & sara in vltimo piedi 21 $\frac{1}{3}$, & tanto sara l'aria corporale della detta colona, laqual conclusione se schisserai il rotto della prima trouarai l'una esser eguale all'altra.

Nota che tutte le questioni che per auanti ti ho proposte, & che per lo auenire si proponeranno, si potrebbono proponere tutte a varie specie di misure, come fu fatto sopra il misurar di terreni, sassi, muri, vini, &c. Ma quello, ch'è stato detto in quelli luoghi voglio che ti basti, perche altramente facendo l'opera verrebbe troppo dishonesta in grandezza, pur in questa, mi è parso di replicarti alquanto tal operatione con piedi, & oncie per aricordartele in parte, ma per l'auenire procederemo pur a misure di vna sol specie per le ragioni dette, & cosi per abbreuiar parole, & scrittura quello che è stato fatto, & detto della soprascritta colonna quadrata, si ha da intendere di tutte le specie di colonne laterate, cioe sempre quadra la sua basa, secondo la regola sua, cioe se tal basa sara penthagona, tu la quadrarai secondo la regola di penthagoni, & se la sara essagona, secondo la regola di essagoni, & se la sara ottagona, secondo la regola di ottagoni, & se la sara vn capo tagliato, ouer doppio capo tagliato, secondo la regola di capi tagliati, & doppi capi tagliati, & cosi discorrendo, & tal quadratura, ouer superficie multiplicarai per l'altezza, ouer longhezza della detta colonna, & lo auenimento sara l'aria corporale di tal colonna, secondo la misura, che hauerai maneggiata, cioe se hauerai maneggiato piedi sara piedi cubi, se hauerai maneggiato braccia, sarano braccia cubi, & s'hauerai maneggiato oncie, sarano oncie cube, & cosi discorrendo.



5 Similmente si hauera da procedere nelli cilindri, che dal Campano sono detti colonne rotonde, a ben ch'io son di contraria openione, perche le colonne rotonde si fanno la maggior parte con vna panzetta nel mezzo, (come dimostra Vitruuio) & piu sottile dalli capi, e pero per quadrare le dette colonne rotonde, bisogna procedere, come fu detto, delle botte nella terza parte. Ma per dir al presente solamente di cilindri. Sia essempi gratia il cilindro. a b c d (come saria la canna, ouer il vacuo d'un pozzo) & per schiuar rotti supponemo, che il diametro del cerchio, ch'è da l'uno, & l'altro capo, sia p. 7. & che l'altezza del detto cilindro sia pie. 25. volendo mo saper quanto sia l'aria corporale del detto cilindro, prima quadraremo il cerchio della sua basa, che per le regole sue, (piu volte dette) sara piedi $38\frac{1}{2}$ superficiali, & questi multiplicaremo per 25. cioe per la sua altezza, & sara piedi $962\frac{1}{2}$ corporei, cioe cubici, & tanto saria l'aria corporale del detto cilindro, o sia tal cilindro pieno, ouer vacuo, perche spesse volte occorre di saper l'aria corporale d'un luogo vacuo p saper la sua tenuta, che è il proposito.

Di alcune speculatiue questioni, che occorrer ponno sopra le Piramidi laterate, & tonde di ogni qualita, & della loro misuratione. Cap. IIII.

Non solamente di tutte le specie di piramidi laterate, quella che è di quattro base triangolari, & equilatere è la prima, ma anchora è la prima di cinque corpi regolari, come che di sopra nella diffinitione della quantita di corpi regolari fu detto.

La potentia del diametro della sphera alla potentia del lato del 4. base è come 3. a 2. cioe sesquialtero in potentia.

1 Egli è vna Piramide di quattro base triangolare equilatera, che il lato di quella è braccia 4. si adimanda quanto sara il diametro della sphera, che circonscriue tal piramide. Euclide nella decimaterza propositione del suo decimoterzo libro geometricamente dimostra, qualmente il diametro della sphera potentialmente al lato di tal piramide (in quella inscritta) hauer sempre proportione sesquialtera, cioe come da 3 a 2. per trouar adunque quanto sia il diametro della detta sphera quadraremo quel 4. (lato della piramide) fa 16. poi per la regola del 3. diremo se 2. (potentia di lato di piramide) mi da 3. (possanza di diametro di sphera) che mi dara 16. (possanza di lato di piramide) onde operando trouaremo che ne dara 24. & tanto sara il quadrato del diametro della sphera, che circonscriuera la detta piramide, per il che il simplice diametro di detta sphera veniria a esser ℞ 24. che saria il proposito.

Alcun speculatiuo ingegno potria calonniando dire, tu non mi dimostri la causa, che il diametro della sphera sia potentialmente sesquialtero al lato di detta piramide. Rispondo che tal dimostratione non appartien al pratico, ma solamente al theorico, e pero essendo il nostro intento (in questo al generale) di trattar solamente di quello, che alla pratica si aspetta, superfluo & vergogna mi saria a voler quiui registrare quelle medesime dimostrationi adutte da esso Euclide, e massime, che in quello volgarmente veder, & intender si ponno, e pero dicio non ti ammirare.

La proportione del diametro della sphera alla perpendicolar del 4. base è come da 3. a 2. cioe sesquialtero in longhezza.

2 Egli è la piramide di quattro base triangolare equilatera. a b c d. che il lato di quella è braccia 4. si adimanda quanto sia la perpendicolare di detta piramide, laqual perpendicolar da molti è detta assis della piramide. Per trouar adunque tal perpendicolare, ouer assis nella 13. del decimoterzo libro di Euclide si manifesta qualmente la detta perpendicolare è sempre li $\frac{2}{3}$ del diametro della sphera, e per tanto trouaremo prima quanto sia il diametro della sphera, onde procedendo per la regola data nella precedente, trouaremo tal diametro esser ℞ 24. delquale pigliandone li $\frac{2}{3}$ trouarai che saranno ℞ $10\frac{2}{3}$, & tanto sara la perpendicolare di detta piramide, che è il proposito.

Anchora per vn'altra regola piu alla pratica conueniente, & chiara, laqual serue in tutte le sequenti specie di piramidi, & si caua dalla vndecima, & decima di Euclide, ma è difficile da dar ad intendere in vna figura piana, pur mi sforzaro di chiarirla, ma formandoti vn mod detto di vna tal piramide di cartone, piu facilmente ne sarai capace.

Per trouar adunque tal perpendicolare dal ponto a. in aria eleuato, trouarai vna perpendicolare a vno di tre triangoli circondanti la detta piramide, qual sia la. a e. laqual. a e. per esser il lato del triangolo. a c d. 4. tal perpendicolare. a e. veniria a esser ℞ 12. hor dal ponto. e. nella basa b c d. tirarai la linea. e b. perpendicolare sopra la. c d. & perche il ponto. e. è in mezzo della. c d. seguita, che la detta perpendicolare. e b. e passi necessariamente per il ponto. b. per esser il triangolo. b c d. equilatero, & la detta. e b. sara per ℞ 12. si come la. a e. hor immaginaremo il triangolo. a b e. delquale il lato. a e. è ℞ 12. & similmente il lato. e b. & il lato. a b. è 4. delqual triangolo. a b e. bisogna trouare la sua perpendicolare cascante dal angolo. a. (in aria eleuato) sopra la basa. b e. onde procedendo per le regole date, trouando prima il ponto. f. doue debbe cader la detta perpendicolare. a f. si trouara il detto ponto. f. esser lontano dal ponto. b. ℞ $5\frac{1}{3}$, & finalmente la detta perpendicolare. a f. si trouara esser ℞ $10\frac{2}{3}$, laqual perpendicolare. a f. non solamente è perpendicolare ala

pala

pra la linea.b e. ma anchora sopra la superficie del triangolo.b c d. & tutto questo si verifica per la detta undecima propositione del undecimo libro di Euclide vien a esser anchora la perpendicolare di detta piramide, si come per l'altra regola fu anchor trouato, ch'è il proposito.

Anchora per vn'altra piu ispediente regola si puo trouar il detto assis di tal piramide, & non solamente in queste, che sono di quattro base triangolari equilatere, ma anchora in quelle, che hauessero li tre triangoli laterali di duoi lati solamente equali, laqual regola è questa, troua quanto è dal centro del triangolo della basa a ciascheduno angolo di tal triangolo, che per la undecima del quarto capo si trouara esser ℞ $5\frac{1}{3}$, cioe il terzo del quadrato del lato del triangolo, & il quadrato di questa ℞ $5\frac{1}{3}$, che sara $5\frac{1}{3}$ lo cauaremo del quadrato dell'uno di lati della piramide in aria eleuati, il qual quadrato sara pur 16. cauato adunque $5\frac{1}{3}$ di 16. restara $10\frac{2}{3}$, & cosi la ℞ $10\frac{2}{3}$ sara la assis di tal piramide, si come per gli altri duoi modi. La causa di questa operatione è, che l'assis insieme con la linea, che vien dal centro, & con il lato della piramide formano vn triangolo rettangolo, & il lato è la sua hipotenusa.

Correlario.

Per le cose dette si manifesta, che il diametro della sphera, & il lato delle quattro base, & la perpendicolare, ouero assis del detto quattro base sono potentialmente continui proportionali in proportione sesquialtera, perche nella presente si vede che il quadrato del diametro della sphera sarebbe 24. & quello del lato delle piramide sarebbe 16. & quel della perpendicolar sarebbe $10\frac{2}{3}$.

diametro ℞ 24.
lato — ℞ 16.
perpendicolare ℞ $10\frac{2}{3}$.

3 EGlie vn quattro base, che la perpendicolare, ouero assis di quella è 12. si adimanda quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue. Nella precedente fu detto che la proportione del diametro della sphera alla perpendicolare di tal piramide esser sesquialtera in longhezza, cioe come da 3. a 2. e pero diremo, se 2. (assis della piramide) mi da 3. per diametro della sphera, che mi dara 12. assis della perpendicolare, opera che trouarai che ti dara 18. & tanto sara il diametro della sphera, che la circonscriue, ch'è il proposito.

4 EGlie vn 4 base circonscritto da vna sphera, che il suo diametro è 10. si adimanda quanto sara il lato della detta piramide, gia sai (per la prima di questo) che il diametro della sphera al lato del detto quattro base potentialmente hauer proportione sesquialtera, cioe come da 3. a 2. e pero quadraremo quel 10. di diametro sara 100. poi diremo se 3 (potentia di diametro) mi da 2 (potentia di lato) che mi dara 100 (potentia di diametro) opera che ti dara $66\frac{2}{3}$, & tanto sara la potentia del lato del detto 4 base, talche il simplice lato verrebbe a esser ℞ $66\frac{2}{3}$, che è il proposito.

5 EGlie quattro base triangolari equilatere a b c d. che il suo assis. a e. è 6. si adimanda quanto è dal centro f del detto corpo a ciascun angolo, cioe quanto sia la linea f c.

Tu vedi, & con la mente comprender puoi, che la detta f c. vien a esser la mita del diametro della sphera, & gia sai che l'assis, ouer perpendicolare del detto quattro base, è li duoi terzi del diametro della sphera, cioe è come 4 a 6. adunque il detto assis della detta piramide alla mita del diametro della detta sphera sara, si come 4 alla mita di 6. cioe a 3. e pero diremo che la proportione della perpendicolar a e. della detta piramide alla linea f c. esser sesquitertia, cioe si come da 4. a 3. e pero dirai, se 4 mi da 3. che mi dara 6. opera che ti dara $4\frac{1}{2}$, & tanto sara la detta linea f c. che è il proposito.

La proportione della perpendicolare alla mita del diametro della sphera è sesquitertia, cioe come da 4 a 3.

6 EGlie vna piramide di 4 base triangolari equilatere, ch'è p. 4. per lato, si ricerca quanto sara l'aria sua corporale, prima troua l'aria della sua basa triangolare, che per le regole date trouarai la superficie di tal basa esser ℞ 48. & questa multiplicarai fia il terzo del l'altezza della piramide, laqual altezza della piramide s'intende il suo assis, ouer la sua perpendicolare, e pero bisogna in questo caso trouar quanto sia la detta perpendicolar della detta piramide, onde operando per le regole date nella seconda di questo si trouara tal perpendicolar esser ℞ $10\frac{2}{3}$. il terzo dellaqual faria ℞ $1\frac{5}{27}$, multiplicando mo ℞ 48 per ℞ $1\frac{5}{27}$. fara ℞ $56\frac{8}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal piramide, che faria il proposito. La causa che l'aria superficiale della basa si ha da multiplicare solamente contra il terzo dell'altezza della detta piramide, si causa dalla setta del duodecimo libro di Euclide, nellaquale geometricamente dimostra, che ogni seratile è diuisibile in tre piramidi equali, & che hanno la basa triangolare, & perche sel fusse posto il seratile a b c d e f. che il triangolo d e f. della basa fusse equilatero, & fusse quattro per lato, & che tal seratile fusse alto ℞ $10\frac{2}{3}$, volendo trouar l'aria sua corporale, per le regole date trouaressimo prima la superficie della sua basa d e f. che sarebbe ℞ 48. & questa la multiplicaressimo per l'altezza del detto seratile (qual è supposta esser ℞ $10\frac{2}{3}$) & ne verrebbe ℞ 512. & tanto sarebbe per le regole date l'aria corporale del detto seratile, & perche il detto seratile è diuisibile

il lato del 4 base 4.

l'aria sua corporale ℞ 56 $\frac{8}{9}$

in tre piramidi eguali fra loro, & triangolari (per la detta sesta propositione del duodecimo di Euclide) delle quali una ne verrebbe simile alla nostra narrata, e pero tal nostra piramide verrebbe a esser solamente il terzo del suo seratile, che sarebbe pur ℞ 56 $\frac{8}{9}$, & per questa causa si quadra la basa di detta piramide, & tal quadrato si multiplica solamente per il terzo della sua altezza, & il produtto vien a esser l'aria corporale della detta piramide, come fu detto. Et da tal propositione ne seguita, che ogni specie di piramide laterata è il terzo della sua prisma, over colonna laterata, & similmente ogni piramide rotonda (chiamata cono) è similmente il terzo del suo cilindro, & tutto questo dimostra Euclide nel suo duodecimo libro.

7 Gli è un quattro base triangolare equilatero (che cosi si debbe intendere quando de altro non si dice) del quale l'aria sua corporale è piedi 100 cubici, si adimanda quanto è per lato il detto quattro base.

Questa & altre simili si solveno per la positione simplice, vero è che bisogna saper quello, che si dimostra sopra la ottava dello undecimo di Euclide, cioe che qualunque due piramidi laterate simili, la proportione dell'una all'altra sara si, come la proportione treplicata del lato dell'una al lato dell'altra, che in pratica non vuol inferir altro che la proportione dell'una all'altra è come il cubo del lato dell'una al cubo del lato dell'altra, perche a treppiar una proportione si fa cubar i termini di quella, come sopra le proportioni fu detto.

Per risolvere adunque la presente questione, quadraremo una piramide tolta, over posta a nostro piacere, di lati noti, hor poniamo quella, ch'è stata quadrata nella precedente questione (per fuggir fatica) laquale fu supposito esser per lato piedi quattro, & fu concluso per le regole sue, l'aria sua corporale esser ℞ 56 $\frac{8}{9}$, ma noi vorressimo, che tal aria corporale fusse 100 a ponto, onde per trovar la verita cubaremo il lato della nostra piramide nota, cioe quelli piedi 4. fara 64. poi per la regola del tre diretto, se ℞ 56 $\frac{8}{9}$, aria di piramide, fusse 100. che sarebbe 64 (cubo del lato) opera che trovarai, che te ne venira, radice cuba quadra 720000. & tanto sara il lato di detta piramide, che l'aria sua corporale è 100. che se ne farai la prova praticale la trovarai buona, che è il proposito. Ma nelle tue operationi aricordati di quello fu detto sopra il multiplicar, & partir radice per numero, & numero per radice, cioe di reccar il numero alla natura di quella specie di radice, altramente incorreresti in non piccoli errori.

Nota che tu poteui anchora dir per la regola, se ℞ 56 $\frac{8}{9}$ di aria di piramide mi vien da 64. cubo del suo lato, da che mi venira 100. aria di piramide, che operando darebbe il medesimo, cioe multiplicando 100 fia 64. fara 6400. da partir per ℞ 56 $\frac{8}{9}$, onde recando 6400. a quadrato fara 40960000. quadrando anchora ℞ 56 $\frac{8}{9}$ fara 56 $\frac{8}{9}$, onde partendo 40960000 per 56 $\frac{8}{9}$, te ne venira 720000. & cosi la radice cuba quadra di 720000 fara il lato di detta piramide.

Delle piramidi di quattro base triangolari, ma di lati diversi.

8 Gli è la piramide a b c d. che il triangolo b c d. della sua basa, è equilatero, & è 6. per lato, gli altri tre lati a b a c. & a d. in aria elevati, ciascheduno di loro è 10. si adimanda quanto sia l'aria corporale di tal piramide, per solvere questa questione, bisogna trovar l'assis di tal piramide, & dapoi quadrar la basa b c d. & tal quadratura multiplicarla fia il terzo del detto assis (come fu detto sopra la sesta di questo capo) & il produtto sara l'aria corporale di tal piramide.

Ma per trovar l'assis di tal piramide si puo procedere per qual si voglia di quelli duoi ultimi modi narrati sopra la seconda di questo capo, ma per al presente voglio la trouiamo per l'ultimo di detti modi, cioe trovando la linea, che va dal centro della basa b c d. (qual è il ponto e.) a gli angoli di tal basa, laqual linea e b. over e c. over e d. è sempre in potentia subtripla al lato del triangolo (per la ottava del decimoterzo di Euclide) e per tanto quadraremo quel 6 (lato del triangolo) fara 36. & ne pigliaremo il terzo, che sarebbe 12. & cosi la radice 12 fara la detta linea e b. ouero e d. over e c. dapoi quadraremo il lato a b. fara 100. & di questo cavandone il quadrato di ℞ 12 (che è 12) resta 88. & la ℞ 88 fara l'assis di tal piramide, & il terzo dellaquale fara ℞ 9 $\frac{7}{9}$. & questo lo multiplicaremo fia l'aria superficiale della basa b c d. laqual aria superficiale (per le regole sue) si trovara esser ℞ 243. multiplicando adunque ℞ 243 per ℞ 9 $\frac{7}{9}$ fara ℞ 2376. & tanto sara l'aria corporale di detta piramide.

9 Anchora si poteva trovar la assis di tal piramide per quella seconda regola data sopra la seconda di questo capo, cioe trovando la perpendicolare del triangolo a c b. caleata dal ponto a. sopra il lato b c. laqual perpendicolare cadera di necessita nel mezo della b c. in ponto f. & fara ℞ 91. & cosi haueremo formato un triangolo, del quale

il lato

il lato.a f. sara ℞ 91. & il lato.d f. sara ℞ 17. & il lato.d a. sara 16. Onde trouando la perpendicolare di questo triangolo, cascante dal angolo.a sopra il lato.d f. si trouara quella esser ℞ 88. & cascar nel ponto.e. lontano dal ponto.f. ℞ 3. & questa tal perpendicolar ℞ 88. veniria a esser l'assis di tal piramide, si come che per la precedente regola fu anchor trouato.

Ma la precedente è piu ispediente quando che la basa della piramide è vn triangolo equilatero, ma quando che il triangolo della basa di tal piramide fusse di lati diuersi bisogna vsar quest'altro modo, & con altre particolarita, come nella seguente intenderai.

20 EGlie la piramide.a b c d. che il lato.b d. (della sua basa.b c d.) è 15. b c. 14. & d c. 13. & de gli altri tre lati in aria eleuati (di tal piramide) il lato.a b. è 10. a c. 18. & a d. 16. si dimanda quanto sia l'assis di detta piramide.

Per trouarlo bisogna che si troui la perpendicolare della basa.b c d. & per fuggir rotti trouaremo tal perpendicolare cadente dal ponto.d. sopra il lato. b c. (qual lato è 14) onde procedendo per le regole date trouaremo tal perpendicolare esser 12. cadente in ponto.e. qual ponto è lontano 5. dal ponto.c. & 9. dal ponto.b. fatto questo bisogna anchora trouar il catheto, ouer perpendicolare della faccia, ouer triangolo.a b c. che caschi dal ponto.a sopra il medesimo lato.b c. laqual sia la.a i. che per le regole date trouaremo tal perpendicolare.a i. cascar appresso al ponto.c. 4 $\frac{2}{7}$, & esser longa ℞ 305 $\frac{1}{49}$, cioe che dal ponto.i. al ponto.c. vi è 4 $\frac{2}{7}$, & dal ponto a. al medesimo ponto.i. vi è ℞ 305 $\frac{1}{49}$, & dal ponto.i. al ponto e. vien a esser $\frac{5}{7}$, fatto questo dal ponto.i. tiraremo la.i h. equidistante alla.d e. & equale alla medesima.d e. & tiraremo la.d h. laqual sara equale, & equidistante alla.e i. (per la trentatre del primo di Euclide) tiraremo anchora con la immaginatiua vna linea dal.a. al ponto.h. formando il triangolo.i h a. & per trouar quanto sia il lato.a h. il quale perche il contien angolo retto con la linea h d. (per la 8 dell'vndecimo di Euclide) & la.a d. è la sua hipotumissa, quadraremo la.a d. fara 256. & di questo ne cauaremo il quadrato della.h d. che fara $\frac{25}{49}$, restara 255 $\frac{24}{49}$, per il quadrato della linea, ouer lato.a h. seguira adunque il detto lato.a h. esser ℞ 255 $\frac{24}{49}$, & cosi hauemo il detto triangolo. a i h. che il lato a i. è ℞ 305 $\frac{1}{49}$, & il lato.i h. è 12. & il lato.a h. è ℞ 255 $\frac{24}{49}$, & di questo triangolo bisogna trouar la sua perpendicolare, cascante dal ponto.a. sopra il lato.i h. & tal perpendicolare sara l'assis di tal piramide (per la detta vndecima dell'vndecimo di Euclide) & per trouarla bisogna procedere secondo la sua regola, cioe trouar prima il ponto doue, che tal perpendicolare debba cadere sopra la.i h. cioe summar il quadrato del lato.a i. (il qual quadrato fara 305 $\frac{1}{49}$.) insieme con il quadrato della basa.i h. qual fara 144. fara 449 $\frac{1}{49}$, & di questa summa cauarne il quadrato dell'altro lato a h. il qual quadrato fara 255 $\frac{24}{49}$, restara 193 $\frac{26}{49}$, & questo bisogna partir per il doppio della basa.i h. il qual doppio fara 24. siche facendo ne venira 8 $\frac{\ }{\ }$, & tanto fara lontano il ponto del cadimento dal ponto.i. sopra la linea.i h. hor per trouar mo la detta perpendicolare, bisogna quadrar 8 $\frac{\ }{\ }$, che fara 64 $\frac{\ }{\ }$, & questo quadrato cauarlo del quadrato del lato.a i. restara 240 $\frac{\ }{\ }$, & la ℞ 240 $\frac{\ }{\ }$ fara la perpendicolare del detto triangolo.a i h. & fara anchora l'assis di tal piramide, che è il proposito.

del triangolo.a i h.
a i. ℞ 305 $\frac{1}{49}$
i h. — 12.
a h. ℞ 255 $\frac{24}{49}$

l'assis della piramide sara ℞ 240 $\frac{\ }{\ }$.

Questa vltima operatione per esser assai ingeniosa te l'ho voluta narrare particolarmente, anchor che credo, che da te medesimo tu l'haueresti saputa essequire, cioe trouar la detta perpendicolare del triangolo.a i h.

21 SVpponemmo che sia anchora la medesima piramide detta di sopra, & che di quella ne sia noto solamente li suoi lati, cioe.b d. 15. b c. 14. c d. 13. a b. 10. a c. 18. a d. 16. & volendo per tal notitia saper quanto sia l'aria corporale di tal piramide.

Per risoluere tal questione, prima bisogna trouar l'assis di tal piramide, onde procedendo secondo le regole date nella precedente si trouara medesimamente tal assis esser ℞ 240 $\frac{\ }{\ }$, fatto questo bisogna trouar la superficie della basa di tal piramide, cioe del triangolo.b c d. onde procedendo per le regole piu volte date si trouara tal basa, ouer triągolo.b c d. esser 84. & questa bisognarebbe multiplicare per il terzo dell'assis, ma per fuggir rotti, & altre difficulta, il medesimo fara a multiplicare il terzo di 84. (che fara 28.) fia tutta l'assis, cioe sia radice. 240 $\frac{\ }{\ }$, siche facendo (quadrando prima 28.) fara ℞ 188244 $\frac{\ }{\ }$, & tanto sara l'aria corporale di detta piramide, che è il proposito.

22 SVpponemmo anchora che sia la piramide.a b c d. che delli lati della basa.b c d. b d. sia 15. b c. 14. & c d. 13. & supponemmo che l'assis sia la.a g. & che dal b. al g. vi sia 10. & dal.c al detto.g. vi sia 9. volendo sapere per tal notitia trouar quanto sia dal.d. al medesimo ponto.g.

Bisogna trouar il catheto, o vogliam dire la perpendicolare del triangolo.b d c. della basa, cadente dal angolo.d. (per fuggir rotti) sopra il lato.b c. qual sia.d e. che per le regole piu volte date, &

fatte, tal catheto .d e. sara 12. & il ponto .e. sara lontano dal ponto .c. 5.

Tu hai anchora il triangolo .b c g. che .b g. è 10. & .c g. 9. & .b c. 14. onde trouando di quello il catheto .g h. per le regole date, tal catheto cadera appresso .c. 6 [illegible], & sara longo R 41 [illegible], cioe .g h. sara R 41 [illegible], & questo tratto dell'altro catheto .d e. (qual è 12) restara 12 men R 41 [illegible], per la linea .d h. onde tirando la .g h. hauremo il triangolo .d h g. orthogonio, & la .d g. sara la sua hipotenussa, & perche la .g h. è equale alla .f e. (per la 23 del primo di Euclide) & perche .e h. è [illegible], & .e c. è 5. seguira che .e h. sia 1 [illegible], & tanto sara anchora .g h. e pero quadraremo 1 [illegible] sara 1 [illegible], quadraremo anchora .d h. cioe 12 men R 41 [illegible] sara 18 [illegible] men R 236 [illegible] & questi duoi quadrati li aggiongeremo insieme, & faranno 186 [illegible] men R 236 [illegible], & cosi la radice uniuersale di 186 [illegible] men R 236 [illegible] sara la hipotenussa .d g. ch'è il proposito.

Nota che se in questa tal piramide fusse notificato l'assis .a g. per tal notitia facilmente potremmo trouar quanto sia ciascheduno de gli altri tre lati .a b. .a c. & .a d. perche ciascheduno di detti per lui vien a esser la hipotenussa di vn triangolo rettangolo, come da te puoi considerare.

13 SVpponemmo che sia la piramide .a b c d. che l'aria sua corporale sia 2016. & li lati della basa .b c d. .b d. è 11. .b c. 14. & .c d. 15. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'assis di tal piramide, anchor che tal questione sia facile, ma per li principianti di poco discorso, tai questioni si propongono. E per tanto bisogna in tal caso partire la detta aria corporale, cioe quel 2016. per il terzo dell'aria superficiale della basa .b c d. laqual aria superficiale in questo caso sarebbe 84. il suo terzo sarebbe 28. partendo adunque 2016 per 28. ne venira 72. & tanto sara l'assis di tal piramide, che è il proposito.

So che molti si marauigliaranno, perche quasi in tutti li triangoli di tre lati non equali proponemmo quello delli tre lati 13. 14. & 15. quasi come che in altri numeri non potessero interuenire, rispondo che questo si fa per fuggir li rotti, perche doue interuengono gran confusion di rotti, non cosi facilmente si apprende la sostantia della risolutione, con laquale intesa che sia, s'intende il procedere generale in tutte le altre specie di numeri.

Nota che nella soprascritta si poteua trouar l'aria della piramide, cioe quel 2016 & sarebbe 6048 per l'aria del suo seraile, laqual partendola per 84 (cioe per l'aria della basa) ne veniria quel medesimo 72. per l'altezza del seraile, laquale è quella medesima della piramide, ch'è il proposito.

14 SVpponemmo anchor che sia la piramide, pur di quattro base triangolare .a b c d. che habbia li tre lati .a b. .a c. .a d. equali fra loro, & che li lati della basa .b c d. .b d. sia 13. .b c. 14. & .c d. 15. per ilche il catheto .d e. di detta basa verria a esser 12 (secondo il solito) volendo mo per tal notitia saper quanto sia dal ponto doue cade l'assis di tal piramide a ciascheduno delli tre angoli .b c d. della basa. Sappi che vna quasi simile ne propone Frate Luca (credo tolta da Lunardo Pisano) ma confusamente la esprime, talmente che non si sa quello, che lui ricerchi in tal questione. Ma vi è questo di buono, che sotto puoche parole vi narra vna regola assai breue di saper trouare il diametro del cerchio, che circonscriue il triangolo .b c d. della basa di tal piramide, perche senza la notitia di tal diametro sarebbe difficultoso a risoluere vna tal questione, vero è che non narra alcuna ragione, ne auttorita di Euclide, che tal sua regola sia vera, vero è che naturalmente, cioe per indutione con varie esperientie la ho ritrouata riuscire (come in fine s'intendera) laqual regola è questa, multiplica il lato .b d. fia il lato .d c. cioe 13. fia 15. fara 195. & questo parti per il catheto .d e. (cioe per 12) ne venira 16 [illegible], & tanto si conchiude essere il diametro del cerchio, che circonscriuera il detto triangolo .b c d. Et perche l'assis di tal piramide (essendo li tre lati .a b. .a c. .a d. equali siano longhi quanto si voglia) egli è necessario che caschi nel centro di tal cerchio, e pero dal ponto di tal cadimento a ciascheduno de detti tre angoli .b c. & .d. essera la mita del diametro di tal cerchio, cioe la mita di 16 [illegible], che sarebbe 8 [illegible], & tanto sara dal detto ponto del cadimento dell'assis a ciascun di detti tre angoli, ch'è il proposito.

Per approuar praticalmente (cioe per indutione) la sopradatta regola, nel medesimo triangolo .b c d. trouaremo la perpendicolare cadente dal ponto .b. sopra il lato .d c. (che è 15.) laqual perpendicolare per le regole sue, si trouara esser 11 [illegible], & cascar appresso .d. 6 [illegible], cioe che .d e. sara 6 [illegible], hor per trouar il detto diametro del cerchio, che circonscriue tal triangolo .b c d. (per la detta regola) multiplicaremo il lato .b c. fia il lato .b d. cioe 14. fia 13. fara 182. & questo partiremo per la perpendicolare .b e. (cioe per 11 [illegible]) ne venira pur 16 [illegible] per il diametro del detto cerchio, si come per l'altra via fu anchor trouato.

Il medesimo si trouara trouando il catheto cadente dal ponto .c. sopra il lato .b d. (che è 13) il qual catheto (per le regole date) si trouara esser 12 [illegible], onde multiplicando il lato .b c. fia il lato .d c. (cioe 14 fia 15) fara 210. & questo partiremo per il catheto, cioe per 12 [illegible] si trouara, che medesimamente ne venira 16 [illegible] per il diametro del detto cerchio. Et cosi cō altri simili esperientie, tal regola si ha

tiamo

biamo ritrouata vera, ma in breue speramo con ottime dimostrationi geometrice dimostrare la causa propinqua di tal regola in generale, perche se'l triangolo della basa di tal piramide sara ambligonio, cioe che habbia vn'angolo ottuso, il ponto del cadimento di tal assis sara fuora del triangolo, & se tal triangolo sara oxigonio, cioe hauente tutti tre gli angoli acuti, il detto ponto del cadimento del assis sara di dentro del detto triangolo, & se per sorte tal triangolo sara ortogonio, cioe rettangolo, il detto ponto del cadimento sara su la hipotumissa, cioe sopra il lato opposito al angolo retto, & tutto questo si manifesta (per la 12 del terzo del nostro Euclide volgare) infinite altre questioni sopra delle piramidi di quattro base triangolari si potrebbe addure, ma perche non dubito, che per le cose dette da te medesimo saperai come gouernarti, me ne passo cō silentio.

Delle peramidi, che hanno la basa quadrata, ouer pentagonale, ouero essagonale, ouero circolare.

25 SVpponemmo che sia la piramide. a b c d e. hauente la basa. b c d e. quadrata, & supponemmo che sia di lati equali, cioe che il quadrato. b c d e. della basa sia 10. per lato, & similmente che ciascheduno de gli altri quattro lati in aria eleuati sia pur 10. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di detta piramide, bisogna prima trouare quanto sia l'altezza (cioe l'assis) di tal piramide, & per trouarla quadraremo il lato del quadro sara 100. & lo duplicaremo sara 200. & la radice 200. sara il diametro del detto quadro, & la mita di quello (che sara ℞ 50) sara dal centro del detto quadro, a ciascun canton, ouer angolo del detto quadro, & perche l'assis di detta piramide cadera precisamente nel centro del detto quadro formando vn triangolo rettangolo con ciascuna di quelle 4 linee, che vanno dal centro a ciascun angolo, & le 4 linee. a b. a c. a d. & a e. saranno le hipotumisse di detti 4 triangoli, per trouar adunque l'assis. a g. quadraremo ℞ 50. sara 50. quadraremo l'una di dette hipotumisse sara 100. del qual ne cauaremo quel 50. restara 50. & cosi ℞ 50. venira a esser la ricercata assis. a g. la qual viene a esser eguale a ciascuna di quelle 4 linee, che vanno dal centro a ciascheduno angolo, per trouar mo l'aria corporal di tal piramide trouaremo l'aria superficiale della basa. b c d e. (secondo il solito) che sara 100. & la multiplicaremo per il terzo dell'altezza di detta piramide, ma per schiuar rotti multiplicaremo il tutto sia il tutto, & del produtto piglieremo il terzo, cioe multiplicaremo 100. sia ℞ 50. (quadrando prima 100 sara 10000) & sara ℞ 500000. & di quello ne piglieremo il terzo (partendolo per 9) ne venira ℞ 55555 $\frac{5}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di detta piramide, ch'e il proposito.

26 SVpponemmo anchora che sia la piramide. a b c d e. laquale habbia la basa. b c d e. quadrata, che sia pur 10 per lato, ma che ciascuno di quattro lati a b. a c. a d. & a e. in aria eleuati sia 12. volendo mo saper per tal notitia quanto sia l'aria corporale di tal piramide, similmente si come nella precedente, bisogna prima trouar l'assis di tal piramide, qual si troua pur secōdo la regola della precedente, cioe trouar pur la mita del diametro del quadrato. b c d e. che sara pur ℞ 50. si come nella precedente, & tanto sara dal centro. g a ciascheduno de gli angoli del quadro, & per trouar l'assis a g. quadraremo ℞ 50. sara 50. poi quadraremo vno di quattro lati in aria eleuati sara 144. & di quello ne cauaremo 50. restara 94. & la ℞ 94. sara l'assis a g. di detta piramide, qual multiplicandolo sia l'aria superficiale della basa. b c d e. che sara 100. sara ℞ 940000. & di quello ne piglieremo il terzo partendolo per 9. ne venira ℞ 104444 $\frac{4}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal piramide, che e il proposito.

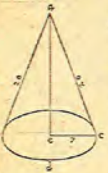
DI queste sorte di piramidi se ne potrebbe ponere in varij modi obliqui, & con la basa rhombica, che longo sarebbe a voler narrar la decima parte di quelle, ma per le regole date nelle triangolari, non dubito che saperai come regerti.

27 SVpponemmo anchora che sia la piramide. a b c d e f. che habbia la sua basa il pentagono equilatero, & equiangolo. b c d e f. qual sia otto per lato, & gli altri cinque lati a b. a c. a d. a e. & a f. di tal piramide siano equali tra loro, & sia ciascheduno di quelli 12. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal piramide, prima bisogna trouar l'assis di tal piramide, & per trouar tal assis bisogna trouar quanto sia dal centro. g di tal pentagono a ciascheduno di cinque angoli di tal penthagono, il che non e altro, che trouar la mita del diametro del cerchio, che circonscriue tal penthagono, onde procedendo per le regole date nel quarto capo sopra di penthagoni, si trouara il diametro del cerchio, che circonscriue tal pentagono esser ℞ v. (128 piu ℞ 3276 $\frac{4}{5}$), la cui mita sarebbe ℞ v. (32 piu radice 204 $\frac{4}{5}$), & tanto sara dal detto centro. g. a ciascheduno angolo del detto pentagono, per trouar mo l'assis a g. quadraremo ℞ v. (32 piu ℞ 204 $\frac{4}{5}$) sara 32 piu radice 204 $\frac{4}{5}$. quadraremo anchora l'uno di lati di tal piramide, sara 144. & di quello ne cauaremo quel 32 piu ℞ 204 $\frac{4}{5}$ restara

aliss. sia v.(112 men R 204$\frac{4}{5}$ la basa R v.(6400. piu radice 32768000.

112 men R 204$\frac{4}{5}$, & la R v.(112 men R 204$\frac{4}{5}$ sara l'altezza g.h. ch'è la prima parte del proposito. Per trovar mo l'aria corporale di tal piramide, quadraremo la basa, cioe il penthagono, onde procedendo secondo la regola data nella 11 del quarto capo trovaremo l'aria di tal penthagono esser R v.(6400. piu R 32768000. & questo multiplicando sia l'altezza, & di quel produtto pigliarne il terzo, tal terzo sara l'aria corporale di tal piramide. Ma per far questa ultima operatione bisogna ricordarsi, che a multiplicar R v.(112 men R 204$\frac{4}{5}$ sia R v.(6400 piu R 32768000. bisogna quadrar le dette R v. & multiplicar li detti quadrati, & la radice universale di tal produtto sara tal multiplicatione, laqual multiplicatione partendola per tre (secondo l'ordine dato nell'undecimo libro della seconda parte sopra il partire una radice universale per numero) lo avenimento sara l'aria corporal di tal piramide, che per non esserui alcuna arte, ma solamente fatica ti lascio la impresa di tal operatione.

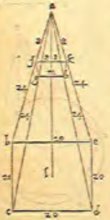
18 Supponemmo anchora che sia la piramide a b c d e f g. che habbia la basa. b c d e f g. essagona equilatera, et equiangola, & che sia 10 per lato. & che li 6 lati a b. a c. a d. a e. a f. a g. ciascun di loro sia 12. volendo mo per tal notitia trovar quanto sia l'aria corporale di tal piramide, prima bisogna trovar l'altezza di tal piramide, & per trovarla el sia bisogna trovar quanto sia dal centro. h. di tal essagono a ciascun suo angolo, siche non vuol dir altro, che trovar il semidiametro del cerchio, che circonscrive tal essagono, il qual semidiametro si vien a essere quanto è il lato del essagono, cioe 10. qual supponemmo esser. h. e. per trovar mo l'altezza h. quadraremo. h. e. fara 100. quadraremo anchora. a e. fara 144. cavaremo 100 di 144. restara 44. & la R 44. sara l'altezza h. fatto questo quadraremo la basa (cioe l'essagono) che per le regole sue trovaremo esser R 67500. del qual pigliandone il terzo (partendo per 9) ne venera radice 7500. & questo multiplicaremo per l'altezza (cioe per R 44) fara R 330000. & tanto sara l'aria corporal di tal piramide, che è il proposito.



19 Anchora supponemmo che sia la piramide tonda, over cono a b c d. qual habbia la basa. b c d. circolare, laqual basa supponemmo (per fuggir rotti) che la sua circonferentia sia 44. & supponemmo che il lato di tal piramide sia egualmente da ogni banda 20. volendo mo per tal notitia trovare quanto sia l'aria corporale di tal piramide, over cono, prima egli è necessario a trovar l'altezza e. di quella, & per trovarlo bisogna trovar quanto sia dal centro. e. alla circonferentia, cioe quanto sia la e b. siche non è altro che trovar la mità del diametro di tal cerchio. Et perche il diametro di tal cerchio (per le regole date) sara 14. la mità delquale sara 7. & tanto sara la. b e. per trovar mo l'altezza e. quadraremo 7 fara 49. quadraremo anchora la linea. a b. (che è 20) fara 400. delquale ne cavaremo quel 49. restara 351. & la R 351. sara l'altezza e. di tal piramide, fatto questo quadraremo la basa. b d c. che per le regole sue sara 154. & questa multiplicaremo sia il terzo del altezza, cioe di R 39. il qual terzo sara R 39. multiplicando adunque R 39 sia 154. fara R 924924. & tanto sara l'aria corporal di tal piramide, over cono, ch'è il proposito.

Delle piramidi scavezze, over tronche, & della misuratione. Cap. VI.

Nel principio del quarto libro della terza parte fu diffinito, che cosa siano le piramidi scavezze, over tronche, & anchora nella prima del sesto capo del quarto libro, & nel terzo capo del quinto fu dimostrato sotto brevita, come si misurano tai sorte di piramidi tonde, & quadre, nondimeno per seguir l'ordine di questa quarta parte in questo luogo piu minutamente, & generalmente intendo di parlarne. Ma per procedere dalle materie piu facili, & gradualmente ascendere alle piu difficili, voglio commenciar dalle piramidi quadrate, per esser di piu facile apprensione, & dapoi venire alle triangolari, anchor che le triangolari siano prime delle quadrate.



2 Adunque supponemmo che sia la piramide. a b c d e. che habbia la basa. b c d e. quadrata di piedi 20 per facciata, over lato, la vertice dellaquale sia il ponto. a. & supponemmo che ciaschaduno di quattro lati. a b. a c. a d. & a e. in aria elevati siano piedi 24. & supponemmo che di tal piramide, con una superficie equidistante alla basa, ne sia stato tagliata la piramidetta. a f g h k. talmente che ciaschaduno delli quattro lati. a f. a g. a h. a k. siano piedi otto, volendo mo saper quanto sia l'aria corporale della restante piramide tronca, over scavezza. f g h k. b c d e. Eglie manifesto che se dell'aria corporal di tutta la piramide. a b c d e. ne cavaremo l'aria corporale della piramidetta a f g h k. il restante sara l'aria corporale della scavezza piramide. f g h k. b c d e. e per tanto trova l'aria della detta piramide. a b c d e. procedendo per le regole date nella decimasesta del precedente capo, si trovara l'altezza. a l. esser R 176

& l'aria

& l'aria corporale di detta piramide esser R 66 84444 $\frac{4}{9}$, fatto questo volendo mo trouar l'aria corporale della piramidetta a f g h k. si puo procedere per due vie, la prima è a procedere secondo la detta regola data nella decimasesta del precedente capo, vero è che bisogna prima trouar quanto sia per lato il quadrato della sua basa . f g h k. & per trouarlo cosi fai, che per esser la linea g h. equidistante alla. c d. del triangolo . a c d. il triangoletto a g h. sara simile al detto triangolo a c d. e pero la proportione del lato. c a. al lato. g a. sara come quella della basa. c d. alla basa. g h. e pero per la regola del tre diremo, se 24 (ch'è tutto. a c.) mi da 8. (per il lato a g.) che mi dara 20. (della basa. c d.) onde operando si trouara, che ne dara 6 $\frac{2}{3}$, & tanto sara per lato il quadrato. f g h k. hor seguitando mo secondo il detto ordine dato nella detta decimasesta del precedente capo si trouara l'altezza m. di detta piramide. a f g h. esser R 41 $\frac{7}{9}$, & l'aria sua corporale esser radice 91693 [illegible], laquale tratta di radice 6684444 $\frac{4}{9}$, restara radice 6684444 $\frac{4}{9}$ men radice 91693 [illegible], & tanto sara l'aria corporale della scauezza piramide. f g h k. b c d e. che è il proposito.

Ma se ben essaminerai li duoi nomi di tal residuo trouarai, che saranno communicanti, tal che sotrando radice 91693 [illegible] da radice 6684444 $\frac{4}{9}$, restara radice 6198469 [illegible], & tanto sara anchora la detta corta piramide. f g h k. b c d e. che sara pure il medesimo proposito, & sara risposta piu chiara.

Il secondo modo, ouero la seconda via di trouar l'aria della piramidetta a f g k. Egli è manifesto per le ragioni adutte sopra la duodecima del primo capo del primo libro, che li quattro triangoli, che circondano la detta piramidetta a f g h k. essere simili alli quattro, che circondano la grande piramide a b c d e. & similmente la basa dell'una è simile alla basa dell'altra, perche l'una, & l'altra è quadrata, e per tanto le dette due piramidi sono simili, per essere contenute ambedue sono di superficie simili, & di numero eguale, e pero la proportione della grande piramide a b c d e. alla piramidetta . a f g h k. è come la proportione treplicata di qual si voglia lato dell'una al suo relatiuo lato dell'altra, & perche il lato a b. della grande al lato a f. della piccola è treppio, cioe come da 3. a 1. (per essere l'uno 24. & l'altro 8.) & il treppio della proportione treppia, se ben ti aricordi è come il cubo di 3. al cubo di 1. che sarebbe, come di 27. a 1. e pero la piramide grande è vintisette volte tanto quanto è la piccola, & perche l'aria corporale della grande di sopra fu trouato esser radice 6684444 $\frac{4}{9}$, partendo adunque radice 6684444 $\frac{4}{9}$ per 27 (quadrando prima 27. che fara 729) ne venira radice 9169 [illegible], & tanto sara l'aria della piccola piramide, qual tratta dell'aria della gran piramide, cioe di radice 6684444 $\frac{4}{9}$, restara medesimamente radice 6198469 [illegible], si come per l'altra via, & tanto sara la detta piramide scauezza f g h k. b c d e. che è il proposito, & cosi per questa via non è necessario a ritrouare quanto sia il lato del quadrato. f g h k. ma volendo anchor trouar per qualche altra occasione, tal parte, qual è. a g. di a c. tal è. g h. del. c d. (per la similitudine di triangoli) & perche. a g. è la terza parte del. a c. similmente. g h. sara la terza parte del. c d. qual è 20. & perche la terza parte di 20 è 6 $\frac{2}{3}$ diremo il lato del quadrato. f g h k. esser 6 $\frac{2}{3}$, che sarebbe il proposito.

3 MA perche la maggior parte delle volte, che occorre, ouer che fusse proposito di trouar l'aria corporale di vna piramide corta, ouero scauezza non vi si notifica quanto sia li lati della piramidetta gia tagliata via, per non esserui tal piramidetta, ma vi si notifica li lati della resiste, cioe in questo caso si notificarebbe li lati del quadrato. b c d e. ciascuno esser 20. & ciascun lato del quadretto f g h k. esser 6 $\frac{2}{3}$, & ciascun di quattro lati b f. c g. d h. & e k. esser 16. volendo mo per tal semplice notitia trouar l'aria corporale di tal piramide scauezza, tal aria si puo trouar in duoi modi, il piu intelligibile è pur a ritrouar la piramidetta gia troncata via, laquale al presente supponemo, che non sia in essere, come nella figura appare, & per trouarla, bisogna considerare con la mente, che se tal piramidetta vi fusse, che la integraria la total piramide, si come nella figura precedente in ponto a. & che li totali triangoli della total piramide sarebbono simili alli triangoli della piramidetta con la mente immaginata, laqual (per esser meglio inteso) supponeremo quella della precedente figura, dicendo che la proportion di tutto il lato. a c. (occulto) al lato. a g. (occulto, ouer incognito) sara si, come il lato. c d. (cognito) al lato. g h. cognito, onde sotrando li subsequenti dalli suoi antecedenti, cioe sotrando a g. dal. a c. restara. c g. noto, qual è 16. & sotrando. g h. (ch'è 6 $\frac{2}{3}$) da. c d. che 20. restara 13 $\frac{1}{3}$, e per tanto disgiontamente tal proportione, qual è da 13 $\frac{1}{3}$ a 6 $\frac{2}{3}$, tal sara dal lato. c g. (qual è 16) al lato. a g. incognito della piramidetta incognita, onde per trouar tal lato. a g. incognito diremo, se 13 $\frac{1}{3}$ mi da 6 $\frac{2}{3}$, che mi dara 16. onde operando trouaremo, che ne dara a ponto 8. & tanto sara il lato. a g. della detta piramidetta. a f g h k. con la mente immaginata, la basa, dellaquale verra a essere il quadrato. f g h k. hor che habbiamo trouato la quantita di lati di detta piramidetta, potremo poi trouar il proposito secondo che fu fatto nella precedente.

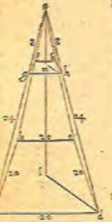
la pira. a b c d e. R 6684444 $\frac{4}{9}$
la pira. a f g h k. R 9169 [illegible]

la scauez. R 6684444 $\frac{4}{9}$ men R 9169 [illegible]

che sarebbe R 6198469 [illegible]

l'alt. a l. R 576.
l'alt. a m. R 41 $\frac{7}{9}$.

l'aria corporale della detta piramide tronca è R 6198469 [illegible].



3 Per un'altro piu ispediente modo si puo trovar l'aria di una piramide corta quadrata senza investigare la piramidetta gia troncata, vero è che la causa di tal modo e piu occulta, il qual modo è questo, che fu dimostrato nella terza parte per misurar quella fondamenta quadrata. Et per non si confondere in altre nuove quantita, supponeremo che sia la medesima piramide scauezza.f g h k. b c d e. della precedẽte, supponendo medesimamente ciaschedun lato del quadrato della basa.b c d e. esser 20.& ciaschedun lato del quadrato.f g h k. esser $6\frac{1}{4}$, & che l'asse.m l. sia ℞ $267\frac{1}{4}$, volendo mo trovar l'aria di tal corta piramide, senza investigar la parte troncata via, prima trovaremo l'aria superficiale di ciascheduno di duoi quadrati.b c d e. & f g h k. & trovaremo l'una esser 400.& l'altra $44\frac{1}{4}$, poi trovaremo la superficie media proportionale fra questi duoi quadrati, laqual trovaremo multiplicando $6\frac{1}{4}$ fia 20.& fara $133\frac{1}{3}$, & tanto sara la detta superficie media, fatto questo summaremo insieme queste tre superficie 400.133.$44\frac{4}{9}$.& faranno in summa $577\frac{7}{9}$, & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che sara $192\frac{16}{27}$, & questo multiplicaremo per l'asse.m l.cioe per ℞ $267\frac{1}{4}$ fara radice $6198469\frac{...}{...}$, & tanto sara la detta piramide scauezza.f g h k. b c d e. si come per l'altra via fu anchor trovato, che è il proposito.

4 Ma quando che di una piramide tronca, quadra non si havesse notitia del suo asse, ma solamente di lati di fuora via, non essendo sul fatto, la questione sarebbe assai piu ingeniosa della precedente. Essempi gratia sia anchora la medesima piramide corta, over trõca.f g h k. b c d e. dellaqual ne sia noto ciascheduno lato del quadrato.b c d e. esser 20.& ciascheduno lato del quadretto.f g h k. esser $6\frac{2}{3}$, & ciascheduno di quattro lati.f b. g c. h d. & k e. esser 16.& volendo (senza trovar la piramidetta gia troncata via) saper trovar quanto sia l'aria corporale di tal piramide tronca.

La maggior difficulta, che di piu della precedente vi occorra è, che bisogna ritrovar l'asse.m l. il qual n'è incognito, & per trovarlo si puo proceder p piu vie, dellequali diro quella, che a me par piu facile da esser intesa, prima trovaremo quanto sia dal centro. l. al angolo. d. qual per esser la mita del diametro del quadro.b c d e. la detta linea l d. venira a esser ℞ 200. similmente trovaremo quanto sia da centro del quadretto.f g h k. al angolo.h. cioe quanto sia la linea.m h. laqual per esser la mita del diametro del detto quadretto venira a esser ℞ $22\frac{2}{9}$, & perche la perpendicolare, che cascasse dal ponto.h. sopra la basa, cioe sopra il quadrato.b c d e. quella caderebbe sopra la linea.l d. in ponto.n. & la detta.h n. verebbe a esser eguale, & equidistante al asse.m l.& la.l n. verebbe a esser eguale alla.m h. cavando adunque la.l n. (quale è ℞ $22\frac{2}{9}$) della.l d. (laqual è ℞ 200) restara ℞ $88\frac{8}{9}$ per la linea.n d.& cosi haveremo il triangolo.h n d. rettangolo, del quale habbiamo noto li duoi lati.n d.& d h. tal che se del quadrato del lato.d h. qual è 16. il qual quadrato sara 256. ne cavaremo il quadrato del lato.n d. (che è ℞ $88\frac{8}{9}$) il qual quadrato sara $88\frac{8}{9}$, restara $167\frac{1}{9}$, & cosi la ℞ $167\frac{1}{9}$ sara il lato.h n. qual per essere eguale al asse.m l. diremo tanto esser l'asse della detta piramide scauezza, che sarebbe il proposito, volendo mo trovar l'aria di detta piramide tronca, procederai secondo l'ordine della precedente, & haverai l'intento.

Come si dimostra la causa del sopradetto secondo modo di misurare la sopradetta piramide tronca, & altre simili.

5 Certamente bella cosa è il saper leggiadramente operare, ma molto piu bello è delle sue operationi a sapere assignar la causa propinqua, anchor che tal cosa non si aspetti al puro pratico, ma al speculativo, e per tanto in questo luogo intendo (a satisfattione delli speculativi ingegni) di voler dimostrare donde nasce la detta causa, che a multiplicar l'asse della sopradetta piramide tronca nella terza parte delle tre superficie (cioe delle due base.b c d e.& f g h k.& della superficie media) faccia l'aria corporale della detta corta piramide. Sia descritto il quadrato.n o p q. eguale al quadrato.b c d e. della basa, & in quel sia descritto il quadrettino.r s t o. eguale al quadrettino.f g h k. del capo, & sia protratto il lato.t s. per fin in.u. onde la superficie.n o t u. per esser contenuta sotto alli lati di 2 quadrati, vien a esser la superficie media proportionale fra li 2 quadrati.n q.& r t. hor dico che'l dutto del asse.m l. della corta pira. nella summa di 2 quadrati.n q.& r t.& della sup.n t. esser eguale al treppio della nostra pir. corta.f g h k.b c d e. perch'è manifesto, che'l dutto di tutto l'asse.a l. nella basa.b c d e. cioe nel quad.n q. ne dara il treppio di tutta la integra pira.a b c d e. il medesimo mi dara anchor il dutto del asse.m l. nel detto quadrato.n q. insieme col dutto del asse.a m. nel medesimo quadr.n q. cioe il dutto del.m l. nel quadrato.n q. insieme col dutto della.a m. nel istesso quadrato.n q. mi dara il treppio di tutta la integra piramide.a b c d e. anchor è manifesto, che'l dutto della.a m. nel quadrato.f g h k. cioe nel quadrato.r t. mi dara il treppio della piramidetta.a f g h k. qual tratto del treppio della integra pi

ramide

ramide.a b c d e.restara il treppio della corta piramide.f g h k.b c d e. seguita adunque che il dutto della.m l.nel quadrato.n q. insieme con il dutto della.a m. nella superficie.n s. & nella superficie n q. mi dara il treppio della corta piramide.f g h k.b c d e.& questo serba in mente.

Anchora tirando le due linee.m h.& l d.per la similitudine di triangoli, & per la disgionta proportionalita (come nelle precedenti e stato dimostrato) la proportione della.e g.alla.g a. sara si come d h.al.h a.& anchora come la.l m.alla.m a.& come sara il restante di.c d.trattone.g h.al medesimo.g h.che sarebbe, come la.n r.alla.r o.adunque si, come la.l m.alla.m a.cosi sara la.n r. alla.r o. & la.q t.alla.t o.ma si come la.n r.alla.r o.(per la prima del sesto di Euclide) cosi sara la superficie n s.alla superficie.r t.& anchora si come la.q t.alla.t o. cosi sara la superficie.n q.alla superficie.r t. diremo adunque si come la.l m.alla.m a.cosi esser la superficie.n s. alla superficie.s o. & perche il dutto della prima nella quarta di quattro quantita proportionali, e sempre eguale al dutto della seconda nella terza, e pero il dutto della m l.nel quadrato.l o.sara eguale al dutto della.m a. nella superficie.n s. similmente perche si come la m l.alla.m a.cosi e la superficie.n q.alla superficie media.n t.e per tanto il dutto della.l m.nella superficie media.n t.sara eguale al dutto della.m a. nella superficie.n q. Et di sopra fu dimostrato, se ben ti aricordi, che il dutto della.m l.nel quadrato n q.insieme con il dutto della.a m.nella superficie.n s.& nella superficie.n q.ne dava il treppio della corta piramide.f g h k.b c d e. & perche finalmente e stato dimostrato, che il dutto della.m l. nel quadretto.r t.(qual e eguale al quadretto.f g h k.) il eguagliava al dutto della detta.m a. nella superficie.n s.et similmente che il dutto della medesima.m l.nella superficie media.n t.il eguagliava al dutto della.m a.nella superficie.n q. seguita adunque che il dutto della detta.m l.(asis della corta piramide) dutto nella summa delle tre superficie.n q.n t.& r t.dara il treppio della detta corta piramide, ma dutto solamente nella terza parte della detta summa di dette tre superficie, dara l'aria della sola piramide corta.f g h k.b c d e.che e il proposito.

Acio che meglio apprendi quello, che di sopra habbiamo dimostrato, te lo voglio (sotto brevita) essemplificare con numeri. Per esser stato supposto ciascun di lati della basa.b c d e.esser 20. seguira il quadrato.n q. (a quella eguale) esser 400. & similmente per esser stato supposto ciascun lato del quadretto.f g h k.(del capo) esser 6 2/3, seguira il quadretto.r t.(a quello eguale) esser 44 4/9, & la superficie media.n t.esser 133 1/3 la summa di queste tre superficie seguita esser 577 7/9, il terzo della qual summa sara 192 16/27, qual multiplicato per l'asis.m l. qual fu trovato esser R 167 1/2, fara R 6198469 [illegible] per l'aria della detta corta piramide.f g h k.b c d e.che e il proposito.

quadrato.n q.400.
superficie media.n t.133 1/3
quadretto.r t.44 4/9

summa 577 7/9

il terzo 192 16/27
asis.m l.R 167 1/2

aria della tronca pir.R 6198469 [illegible]

Q Vasi con le medesime regole date nella sopradetta corta piramide quadrata, si procede in tutte le altre. Essempi gratia sia la corta piramide triangolare e g f. b c d. della quale ciascun lato della basa.b c d.e 12. & ciascun lato della basa del capo (cioe del triangolo.g e f.) e 6.& ciascheduno di tre lati.g b.e c.& f d.e 10. hor volendo noi per tal notitia trovar l'aria corporal di tal tronca piramide, si puo trovar in duoi modi, come fu fatto della precedente tronca piramide quadrata, cioe se tu poria mentalmente intendere la parte gia troncata, cioe la piramidetta.a e f g.& (per quelle medesime ragioni adutte nella 10 della precedente quadra) li trolli triangoli della total piramide.a b c d.sono simili alli triangoli della piramidetta.a e f g.e pero la proportione di tutto il lato.a c.(incognito) al lato.a e.(per incognito) sara si come il lato.c d.(cognito) qual e 12.al lato.e f.(cognito) qual e 6.onde sottrando li consequenti da gli antecedenti, cioe sottrando.a e.dal.a c.restara c e.(cognito) qual e 10. & sottrando.e f.ch'e 6. dal.c d.qual e 12.restara 6.onde disgiontamente tal proportione,laqual sara da 6.a 6.tal sara del lato.c e.qual e 10.al lato.e a.(incognito) della piramidetta.a e f g.(incognita) onde per trovar tal lato.a e.incognito, diremo, se 6 mi da 6. che mi dara 10. onde operando trovaremo, che mi dara pur 10.& cosi 10.sara ciascheduno di tre lati.a e.a f.a g.della piramidetta.a e f g. tal che ciascun di 3 lati.a b.a c.a d.della integrata piramide, venira a esser 20. hor bisogna mo trovar l'aria di tutta la integrata piramide,& di quella cavarne l'aria della piramidetta.a e f g.& il restante sara la ricercata tronca pira.e f g.b c d.la regola di trovar l'aria di tal 2 piramidi fu data nella 8 del precedente capo. Essempi gratia per trovar l'aria della grande, trova prima il suo asis,& per trovarlo trova quanto dal centro.k.del triangolo della basa al angolo, poniamo.d.& perche il lato.c d. (per la 8 del 13 di Euclide) e treppio in potentia alla detta linea.k d. e per tanto quadraremo.c d.che e 12.fara 144.& di questo ne pigliaremo il 1/3, che fara 48. & cosi R 48.sara la detta linea.k d.& perche il trian.a k d.e rettigolo, per trovar l'asis.a k. quadraremo.k d.fa 48. quadraremo anchor a d.ch'e 20. fara 400.del qual ne cavaremo 48.restara 352.& cosi R 352.sara l'asis.a k. onde trovado poi l'aria superficiale della basa, cioe del tri.b c d.che p le regole date si trovara esser R 3888. qual multiplicadola fia il terzo del asis.a k.cioe fia il terzo di R 352.ma per schivar rotti multiplicaremo l'asis, cioe tutto R 352.fia il 1/3 dell'aria della basa, cioe fia il 1/3 di R 3888.qual 1/3 fara

l'asis.a k. — R 352.
pira.a b c d.R 130064.

l'asis.a h. — R 22.
pira.a e f g. R 1376.

la piramide tronca.e f g. b c d.e R 116424.

℞ 432. sara ℞ 152064. per l'aria corporale di tutta la integrata piramide. a b c d. hor bisogna trouar l'aria della piramidetta . a e f g. onde procedendo per il medesimo modo si trouara la linea h i. esser ℞ 12. & l'assis a h. esser ℞ 88. & l'aria di detta piramidetta esser ℞ 2376. laqual tratta della totale, cioe di ℞ 152064. restara ℞ 116424. per l'aria corporale della tronca piramide. e f g. b c d. che è il proposito.

Anchora dapoi trouata l'aria della integrata piramide si potea trouar l'aria della piramidetta. a e f g. per quel secondo modo, che fu dimostrato sopra la prima di questo capo, perche la detta piramidetta è simile alla grāde piramide, e pero la proportion de l'una all'altra è treppia a quella, che dal lato dell'una al suo relatiuo dell'altro, & perche li lati della grande sono doppi a ciascun suo relatiuo della piccola, & perche il treppio di vna proportion doppia faria vna ottupla, cioe come da 8. a 1. adunque la piccola sarebbe la ottaua parte della grande, e pero pigliando la ottaua parte della grande, cioe di ℞ 152064. onde operando per il quadrato di 8. (cioe per 64.) ne venira radice 2376. & tanto sara la detta piramidetta (via troncata) laquale sottrandola della grande, cioe di radice 152064. restara medesimamente ℞ 116424. per l'aria della detta piramide troncata, ch'è pur il proposito.

triang. e f g. ℞ 243.
superf. media ℞ 972.
triang. b c d. ℞ 3888.

summa ℞ 11907.

7 Anchora per quell'altro piu ispediente modo narrato nella terza sopra la quadrata, cioe senza stare a trouar quanto sia quella piramidetta via troncata. Essempi gratia sia la medesima scauezza piramide. g e f. b c d. che ciascuno di 3 lati della basa sia per 12. & ciascheduno di tre lati del capo tronco sia per 6. & ciascheduno di tre lati laterali siano pur 10. si come nella precedente, volendo mo per tal notitia trouar l'aria di tal tronca piramide senza star a trouar la piramidetta, che gli manca. Prima si debbe trouar quanto sia l'assis h k. & per trouarlo bisogna trouar le due linee. k d. & h f. onde procedendo, come fu fatto nella precedente, si trouara medesimamente la. k d. esser ℞ 48. & la h f. esser ℞ 12. poi cauaremo ℞ 12 di ℞ 48. & restara per ℞ 12. & tanto sara dal l al. d. dal che tirando vna linea dal f al l. quella (per la 33 del primo di Euclide) la sara eguale, & equidistante al assis. h k. & sara anchor perpendiculare sopra la. h d. talche il triangolo. f l d. sara rettangolo, e per tanto se del quadrato del. d f (qual quadrato sara 100) ne cauaremo il quadrato del l d. (qual quadrato sara 12) restara 88. & la ℞ 88 sara il lato. f l. ilqual per esser eguale al assis. h k. diremo adunque l'assis. h k. esser ℞ 88. Hor per trouar mo l'aria della detta trōca piramide, trouaremo l'aria superficiale delli 2 triangoli, cioe del triangolo. b c d. & del triangolo. e f g. onde procedēdo per le regole date, trouaremo il triangolo. b c d. esser ℞ 3888. & il triangolo. g e f. esser ℞ 243. fatto questo bisogna trouar la superficie media proportionale fra quelle 2 superficie, & per trouarla bisogna trouar il lato tetragonico di ciascuna di dette superficie, cioe trouar la radice di ciascuna di quelle, ilche facendo quello della maggiore sara ℞ ℞ 3888. & quel della menore ℞ ℞ 243. poi multiplicar questi dui lati l'uno fia l'altro, cioe ℞ ℞ 243 fia ℞ ℞ 3888 fara ℞ ℞ 944784. ma per esser tal numero quadrato, cauandone la sua prima radice la si trouara esser ℞ 972. lequal tre superficie si debbono summare insieme secondo il solito, ilche facendo (per esser fra loro communicanti) si trouara, che in summa faranno ℞ 11907. & di questa summa pigliandone il terzo (partendo per 9) ne venira ℞ 1323. & questo multiplicandolo per l'assis. h k. cioe per ℞ 88. fara radice 116424. & tanto sara la detta piramide scauezza, si come che per l'altra via fu anchor trouato, che è il proposito.

8 Questa regola si puo dimostrare per quel medesimo modo, che fu fatto sopra la tronca piramide quadrata, cioe supponendo il quadrato. n o p q. eguale in superficie al triangolo. b c d. & similmente il quadretino. r t. eguale in superficie al triangoletto. e f g. & tirando, ouer slongando posta linea. r s. per fino in. u. sara lo rettangolo n t. eguale alla superficie media proportionale, fra le dette due superficie quadrate. n q. & r t. nel restante si arguisse precisamente, come si fece nella quinta, cioe che il dutto del dutto del assis. h k. nella terza parte delle tre superficie. n q. r t. & n t. ne dara l'aria corporale della detta tronca piramide. e f g. b c d. che è il proposito.

Et se vi vuoi applicar li numeri, il quadrato. n q. venira a esser radice 3888. cioe che l'aria del detto quadrato sara la detta radice 3888. si come quella del triangolo. b c d. & il suo lato. n o. sara ℞ ℞ 3888. & l'aria superficiale del quadretto. r t. sara radice 243. si come che è quella del triangoletto. e f g. & il suo lato. r o. sara ℞ ℞ 243. & la superficie media. n t. sara radice 972. per esser contenuta sotto delli duoi lati di detti duoi quadrati, delliquali l'uno è il lato. n o. & l'altro è il lato. o t. & cosi hai inteso la sostantia del tutto. Et cosi senza che piu oltra proceda con essempi nelle dette piramidi scauezze laterate, con il medesimo ordine procederai nelle pentagonali, essagonali, ottagonali, & cosi discorrendo.

9 PEr li medesimi modi dati nelle precedenti si procede anchora nelle piramidi scauezze circolari. Essempi gratia sia la scauezza piramide circolare.a b c d.e f g h.& supponemmo che il diametro.a c. del cerchio.a b c d. della basa sia dodici, & che il diametro del cerchio.e f g h.del capo sia quattro, & che l'assis.i k.sia 9. hor volendo per tal notitia trouar quanto sia l'aria corporale della detta piramide tronca.a b c d.e f g h. tal quantita si puo pur trouar in duoi modi si, come le due precedenti, cioe trouando la piramidetta via troncata, & quella cauarla di tutta la integrata piramide, & il restante sara la quantita della detta piramide tronca. Et per trouar la detta piramidetta, egliè manifesto essendo messa tal piramidetta sopra la sua basa.e f g h.tutta la integrata piramide grande, sara simile alla detta piramidetta, e pero li diametri delle loro base alli loro assis saranno proportionali, & permutatamente la proportione dell'assis della grande all'assis della piccola, sara si come il diametro.a c.(che è 12.)al diametro.e g.(che è 4.) & disgiontamente, cioe cauando li consequenti da gli antecedenti li restanti saranno proportionali alli medesimi consequenti, e per tanto cauando il diametro.e g.(cioe 4.)dal diametro.a c.(che è 12.)restara 8.talche la proportione da 8.a 4. sara si, come quella dell'assis.i k.(qual è 9.)all'assis della piramidetta, che gli manca, onde per trouar l'assis di tal piramidetta, diremmo, se 8.mi da 4.che mi dara 9.onde operando si trouara, che dara 4$\frac{1}{2}$, & tanto sara l'assis di detta piramidetta, che manca, onde l'assis della integrata gran piramide verebbe a esser 13$\frac{1}{2}$. Fatte tutte queste cose trouaremo l'aria di tutta la integrata piramide, secondo le sue regole date, cioe trouando l'aria del cerchio.a b c d.della basa, che procedendo secondo la regola sua trouaremo quella esser 113$\frac{1}{7}$, laqual multiplicaremo per il terzo dell'assis di detta gran piramide, cioe per il terzo di 13$\frac{1}{2}$, il qual terzo sara 4$\frac{1}{2}$, onde multiplicando 4$\frac{1}{2}$ fia 113$\frac{1}{7}$ fara 509$\frac{1}{7}$, & tanto sara l'aria di tutta la grande, & integrata piramide, poi trouaremo l'aria della piramidetta, cioe quadrando il circoletto.e f g h. che per li medesimi modi l'aria di quello trouaremo esser 12$\frac{4}{7}$, qual multiplicaremo per il terzo del suo assis, cioe per il terzo di 4$\frac{1}{2}$, che sarebbe 1$\frac{1}{2}$, fara 18$\frac{6}{7}$, & tanto sara la detta piramidetta, laqual sottrata della integrata, cioe da 509$\frac{1}{7}$ restara 490$\frac{2}{7}$, & tanto sara l'aria corporale della ricercata piramide tronca.a b c d.e f g h. che sarebbe il proposito.

10 MA volendo trouar l'aria corporale della sopradetta piramide tronca, per l'altro secondo modo, & con somma breuita quadraremo il diametro di l'uno, & l'altro di duoi cerchij.a b c d.& e f g h.delliquali l'uno di detti diametri è 12.& il suo quadrato sara 144.& l'altro diametro è quattro, & il suo quadrato è 16. fatto questo, fra questi duoi quadrati, cioe fra 16. & 144. trouaremo la sua superficie media, laquale si trouara multiplicando quattro fia 12. che fa 48. & 48 sara la detta superficie media, onde summando le dette tre superficie, cioe 144.48.16.si trouara, che saranno 208.& per schiuar rotti multiplicaremo questo 208 per il terzo dell'assis.i k.(qual è 9.)il terzo delquale sarebbe tre, multiplicando tre fia 208.fara 624.ma perche tal piramide tronca è circolare, & nō quadrata di questo 624. ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicando 624 per 11. & partendo il produtto per 14. ne venira 490$\frac{2}{7}$, si come per l'altro modo, che è il proposito.

Infinite altre questioni sopra delle piramidi tronche si potrebbe proponere, ma per quello che fin hora è stato detto, & per mezzo del tuo ingegno le potrai risoluere.

La causa di questa medesima regola si puo dimostrar secondo l'ordine delle due passate, cioe supponendo il quadrato.n q.eguale a l'aria del cerchio.a b c d.della basa, & il quadretto.r t.eguale al cerchietto.e f g h.& il rettangolo.n t.eguale alla superficie media proportionale fra li detti duoi quadrati, & dapoi argomentare, come fu fatto sopra la quadrata, vero è che vi bisogna intendere, ouero immaginare la piramidetta via troncata.

11 NOn voler occorre di voler trouar la quantita delle superficie, sotto dellequali viene compresa vna piramide, si scauezza, come integra, & si tonda, come laterata, & quantonque tal cosa sia grossa da trouare a ogni commun ingegno, pur per sattisfare a quelli principianti di non troppo acuto intelletto, sotto breuita intendo di parlarne alquanto.

Dico adunque che volendo saper la quantita delle superficie, sotto dellequali si comprende, poniamo vna piramide laterata, e il si debbe trouare l'aria superficiale di ciaschaduno di quelli trangoli laterali, che la circondano, & la summa di tal arie superficiali, che cuoprono la detta piramide, eccettuando la basa di tal piramide, ma volendo anchor comprenderui la detta basa, se quadraria tal basa secondo la regola sua, cioe se la sara triangolar secondo la regola di triangoli, & cosi se la fusse quadrata, ouer pentagona, ouer essagona, ouer ottagona, secondo la regola sua, & tal aria aggiongerla alla summa delle altre, & si hauera la summa di tutte le ricercate superficie.

la gran piramide 509$\frac{1}{7}$
la piramidetta 18$\frac{6}{7}$

la tronca per. 490$\frac{2}{7}$.

144
48
16

208
3

624
11

624
624

6864
14 490$\frac{2}{7}$

Ma se tal piramide sara circolare, qual si chiama anchora cono, essendo tal piramide retta, & non obliqua, & volendo saper quanto sia la superficie, sotto dellaquale sta, bisogna multiplicare il lato, ouer decadura di tal piramide tonda, fia la mita della circonferenza del cerchio della sua basa, & lo auenimento sara la ricercata superficie senza computarui il cerchio della sua basa.

Ma se la sara vna piramide tronca laterata, & volendo saper la summa delle superficie laterate, che la circonda, lequali superficie vengono a esser tutte doppi capi tagliati, e pero trouando la superficie, ouer aria di ciascheduna di quelle, & la summa di tal arie sara quello, che si ricerca, non computando le due base, cioe quella da basso, ne quella dal capo.

Ma se tal piramide tronca sara circolare, & volendo saper la quantita della superficie, che la circonda, non computandoui ne l'una, ne l'altra delle due base circolari. Multiplicarai il lato, o vuoi dir la decadura di tal piramide fia la summa della mita della circonferenza del cerchio della basa da basso, & della mita della circonferenza del cerchio della basa da basso, & il produtto di tal multiplicatione sara la ricercata superficie. Essempi gratia sia la piramide tronca circolare a b c. d e f. & poniamo che la circonferenza del cerchio d e f sia 12. & la circonferenza del circolo a b c sia 8. & che il lato, ouer decadura a d. ouero b e sia 10. & volendo sapere quanto sia la superficie, che circonda tal piramide, non computandoui li duoi cerchij, summa la mita di 12. che è 6. con la mita di otto, che è 4. & fara 10. multiplica questo 10. per la decadura a d. laquale anchor lei è 10. & fara 100. & cosi 100 sara la ricercata superficie, che è il proposito, nelle altre non ui ho dato essempio per esser di facile apprensione.

Di alcune speculatiue questioni, che occorrer possono sopra delli restanti tre corpi regolari, cioe del otto base, vinti base, & dodici base, & della loro misuratione. Cap. VI.

Del terzo corpo regolare detto otto base.

1 EL corpo detto l'otto base, come fu detto nella sua diffinitione è il terzo di cinque corpi regolari, questo tal corpo è di otto base triangolari equilatere, & è circonscrittibile dalla sphera, & Euclide sopra la decimaquinta propositione del suo decimoterzo libro specolatiuamente dimostra il diametro della sphera, che circonscriue tal corpo esser potentialmente doppio al lato di quello. Essempi gratia sia la sphera a b c d. che circonscriue l'otto base a b c d e f. dellaqual sphera il diametro a b. è 10. & volendo saper quanto sia il lato del detto otto base, quadraremo il detto diametro di tal sphera, che è 10. fara 100. & di questo ne pigliaremo la mita, che sara 50. & tanto sara la possanza del lato di tal corpo, e pero tal lato venira a esser R 50. che sarebbe il proposito.

2 ET cosi con tal Euclidiana conclusione, per la notitia del lato di tal corpo, facilmente potiamo venir in cognitione del diametro della sphera, che lo circonscriue. Essempi gratia poniamo, che sia l'otto base a b c d e f. che ciascheduno suo lato sia 6. & volendo per tal notitia trouar quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue, quadraremo il lato di tal corpo, che è 6. fara 36. & questo indoppiaremo faremo 72. & cosi R 72. sara il diametro a b. di tal sphera, che è il proposito.

3 EGlie l'otto base a b c d e f. che il suo lato è 12. volendo saper la summa dell'aria superficiale di quelli otto triangoli, che lo cuoprono, troua l'aria di vno di detti otto triangoli, & tal aria multiplica per 8. & il produtto sara la summa delle ricercate otto superficie. Essempi gratia essendo il lato del triangolo equilatero 12. la sua perpendicolar (per le regole sue) si trouara esser R 108. & l'aria di tal triangolo si trouara esser R 3888. laqual multiplicando per 8 (per esser 8 li triangoli) fara R 248832. & tanto sara la summa delle 8 superficie triangolare, che lo comprende, & cuopre, che è il proposito.

4 EGlie l'otto base a b c d e f. che il suo lato è quattro, volendo per tal notitia trouar l'aria corporale di tal otto base.

Bisogna considerare, che tal corpo non è altro, che due piramidi, che hanno vna basa commune, laqual basa è quadrata, & il lato di tal basa è equale al lato di tal corpo, anzi è il medesimo lato, & il diametro della sphera vien a esser l'asse di ambedue le dette piramidi, & questo euidentemente trouarai cosi essere facendo vn modelletto di cartone (come che nella quinta parte si sara dimostrato, perche malamente si puo comprendere in piano) e per tanto in questo caso (per le ragioni dette nella prima) il diametro della sphera, che circonscriue questo tal

il lato del otto base — 4.
l'aria corporale R 910$\frac{2}{9}$.

to tal corpo sara ℞ 32. & cosi ℞ 32. sara l'asse di ambedue le dette piramidi, cioe l'asse di vna sola di quelle verrebbe a esser la mita di ℞ 32. che sara ℞ 8. & perche a quadrar vna sola di dette due piramidi, bisognarebbe multiplicar l'aria superficiale della sua basa, laqual sarebbe 16. per il terzo del suo asse, il qual terzo sarebbe ℞ $\frac{8}{9}$, & lo auenimento sarebbe l'aria corporale di vna di dette due piramidi, ma perche noi vorressimo l'aria corporale di dette due piramidi, bisogna multiplicar il detto 16. (di basa) per il terzo di ℞ 32. il qual terzo sara ℞ $3\frac{5}{9}$, multiplicando adunque 16. per ℞ $3\frac{5}{9}$ sara ℞ $910\frac{2}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal corpo, che è il proposito.

5 EGli e' otto base, che l'aria sua corporale è 400. volendo con tal notitia trouare quanto sia per lato.

Questo si puo trouar con positione, cioe trouando l'aria corporale di vn tal corpo, ponendo che sia per lato, che quantita ne pare, & trouar la sua aria corporale secondo la regola della precedente, & trouata quella conchiudere la questione con proportione aricordandosi, che la proportione dell'aria corporal trouata a quei 400, sara treppia a quella, che è dal lato al lato. Essempi gratia nella precedente fu trouato, che l'aria corporal del otto base, che è per lato 4. esser ℞ $910\frac{2}{9}$, e per tanto la proportione di ℞ $910\frac{2}{9}$ a 400. sara, come il cubo di 4. (che sara 64) al cubo del lato incognito di quel otto base, che è 400. onde per trouar tal lato diremo (per la regola del 3.) se ℞ $910\frac{2}{9}$ mi da 400. che mi dara 64. onde operando si trouara, che dara ℞ 720000. & tanto sara il cubo del lato di tal corpo. onde il detto lato verrebbe a esser la radice cuba della radice quadra di 720000. & rappresentarassi, secondo il solito, in questo modo ℞ cuc. 720000. cioe radice cuba censa 720000. & tanto sara il lato del corpo di otto base, che l'aria sua corporale è 400. che è il proposito.

Del quarto corpo regolare detto il vinti base.

Antecedente primo.

6 IL quarto corpo regolare è chiamato il 20 base per esser contenuto sotto di 20 base triangolari, & equilatere (come fu detto anchora nella sua diffinitione) deiquai corpo Euclide (per le dimostrationi fatte sopra la decimasesta propositione del suo decimoterzo libro) si manifesta, che se tal corpo sara circonscritto da vna sphera, che habbia il suo diametro rationale, il lato di tal corpo sara vna linea irrationale, cioe quella che si chiama linea menore.

Anchora per la costruttione di tal corpo, addutta nella decimasesta propositione del detto decimoterzo di Euclide, si manifesta, che il diametro della sphera, in potentia è quincuplo alla mita del diametro del cerchio, che circonscriue questo tal corpo, il qual cerchio s'intende quello, che circonscriuerebbe il corpo a b c d e f g h i. passando per li quattro ponti b i h f. ouer per li tre. c g e. Et oltra di questo anchora si manifesta, il diametro della sphera esser composto del lato dell'essagono, & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio, & anchora si manifesta nella detta sua costruttione, che il lato del detto corpo esser eguale al lato del penthagono descritto nel detto cerchio, che circonscriue quello.

Antecedente secondo.

7 ANchora Euclide nella vltima propositione del detto decimoterzo specualatiuamente si dimostra il modo (dato che sia il diametro della sphera) di saper geometricamente trouare il lato del detto corpo di 20 base, il qual modo è questo.

Sia la linea a b. il diametro di vna data sphera, hor volendo per tal notitia trouar geometricamente il lato del corpo di vinti base da quella circonscritto la divideremo in due parti equali in ponto d. et sopra di tal linea a b. gli descriueremo il mezo cerchio a e b. & sopra il ponto a. drizzeremo la linea a c. perpendicolare sopra la linea a b. & quella la costituiremo di sorte, che la sia eguale alla detta a b. fatto questo dal centro d. tiraremo la linea d c. laqual segara la circonferentia del mezo cerchio in ponto e. fatto questo dal ponto e. al ponto a. tiraremo la linea e a. laqual linea e a. concludemo esser il lato del detto corpo di vinti base circonscrittibile dalla detta sphera, & tutto questo specualatiuamente si dimostra sopra la vltima del decimoterzo di Euclide, che a reiterare totalmente tal dimostratione in questo luogo sarebbe cosa superflua, & vergognosa.

8 HAuendo dichiarato li sopradetti duoi antecedenti, ouero propositioni di Euclide, lequali non poco sono alla pratica di quello habbiamo da dire sopra di tal corpo vtili, & necessa-

rie, voglio che veniamo alle questioni, che in tal materia potrebbe naturalmente accader. Hor supponiamo che 'l sia vna sphera, che per diametro sia 12. volendo per tal notitia trouare quanto sia il lato del corpo di 20 base da quella circonscrittibile.

Questo si puo trouar in duoi modi, cioe secondo le cose dichiarate nelle sopradette due Euclidane propositioni, hor per trouarlo prima per la prima, quadraremo il diametro di detta sphera (qual è supposto esser 12) fara 144. & di questo ne pigliaremo il quinto, che fara $28\frac{4}{5}$, & cosi la radice $28\frac{4}{5}$ sara la mita del diametro del cerchio, che circonscriue per trauerso il detto corpo, & perche il lato del penthagono inscritto in questo tal cerchio vien a esser anchora il lato del detto 20 base, e pero bisogna trouar il lato del detto penthagono. Et per trouarlo si puo procedere per diuerse vie, ma la piu commune è a trouare il lato del decagono, & per trouarlo per quella breue regola da noi registrata nella decimaterza del quinto capo del primo libro, diuideremo quel R $28\frac{4}{5}$ (lato del essagono) secondo la proportion hauente il mezo, & duoi estremi, il che facendo trouaremo la sua maggior parte esser 6 men R $7\frac{1}{5}$, & tanto sara il lato del decagono, & perche la potentia del lato dell'essagono gionta con la potentia del lato del decagono, tal summa sara eguale (per la decima del decimoterzo di Euclide) alla potentia del lato del penthagono. E per tanto quadraremo R $28\frac{4}{5}$ (come lato del essagono) fara $28\frac{4}{5}$, quadraremo anchora 6 men R $7\frac{1}{5}$ (lato del decagono) fara $43\frac{1}{5}$ men R $1036\frac{4}{5}$, & questo aggiongeremo con $28\frac{4}{5}$, fara 72 men R $1036\frac{4}{5}$, & tanto sara la potentia del lato del penthagono, onde il simplice lato di tal penthagono verrebbe a essere R v.(72 men R $1036\frac{4}{5}$) & consequentemente R v.(72 men R $1036\frac{4}{5}$) verrebbe a essere il ricercato lato del corpo di 20 base circonscrittibile dalla sopradetta sphera, il cui diametro è 12. che è il proposito.

Del 20 base. Diametro della sphera 12. lato del 20 base R v.(72. men R $1036\frac{4}{5}$.

9 Volendo risoluere la medesima sopra notata questione, per le dichiarationi adutte nel secondo antecedente, cioe nella vltima del decimoterzo libro di Euclide.

Supponeremo la medesima figura adutta in quello, supponendo anchora la linea a b. diametro della sphera esser 12. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la linea a e. (lato del detto corpo di 20 base) egli è manifesto (per le ragioni adutte sopra la duodecima del primo capo del primo libro) che il triangolo e. f d. è simile al triangolo a e d. e per tanto la proportion del e d. al lato f d. sara si come quella del lato e d. al lato a d. & perche il lato a c. è doppio al lato a d. seguita che il quadrato del detto lato a c. sia quadruplo al quadrato del detto lato a d. & perche il quadrato del lato e d. è equale (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato del detto lato a c. & a quello del a d. seguita che il quadrato del detto lato e d. sia quincuplo al quadrato del detto lato a d. e per tanto il quadrato del lato e d. dell'altro triangolo e d f. sara anchora lui quincuplo al quadrato del lato e f. & perche il detto lato d e. è 6. (per esser la mita del diametro della sphera) & il suo quadrato vien a esser 36. & la quinta parte di 36. che sara $7\frac{1}{5}$ sara il quadrato del lato. d f. onde il detto lato d f. venira a esser radice $7\frac{1}{5}$. & perche d a. è 6. (per esser la mita del diametro della sphera) del qual trattone il lato f d. qual è R $7\frac{1}{5}$ restara 6 men radice $7\frac{1}{5}$ per la linea. f a. & perche il lato a c. è doppio al lato. a d. seguita che il lato f e. sia doppio al lato f d. & perche f d. è R $7\frac{1}{5}$, il doppio di R $7\frac{1}{5}$ sarebbe $28\frac{4}{5}$, & cosi R $28\frac{4}{5}$ sarebbe il lato f e. & il lato f a. del triangolo a f e. fu trouato esser 6 men R $7\frac{1}{5}$. & perche il detto triangolo a e f. è rettangolo, e pero il quadrato del lato a e. sara equale al quadrato del lato e f. & al quadrato del lato a f. cioe al quadrato di R $28\frac{4}{5}$ (che fara $28\frac{4}{5}$) & al quadrato di 6 men R $7\frac{1}{5}$ (che fara $43\frac{1}{5}$ men R $1036\frac{4}{5}$) i quali duoi quadrati insieme gionti fariano 72 men R $1036\frac{4}{5}$, & tanto sara il quadrato del detto lato a e. onde il detto lato a e. verrebbe a esser R v. (72 men R $1036\frac{4}{5}$, & tanto sara il lato del corpo di 20 base circonscrittibile dalla detta sphera, che è 12. per diametro, si come che per l'altra regola fu anchor trouato, che è il proposito.

Del 20 base. Il diametro della sphera è 12 il lato del 20. base R v.(72 men R $1036\frac{4}{5}$.

Ma per verificar quello, che fu detto nella sesta di questo, cioe che se il diametro della sphera sara rationale, il lato del detto corpo di 20 base sara vna linea irrationale, cioe quella che è detta linea menore, bisogna cauar la radice di quel residuo 72 men R $1036\frac{4}{5}$, che per esser residuo quarto, tal sua radice cauandola secondo le regole date nell'ultimo libro della seconda parte, si trouara esser R v.(36 piu R $1036\frac{4}{5}$) men R v.(36 men R $1036\frac{4}{5}$) che è la linea menore, e pero alle volte si puo rispondere in duoi modi nella rissolutione di vna proposta questione, cioe per radice vniuersale di vn binomio, ouer residuo (superficiale) & anchora per la propria radice di quel tal binomio, ouer residuo, delliquali duoi modi, l'uno, & l'altro è buono, anchor che le loro rappresentationi siano diuerse, ma in sostantia sono vna cosa medesima, ma piu si costuma a rispondere per radice vniuersale, per esser piu espediente, & piu facile da maneggiare in molte attioni.

10 SVpponemmo anchora che sia vn corpo di 20 base triangolari equilatere, che il lato di vna sua basa sia 8. volendo per tal notitia trouar quanto sia il diametro della sfera che 'l circonscriue.

Questo si puo trouare in piu modi per algebra, ma il piu ispediente senza algebra, è a trouarlo con proportione, cioe con vn corpo, che ne sia noto il lato, & anchora il diametro della sphera, hor pigliamo quello della precedente, che il lato del corpo è ℞ v. (72. men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) & il diametro della sphera è 12. & diremo, se ℞ v. (72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$ (di lato) mi da 12 di diametro di sphera, che ne dara 8. di lato, onde multiplicando 8 fia 12 fara 96 da partir per quella radice vniuersale, cioe per ℞ v. (72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, onde operando secondo la regola data nell'vltimo libro della seconda parte, cioe quadrar la radice vniuersale fara 72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, quadrar anchora la cosa da partire, cioe quel 96. fara 9216. da partir per quel residuo 72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, trouando prima il partitore di vn nome solo, cioe multiplicando il detto residuo per il suo binomio, cioe per 72 piu ℞ 1036 $\frac{4}{5}$. & similmente la cosa da partire, & operare, si come nel partir per residuo al suo luogo ti dimostrai, siche facendo trouarai che te ne venira finalmente ℞ v. (160 piu ℞ 5120. & tanto sara il diametro della sphera, che circonscriuerebbe quel tal corpo di 20 base, che il suo lato è 8. che è il proposito.

Del 20 base.
il lato è —— —— 8
diametro ℞ v. (160 piu ℞ 5120.

11 SVpponemmo anchora che sia vn corpo di 20 base triangolari, & equilatere, che per ciaschedun suo lato sia 8. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la sua superficie, cioe la summa di quelle 20 superficie triangolari, che lo contiene, anchor che tal questione sia facile, ma per seguire il nostro ordine l'habbiamo posta.

Per risoluere questa trouaremo la superficie di vno di quelli 20 triangoli, che essendo 8 per lato, la sua perpendicolare venira a esser ℞ 48. & l'aria sua verra a essere ℞ 768. & perche li triangoli sono 20. multiplicaremo ℞ 768 per 20. & fara ℞ 307200. & tanto sara la superficie, che contiene il detto corpo, cioe la summa della superficie di quelli 20 triangoli, che è il proposito.

Del 20 base
il lato —— 8
l'aria di vna basa ℞ 768
superficie di tutto ℞ 307200.

12 SVpponemmo anchora che sia vn 20 base triangolari equilatero, & che la sua superficie, che lo cuopre sia 800. volendo per tal notitia trouare quanto sia il lato di tal corpo, questa è il contrario della precedente, e per tanto procederemo nella solutione al contrario della precedente, cioe partiremo quel 800. per 20. & ne venira 40. & tanto sara l'aria di vno di suoi 20 triangoli equilateri, per trouar il lato di tal triangolo, procederemo per via di proportione, con vn'altro triangolo, che ne sia noto il lato, & l'aria sua, hor pigliamo vno di quelli della precedente, qual è per lato 8. & l'aria sua è ℞ 768. & perche la proportione dell'aria superficiale all'aria superficial di due figure simili è doppia a quella, che è da vn lato dell'una al suo relatiuo, lato dell'altra, che non vuol dir altro, che la è, come quella di quadrati di detti lati relatiui, e pero diremo se ℞ 768. mi da 40. che mi dara 64. (cioe il quadrato di 8.) onde operando ne venira ℞ 8533 $\frac{1}{3}$, & tanto sara il quadrato del lato del detto corpo, onde il simplice lato venira a essere ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$, che è il proposito.

Del 20 base
la superficie 800
l'aria di vna basa 40
il lato ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$.

13 SVpponemmo anchora che'l sia vn 20 base triangolari equilatero, & che la sua superficie sia 800. volendo per tal notitia trouar quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue.

Prima trouaremo il lato di tal corpo, che procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo tal suo lato esser ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$, poi procederemo con proportione, per mezzo di vn tal corpo, che ne sia noto il suo lato, & il diametro della sphera, che lo circonscriue, hor pigliamo quello della decima, del quale il lato suo è 8. & il diametro della sphera, che lo circonscriue è ℞ v. (160 piu ℞ 5120) onde per la regola del tre diremo, se 8. di lato, mi da di diametro di sphera ℞ v. (160 piu ℞ 5120. che mi dara ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$ di lato, onde operando, cioe multiplicando ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$ fia ℞ v. (160 piu ℞ 5120) fara ℞ v. (℞ 21845333 $\frac{1}{3}$ piu ℞ 42690666 $\frac{2}{3}$ da partir per 8. recato prima 8 al suo censo, per causa della radice vniuersale (che fara 64) & anchora al suo censo di censo per causa, che li nomi del binomio sono radice, che fara 4096. partendo ℞ 21845333 $\frac{1}{3}$ piu ℞ 42690666 $\frac{2}{3}$ per il detto 4096. ne venira in vltimo ℞ v. (℞ 5333 $\frac{1}{3}$ piu ℞ 10666 $\frac{2}{3}$, & tanto sara il diametro della sphera, che circonscriue il detto 20 base, che ha di superficie 800. che è il proposito.

Del 20 base
la superficie 800.
il lato ℞ ℞ 8533 $\frac{1}{3}$.
il diametro ℞ v. (5333 $\frac{1}{3}$
piu ℞ 10666 $\frac{2}{3}$.

14 SVpponendo anchora, che sia vn corpo di 20 base triangolari equilatere, che il lato di ciascheduna sua basa sia 8. volendo mo per tal notitia trouar quanto sia l'aria corporale di tal corpo.

Bisogna considerare, che se dal centro del detto corpo (qual vien a esser anchora centro della sphera, che lo circonscriue) sara tirato con la immaginatione vna linea a ciascheduno di suoi angoli solidi, liquali angoli solidi venghino a esser 12. sara distribuito tutto il detto il detto corpo in 20 piramidi triangolari, lequali con la vertice, ouer cima, anderanno a terminare nel detto centro di tal corpo, ouero della sphera, & la basa di ciascheduna di dette 20 piramidi venira a essere vna di quelle 20 base triangolari equilatere di tal corpo, & ciaschedun di quelli

Del 20 base
il lato —— 8
il lato laterale ℞ v. (40 piu ℞ 3
dal centro al angolo —— ℞ 1
l'asse della pi. ℞ v. (18 $\frac{2}{3}$ piu ℞ 3
l'aria della basa —— ℞ 7
l'aria corporale della pirami. ℞
(1591 $\frac{1}{9}$ piu ℞ 2320468 $\frac{4}{9}$
l'aria corpor. di tutto il corpo ℞
(637155 $\frac{5}{9}$ piu ℞ 3728270
222 $\frac{2}{9}$.

20 base.

20 base.

12 base.

lati laterali di dette piramidi vien a esser la mita del diametro della sphera che circonscrive quel tal corpo, e però trouando l'aria corporale di vna di quelle 20 piramidi, & multiplicata tal aria per 20. il produtto di tal multiplicatione sara l'aria corporal di tal corpo. E per tanto per trouar l'aria corporale di vna di dette piramidi, bisogna trouar quanto sia la mita del diametro della sphera (per esser il lato laterale di ciascheduna piramide, onde procedendo secondo la regola data nella decima, trouaremo il diametro della sphera esser ℞ v.(160 più ℞ 5120. la mita del quale venira a esser ℞ v.(40 più radice 320) & tanto sara ciaschedun lato laterale di dette 20 piramidi. Hor per trouar l'assis di ciascheduna di dette piramidi, bisogna trouar la linea, che va dal centro di vna delle base triangolari a vno di suoi angoli, come la linea. e c. del triangolo. b c d. che per le regole dette piu volte sara ℞ 21⅓, cioe il suo quadrato sara la terza parte di 64 (cioe del quadrato del lato del triangolo. b c d) e per tanto cauando il quadrato di detta linea. e c. che sara 21⅓ dal quadrato del lato. a c. lateral di detta piramide, il qual quadrato sara 40 più ℞ 320. restara 18⅔ più ℞ 320. & la ℞ v.(18⅔ più ℞ 320 sara l'assis. a e. di ciascheduna di dette 20 piramidi, hor bisogna trouar l'aria della basa triangolare di tal piramide, che essendo tal basa 8. per lato (come si suppone) l'aria sua, per le regole date si mostra esser ℞ 768. onde pigliando il ⅓ dell'assis, cioe di ℞ v.(18⅔ più ℞ 320. il qual terzo sara ℞ v.(2 2/27 più ℞ 3 77/81, fara ℞ v.(1592 8/9 più ℞ 2330168 8/9, & tanto sara l'aria corporale di vna di dette 20 piramidi, hor per trouar l'aria corporale di tutto il corpo, multiplicaremo la detta aria corporale di tal piramide per 20. il che facendo secondo le regole date sopra il multiplicar vna radice vniuersale per numero, fara finalmente radice v.(637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9, & tanto sara l'aria corporale di tutto il detto corpo di 20 base, che è 8 per lato, ch'è il proposito.

Anchora si poteua trouar tutta la superficie di tal corpo (che per la vndecima tal superficie sarebbe ℞ 307200) & multiplicarla per il terzo dell'assis di tal piramide, cioe per ℞ v.(2 2/27 più ℞ 3 77/81, & assai prima ti hauerebbe produtto la medesima aria corporale di tutto il detto corpo.

Il medesimo hauerebbe fatto a multiplicar tutta l'assis della detta piramide fia il terzo della detta superficie di tutto il corpo.

15 SVpponemmo anchora, che sia vn corpo di 20 base triangolari, & equilatere, che l'aria sua corporea sia 200. volendo per tal noticia trouare quanto sia per lato il detto corpo, cioe quanto sia per lato ciascheduna delle sue 20 base triangolari.

Questa risolueremo con proportione, con vn simil corpo, che ne sia noto il suo lato, & la sua quadratura. Hor pigliamo quello della precedente, che il lato suo è 8. & l'aria sua corporale è ℞ v.(637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9. Et perche la proportione di duoi corpi simili (come piu volte è stato detto) è si come il treppio di quella di vn lato dell'uno al suo relatiuo lato dell'altro, che in sostanza non vuol dir altro, che come il cubo di vn lato dell'uno al cubo del suo relatiuo lato dell'altro, e però per trouar tal lato diremo, se radice v.(637155 5/9 più radice 372827022222 2/9 di aria corporale fusse 200. per di aria corporale, che sarebbe 512 (cubo del 8 lato) multiplica 200 fia 512. fara 102400. e questo partirai per ℞ v.(637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9, & per far questo partire quadrarai il partitor, & la cosa da partire, cioe quadra ℞ v.(637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9 fara 637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9, & quadra anchora 102400. & fara 10485760000. & questo bisognarebbe partire per 637155 5/9 più ℞ 372827022222 2/9, ma per esser binomio bisogna (per ridur il detto partitor in vn nome solo) multiplicar il detto binomio per il suo recisio, & per tal residuo multiplicar anchora la cosa da partire, & dapoi seguir secondo le regole date sopra il partir di binomij, & residui, & la radice cuba dello auenimento sara il lato di tal corpo, che sara il proposito.

Del quinto, & ultimo corpo regolare chiamato il dodici base.

16 IL quinto, & vltimo corpo regolare chiamato il dodici base, per esser contenuto sotto di dodici base pentagonali equilatere, et equiangole (come fu detto sopra della sua diffinitione) del qual corpo Euclide sopra la penultima del suo decimoterzo libro, notificandone il modo da costruere tal corpo circonscrittibile da vna data sphera, si manifesta che diuidendo il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la maggior parte di tal lato sara equale al lato del detto 12 base pentagonali dalla medesima sphera circonscritto, & anchora per tal costruttione si manifesta, che sel diametro della sphera sara rationale, che il lato di tal dodici base da quella circonscritto sara irrationale, & sara quella linea chiamata residuo.

17 DApoi che inteso hai tutte le sopra scritte particolarita da Euclide specularmente dimostrate, & verificate, voglio che supponiamo, che sia vna sphera, che habbia di diametro 12. volendo

lendo per tal notitia trouare quanto sia il lato del 12 base pentagonali da quella circonscrittone prima trouaremo quanto sia il lato del cubo da quella circonscrittibile, che sai, che tal lato è subtripplo in potentia al diametro della sphera, e per tanto quadraremo il diametro della sphera, che è 12. & fara 144. & di questo ne pigliaremo il terzo, che fara 48. & la radice 48. fara il lato del cubo da tal sphera circonscrittibile, qual lato diuidendolo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi si trouara la sua maggior parte esser ℞ 60 men ℞ 12. & tanto fara il ricercato lato del 12 base pentagonali circonscrittibile dalla data sphera, che ha 12 di diametro, il qual lato si vede, che egli è vn residuo, come di sopra si è concluso, che è il proposito.

Il modo da diuidere quel ℞ 48 (lato del cubo) secondo la detta proportion hauente il mezo, & duoi estremi, credo che ti debbia esser noto, per le regole date al suo luogo, pur a buona cautella te lo replicaro. Per far adunque tal diuisione, piglia la mita di ℞ 48. che è ℞ 12. & il quadrato di radice 12 (ch'è 12) aggiongerai con il quadrato di ℞ 48 (ch'è 48) & fara 60. & cosi ℞ 60 mē quel radice 12. fara la maggior parte di tal diuisione, & fara il lato del ricercato corpo di dodeci base, che è il proposito.

diametro della sphera 12.
lato del 12 base ℞ 60 mē ℞ 12.

28 Vpponiamo anchora che sia vn corpo di dodeci base pentagonali, che il lato suo sia 8, volendo mo per tal notitia trouare quanto sia il diametro della sphera, che circonscriue questo tal corpo.

Prima trouaremo il lato del cubo, che sia circonscritto dalla medesima sphera, & perche sappiamo che il lato del detto cubo secondo la proportion hauente il mezo, & duoi estremi, che la sua maggior parte sara quel 8. (lato di tal corpo) e pero per trouar il tutto, cioe tutto il lato del cubo, lo trouaremo con proportione, con vna linea diuisa secondo la detta proportione, che di quella ne sia noto il tutto, & la parte maggiore. Hor pigliamo quella della precedente, dellaquale il tutto è quel ℞ 48. & la maggior parte è ℞ 60 men ℞ 12. & diremo se ℞ 60 men ℞ 12 (lato del 12 base) mi da ℞ 48 (per il lato del cubo) che me dara 8 (lato del 12 base) onde multiplicando 8 fia ℞ 48 fara ℞ 3072 da partir per ℞ 60 men ℞ 12. onde multiplicando il detto residuo ℞ 60 men ℞ 12. per il suo binomio, cioe per ℞ 60 piu ℞ 12 fara 48 per nostro partitore, poi multiplicaremo anchora quel ℞ 3072. per il medesimo binomio, cioe per ℞ 60 piu ℞ 12 fara radice 184320. piu radice 36864. & questo partendolo per 48. cioe per il quadrato di 48. che fara 2304. ne venira radice 80 piu 4. & tanto fara il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera, che circonscriuerebbe il detto 12 base, hor per trouar quanto sia il diametro di tal sphera, quadraremo quel ℞ 80 piu 4 (lato del cubo) fara 96 piu ℞ 5120. et questo lo intreppiaremo, fara 288 piu radice 46080. & tanto fara il quadrato del diametro della sphera, e per tanto il simplice diametro di tal sphera venira a esser ℞ v. (288 piu ℞ 46080. che è il proposito.

il lato del 12 base 8.
il diam. della sphe. ℞ v. (288 piu ℞ 46080.

29 Vpponiamo anchora, che sia vn corpo di dodeci base pentagonali, & che il lato di quello sia 8. volendo per tal notitia sapere quanto sia la sua superficie, cioe quanto sia la summa della superficie di quelle sue 12 base pentagonali, e per tanto per trouar tal superficie, trouaremo la superficie di vna di dette 12 base, cioe di vn penthagono, che sia per ogni lato 8. onde procedendo secondo la regola data nella 21 del quinto capo del primo libro, cioe trouar la sua corda pentagonica, che per le regole date nel detto quinto capo del primo libro, trouaremo tal corda esser ℞ 80 piu 4. & finalmente trouaremo il diametro del cerchio, che circonscriue tal penthagono esser ℞ v. (128 piu ℞ 3276 $\frac{4}{5}$, fatto questo per trouar l'aria di tal penthagono, multiplicaremo li tre quarti del diametro sia li cinque sesti della corda pentagonica, il che facendo trouaremo, che fara ℞ v. (6400 piu ℞ 32768000. & tanto fara la superficie di vna basa sola di tal corpo, ma perche noi ricerchiamo la superficie di tutte le 12 base, multiplicaremo la detta ℞ v. (6400 piu ℞ 32768000. per 12. & fara radice v. (921600 piu ℞ 679477248000. & tanto fara la superficie del sopradetto 12 base, che è il proposito.

lato del 12 base 8.
la sua sup. ℞ v. (921600 piu ℞ 679477248000.

30 Vpponiamo anchora che sia vn corpo di 12 base pentagonali, che sia per lato 8. volendo trouare quanto sia l'aria sua corporale.

Prima bisogna notar qualmente tal corpo è composto di 12 piramidi pentagonali, le base dellequai 12 piramidi sono quelle 12 base di tal corpo, & le 12 ponte, ouer cime di dette 12 piramidi, tutte terminano nel centro della sphera, qual è anchor centro di tal corpo, & ciascun di detti lati laterali di tai 12 piramidi vien a esser eguale alla mita del diametro della sphera, e per tanto bisogna trouar l'aria corporale di vna di dette piramidi, & tal aria corporale multiplicarla per 12. & il prodotto di tal multiplicatione sara l'aria corporale di tutto il detto corpo. Per trouar adunque l'aria corporale di vna di dette piramidi, bisogna trouar la superficie della basa pentagonale, & l'assis di tal piramide, & per trouar l'assis, bisogna trouar quanto sia dal centro d'un pentagono a ciascun angolo di quello, ilche non è altro, che la mita del diametro del cerchio, che'l circonscriue, & anchora bisogna trouar la quantita di ciaschedun lato laterale di tal piramide, il che non è altro, che la mita del diametro della sphera, che circonscriue tal corpo.

Per ritrouare adunque tutte queste cose, potiamo cominciare da qual a ne pare, hor principiamo a trouare la superficie di vna delle sue base pentagonali, dellequale essendo il lato otto, operando per la regola data nella ventesima prima del quinto capo del primo libro, & replicata nella precedente, si trouara prima il diametro del cerchio, che circonscriue tal penthagono esser radice vniuersale (128 piu radice 3276 4/5, & l'aria di tal penthagono esser radice vniuersale (6400 piu radice 32768000. Et perche dal centro a l'angolo del detto penthagono viene a esser la mita del diametro del cerchio, pigliaremo la mita di radice vniuersale (128 piu radice 3276 4/5, che sara radice vniuersale (32. piu radice 204 4/5, fatto questo trouaremo il diametro della sphera, che circonscriue tal corpo, che è per lato 8. onde procedendo per la regola data nella decimanona, trouaremo quello essere radice vniuersale (288 piu radice 46080. & di quello pigliandone la mita, quella si trouara esser radice vniuersale (72 piu radice 2880) & tanto sara il lato laueral di tal piramide, onde per trouar l'asse di tal piramide, quadraremo il lato laueral, cioe radice vniuer. (72 piu radice 2880. fara 72 piu radice 2880. quadraremo anchora la linea, che va dal centro al angolo, cioe radice vniuersale (32 piu radice 204 4/5, fara 32 piu radice 204 4/5, & questo cauaremo da 72 piu radice 2880. restara 40 piu radice 1548 4/5, & la R vniuersale (40 piu radice 1548 4/5) sara l'asse dell'una di dette dodici piramidi, & per schiuar rotti, multiplicando tutto il detto asse fia l'aria della basa pentagonica, cioe fia radice vniuersale (6400 piu radice 32768000, fara radice vniuersale (256000 piu radice 50751078400 piu radice 52428800000 piu radice 63438848000. & questa sara l'aria corporale di tre piramidi, & perche tutto il corpo è dodici piramidi, & le dette tre sarebbe il quarto di tutto il corpo, & pero si debbe multiplicar la detta aria corporale di dette tre piramidi per quattro, & fara radice vniuersale (4096000 piu radice 12992276070400. piu radice 13421772800000. piu R 16240345088000. & tanto sara l'aria corporale di tutto il detto corpo di 12 base pentagonale, che è 8 per lato.

Ma perche quel 12992276070400 è numero quadrato, & la sua radice è 360448. laqual gionta con quel 4096000. fara 4456448. & quelle altre due radici, cioe R 16240345088000. & radice 13421772800000. per esser communicante si debbono summar insieme, & faranno radice 59190018048000. e per tanto l'aria corporal del detto corpo verria a esser R v. (4456448 piu R 59190018048000. & sara piu leggiadra risposta, anchor che in quantita tanto sia l'una quanto l'altra, & cosi hauremo concluso il proposito in doi modi.

Distinta replicatione della soprascritta conclusione.

Essendo il lato del penthagono 8. l'aria del penthagono sara radice v. (6400 piu radice 32768000. & la linea dal centro a l'angolo sara R v. (32 piu radice 204 4/5, & il lato laterale della piramide sara R v. (72 piu radice 2880. & l'asse della piramide sara R v. (40 piu radice 1548 4/5, & l'aria corporal di tre piramidi sara R v. (256000, piu radice 50751078400. piu radice 52428800000. piu radice 63438848000. & l'aria corporal di tutto il detto corpo sara R v. (4096000. piu radice 12992276070400. piu R 13421772800000. piu radice 16240345088000.

Ma summando le quantita communicanti il detto corpo sara R v. (4456448 piu R 59190018048000.

Anchora si poteua multiplicar tutta l'asse della piramide fia il terzo di tutta la superficie di tal corpo, & al primo colpo hauerebbe produtto la ricercata aria corporal di tutto il detto corpo, cioe hauerebbe produtto quel medesimo, che di sopra in doi colpi habbiamo trouato.

32 Essendone anchora nota l'aria corporale di vn dodici base pentagonali, & volendo per tal notitia trouar quanto fusse il lato di tal corpo, bisognerebbe procedere con proportione, per mezzo di vn'altro simil corpo, delquale ne fusse noto il suo lato, & la sua aria corporale, procedendo secondo che nelli passati è stato detto, aricordandosi, che quella medesima proportione, che fusse dell'aria corporale dell'uno, all'aria corporale dell'altro, quella medesima sara del cubo del lato dell'uno al cubo del lato dell'altro, & cosi con la regola del tre, conchiuderai il proposito, ma non bisogna, che tu ti habbi scordato il multiplicar, & partir di binomij, & residui, & delle radici vniuersali.

Summa delle proportioni del diametro della sphera con il lato di cinque corpi regolari da quella circonscritti.

Sel diametro della sphera sara —— 12.
Il lato del quattro base sara —— ℞ 96.
Il lato del cubo sara —— ℞ 48.
Il lato del otto base sara —— ℞ 72.
Il lato del 20 base sara ℞ v.(72 men ℞ 1036$\frac{4}{5}$.
Il lato del 12 base sara ℞ v.(60 men ℞ 12.

Sel ti paresse di voler notificar le anteposte misure di lati, come costumano li naturali lo puoi fare cauando le ℞ propinque.

L'aria corporale di ciascheduno di cinque corpi regolari, che sia otto misure per lato.

Se il lato del 4 base sara 8. l'aria corporale di tal corpo sara ℞ 3640$\frac{8}{9}$.
Se il lato del cubo sara 8. l'aria corporale di tal corpo sara 512.
Se il lato del 8 base sara 8. l'aria corporale di tal corpo sara ℞ 7281$\frac{7}{9}$.
Se il lato del 20 base sara 8. l'aria corporale di tal corpo sara ℞ v.(637155$\frac{5}{9}$ piu ℞ 372827022222$\frac{2}{9}$.
Se il lato del 12 base sara 8. l'aria corporale di tal corpo sara ℞ v.(4456448 piu ℞ 591,9001 8048000.

Gli sarebbe anchora da questionare sopra li corpi dependenti dalli sopra narrati cinque corpi regolari (quali sono infiniti) ma per esser materia difficile da dar ad intendere senza li materiali modelli, i quali dimostraremo a fare manualmente, & con grandissima facilita nell'ultimo libro della seguente quinta parte, & dipoi sotto breuita narraremo, come si habbia a gouernare in ogni questione, che occoresse sopra di alcun di quelli, & altri.

IL FINE DEL SECONDO LIBRO.

IL TERZO LIBRO DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

DApoi le praticali misurationi di corpi laterali vi se gli conuerrebbe immediate quella della sphera, & delle sue parti, come commune recettacolo di tutti quelli, si come fu fatto anchora del cerchio, & delle sue parti, doppo le praticali misurationi delle laterali figure superficiali, nondimeno auanti di tali spherice misurationi, per satisfare in parte quelli dottrinati ingegni, che piu si dilettano da intendere specularmente le cause propinque di tai praticali attioni, che di esse attioni, mi è parso auanti di quelle di dichiararui specolatiuamente il primo libro di Archimede Siracusano, da me trouato, & tradotto da vno latinamente scritto, qual era andato quasi in straccaria, & in mano di vn salcizaro in Verona, l'anno 1531. del qual libro molte parti erano totalmente rotte, & annullate, onde acciochè vna cosi degna sua opra non restasse del tutto morta, mi sono sforzato di redrizzarla, & d'interpretar le parti, che mancauano talmente, che ogni commune ingegno potra gustar dimostratiuamente la sua gran dottrina in tal materia, anchor che nelle altre cinque sue operine, gia si gran tempo da noi date in luce, il medesimo si puo vedere, & gustare. Et per procedere ordinatamente comminciaremo a distendere le sue suppositioni, & diffinitioni, & dipoi seguiremo le sue propositioni, aggiongendoui in fine alcune praticali questioni sopra della sphera, & delle sue parti.

Delle suppositioni, & diffinitioni del primo libro della sphera, & cilindro di Archimede Siracusano. Cap. I.

1 IN ogni piana superficie si puo ritrouar linee curue finite, lequali hauendo alcune rette linee, che congiungano le loro estremita, ouer tutte sono verso le medesime parti, o niente hanno verso le altre.

Linea curua verso le medesime parti chiamano quella, nellaquale pigliando duoi ponti, quali si vogliano, le rette, che si faranno tra li duoi ponti, ouero tutte cascano verso le medesime parti della linea, o alcune verso le medesime, & alcune per la detta linea, ma niuna verso le parti diuerse.

2 Similmente si ritrouano superficie finite, non gia in piano, ma bene con li suoi estremi in piano, lequali ouer tutte saranno verso le medesime parti, o niente haueranno verso le diuerse, & qui curue superficie verso le medesime parti chiamamo quelle, nellequali pigliando duoi ponti, le rette tra li duoi ponti, ouer tutte cascano verso le medesime parti della presa superficie, o alcune verso le medesime, & altre per la detta superficie, ma verso le parti diuerse, niuna.

3 SEttore solido chiamo quando vn cono, cioe vna piramide rotonda intra in vna sphera con la cima, ouer ponta al centro della sphera, & la basa rimanente nella superficie di detta sphera, tal figura contenuta dalla superficie del cono, & dalla superficie della sphera.

4 ROmbo solido chiamo quando duoi coni, cioe due piramidi rotonde, hauendo la medesima basa, le cime, ouer ponte hanno vna di qua, & l'altro di la dal piano di detta basa, talmente che le asse di ambiduoi s'incontrino, & facciano linea retta, tal figura composta di duoi coni chiamo rombo solido.

5 Di molte linee, che habbiano le medesime estremita breuissima è la retta.

6 SE siano due linee in vn piano, & habbiano le medesime estremita, & siano ambedue curue verso le medesime parti, necessariamente sono inequali tra loro, & ouero vna tutta sia contenuta dall'altra, & dalla retta, che ha li medesimi estremi, ouer parte sia contenuta, & parte habbia commune, la contenuta sara la menore.

7 IL simile accadera nelle superficie, dellequali se haueranno li suoi estremi in piano, la piana sara la menore.

8 ET se due saranno, che habbiano li medesimi estremi, essendo detti estremi in piano saranno similmente inequali, mentre che sian curue verso le medesime parti, ouer tutta vna delle dette superficie sia compresa dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi con lei, ouer parte sia compresa, parte habbia commune, menor sara sempre la compresa.

Anchora

9 ANchora di ogni due linee inequali, di ogni superficie inequali, di ogni corpi inequali, il maggiore puo auanzar il menore di tanto, che composito, ouer multiplicato in se stesso potra auanzar ogniuna delle proposte quantita l'una all'altra proportionate.

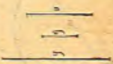
Delle propositioni del primo libro di sphera, & cilindro di Archimede Siracusano. Cap. II.

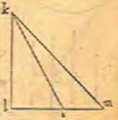
1 PResupposte queste cose, se dentro a vn cerchio si discriuera vna figura multiangola, non e dubbio che'l perimetro, cioe la circonferenza dello inscritto poligonio, ouer figura multiangola sara menore della circonferenza del cerchio, percioche ogniuno delli lati del poligonio e menore dell'arco, il quale taglia via dal cerchio il detto lato.

Essempi gratia sia circonscritto vn poligonio intorno al cerchio m. dico che'l perimetro del poligonio e maggiore della circonferenza del cerchio, percioche ambedue insieme b a l. sono maggiori dell'arco b l. cosciosia che'l detto hauendo li medesimi estremi e compreso dalle due, similmente ambedue insieme d e. e b. del d b. cosi anchora ambedue. x l. k h. del l h. & ambedue f g. g h. della f h. cosi anchora le d e. e f. del d f. adunque tutto il perimetro del poligonio e maggiore di tutta la circonferenza del cerchio.

2 SIano date due quantita inequali a b. d. & la maggior sia a b. dico che glie possibile trouar due linee rette inequali, dellequali la maggiore alla menore hauera menor proportione, che lo a b. al d. sia posto. b c. equale al d. & pongasi vna retta linea f g. gia il c a. composito in se stesso auanzara il d. per lo vltimo presupposito nostro, facciasi adunque, & sia a h. & quante volte contiene in se lo a h. lo a c. tante volte contenga lo f g. il g e. e adunque la proportione dello f g. al g e. come quella dello h a. allo a c. & a rouerscio, come lo e g. al g f. cosi lo a c. allo a h. & perche lo a h. e maggiore del d. cioe del c b. adunque il c a. allo a h. ha menor proportione, che'l c a. al c b. & per la congionta proportionalita lo e f. adunque allo f g. menor proportione ha, che lo a b. al b c. come per la 28 del quinto si manifesta, ma il b c. e posto equale al d. adunque lo e f. allo f g. menor proportione ha, che lo a b. al d.

3 SIano date due quantita inequali a b. & lo a. sia maggiore, & appresso sia dato il cerchio c d e f. dico, che glie possibile circonscriuere al detto cerchio vn poligonio, & inscriuerne vn'altro, talmente che'l lato del circonscritto al lato dello inscritto hauera menor proportione, che lo a. al b. Siano ritrouate due rette h. k l. & sia maggior h. la quale habbia anchora menor proportione al k l. che lo a. al b. & tirasi dal l. la retta l m. che con la x l. faccia l'angolo retto, & dal x. tirasi la k m. equale alla h. percioche questo e possibile, & tirasi nel cerchio dato duoi diametri, che l'uno con l'altro si seghino, & facciano gli angoli retti, & siano c e. d f. adunque se dimezzaremo l'angolo d g c. sempre dimezzando quello, che viene dal dimezzamento, trouaremo vn'angolo menore, che doppio della l x m. pigliasi adunque, & sia l'angolo n g c. & tirasi la retta n c. Adunque la n c. viene ad esser lato di vno multiangolo, ouero poligonio equilatero, & perche la n g c. angolo, misura il retto d g c. adunque l'arco n c. misurara la quarta d c. & per consequente anchora tutto il cerchio c d e f. adunque viene ad esser lato di vn poligonio equilatero, & questo e manifesto, dividasi adunque per mezo l'angolo c g n. dalla retta g o. & dal ponto o. tirasi la retta p o q. contingente il cerchio nel ponto o. & siano tirate le rette g n q. g c p. percioche cosi la retta p q. viene ad esser lato del poligonio equilatero circonscritto al cerchio dato. Anchora eglie manifesto, ch'e simile allo inscritto, del quale il lato e la retta n c. & perche e menor, che doppio lo n g c. angolo dello m x l. & e doppio dello r g c. adunque menore e lo r g c. dello l k m. & sono retti gli angoli l. & r. adunque la retta m k. alla l k. maggior proportione ha, che'l c g. al g r. a dimostrar, che'l k m. al l k. ha maggior proportione, che'l g c. al g r. dell'angolo l x m. ne cagliarai l'angolo l x φ. (per la 23 del primo) equale al angolo c g r. onde li duoi triangoli l x φ. c r g. saranno simili, & perche x m. e maggior del k. per la decimanona del primo, & per la ottaua del quinto x m. al x l. hauera maggior proportione, che'l x φ. al x l. & per consequente c g. al g r. hauera menor proportione che'l x m. alla l k. ma la c g. e equale alla g o. onde la g o. alla g r. cioe la p q. alla n c. menor proportione hauera, che la m x. alla k l. & oltra di cio la m x. alla k l. menor proportione ha, che lo a. al b. & il p q. e lato del poligonio circonscritto, & il c n. dello inscritto, adunque e adunque quello, che cercauamo.

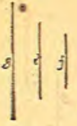




Nella figura superiore essendo diuiso in due parti equali, lo angolo n g c. per la quarta del primo di Euclide la basa n r. sara equale alla basa r c. onde per il correlario della prima del terzo gli angoli, che sono intorno allo r. sono retti, & intorno allo o. medesimamente sono retti per la decimanona del terzo secondo il Campano, onde (per la vigesimaottaua del primo) le due linee q p. n c. sono equidistanti.

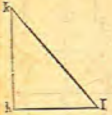
Prouiamo adunq; che sia la medesima proportiõ della retta g o. alla retta g r. che dalla q p. alla n c.

Habbiamo nella detta figura tre continenti triangoli, et tre contenuti, & ciascheduno delli continenti è simile, cioe equiangolo al suo cõtenuto, il. p g q. al. c g n. & il. p g o. al. c g r. & lo. o g q. allo. r g n. adunque per la prima diffinitione del sesto, li lati di ciascun maggiore, sono proportionali alli lati del suo menore, adunque cosi è. g p. a. p q. come. g c. a. c n. & . g c. è equale a. g o. perche ambe vengon dal centro, adunq; g p. a. p q. come. g o. a. c n. & per la proportione permutata il. g p. al. g o. come. p q. alla. c n. ma perche il triangolo. p g o. continente è simile al suo contenuto. c g r. adunque. g p. a. g c. come. g o. a g r. & per la permutata proportione. g p. a g o. come. g c. a. g r. ma. g c. è equale a. g o. adunque. g p. a. g o. come. g o. a g r. ma di sopra è dimostrato. g p. a. g o. come. p q. a. c n. adunque. g o. a. g r. come p q. a. c n. il che è quello, che cercauamo.



4 ANchora siano date due quantita inequali. e. f. & sia maggior. e. & sia dato vn cerchio. a b c. che habbia il centro. d. & sopra il. d. cõstituiscasi il settore. a d b. dico che si puo inscriuer dentro, & circonscriuer di fuori al detto settore vn poligonio hauente li suoi lati equali tutti, excetto li duoi. b d. & . d a. talmente che 'l lato del circonscritto al lato dello inscritto hauera menor proportione, che lo. e. allo. f.

Ritrouansi due rette. g. h k. inequali, & sia maggior lo. g. talmente che la. g. alla. h k. habbia menor proportione, che la maggior quantita. e. alla menor. f. p la seconda propositione nostra di questo, et dal ponto. h. talmente tirata la. h l. che faccia l'angolo retto con la. h k. tirasi la. k l. equale alla. g. per cioche questo è possibile, o per la 1 1 del primo, o per la penultima, & vltima, conciosia che l'angolo. h. è retto, & pche la. g. è maggior della. k h. se si diuidera in 2 parti equali l'angolo. a d b. & la mita in 2 parti equali, sempre cosi dimezzando finalmente si ritrouara vn'angolo menore, che doppio del. h k l. piglisi adunq;, & sia lo. a d m. adunque la. a m. sara lato del poligonio inscritto nel cerchio, & se diuidemo l'angolo. a d m. per mezo con la retta. d n. & dal ponto. n. tiramo la. o n p. contingente il cerchio, questa sara il lato del poligonio circonscritto al cerchio, & saranno ambiduoi simili, & la. o p. alla. a m. hauera menor proportione, che la quantita. e. alla quantita. f.



5 SIa dato il cerchio. a. & due quantita inequali. e f. & sia maggiore la. e. come faremo a circonscriuere vn poligonio al detto cerchio, & inscriuerne vn'altro, talmente che 'l circonscritto habbia menor proportione allo inscritto, che la maggior quantita. e. alla menor. f.

Piglio due rette inequali. c d. & sia maggior la. c. talmẽte che la. c. alla. d. habbia menor proportione, che la. e. alla. f. & presa la. g. media in cõtinua proportione, sara maggior la. c. della. g. facciasi adunque il poligonio intorno al cerchio. a. & vn'altro di dentro, talmente che 'l lato dello estrinseco al lato dello intrinseco habbia menor proportione, che 'l. c. al. g. come habbiamo imparato, adunq; la proportion doppia sara anchor menor della doppiata, ma la proportion del poligonio al poligonio per la 2 0 del sesto di Euclide, è quella del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, percio che sono simili tra loro (come di sopra è stato detto) adunque lo estrinseco poligonio allo intrinseco ha menor proportione che 'l. c. al. d. molto menore adunque, che la. e. alla. f.

6 SImilmente dimostraremo, che date 2 quãtita inequali, & vn settore, possibil è intorno al settore circõscriuer vn poligonio, & vn'altro inscriuerne dẽtro simile al estrinseco, talmẽte che l'estrinseco all'intrinseco habbia menor proportione, che la maggior delle quantita date alla menore.

Da questo anchor è manifesto, che dato vn cerchio, ouer vn settore, & qualche altra superficie, possibile è inscriuendo dentro al cerchio, ouer al settore, poligonij equilateri, & cosi sempre nelle portioni, ouer settioni restanti, facendo lasciar alcune settioni del cerchio, ouer del settore, menori della superficie data, questo dico è chiaro nelli primi elementi di geometria.

Questo anchora si puo dimostrare, che dato vn cerchio, ouero vn settore, & vna qualche altra superficie, esser possibile circonscriuere vn poligonio intorno al cerchio, ouero al settore, talmente che le settioni restanti della circonscrittione saranno menore, che la superficie data.

Sia dato vn cerchio. a. & vn certo spacio, o vuoi certa superficie. b. gia dico esser possibile intorno al cerchio circonscriuere vn poligonio, talmente che li segmenti lasciati, ouer compresi tra il cerchio, & il poligonio saranno menori del spacio. b. percioche essendo due quantita inequali, delle quali la maggiore è il cerchio. a. insieme con la superficie. b. la menor è il cerchio solo. Si puo circonscriuere

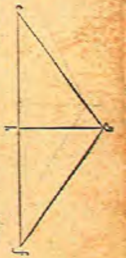
conscriuere intorno al cerchio vn poligonio, & inscriuerli dentro vn'altro talmente, che lo estrinseco allo intrinseco hauera menor proportione, che la detta delle due maggior quantita alla menore, & questo poligonio circonscritto è quello, delquale li segmenti (come è detto) sono menori della data superficie, percio che se lo circonscritto allo inscritto ha menor proportione, che ambi, cioe il cerchio. a. & superficie. b. a esso cerchio, & il cerchio è maggior dello intrinseco poligonio, molto maggiormente lo estrinseco al cerchio, menor proportione hauera, che ambi il cerchio. a. & superficie. b. a esso cerchio, adunque (per la diuisa proportionalita) anchora li spacij, ouer segmenti del poligonio fuori del cerchio al cerchio, menor proportione hauerãno, che la superficie. b. al cerchio, adunque minori sono detti segmenti dell'estrinseco poligonio, che la detta superficie. b. ouero anchora a vn'altro modo, hauendo minor proportione lo estrinseco poligonio al cerchio (com'è detto) che non hãno ambi il cerchio, & superficie. b. a esso cerchio. Adunque menor è lo estrinseco poligonio di ambi cerchio è superficie. b. adunque diuidendo, menori saranno tutti li spacij di fuori dal cerchio, & dentro al poligonio, che la superficie. b. la medesima dimostratione si fara similmente nel settore.

SE in vn cono di lati eguali sara inscritta vna piramide, che habbia la basa equilatera, la superficie della piramide senza la basa è eguale al triangolo, che ha la basa eguale al perimetro della basa, & l'altezza vna perpendicolare tirata dalla cima a vno delli lati della basa.

Sia il cono di lati eguali, che volgarmente si chiama piramide rotonda, hauente la basa il cerchio. a b c. & inscriuasi dentro al cono vna piramide hauente la basa equilatera. a b c. dico che la superficie di tal piramide senza la basa è eguale al detto triangolo di sopra, percio che'l cono è di duoi lati eguali, & la basa della piramide è equilatera, le altezze delli triangoli, che contengono la piramide sono eguali tra loro, & essi triangoli hanno le sue base. a b. b c. c a. onde li triangoli sono eguali al triangolo hauente la basa eguale alle rette. a b. b c. c a. & questo per la prima del sesto di Euclide, percio che hauendo la medesima altezza, & la basa tripla alla basa di ciascheduno delli tre, sara triplo a ciascheduno delli detti tre, onde essendo tra loro eguali, sara il detto triangolo eguale alli tre detti tutti insieme.

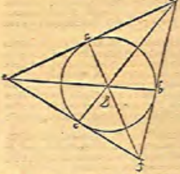
Tu dei notare, che ogni cono fatto secondo la diffinitione di Euclide nell'vndecimo, non puo esser altro, che di lati eguali, percio che stando fermo vno delli lati comprendente l'angolo retto, & l'altro andando intorno, necessariamente la cima sara equidistante al perimetro della basa, & il lato del cono non è altro, che vna linea tirata dalla cima a qualche ponto del detto perimetro.

Adunque ogni cono è di lati eguali, perche adunque Archimede sempre aggionge di lati eguali, perche potiamo imaginar vn cono irregolare, che hauesse la cima inclinata piu verso vna banda, che verso l'altra (come costuma Apollonio Pergeo) & vn tal cono non sarebbe di lati eguali, ma doue fusse inclinata la cima sarebbe piu curti, che dall'altra, & in questi tali non valerebbono le dimostrationi di Archimede.



Anchora piu chiaro a vn'altro modo si potra far la dimostratione medesima. Sia il cono di lati eguali, & habbia la basa il cerchio. a b c. la cima il ponto. d. & inscriuasi dẽtro al cono la piramide hauẽte la basa il triangolo equilatero. a b c. & tirinsi le rette. d a. d c. d b. dico che li triangoli. a d b. a d c. b d c. sono eguali al triangolo, delquale la basa è eguale al perimetro del triangolo. a b c. cioe a tutti tre li lati insieme del triãgolo. a b c. & la perpendicolar tirata dalla cima alla basa è eguale alla perpendicolar tirata dal ponto. d. alla linea, ouer basa. b c. Siano tirate le perpendicolari. d k. d l. d m. queste necessariamẽte sono eguali tra loro, & sia posto vn triãgolo. e g f. il quale habbia la basa. e f. eguale al perimetro del triangolo. a b c. cioe alle tre base. a b. b c. c a. & la perpendicolare. g h. eguale alla perpẽdicolare. d l. perche adunque il quadrilatero rettangolo fatto del. b c. in. d l. è doppio al triangolo. d b c. per la quadragesima prima del primo di Euclide, & cosi il parallelogrammo fatto del. a b. in. d k. è doppio al triangolo. a d b. & il fatto dal. a c. in. d m. è doppio al. a d c. adunque il parallelogrammo fatto da tutto il perimetro del triangolo. a b c. cioe dalla basa. e f. nella perpendicolar. d l. cioe. g h. è doppio alli tre triangoli. a d b. b d c. a d c. ma il fatto della. e f. in. g h. anchor lui è doppio al triangolo. e g f. adunque il triangolo. e g f. è eguale alli tre. a d b. b d c. a d c.

• IL ſimile ſi dimoſtrarà nella piramide circonſcritta al cono di lati eguali, perche lo aſſe del cono è retto alla baſa, cioe al cerchio a b c. & le rette tirate dal centro del cerchio alli contatti, ouer toccamenti, ſono perpendicolar alle rette contingente il cerchio per la decimaſettima del terzo, adunque anchor le tirate rette dalla cima del cono alli toccamenti ſaranno catheti, cioe perpendicolari alli lati della baſa della piramide, cioe alle rette d e. e f. f d. & ſiano. g a. g b. g c. il che facilmente ſi dimoſtrarebbe compiendo li triangoli. e g d. f g e. d g f. percioche eſſendo la baſa equilatera, & li triangoli cerchi hauendo la medeſima altezza è neceſſario, che'l contatto ſia al mezo di ciaſcheduna delle tre rette. d f. f e. e d. onde le linee rette cadenti dal ponto. g. a ciaſcheduno delli toccamenti a. b. c. caſcano al mezo di ciaſcuno delli lati della baſa. e f d. & ogn'uno delli tre triangoli. e g d. f g e. d g f. ha li duoi lati eretti communi con gli altri duoi, & l'altezza, cioe il ponto. g. è equidiſtante da gli angoli. d e f. adunque ogn'uno delli detti tre triangoli ha li duoi lati terminanti al punto. g. eguali tra loro, adunque le dette perpendicolari. g a. g b. g c. ſono eguali tra loro, conciosia coſa, che li triangoli ſiano eguali.

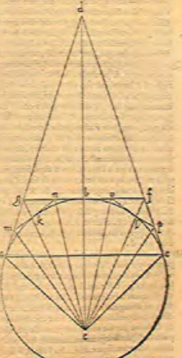


Adunque le. g a. g b. g c. catheti, eſſendo lati del cono ſaranno eguali tra loro, ma il triangolo. h k l. per la hypotheſi ha eguale la baſa. h k. al perimetro del triangolo. d e f. & il catheto. l m. eguale a. g a. ſeguita la dimoſtratione fatta di ſopra delli paralellogrammi fatti delle perpendicolari in ciaſcheduna delle baſe, che ſono doppi alli ſuoi triangoli, & hauerai lo intento.

9 SIa di vn cono di lati eguali, la ſua baſa il cerchio a b c. & la cima ſia. d. & ſia tirata dentro dal cerchio la retta. a c. & dalla cima alli duoi ponti. a c. tiranſi le rette. d a. d c. dico che'l triangolo. a d c. è menor della ſuperficie del cono, laquale ſia tra li tre ponti a d c. Sia diuiſo in due mita l'arco. a b c. nel punto. b. & ſiano tirate le rette. a b. c b. d b. gia ſono li. a b d. b c d. triangoli maggiori del triãgolo. a d c. lo eccesso adunque nelquale li detti triangoli auanzano il triãgolo. a d c. ſia. h. queſto. h. ouero è menore delle portioni. a b. b c. o no, & ſia prima non menore, perche adunque ſono due ſuperficie, la conica tra li põti. a d b. con la portione. a e b. & lo. a d b. triangolo, che hanno il medeſimo eſtremo, cioe il perimetro del triangolo. a d b. adunque maggiore è quella, che contiene, che la contenuta, adunque egli è maggior la ſuperficie conica tra li punti. a d b. con la portione. a e b. che non è il triangolo. a b d. ſimilmente quella, ch'è tra li punti. d b c. con la portione. g f b. è maggiore del triangolo. b c d. Adunque congiontamente tutta la ſuperficie conica inſieme con la quantità. h. è maggiore delli detti triangoli, ma li detti triangoli ſono eguali allo. a d c. triangolo, & al ſpacio. h. leuaſi di qua, & di la il detto. h. che è poſto commune, reſta adunque, che la ſuperficie conica, laquale è tra li punti. a d c. ſia maggiore del triangolo. a d c. Sia anchora menore lo. h. delle portioni. a b. b c. diuidendo adunque per mita, cioe in due parti eguali gli archi. a b. b c. & le lor mita in altre mita, & coſi facendo ſempre, verremo a laſciare portioni menori della ſuperficie. h. ſiano queſte adunque ſopra le rette. a e. e b. b f. f c. & tiranſi le linee. d e. d f. adunque anchora al medeſimo modo, la ſuperficie conica tra li punti. a d e. con la portione. a e. è maggiore dello. a d e. triangolo, & quella, che è tra li ponti e d b. con la portione. e b. è maggior dello. e d b. triangolo, adunque tutta la ſuperficie tra li ponti a d b. cõ le portioni. a e. e b. è maggior delli triangoli. a d e. e b d. & perche li triangoli. a e d. e d b.

sono maggiori del triangolo.a d b.il che si potria prouar per la vintesima dell'undecimo di Euclide,conciosia cosa,che le tre linee.d a. d c. d b. fanno tre angoli superficiali, i quali costituiscono vn solido al ponto.d. onde li duoi insieme essendo maggiori del terzo, fanno anchor le base ambedue maggiori della basa del terzo triangolo.a d b.adunque vn triangolo,che hauesse la basa eguale alle due.a e.e b. per la prima del sesto,essendo sotto la medesima altezza saria eguale alli duoi, & perche la detta basa sarebbe maggiore della basa.a b.seguita, che'l detto triangolo sarebbe maggior del triangolo.a d b.adunque anche li duoi eguali a questo, e per cio molto maggior sara la superficie del cono tra li punti. a d b. con le portioni. a e. e b. che non è il triangolo a d b. per il medesimo modo si prouara, che la superficie conica tra li punti. d b c. con le portioni b f. f c. è maggior del triãgolo.b c d. adunque tutta la superficie conica tra li punti a d c. con le dette portioni, è maggiore di ambi li triangoli.a b d. b d c. ma questi sono eguali al triangolo.a d c. & alla superficie.h. & le dette portioni sono menori della quantita.h. resta adunque che la superficie conica tra li punti.a d c. sia maggiore del triangolo.a d c.

10 Sia vn cono hauente la basa il cerchio.a b c.& la cima il ponto.e. & sian tirate nel medesimo piano le rette contingente il cerchio.a b c. & siano.a d. c d. & dal ponto.e. il qual è la cima del cono alli punti.a d c. siano tirate le rette.e a. e d. e c. dico che li triangoli.a d e. d e c. sono maggiori della superficie conica, laquale è tra le due rette. a e. e c. & l'arco.a b c.sia tirata la retta.g b f. contingente il cerchio, & equidistante alla retta.a c.il che si fara dimezzando l'arco.a b c. nel ponto.b. & dalli punti.g f. siano tirate le rette.g e. f e. & perche le due.g d. d f. sono maggiori di.g f. siano aggionte di qua, & di la, & fatte communi le.g a. f c. adunque tutte le. a d. d c. sono maggiori delle. a g. g f. & perche le. a e. e b. e c. sono lati del cono necessariamente sono eguali tra loro, perche il cono è di lati eguali. Sono anchora perpendicolari(come è dimostrato di sopra) ma li triangoli contenuti dalle perpendicolari,& dalle base.a g. g f. f c. cioe . a g e. g e f. f e c. sono menori delli duoi.a d e.e d c. percioche le.a g. g f. f c. tutte tre insieme sono menori delle due.c d. & d a. & le altezze di tutti sono eguali, conciosia cosa che'l sia manifesto, che la retta tirata dalla cima del cono retto, cioe al toccamento della basa è perpendicolare alla cõtingente, lo eccesso adunque, nelquale li duoi triãgoli.a e d. d e c.auanzano le tre.a e g. g e f. f e c. sia la quantita. h. Questa quantita.h. ouero ella è menore delli spacij lasciati tra le rette, & il cerchio, cioe di a g b k. b f c l. o no, & sia prima nõ menore. Sono superficie composte quella della piramide, che ha per basa il quadrilatero . a g f c. & per cima il punto.e. & la superficie conica, che si comprende tra le rette. a e. c c. & la portione.a b c. & hanno il medesimo estremo, che è il triangolo.a e c. & cosa certa è che la superficie della piramide senza il triangolo.a e c. è maggiore della superficie conica, la quale ha commune la portione.a b c.



Leuisi questa portione di qua, & di la, restano adunque li triangoli . a g e. g e f. f e c. con li spacij tra la portione, & le rette, liquali sono a g. b k. b f. c l. sono maggiori della superficie conica tra le rette . a e. e c. ma delli detti spacij.a g b k. b f c l. la quantita.h. non è menore, adunque li triãgoli.a g e. g e f. f e c. con la quantita.h. molto maggiori sono della superficie conica, tra le rette.a e. e c. ma li triangoli.a g e. g e f. f e c. con la quantita.h. sono li duoi

triangoli.a c d. d e c. adunque li triangoli.a e d. d e c. sono maggiori della detta superficie conica. Ma sia la quantita.h. menore delli duoi auanzamenti.a g b k. b f c l. sempre adunque circonscriuendo poligonij intorno alle portioni, & diuidendo cosi sempre gli archi restanti per mita, & tirando le contingenti veniremo a lasciare certi auanzamenti, che saranno menori della quantita.h. facciasi adunque questo, & siano gli auanzamenti.a m k. k n b. b o l. l p c. iquali siano menori della quantita.h. & tirinsi dal punto.e. le rette alli punti m n o p. anchora e manifesto, che li triangoli.a g e. g e f. f e c. sono maggiori delli triangoli.a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. perche che le base sono maggiori delle base sotto la medesima altezza. Anchora similmente la piramide fatta sopra la basa poligonia. a m n o p c. & sotto la cima.e. senza il triangolo.a e c. ha maggior superficie, che non e la superficie conica compresa dalle rette.a e. e c. & la portione.a b c. & perche anchor qui la detta portione e commune, leuisi di qua, & di la, adunque li restanti triangoli.a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. con gli auanzamenti.a m k. k n b. b o l. l p c. sono maggiori della superficie tra le rette.a e. e c. & la portione, ma delli detti auanzamenti maggior e la quantita.h. percioche cosi diuidendo di sopra habbiamo fatti menori gli auanzamenti, che non e detta quantita, & delli triangoli.a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. gia sono dimostrati esser maggiori li triangoli.a e g. g e f. f e c. adunque li triangoli.a e g. g e f. f e c. con la quantita.h. cioe li duoi.a d e. d e c. molto maggiori saranno della superficie conica tra le rette.a e. e c.

11 [k] Sia vn cilindro, cioe vna colonna rotonda diritamente sita in alto, & sia la basa il cerchio.a b. & l'opposito della basa il cerchio.c d. & siano tirate le rette.a c. b d. dico che la superficie del cilindro compresa dalle due rette a c. b d. e maggiore del parallelogrammo a b c d. Sia diuiso in due parti eguali, cioe per mita l'uno, & l'altro arco opposito, cioe a e b. c f d. nelli ponti.e f. & siano tirate le rette.a e. e b. c f. f d. & perche le due.a e. e b. per la vigesima del primo sono maggiori del diametro.a b. & li parallelogrammi, che vi son fatti sopra, hanno la medesima altezza, seguita che li duoi parallelogrammi fatti sopra le dette base.a e. e b. hauendo la medesima altezza, che ha il cilindro siano maggiori del parallelogrammo.a c d b. la differentia adunque, ouer lo eccesso, nel quale li duoi auanzano l'uno sia la quantita.g.

Questa quantita.g. ouero e menore delle portioni piane.a e. e b. c f. f d. ouero non menore. Sia prima non menore, & perche la cilindrica superficie compresa dalle rette.a c. b d. & le portioni piane a e b. c f d. hanno per suo estremo il piano del parallelogrammo.a c b d. & anchora la superficie composta delli parallelogrammi, che sono fatti sopra le base.a e. e b. & sotto la medesima altezza col cilindro, & delli triangoli.a e b. c f d. anchora lei ha il piano del medesimo parallelogrammo per suo estremo, & l'una comprende l'altra, & ambedue sono curue verso le medesime parti, maggiore e adunque la superficie cilindrica contenuta dalle rette a c. b d. insieme con le portioni superficiali.a e b. c f d. che la composta delli parallelogrammi, che hanno le base.a e. e b. & la medesima altezza col cilindro, & delli triangoli.a e b. c f d. & perche li detti triangoli sono communi, leuansi di qua, & di la, resta la cilindrica superficie compresa dalle rette.a c. b d. & le portioni.a h e. e k b. c l f. f m d. superficiali, maggiori della superficie composta delli parallelogrammi fatti sopra le base.a e. e b. & sotto l'altezza del cilindro, ma li detti parallelogrammi sono eguali al parallelogrammo.a b d c. & alla quantita.g. adunque la cilindrica superficie compresa dalle rette.a c. b d. con le dette portioni.a e. e b. c f. f d. e maggiore del parallelogrammo.a b d c. & della quantita.g. & la quantita.g. per la hipothesi non e menore delle portioni superficiali dette.a h e. e k b. c l f. f m d. adunque leuando le portioni di qua, & la quantita.g. di la, resta anchor maggiore la cilindrica superficie compresa dalle rette.a c. b d. che non e il parallelogrammo. a b c d.

Ma sia menore la quantita.g. delle portioni contenute da gli archi.a e. e b. c f. f d. diuidendo dette portioni per mita, & le mita in altre, & cosi sempre facendo finalmente, veremo a lasciar portioni, che saranno menori della quantita.g. facciasi adunque questo, & siano le portioni menori della quantita.g. a h. h e. e k. k b. c l. l f. f m. m d. similmente dimostraremo, che li parallelogrammi, delli quali le base sono.a h. h e. e k. k b. & l'altezza di quella del cilindro, sono maggiori delli duoi parallelogrammi, che hanno le base.a e. e b. & l'altezza medesima col cilindro, & perche la cilindrica superficie tra le due rette.a c. b d. con le portioni piane contenute da gli archi.a e b. c f d. hanno per suo estremo il piano del parallelogrammo.a c b d. ma anchora la superficie composta delli parallelogrammi hauenti le base.a h. h e. e k. k b. & l'altezza del cilindro, & delle rettilinee poligonie figure.a h e k b. c l f m d. il simile, & termina nel medesimo parallelogrammo a c b d. & l'una comprende l'altra, & sono curue verso le medesime parti, adunque la cilindrica con le portioni circolari e maggiore della composta delli detti parallelogrammi, & rettilinee poligonie figure, & perche le dette poligonie rettilinee.a h e k b. c l f m d. sono communi, siano le-

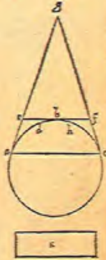
enre di qua, & di la, resta la detta cilindrica superficie con le portioni superficiali a h. h e. e x. x b. c l. l f. f m. m d. maggiore della composta delli parallelogrammi hauenti le base a h. h e. e x. x b. & l'altezza del cilindro, ma li detti quattro parallelogrammi sono dimostrati maggiori delli duoi, che hanno le base. a e. e b. & la medesima altezza, adunque la detta cilindrica superficie con le dette portioni è molto maggiore delli detti duoi parallelogrammi, ma questi sono eguali al parallelogrammo. a b d c. & alla quantita. g. & la quantita. g. diuidendo gli archi di sopra è fatta maggiore delle portioni. a h. h e. e x. x b. c l. l f. f m. m d. piane, ouer superficiali, adunque ne piu, ne meno la cilindrica detta superficie senza le dette portioni, resta maggiore del detto parallelogrammo. a b d c. senza la quantita. g. il che è quello, che si cercaua.

12 Quello che di sopra è dimostrato della superficie cilindrica al quadrilatero parallelogrammo tra le medesime linee rette intrinseco al cilindro si dimostrara di duoi parallelogrammi estrinsici al cilindro, che concorrono in vna linea equidistante alle asse del cilindro a modo di corpo serratile, liquali duoi parallelogrammi si dimostraranno maggiori della cilindrica superficie contenuta tra le medesime linee.

Sia di vn cilindro diritto su in aere la basa il cerchio. a b c. & siano tirate due linee contingenti il cerchio nel medesimo piano del cerchio, che concorrino fuori del detto cerchio nel ponto. g. & dalli duoi ponti. a c. intendasi esser tirate due rette per la superficie del cilindro su in alto infino all'altro cerchio opposito alla basa, & dalli ponti estremi di dette linee oppositi alli. a. & c. s'intendano tirate due altre contingenti il cerchio superiore opposite alle. 2. inferiori, & concorrendi in vn ponto opposito al. g. su in aere è da mostrare, che li duoi parallelogrammi contenuti dalle contingenti, & dalle linee rette, che sono duoi lati del cilindro, sono maggiori della superficie del cilindro contenuta dalle medesime linee, & dalle due portioni, dellequali vna è. a b c. nella basa, l'altra è opposita a questa nell'altro cerchio in aere opposito alla basa.

Sia tirata la retta. e b f. contingente il cerchio, & equidistante alla retta. a c. il che si fara diuidendo in due parti eguali l'arco. a b c. nel ponto. b. & dalli duoi ponti. e f. siano tirate le rette equidistanti al l'asse del cilindro fin su alla superficie dell'altra basa, gia li parallelogrammi contenuti dalle rette. a g. g c. & dalli lati del cilindro, sono maggiori delli parallelogrammi contenuti dalle rette. a e. e f. f c. & dalli medesimi lati del cilindro, percioche essendo maggiori le due. e g. g f. che non è la. e f. per la vintesima del primo, aggiongansi di qua, & di la, & facciansi communi le due. a e. f c. adunque tutte insieme le. g a. g c. sono maggiori delle. a e. e f. f c. adunque (per la prima del sesto) anchora li parallelogrammi sono maggiori, adunque la differentia, ouero eccesso, nelquale li duoi parallelogrammi auanzano li tre, sia la quantita. k. gia la mita di questa superficie. k. ouero è maggiore delle figure comprese dalle rette. a e. e b. b f. f c. & da gli archi. a d b. b h c. ouer non è maggiore. Sia prima maggiore, ma della superficie composta delli parallelogrammi fundati su le base. a e. e f. f c. & del quadrilatero. a e. f c. & del suo opposito nella superficie dell'altra basa del cilindro, lo estremo intendiamo esser il perimetro al parallelogrammo fundato sopra la basa. a c. & similmente della superficie composta, della superficie cilindrica fundata sopra l'arco. a b c. & delle portioni superficiali, dellequali vna è. a b c. & l'altra la opposita nell'altra basa, lo estremo, & simimente è il medesimo perimetro, adunque le dette superficie si abbattono hauer il medesimo estremo in vn piano, & sono ambedue curue verso la medesima parte, & vna comprende alcune parti dell'altra, & alcune altre ha communi con l'altra, adunque per il principio nostro la contenuta è menore. Leuansi via le portioni piane communi, dellequali vna è. a b c. l'altra è la opposita nella basa superiore, resta pur anchor menore la contenuta cilindrica superficie fundata sopra l'arco. a b c. della continente fundata su le tre base. a e. e f. f c. & composta con le figure. a e b d. b f c h. & con le opposite a queste nella basa superiore. Ma le superficie delli detti parallelogrammi con le dette figure, sono menori della superficie composta delli duoi parallelogrammi fundati su le due base. a g. g c. percioche congionte con la quantita. k. laquale è maggior delle figure. a e b d. b f c h. & delle opposite, erano eguali alla detta, è adunque manifesto, che li parallelogrammi fundati sulle base a g. g c. delliquali li lati sono lati del cilindro, sono maggiori della superficie del cilindro, laquale sta sopra l'arco. a b c. Ma se la mita della superficie. k. non fusse maggiore delle dette figure contenute dalle rette contingenti il cerchio. a e. e b. b f. f c. & dalli duoi archi. a b. b c. si tiraranno altre contingenti alla mita di ciascheduno delli duoi archi, & poi altre alle altre mita tanto, che restaranno figure simili alle prime, menori della mita della detta quantita. k. & nel resto si fara la dimostratione, ne piu, ne meno, come di sopra.

Hauendo noi dimostrate queste cose, seguita manifestamente di quello, ch'è detto, che se in vn cono fatto dal triangolo di duoi lati eguali sara inscritta vna piramide, la superficie della piramide senza la basa è menore della superficie conica, percioche ciascheduno delli triangoli contenenti la pi-

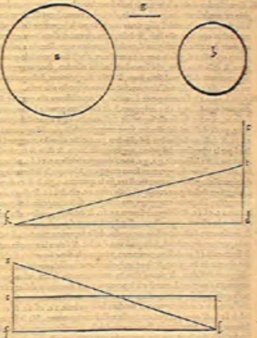


ramide é menore di quella conica superficie, che si contiene tra li lati di esso triangolo, onde an chora tutta la superficie della piramide senza la basa viene a esser menore del cono senza la basa. Et per il contrario se intorno a vn cono similmente fatto sara circonscritta vna piramide, che la superficie della piramide senza la basa, sara maggior della superficie del cono senza la basa a quel lo continuata, & congionta.

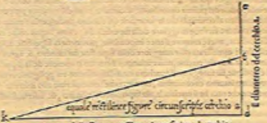
Anchora é manifesto (per le cose sopradette) che se in vn cilindro retto, cioe dirizzato su in alto sa ra inscritto vn prisma, che volgarmente si chiama vn corpo serratile, la superficie del prisma com posta dalli paralellogrammi, é menore della superficie del cilindro senza la basa, perciochè ciascu no parallelogrammo del prisma é menore di quella cilindrica superficie, che a lui é opposta, & cosi anchora se intorno a vn cilindro dirizzato su in alto sara circonscritto vn prisma, la superfi cie del prisma cōposta dalli parallelogrāmi, é maggior della superficie del cilindro senza la basa.

25 DI ogni cilindro retto, la superficie senza le base é eguale a vn cerchio, il cui semidiametro é medio proportionale tra il lato del cilindro, & il diametro della basa del detto cilindro.

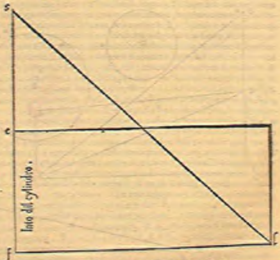
Sia di vn cilindro retto la basa il cerchio . a. & al diametro di tal cerchio eguale sia la retta . c d. & al lato del medesimo cilindro sia eguale la. e f. et sia in mezo tra le due. d c. e f. proportionale la retta. g. & sia il cerchio. b. del quale il semidiametro sia egua le a. g. é da dimostrare, che'l cerchio. b. é egua le alla superficie del ci lindro senza le base. Se egli non é eguale, ouer é maggiore, o meno re, ma se possibile é sia prima menor, gia essen do due quātita inequa li, la superficie del cilin dro, et il cerchio. b. pos sibile, é dicto al cerchio b. inscriuere vn poligo nio equilatero, & vn'al tro circūscriuere di fuo ri, talmente che'l cir conscritto allo inscrit to habbia menor pro portione di quella, che ha la superficie del cilin dro, al cerchio. b. que sto ch'io dico io hab biamo dimostrato di sopra nella quinta, & sesta propositione. Intendasi circonscritto fuori, & inscritto dentro al cerchio. b. quanto é detto, & a che modo é detto, & intorno al cerchio. a. circonscriuasi vna figura rettilinea simile a quella, che é circonscritta intorno al cerchio. b. & dalla detta rettilinea figura descriuasi il prisma, ouero corpo serratile, gia s'intendera questo circonscritto intorno a vn cilindro. Sia adunque al perime tro della detta rettilinea figura circonscritta al cerchio. a. eguale la retta. k d. & alla retta. k d. sia eguale. l f. & la mita di. c d. sia. c t. gia il triangolo. k d c. é eguale al rettilineo circonscritto al cer chio. a. perciochè ha la basa eguale al perimetro, & l'altezza eguale al semidiametro del cerchio a. ma il parallelogrammo. e l. é eguale alla superficie del prisma circonscritto al cilindro, percio che é contenuto dal lato del cilindro, & dalla eguale al perimetro della basa del prisma. Sia posta



eguale alla .e f. la .e s. adunque il triangolo .f s l. è eguale al parallelogrammo, & consequente alla superficie del prisma, & perche li rettilinei poligonij circonscritti alli circoli .a b. sono simili, haueranno detti rettilinei la medesima proportione, che potentialmente hanno li semidiametri, per la prima del duodecimo di Euclide, hauera adunque il .k c d. triangolo al rettilineo poligonio circonscritto intorno al cerchio .b. la medesima proportione, che ha la .c d. in potenza alla .g. percioche le .c d. & .g. sono eguali alli semidiametri, ma la proportione che ha potentialmente la .c d. alla .g. ha similmente la .c d. alla .s f. in longhezza, percioche la .g. è media proportionale tra le due .c d. s f. per esser anchor tra le .c d. e f. et a che modo è questo, percioche la .d c. è eguale alla .s c. & la .s c. alla .e f. adunque doppia è la .c d. alla .c d. & la .s f. della .s e. adunque come la .d c. alla .d e. cosi la .s f. alla .f e. adunque quell rettangolo fatto dalle due .c d. e f. è eguale al rettangolo contenuto dalle .c d. s f. ma a quello, che si fa di .c d. in .e f. è eguale il quadrato .g. & a quello adunque che si fa di .c d. in .s f. medesimamente adunque come la .c d. alla .g. cosi la .g. alla .s f. adunque come la .c d. alla .s f. cosi il quadrato di .c d. al quadrato di .g. poiche se sono tre rette proportionali, come è la prima alla terza, cosi il quadrato della prima al quadrato della seconda, o anche non qua-



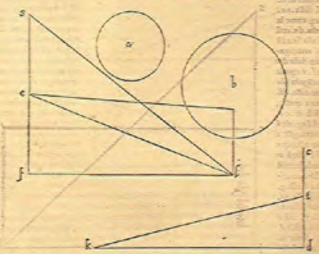
perimetro della figura rettilinea circonscritta al cerchio



perimetro del rettilineo circonscritto al cerchio.

drato per che sia simile, & similmente descrivo per il corollario della decimasettima del sesto, ma la proportione, che ha la .x d. alla .s f. in longhezza, questa stessa ha il triangolo .x e d. al triangolo .s l f. percioche le base .k d. l f. sono eguali, & li rettangoli eguali a detti triangoli, tenendo della mita di dette base in tutta la perpendicolare, & le le dette base si ponerano per altezza delli rettangoli, cioe delli triangoli li lati .x d. & .s f. saranno le base, & seguira quello, che habbiamo detto (per la prima del sesto) adunque il .x e d. triangolo al rettilineo circonscritto intorno al cerchio .b. ha la medesima proportione, che ha il triangolo .e x d. al triangolo .s l f. adunque lo .f l s. triangolo e eguale al rettilineo, circonscritto intorno al cerchio .b. onde anchora la superficie del prisma circonscritto intorno al cilindro .a. e eguale di necessita al rettilineo circonscritto al cerchio .b. & perche menor proportione ha il rettilineo circonscritto al cerchio .b. al rettilineo inscritto dentro al medesimo, che non ha la superficie del cilindro .a. al cerchio .b. per le positioni nostre, menor proportione hauera la superficie del prisma circonscritto al cilindro, alla figura rettilinea inscritta nel cerchio .b. che non ha la superficie del cilindro al detto cerchio .b. & perche la rettilinea inscritta nel cerchio .b. e menore di esso cerchio .b. seguirebbe che la superficie del cilindro .a. alla detta rettilinea hauera maggior proportione (per la ottaua del quinto) che al cerchio .b. seguirebbe adonca, che la proportione della superficie del cilindro .a. alla rettilinea inscritta nel cerchio .b. e molto maggior quella della rettilinea circonscritta alla inscritta nel cerchio .b. doue seguirebbe che la superficie del prisma circonscritto al cilindro hauerebbe menor proportione alla detta rettilinea inscritta al cerchio .b. che la superficie del cilindro, onde (per la decima del quinto) la superficie del cilindro sarebbe maggiore della superficie del prisma, laqual cosa e impossibile per le cose dimostrate, anzi e menore, il che e impossibile, percioche la superficie del prisma circonscritta al cilindro e dimostrata esser maggiore della superficie del cilindro, & il rettilineo inscritto al cerchio .b. e menor del cerchio, non e adunque il cerchio .b. menore della superficie del cilindro.

Ma si e possibile, sia maggiore, & anchora intendasi inscritto vn poligonio rettilineo nel cerchio .b. & vn'altro intorno circonscritto, talmente che'l circonscritto allo inscritto habbia menor proportione, che non ha il cerchio .b. alla superficie del cilindro, & inscriuasi nel cerchio .a. vn poli-



gonio simile allo inscritto nel cerchio .b. & facciasi, ouero compiasi il prisma dal poligonio inscritto nel cerchio, & anchora la .x d. sia posta eguale al perimetro del rettilineo inscritto nel cerchio

a. & b.

a. & la f l. eguale alla detta x e d. gia sara d. x e d. triangolo maggior del rettilineo inscritto nel cerchio a. percioche ha per basa il perimetro di quello, & l'altezza maggiore della perpendicolar tirata dal centro a vno delli lati del poligonio, laqual perpendicolare non puo occupar tutto il semidiametro, & per consequente è menor di c d. ma il parallelogrammo e l. è eguale alla superficie del prisma composta delli parallelogrammi (com'è detto) percioche è contenuto dal lato del cilindro e f. & dalla eguale al perimetro del rettilineo, il quale è basa del prisma, onde il triangolo e l f. viene a esser eguale alla superficie del prisma, & perche simili sono li rettilinei inscritti nelli cerchij, hanno la medesima proportione tra loro, che hanno li semidiametri in potentia (per la prima del 12) com'è detto, & li triangoli x e d. f e l. hanno tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri di cerchij in potentia, adunque la medesima proportione hauera il rettilineo intrinseco al cerchio a. al rettilineo intrinseco al cerchio b. che ha il triangolo x e d. al triangolo l f e. & menor è il rettilineo intrinseco al cerchio a. del triangolo x e d. adunque menore è il rettilineo intrinseco al cerchio b. del triangolo f e l. et per consequente anchora della superficie del prisma inscritto nel cilindro, il che è impossibile, percioche hauendo menor proportione il rettilineo estrinseco allo intrinseco nel cerchio b. che nō ha esso cerchio b. alla superficie del cilindro, sara anchor per la proportion permutata, che la proportion del rettilineo estrinseco alla superficie del prisma sara menor di quella, che hauera allo intrinseco (per la del quinto) & per consequente molto menor sara di quella del cerchio b. alla superficie del cilindro, ma per esser il rettilineo estrinseco maggior del cerchio b. la proportion di quello alla superficie del cilindro (per la del quinto) sara maggior di quella del cerchio b. alla cilindrica superficie, & per consequente molto piu maggior di quella, che ha esso rettilineo estrinseco alla superficie del prisma. Seguirebbe adunq; (per la del quinto) che la superficie del prisma fusse maggior della superficie del cilindro, laqual cosa è impossibile per le cose antedette, ma il detto estrinseco è maggior del suo cerchio b. adunque maggior è lo inscritto nel b. che non è la superficie del cilindro, cosi anchora della superficie del prisma, non puo esser adunque maggior il cerchio b. della superficie del cilindro, & gia di sopra e dimostrato, che ne anche menor puo esser adunque eguale.

14 DI ogni cono di lati eguali la superficie senza la basa e' eguale al cerchio, il cui semidiametro è medio proportionale tra il lato del cono, & il semidiametro del cerchio, ch'è basa del cono. Sia vn cono di lati eguali, delquale la basa sia il cerchio a. & il semidiametro sia la retta c. & al lato del cono eguale la retta d. & tra le due c d. media proportionale sia la retta e. & il cerchio b. habbia il semidiametro suo eguale alla e. dico che'l cerchio b. è eguale alla superficie del cono senza la basa, percioche se non è eguale sara ouer maggiore, ouer menore, sia prima menore, gia habbiamo due quantita inegual: la superficie del cono, & il cerchio b. & la superficie del cono è maggiore, adunque e possibile inscriuere dentro al cerchio b. vn poligonio equilatero, & circonscriuerne vn'altro di fuori simile allo intrinseco, talmente che lo estrinseco allo intrinseco habbia menor proportione di quella, che ha la superficie del cono al cerchio b. intendasi anchora intorno al cerchio a. circonscritto vn poligonio simile a quello, che è circonscritto intorno al cerchio b. & dal poligonio circonscritto al cerchio a. compongasi la piramide, che habbia la medesima cima col cono, perche adunque li poligonij sono simili intorno alli cerchij a. b. hāno tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri in potentia, & questo si poria prouar per la 20 del sesto, & per la prima del 12. percioche la circonscritta figura è posta simile alla inscritta, hanno adunque li detti poligonij, la proportione tra loro, che ha la retta c. alla e. in potentia, cioe la c. alla d. in longhezza per il corrolario della 17 del sesto, ma la proportione, che ha la c. alla d. in longhezza, ha anchora il poligonio circonscritto al cerchio a. alla superficie della piramide circonscritta intorno al cono, percioche la c. e eguale alla perpēdicolar tirata dal centro a vn di lati del poligonio, & la d. al lato del cono, & il lato del cono è perpendicolare in ogniuno delli triangoli, delliquali si cōpone la superficie della piramide, onde multiplicando il lato del cono nella mita del perimetro del poligonio si fara la superficie della piramide, & multiplicando il semidiametro nella medesima mita si fara la superficie del poligonio, ch'è la basa della piramide. Seguita l'intēto (per la 1 del settimo di Eclide, & se non lo accetassi per esser la detta decimaottaua del settimo in numeri non in linee, constituiro la mita del detto perimetro per altezza delli duoi rettangoli producti vno eguale al poligonio, l'altro eguale alla piramide, & necessariamente il semidiametro sara basa dello eguale al poligonio, & il lato del cono sara basa dello eguale alla piramide, onde (per la prima del sesto) hauero in ogni modo lo intento, cioe che la proportione di c. a. d. in longhezza, sia la medesima del poligonio circonscritto al cerchio a. alla superficie della piramide circonscritta al cono, adunque hauendo la medesima proportione il poligonio estrinseco al cerchio a. al poligonio estrinseco al cerchio b. che ha il medesimo poligonio estrinseco al cer-

chio.a.alla superficie della piramide. Seguita che la piramide sia eguale al poligonio circonscritto intorno al cerchio.b.per la nona del quinto di Euclide, & perche menor proportione ha il rettilineo estrinseco al cerchio.b. allo intrinseco, che non ha la superficie del cono al cerchio.b. per il presupposito menor proportione hauera la superficie della piramide circonscritta intorno al cono al rettilineo intrinseco al cerchio.b.che non ha la superficie del cono a esso cerchio.b.il che è impossibile, argumentando come nelle due passate habbiamo fatto, seguiria che la superficie della piramide fusse menore della superficie del cono, che è impossibile, percioche di sopra habbiamo dimostrato la superficie della piramide esser maggiore del cono, & il rettilineo inscritto al cerchio.b.è menore del cerchio, non è adunque il cerchio.b. menor della superficie del cono.

Dico anchora, che non è maggiore, ma se possibile è sia maggiore, & intendasi anchora dentro, & fuori al cerchio.b.duoi poligonij, delliquali lo estrinseco habbia menore proportione allo intrinseco, che non ha il cerchio.b.alla superficie del cono, percioche quiui il cerchio si pone maggiore, & il cono menore, & dentro al cerchio.a. s'intenda inscritto vn poligonio simile allo inscritto nel cerchio.b. & compisca la piramide hauente la medesima cima col cono, & perche li poligonij inscritti dentro alli cerchij sono simili tra loro, haueranno anche tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri in potenza, adunque vn poligonio all'altro ha la medesima proportione, che ha la.c.alla.d. in longhezza, ma la.c.alla.d. in longhezza ha maggior proportione, che non ha il poligonio inscritto nel cerchio.a.alla superficie della piramide inscritta nel cono, percioche il semidiametro del cerchio.a.al lato del cono, ha maggior proportione, che non ha la perpendicolare tirata dal centro a vno delli lati del poligonio alla perpendicolare tirata dalla cima del cono al medesimo lato del poligonio, & questo s'intende, perche si fanno sotto la medesima altezza del cono a triangoli ortogonij, vno ha il lato opposito al rettangolo, il lato del cono, l'altro ha la perpendicolar tirata dalla cima del cono a mezo il lato del poligonio, ma il semidiametro del cerchio è maggior della perpendicolar del poligonio, & il lato del cono è maggior della perpendicolar tirata dalla cima del cono al lato del poligonio, laqual vien a esser anche perpendicolar della piramide, cioe delli triangoli componenti la piramide, & il lato del cono al semidiametro del cerchio è duplo in potenza, concioscia che'l cono sia fatto del triangolo di duoi lati eguali, percioche cosi lo pono in questo luogo per piu chiarezza, ma seguita la cosa anche in ogn'altro, ma la perpendicolare tirata dalla cima del cono alli lati del poligonio alla perpendicolar tirata dal centro del cerchio alli medesimi lati è piu che dupla in potenza, percioche è eguale in potenza alla perpendicolar tirata dal cẽtro al lato del poligonio, & a vna maggior di quella, ch'è l'altezza, ouer asse del cono, adunque la perpẽdicolar tirata dalla cima del cono al lato del poligonio, comparata alla perpendicolar tirata dal centro ha maggior proportione, che non ha il lato del cono al semidiametro del cerchio, percioche quella è piu che dupla in poteza, & questa non è se non dupla, adunq; riuolgẽdo dalli menor termini alli maggiori sara il cõtrario, maggior sara la subdupla in poteza, che l'altra, laqual è piu che subdupla. Essempi gratia la dupla è maggior della sesquialtera, nõdimeno la subsesquialtera è maggior della subdupla, cõciosia che nella subsesquialtera il menor termine occupi maggior parte del maggior termine, che nella subdupla, come .2.occupa maggior parte di .3.che nõ fa il .2.di .4.percioche quel primo occupa li 2 terzi, & questo nõ occupa se nõ la mita, ma ogni quãtita maggior d'un'altra in poteza è anche maggior in lõghezza, adunq; è vero il nostro dir di prima, che la.c.alla.d.cioe il semidiametro del cerchio, al lato del cono ha maggior proportion, che nõ ha il catheto tirato dal medesimo cẽtro del cerchio al lato del poligonio, al catheto tirato dalla cima del cono al lato del medesimo poligonio, adunq; maggior proportione ha il poligonio inscritto nel cerchio.a.allo inscritto nel cerchio.b.che non ha il medesimo poligonio alla superficie della piramide, perche tal proportion ha la superficie poligonia inscritta nel cerchio.a.alla superficie della piramide, che ha la perpendicolar tirata dal centro alla perpendicolar tirata dalla cima della piramide al lato della poligonia inscritta per la prima del sesto, pche ambe sono sotto vna medesima altezza, ch'è la mita della summa di lati della poligonia inscritta, cioe del perimetro del poligonio, adunq; maggiore è la superficie della piramide, che non è il poligonio inscritto nel cerchio.b.per la 10 del quinto, ma menor proportione ha per il presupposito, il poligonio circonscritto allo inscritto nel cerchio.b.che nõ ha esso cerchio.b.alla superficie del cono, adunq; il poligonio estrinseco al cerchio.b. alla superficie della piramide inscritta nel cono, molto menor proportione hauera, che non ha il cerchio.b.alla superficie del cono, il che è impossibile, argumentando come nelle passate habbiamo fatto, percioche il poligonio circonscritto è maggior del cerchio.b. & la superficie della piramide inscritta nel cono è menor della superficie del cono, adunque il detto cerchio non è maggior della superficie del cono, & habbiamo dimostrato, che ne anche menor puo esser, adunque è eguale.

Che

Che la basa della piramide alla superficie della sua piramide habbia la proportione, che ha la perpendicolare tirata dal centro della basa a mezo il lato, alla perpendicolare tirata dalla cima al medesimo lato, il quale è basa di duoi triangoli, così si proua, perche il medesimo lato, ouer la medesima mita di tutto il perimetro, si multiplica nella tirata dal centro a far la superficie della basa, & nella tirata dalla cima a far la superficie della piramide (p la 18 del settimo) seguita l'intento, ouer (p la prima del sesto) facēdo la detta mita di perimetro, altezza, & le perpēdicolari facendo base. Che la basa del cono al suo cono habbia la proportione, che ha il diametro della basa al lato di detto cono vederai qui di sotto.

15 Di ogni cono di lati eguali la superficie alla sua basa, ha la medesima proportione, che ha il lato del cono alla retta tirata dal centro della basa alla circōferenza, cioe al semidiametro della basa.

Sia vn cono di lati eguali, delquale la basa sia il cerchio.a. & al semidiametro sia eguale la.b. & al lato del cono la.c. qui bisogna dimostrare, che la superficie del cono al cerchio a. ha la medesima proportione, che la.c. alla.b. pigliasi tra la.b. & la.c.la media proportionale e.& pongasi vn cerchio, delquale il semidiametro sia eguale alla.e. & sia il detto cerchio.d. adunque il cerchio.d. è eguale alla superficie del cono, questo si è dimostrato nel theorema precedente, & si ha dimostrato, che'l cerchio d. al cerchio a. ha la proportione, che ha la.c.al.b.in longhezza, perioche l'una, & l'altra è la medesima, che è anche della.e.al.b.in potentia, conciosia che li cerchij sono l'uno al l'altro, come sono li quadrati delli diametri l'uno all'altro, & similmēte come li quadrati delli semidiametri, perioche la proportione che ha il tutto al tutto, ha anchora la mita alla mita, ma li semidiametri sono eguali alle.b.e.adunque è manifesto, che la superficie del cono al cerchio.a.ha la proportione, che ha la.c.alla.b.in longhezza.

16 SE vn cono isoscele, cioe di lati eguali, sia segato da vna superficie equidistante alla basa, alla superficie del cono compresa tra le due superficie equidistanti sara eguale vn cerchio, il cui semidiametro è medio proportionale tra il lato del cono, che si contiene tra le superficie equidistanti, & vna retta eguale alli semidiametri di ambiduoi li cerchij equidistanti, delliquali vno è la basa del cono, l'altro è nella superficie segante.

Sia vn cono tale, & sia diuiso per il suo asse dal triangolo a b c.& poi per l'altro verso sia diuiso da vna superficie parallela alla basa, & sia il segamento la retta.d e.& lo asse del cono sia.b g.& pongasi vn cerchio, delquale il semidiametro sia medio proportionale tra la.a d.& ambedue insieme le.d f.a g.& sia questo cerchio.h.dico che questo cerchio.h.è eguale alla superficie del cono, laquale è tra le due superficie d e.a c. Siano posti duoi altri cerchij l.& k.& il semidiametro del.k.multiplicato in se stesso faccia il produtto di.b d.in.d f.& il semidiametro dello.l.multiplicato in se stesso sia eguale al rettangolo fatto di.b a.in.a g.adunque il cerchio.l.è eguale alla superficie del cono.a b c.& il cerchio.k.è eguale alla superficie del cono.d b e.& questo per la quartadecima nostra precedente, perioche a questo modo il semidiametro del.k.è medio proportionale tra.b d.&.d f.& il semidiametro di.l.è medio proportionale tra.b a.&.a g.conciosia che di tutte quantita proportionali continue, tanto fa la prima nella terza quanto la seconda in se stessa, & perche il produtto di.b a.in a g.è eguale al produtto di.b d.in.d f.& al produtto di.a d.nelle due gionte insieme.d f.&.a g.perioche la.d f.è parallela alla.a g.ma al fatto di.a b.in.a g.è eguale il quadrato del semidiametro del cerchio.l.& al fatto di.b d.in.d f.è eguale al quadrato del semidiametro del cerchio.k.& al fatto di.d a.nelle a cōgionte insieme.d f.a g.è eguale il quadrato del semidiametro del cerchio.h.adunque il quadrato del semidiametro del cerchio.l.è eguale alli 2 quadrati delli duoi semidiametri delli duoi cerchij.k.h.onde il medesimo cerchio.l.è eguale alli duoi cerchij.k.h.ma il cerchio.l.è eguale alla superficie del cono.b a c.et il.k.alla superficie del cono.d b e.adunque il resto della superficie del cono, il qual resto è tra la.d e.&.a c.è eguale al cerchio.h.

Ma quello che habbiamo detto di sopra, che'l fatto di.b a.in.a g.è eguale al fatto di.b d.in.d f.& al fatto di.a d.nelle due cōgionte insieme.d f.&.a g.così si prouara. Sia dirizzata dal pōto.a.la retta a m.equidistante alla.b g.& eguale al lato.b a.& compiasi il parallelogrāmo.a m n g.gia questo è il fatto di.b a.in.a g.sia dirizzata similmente dal pōto.d.la equidistante a.b g.& eguale a.b d.& sia.d o.& compiasi il parallelogrāmo.d o p f.gia questo è il fatto di.d b.in.d f.aggiōgasi alla retta a g.in lungo verso il ponto.a.la retta a q.eguale a.d f.gia tutta la retta g q.è eguale alle due a g.et d f.& dirizzasi dal ponto.q.la retta.q r.eguale a.d a.& equidistante a.b g.& cōpiasi il parallelo-

grammo.q r s g. il quale dico esser eguale al resto del paralellogrammo.a m o g. cauatone il paralellogrammo.d o p l. essendo tutta.a m. eguale a.b a.& la parte.a y. eguale a.d a.per esser eguale a q r. adunque il resto.m y. è eguale a.d b.ma.r u. è eguale a.m y. adunque.r u. è eguale a.d b.& per consequente a.d o. adunque il rettangolo.r u n s. è eguale al rettangolo.d o p l. adunque.r u n s. è il fatto di.d b.in.d f.& perche.r u n s. è eguale a.d o p l. leuati di qua,& di la le parti comune, ch'è rettangolo.r o p s.resta.o u n p. eguale a.d t s f.& perche.s g. è eguale a.q r. è anche eguale a.d a.& x g. è eguale a.d f. cioe a.q s. adunque il rettangolo.x t s g. è eguale al rettangolo.q r y s. adunque il gnomone.m x s. è eguale al gnomone.u s r. ma il gnomone.m x s. è il resto del fatto di.b a. in a g. cauatone il fatto di.b d.in.d f. cioe.r u n s.

Sia vn paralellogrãmo.b a g. & il diametro sia.b g.& segasi il lato.b a. a ventura nel ponto.d.& dal põto.d. si tiri.d h. equidistante a.a g. & p il põto.f. la.k l. equidistante a.b a.dico che il fatto di.b a.in.a g. è eguale al fatto di.b d. in.d f.& al fatto di.d a. in ambedue le.d f.a g. percioche il fatto di.b a. in.a g. è tutto il.b g.& il fatto di.b d.in.d f. è tutto il.b f.& il fatto di d a.in ambedue.d f.& a g. è il gnomone.m n x. conciosia ch'l fatto di.d a.in a g. è eguale al.k g. perche il paralellogrãmo.k h. è eguale al.d l. per la 44. del primo di Euclide,& il fatto di.d a.in.d f. al.d l. adunq; tutto il gnomone.b g. ch'è il fatto di.b a.in.a g. è eguale al fatto di.b d.in.d f.& al gnomone.m n x. il quale è eguale al fatto di.d a.nell'una,& l'altra cõgiunte.a g.d f. ma questo sara piu in proposito se tu metti, che.a g. sia eguale a.b a.il che se si fa sara molto piu euidẽte, facciamo adunque la figura qui di sotto accommodata al proposito, abenche la propositione nostra 16. superiore del cono isocele non dica il fatto di.d a.nelle ambedue.a g.& d f. ma piu presto il fatto di.f g.in.a g.& d f. come ben è dimostrato nel lemmo precedente, e pero quest'altro anchor che sia vero nõ è pero in proposito, conciosia che.d a. sia parte dell'asse del cono,& f g. è parte del lato, onde nasce gran differẽtia dal lemo nostro precedente a questo, il quale habbiamo qui cosi ritrouato, ma bello è vedere, che la cõclusion seguisi cosi metẽdo.d a. come.f g. per le dimostration fatte di sopra dobbiamo hauer imparato prima, che li coni di vna medesima altezza sono in medesima proportione, che le sue base,& gia hauemo le base eguali sono in medesima proportione con le altezze. Et se vn cilindro sara segato da vna superficie equidistante alla basa, cosi sara il cilindro al cilindro, come le asse alle asse. Et alli cilindri sono proportionati li coni hauendo le medesime base con li cilindri. Et delli coni eguali le base hanno conuersa proportione alle altezze,& se le base con le altezze sono in proportione conuersa, ouer reciproca, li coni sono eguali. Et li coni delliquali li diametri delle base hãno la medesima proportione alli assi, cioe alle altezze, questi a quelle,& quelle a questi, sono in tripla proportione delli diametri delle base. Nota nella dimostratione seguente, ch'egli e errore a dir lati da triangoli di duoi lati eguali, percioche se ambi fussero cosi, sarebbe impossibile, che fossino eguali l'uno all'altro non hauendo,& lati,& diametri,& altezze,& base, ogni cosa eguale, e pero lo habbiamo scancellato seguitando la ragion scritta di sopra.

17 Sian duoi coni di lati eguali.a b c. d e f.& dello.a b c.la basa sia eguale alla superficie del.d e f.& l'altezza.a g. sia eguale alla tirata dal cẽtro della basa del cono.d e f. cioe da.h. al lato del cono, come saria il cathetto.h k.tirato al lato.d e. dico che li coni sono eguali, percioche essendo eguale la basa dello.a b c.alla superficie del.d e f. et le quantita eguali a vna medesima proportione, adunq; come la basa del.b a c. alla basa del.d e f. cosi la superficie del.d e f. alla basa del.d e f. ma come la superficie alla propria basa, cosi.d h. alla.h k. percioche questo è dimostrato, che d'ogni cono isocele, la superficie alla basa ha la medesima proportione, che ha il lato del cono alla tirata dal centro della basa, cioe la.d e. alla.e h. ma come la.e d. alla.h e. cosi la.d h. alla.h k. percioche li duoi triangoli.d h e.& d h k. sono simili,& equiangoli, ma la.h k. è eguale alla.a g. adunque come la basa del.b a c. alla basa del.d e f. cosi l'altezza del.d e f. all'altezza del.b a c. adunque delli duoi.a b c. d e f. le base sono reciproce alle altezze, adunque il.b a c. è eguale al.d e f.

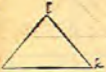
18 AD ogni rhombo composto di coni isoceli è eguale vn cono hauente la basa eguale alla superficie di vno delli coni, che comprendono il rhombo, & l'altezza eguale al catheto tirato dalla cima dell'altro cono a vno delli lati di esso altro cono.

Sia vn rhombo composto di coni isocelli.a b c d.del qual la basa sia il cerchio, che habbia per diametro la retta.b c. & l'altezza sia.a d. & pongasi vn certo altro cono.g h x. hauente la basa eguale alla superficie del cono.a b c.& l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto.d.al lato.a b.ouero al medesimo lato.a b.tirato in longo alla dritta, & sia la retta.d f.& l'altezza del.h g x.sia.h l.gia.h l. è eguale alla.d f.per questa cosi fatta hipothesi. Dico anchora che'l cono è eguale al rhombo, pongasi vn'altro cono.m n o.che habbia la basa eguale alla basa del cono.a b c.& l'altezza eguale alla.a d.& sia la sua altezza.n p. perche adunque la.n p. è eguale alla.a d.sara come la.n p. alla.d e. cosi la.a d.alla.d e.ma come la.a d.alla.d e.cosi lo.a b c d.rhombo al.b c d.cono, & come la.n p.alla.d e.cosi il cono.m n o. al cono.b c d. percioche le lor base sono eguali, adunque come il cono m n o.al cono.b c d.cosi il rhombo.a b c d.al cono.b c d.adunque il cono.m n o.è eguale al rombo.a b c d.& perche la superficie dello.a b c.è eguale alla basa del.g h x.adunque come la superficie dello.a b c.alla propria basa, cosi la basa del.g h x.alla basa dello.m n o.conciosia che la basa dello.a b c.sia eguale alla basa dello.m n o. Ma come la superficie dello.a b c.alla propria basa, cosi a b.a.b e.cioe la.a d.alla.d f.conciosia che li triangoli siano simili, adunque come la basa del.g h x. alla basa dello.m n o.cosi la.a d.alla.d f.& la.a d.è eguale alla.n p. per il presupposto primo, & la.d f.alla.h l. adunque come la basa del.g h x. alla basa dello.m n o. cosi la.n p. altezza alla.h l. adunque delli duoi coni.g h x.m n o.le base alle altezze sono in reciproca proportione, adunque per il corelario nostro fatto di sopra, li coni sono eguali, & gia habbiamo dimostrato, che'l cono m n o. è eguale al rombo.a b c d. & lo.g h x. cono, adunque sara eguale al medesimo rombo.

19 SE vn cono di lati eguali sara segato da vna superficie parallela alla basa, & dal cerchio fatto nel segamento si descriua vn cono menore, c'habbia la sua cima il centro della basa, & il rombo fatto per queste tal positioni si leui via da tutto il cono, a quello che resta sara eguale vn cono hauente la basa eguale alla superficie del cono, che e tra li duoi cerchij paralleli, & l'altezza eguale alla perpendicolare tirata dal centro della basa ad vno delli lati del cono.

Sia vn cono isocelo.a b c.& seghisi da vn piano parallelo, ouero equidistante alla basa, & sia il segamento.d e.& della basa il centro sia.f.& dal cerchio fatto intorno al.d e.diametro, descriuasi vn cono, che habbia la cima.f.gia a questo modo la figura.b d f e.viene a esser vn rombo fatto di duoi coni isocelli, pongasi vn'altro cono.x h l.del quale la basa sia eguale alla superficie contenuta tra li duoi cerchij.d e.& a c.per il modo, che insegna la 16 di questo, & l'altezza al catheto tirato dal centro, ouer cima.f.al lato.a b.& sia.f g.Dico che intendendosi leuato il rombo.b d f e.dal cono a b c.che al restante sara eguale lo.h k l.cono. Siano posti duoi coni.m n x.o p r.talmente che la basa dello.m n x.sia eguale alla superficie dello.a b c.& l'altezza eguale alla.f g. per tal position il cono.m n x.viene a esser eguale al cono.a b c.percioche se sono duoi coni di lati eguali, & la superficie di vno sia eguale alla basa dell'altro, & la perpendicolare tirata dal centro della basa al lato del cono sia eguale all'altezza, li coni sono eguali (per la 17 di questo) ma la basa dell'altro cono.o p r.sia posta eguale alla superficie del cono.d b e.& l'altezza alla.f g.per tal positione il cono.o p r. viene a esser eguale al rombo.b d f e.percioche questo è stato mostrato di sopra nella precedente. Ma perche la superficie del cono.a b c.è composta della superficie del.b d e.& della comprendusa tra li duoi archi.d e.& a c.& la superficie dello.a b c è eguale alla basa dello.m n x.& la superficie del.d b e.è eguale alla basa dello.o p r. & la comprenduta trali duoi cerchij.d e.& a c.è eguale alla basa del.h k l.adunque la basa dello.m n x.è eguale alle base delli duoi.h k l.o p r.& li coni sono sotto la medesima altezza, adunque il cono.m n x. è eguale alli duoi.h k l.o p r. ma il cono m n x.è eguale al cono.a b c.& il cono.p o r.al rombo.b d f e.adunque il cono.h x l.che resta sara eguale al resto del cono.

20 Sia vn rhombo composto di duoi coni di lati eguali.a b c d. & vno delli duoi coni sia segato da vn piano parallelo alla basa, & sia tal segamento la retta.e f. & dal cerchio fatto intorno al diametro.e f. descriuasi vn cono, che habbia la cima medesima con l'altro cono, cioe il ponto.d. gia con queste positioni e fatto vn rhombo.e d f b.& intendasi questo menor rhombo leuato via dal maggiore, & pongasi vn'altro cono.h k l. hauente la basa eguale alla superficie, che e tra.a c. &.e f.& l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto.d. al lato.b a. ouero al medesimo tirato in longo al diretto, come e stato detto di sopra. Dico che'l cono.h k l. e eguale a quello, che resta del rhombo maggior.a b c d. leuando il menor.b e d f. siano posti duoi coni.m n x. o p r. & la basa dello.m n x. sia eguale alla superficie del cono.a b c.& l'altezza eguale alla perpendicolare.d g. gia per le cose dimostrate di sopra il cono.m n x. e eguale al rhombo.a b c d. & del cono.o p r. la basa e eguale alla superficie del cono.e b f. & l'altezza alla.d g. gia similmente il cono.o p r. e eguale al rhombo.b d e f. & perche similmente la superficie del cono.a b c. e composta della superficie dello.e b f.& di quella, che e comprendendo in mezo tra.e f.&.a c.& la superficie del cono.a b c. e eguale alla basa dello.m n x.& la superficie dello.e b f. e eguale alla basa del cono.o p r. adunque la basa dello.m n x. e eguale alle base delli duoi o p r. h k l. & li coni sono la medesima altezza, adunque il cono.m n x. e eguale alli duoi. h k l. o p r. ma lo. m n x. e eguale al rhombo.a b c d.& lo.o p r. cono al menor rhombo.b e d f. adunque il cono.h k l. che resta e eguale al resto di cotal rhombo.



21 Se dentro a vn cerchio sara inscritto vn poligonio di lati in numero pari, & in longhezza eguali, & siano tirate le rette, che congiungano li lati del poligonio, talmente che siano parallele a vna qual si voglia delle subtendente sotto li duoi lati del poligonio, le dette rette, che congiungono li lati tutte hanno la medesima proportione al diametro del cerchio, che ha la subtendente alla mita delli lati cauatone vno, al lato del poligonio. Sia il cerchio.a b c d.& sia inscritto dentro il poligonio.a e f b g h c m n d l k. & congiungasi tirando le rette, li ponti.e x. f l. b d. g n. h m. egli e manifesto, che le dette sono parallele alla subtendente alli duoi lati del poligonio.

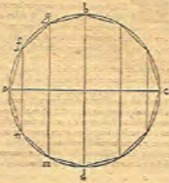
Dico adunque che tutte le dette al diametro del cerchio.a c. hanno la medesima proportione, che ha la.c e alla.e a. sian tirate le rette.f k. l b. g d. h n. gia la.f x. e parallela alla.e a.& la b l. alla f x. & la.d g. alla.b l. & la.h n. alla.d g. & la. c m. alla.h n. & perche sono due parallele le.e a. x f. & due tirate a trauerso.e k.&.a c. adunque cosi e la k z. alla.x o. come la.e x. alla.x z. (per la similitudine di duoi triangoli) x x o. &.e z z. & come la.x z. alla.x o. cosi la.f p. alla p o.& come la.f p. alla.p o. la.l p. alla.p e.& come la.l p. alla.p e. cosi la.b s. alla.s e.& come la.b s. alla.s e. cosi la.d s. alla.s t.& come la.d s. alla.s t. la. g u. alla.u t.& come la.g u. alla.u t. cosi la.n u. alla.u y.& come la.n u. alla.u y. la.h z. alla.z y. & come la.h z. alla.z y. la.m z. alla.z c. adunque tutte a tutte hanno la proportione, che ha vna a vna, adunque come.e x. a.x z. cosi.e x. f l. b d. g n. h m. al diametro.a c. ma come.x e. a.x z. cosi.c e. la.e a. adunque come.c e. al.e a. cosi tutte alle.e x. f l. b d. g n. h m. a tutto il diametro.a c.

22 Sia tirata per il cerchio.a b c. la retta a c. a ventura, & sopra la retta.a c. presa per basa inscriuasi dentro alla portione.a b c. vn poligonio di lati in numero pari, & tra loro eguali di longhezza eccetto la basa.a c. & siano tirate le rette.f g. e h. lequali sono parallele alla basa della portione, dico che come le. f g. e h. a x. alla. b x. altezza della portione, cosi la.d f. alla. f b. descriuansi similmente anchora le rette. g e. a h. gia sono parallele alla.b f. & per tal positione sara come la. k f. alla.k b. cosi la.g x. alla.k l.& la.e m. alla. m l. & la m h. alla.m n. & la.x a. alla.x n. adunque come tutte a tutte, cosi ciascuna a ciascuna adunque come li. f g. e h. a x. alla.b x. altezza, cosi la.f k. alla.k b. ma come la.f k. alla.k b. cosi.d f. a.f b. adunque come.d f. a. f b. cosi le rette.f g. e h. a x. alla.b x.

Sia

23 Sia in vna sphera il maggior cerchio. a b c d. & siaui inscritto dentro vn poligonio di lati eguali, & siano tanti per numero, che possano esser partiti per quattro senza frattione, & siano duoi diametri in lui. a c. & d b.

Se in questo tal cerchio stante il diametro. a c. si moui intorno lo. a b c. circolo col poligonio fato dentro, cosa manifesta è, che la circonferentia di tal cerchio scorrera per la superficie della sphera, & gli angoli del poligonio, eccetto quelli che sono alli ponti. a. c. scorreranno per circonferentie di cerchij retti al cerchio. a b c d. nella superficie della sphera, & li diametri di tai cerchij saranno le rette, che congiungono gli angoli del poligonio paralelle al diametro. b d. & li lati del poligonio scorreranno per certi coni li duoi. a f. & . a n. per la superficie di vn cono, delqual la basa sara vn cerchio, che hauera per diametro la. f n. & la cima al ponto. a. & li duoi. f g. m n. scorreranno per vna certa superficie conica, dellaqual la basa sara il cerchio intorno al diametro . m g . & la cima sara vn ponto fuora della sphera, doue concorreranno insieme, & col diametro . a c. le f g. m n. tirate al diritto in longo, & li duoi lati. b g. m d. saranno trasportati per vna superficie conica, dellaquale sara la basa il cerchio intorno al diametro b d. retto al cerchio. a b c d. cioe che col segamento fa gli angoli retti, & la cima sara vn ponto similmente fuori della sphera, doue s'incontraranno insieme tra loro, & col diametro. a c. le rette menate in longo alla dritta. b g. & . d m. similmente nell'altro semicircolo, li lati del poligonio scorreranno intorno per superficie conice simili alle dette.



Adunque nella sphera è inscritta vna figura, laqual è contenuta dalle predette superficie conice, dellaqual figura la superficie è menore della superficie della sphera, percioche essendo diuisa la sphera da vn piano retto al cerchio . a b c d. per il diametro. b d. la superficie di vn de gli hemisperij, & la superficie della figura inscrittaui dentro, hanno le medesime estremita in piano, percioche di ambe le dette superficie, lo estremo è la circonferentia del cerchio fatto intorno al diametro. b d. il qual cerchio sara retto al cerchio. a b c d. & l'una, & l'altra son curue verso le medesime parti, & l'una è contenuta dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi con l'una, & l'altra, lequal cose tutte si verificaranno medesimamente nell'altro hemisperio, adunque la superficie di tutta la figura inscritta sara menor della superficie della sphera.

24 LA superficie di vna figura inscritta in vna sphera è eguale al cerchio, delquale il semidiametro multiplicato in se stesso è eguale al fatto del lato della figura, & di vna eguale a tutte quelle rette, che congiongono li lati del poligonio, lequal rette sono paralelle alla subtendente delli duoi lati del poligonio.

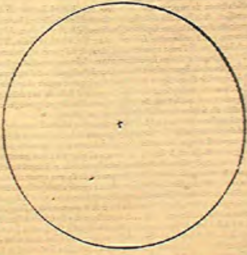
Sia in vna sphera il massimo cerchio a b c d. & nel detto cerchio inscriuasi vn poligonio di lati eguali, il numero delliquali lati possa esser partito per quattro senza frattioni, & da questo poligonio cosi inscritto intendasi al moto del cerchio (come habbiamo insegnato nella precedente) descritta vna certa figura nella sphera, & siano tirate le rette. e f. g h. c d. k l. m n. paralelle alla retta subtendente li duoi lati, & pongasi vn cerchio, il cui semidiametro sia. x. delqual semidiametro il quadrato sia eguale al rettangolo contenuto dalla retta. a e. & da vna eguale alle rette . e f. g h. c d. k l. m n. dico, che questo cerchio descritto secondo. x. è eguale alla superficie della figura inscritta nella sphera. Siano posti circoli, li semidiametri di quali siano. o. p. r. s. t. u. & il quadrato del semidiametro. o. sia eguale al fatto di. e a. nella mita di. e f. & il quadrato di. p. sia eguale al contenuto sotto. e a. & sotto la mita delle rette. e f. g h. & il quadrato di. r. sia eguale al fatto di. a e. nella mita delle rette. g h. c d. & il semidiametro. s. multiplicato in se stesso, sia eguale al fatto di. e a. nella mita delle rette. c d. k l. & il semidiametro. t. vaglia in potentia il fatto di. a e. nella mita delle rette k l. m n. & il semidiametro. u. in potentia sia eguale al fatto di. a e. nella mita di. m n. per questo cosi fatte positioni il cerchio descritto da. o. è eguale alla superficie del cono. a e f. (per la decima quarta) & quello descritto dal. p. alla superficie del cono, che è tra mezo. e f. & . g h. (per la decima sesta) & quello descritto da. r. alla tramezo le. g h. & c d. & quello descritto da. s. alla tramezo

le.d c.& .x l. & quello descritto da.r. alla tramezzo . k l.& m n. & quello descritto da.u. alla superficie del cono.m b n.adunque tutti li cerchij sono eguali alla superficie della figura inscritta nella sphera,& pure è manifesto, che li detti semidiametri.o.p.r.s.t.u. sono eguali in potentia al contenuto sotto.a e.& due volte la mita.di.e f g h.c d.x l.m n.lequali vengono a esser le tutte in tiere.e f.g h.c d.x l.m n.adunque li detti semidiametri.o.p.r.s.t.u. sono eguali in potentia al rettangolo contenuto sotto.a e.& tutte le.e f.g h.c d.x l.m n.ma anchora il semidiametro.x.è eguale in potentia al fatto di.a e.nella composita di tutte le.e f. g h.c d.x l.m n.adunque il semidiametro.x.multiplicato in se stesso, val per li quadrati di detti semidiametri.o.p.r.s.t.u.adunque il cerchio.x.è eguale a tutti li cerchij descritti da.o.p.r.s.t.u.& li detti cerchij sono mostrati esser eguali alla superficie di detta figura,adunque il cerchio.x.è eguale alla superficie di detta figura.

25 DI vna figura inscritta in vna sphera la superficie contenuta da superficie conice è minore di quadrupla del maggior cerchio,che si possa far nella sphera.

Sia in vna sphera il maggior cerchio.a b c d.& siali inscritto dentro vn poligonio di angoli in numero pari , & di lati eguali , & il numero delli lati si possa partir per quattro nettamente senza far rotti, & sopra questo poligonio preso,come basa intendasi fondata vna superficie contenuta da superficie conice. Dico che la superficie di tal figura inscritta è minore,che quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.

Siano tirate le due rette vna di qua, & l'altra di la,subtendenti alli duoi lati del poligonio,lequal siano.e i. h m. & parallele a queste siano tirate le rette . f x. d b. g l. & sia posto vn cerchio.r. del quale il semidiametro multiplicato in se stesso,sia eguale al fatto di.e a.in vna eguale a tutte le.e i. f x. b d. g l. h m.gia per quello,che qui di sopra habbiamo dimostrato,il cerchio.r.viene a esser eguale alla superficie di detta figura,& perche habbiamo dimostrato anchor di sopra,che come la eguale a tutte le.e i.f x. b d. x l.h m.al diametro.a c del cerchio.a b c d.cosi la.c e alla.e a.adunque il fatto della eguale a tutte le dette nella.a c.cioe il quadrato del semidiametro del cerchio.r.è eguale al fatto di.a c.in.c e.perciochè in.4.quantita proportionali,tanto fa la prima cō la quarta, quanto la secōda con la terza, ma il fatto di.a c.in.c e.è menor del quadrato.a c.adunq; il quadrato del semidiametro del cerchio.r.è menor del quadrato.a c.adunque il semidiametro del cerchio.r.è menor di.a c.adunque il diametro del cerchio.r.è minore , che'l duplo del diametro



del cerchio.a b c d.adunque li duoi diametri del cerchio.a b c d.sono maggiori del diametro del cerchio.r.& il quadrato del diametro del cerchio.a b c d. cioe.a c.multiplicato per quattro è maggior

gior

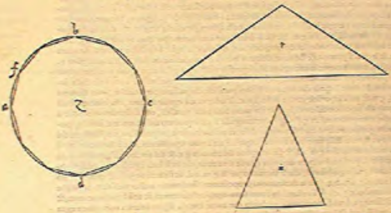
giore del quadrato del diametro del cerchio.r. ma come il quadrato di.a c. quadruplicato, cioe come li quattro quadrati di.a c. diametro, cosi li quattro cerchij.a b c d. al cerchio.r. adunque quattro cerchij eguali al cerchio.a b c d. sono maggiori del cerchio.r. adunque il cerchio.r. è menor di quadruplo del maggior cerchio della sphera, & il detto cerchio.r. è stato dimostrato eguale alla superficie di detta figura inscritta, adunque la superficie di detta figura è menor, che quadrupla del maggior cerchio, che sia nella sphera.

26 AD vna figura inscritta in vna sphera, laqual figura sia contenuta da superficie conice si proua esser eguale vn cono, il quale habbia per basa vn cerchio, par eguale a tutte le superficie di detta figura inscritta nella sphera, & l'altezza eguale al catheto tirato dal centro della sphera a vn lato del poligonio.

Sia in vna sphera il maggior cerchio.a b c d. & il resto, come fu posto di sopra, & sia vn cono retto.r. delqual la basa sia eguale alla supficie della figura inscritta nella sphera, & l'altezza sia eguale alla perpendicolar tirata dal centro della sphera a vno di lati del poligonio, bisogna dimostrare, che il cono.r. è eguale alla figura inscritta nella sphera, percioche voglio, che dalli cerchij, delliquali li diametri sono.f n. g m. h i. l k. si descriuano coni hauenti per cima il centro della sphera, gia habbiamo vn rombo solido fatto del cono, delquale la basa è il cerchio intorno al diametro f n. & la cima il ponto.a. & del cono, delquale la basa è il medesimo cerchio, & la cima il põto x. eguale al cono hauente la basa eguale alla superficie dello.n a f. et l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto.x. per la decimaottaua, anchora il resto del rombo, il qual resto è compreso dalla superficie del cono, laquale è in mezo tra li piani paralleli, che passano per li cerchij, ouer diametri f n. g m. & dalle superficie conice dello. f n x. & del. g m x. è eguale al cono, che habbia la basa eguale alla superficie del cono, laquale è in mezo tra li piani paralleli, che si stendono secondo li cerchij, ouero diametri.m g. f n. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto.x. al lato.f g. percioche queste cose sono state dimostrate di sopra nella vintesima propositione, ma il restante del cono compreso dalla superficie conica, laquale è tra li piani equidistanti, che si stendono per li diametri, ouer cerchij.g m. b d. & dalla supficie del cono.m g x. & dal cerchio, ch'è intorno al diametro.b d. questo tal restante dico esser eguale a vn cono, che ha la basa eguale alla superficie conica tra li piani equidistanti, che si stendono per le g m. b d. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto.x. alla.b g. (per la decimanona propositione) similmente anchor nell'altro hemisphe rio il rombo.x c. c l. & li restanti delli coni sono eguali ad altretanti, & cosi fatti coni quanti, & quali sono gia detti di sopra, adunque è chiaro, che anche tutta la figura inscritta nella sphera eguale a tutti li detti, & li coni sono eguali al cono.r. percioche il cono.r. ha la sua altezza eguale a ciascun delli coni detti, & la basa eguale a tutte le base delli medesimi, adunque è manifesto, che la figura inscritta nella sphera è eguale al cono proposto.

27 LA figura inscritta dentro in vna sphera, che sia contenuta di superficie conice (come di sopra habbiamo insegnato a far) è menore, che quadrupla del cono hauente la basa eguale al maggior cerchio della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della detta sphera.

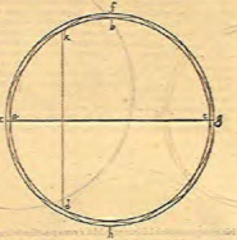
Sia il cono eguale alla figura inscritta, il quale habbia la basa eguale alla superficie di detta figura, & l'altezza eguale al catheto tirato dal cētro dal cerchio ad vn di lati del poligonio, & sia vn tal cono.r.come nella prossima precedẽte è dimostrato, & sia vn'altro cono.x.che habbia la basa eguale al cerchio.a b c d.& l'altezza al semidiametro del medesimo, perche adunque il cono.r. ha la basa eguale alla superficie della figura inscritta nella sphera, & l'altezza al catheto tirato dal.z.alla.a f.& hassi dimostrato, che la superficie di detta figura è menore di quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera, adunque la basa del cono.r.è menore, che quadrupla della basa del cono.x.& l'altezza del cono.x.è il semidiametro del cerchio.a b c d. maggiore dell'altezza del cono.r.perche adunque il cono.r.ha la basa meno, che quadrupla della basa del.x. & l'altezza menore dell'altezza, eglie manifesto che'l detto cono.r. è meno che quadruplo del cono x.ma il medesimo cono.r. è eguale alla figura inscritta, adunque la figura inscritta è menore che quadrupla del cono.x.



26 Sia in vna sphera il maggior cerchio. a b c d. & intorno a tal cerchio sia circonscritto vn poligonio di lati eguali, & angoli eguali, & il numero delli lati si possa partir per quattro netto senza fractione, et sia vn'altro cerchio estrinseco, che comprẽda il poligonio, il qual cerchio sia fatto sopra il medesimo centro, che è il cerchio.a b c d.& sia.e f g h. & stante il diametro.e g. menasi intorno il piano, ouer la superficie.e f g h. nella quale si contiene il poligonio, & il cerchio.a b c d.eglie manifesto che la circõferentia del cerchio.a b c d.scorrera per la superficie della sphera, & la circonferentia del cerchio. e f g h. per vn'altra superficie di vna sphera maggiore, che hauera il medesimo centro co la menore, & li toccamenti, doue li lati toccano il cerchio menore, veniranno per tal riuolgimento a scriuer cerchij nella sphera menore, che nelli segamenti col cerchio a b c d. faranno gli angoli retti, & gli angoli del poligonio, eccetto quelli che sono alli duoi ponti.e g. si riuolgeranno per circonferentie di cerchij nella superficie della maggior sphera, i quali cerchij tagliano il cerchio.e f g h.ad

angoli retti, & li lati del poligonio nel medesimo riuolgimento verranno a descriuere superficie conice, come anchora fu detto della figura inscritta di sopra nel theorema 27. Adunque questa tal figura in questo caso, che è fatta di superficie conice sara intorno alla menor sphera circonscritta, ma nella maggiore sara inscritta. Et che la superficie della figura circonscritta sia maggior della superficie della sphera intorno alla quale è circonscritta, cosi si prouara.

Sia il .k d. diametro di vno delli cerchij descritti nella menor sphera, doue li lati del poligonio si toccano col cerchio a b c d. nelli duoi pōti .k d. gia essendo diuisa la sphera dal piano, che si stende secondo il cerchio .k d. retto al cerchio .a b c d. anchor la superficie della figura circōscritta intorno alla sphera, sara diuisa dal medesimo piano, & è manifesto che hanno le medesime estremita in piano, percioche di ambe le superficie lo estremo fine è la circonferentia del cerchio descritto intorno al diametro .k d. il qual cerchio è retto al cerchio .a b c d. cioe questo taglia quello ad angoli retti, & sono ambedue caue, ouer curue verso le medesime parti, & l'una di dette superficie è compresa dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi, adunque è menore la superficie della portione della sphera, che della figura circonscritta intorno.



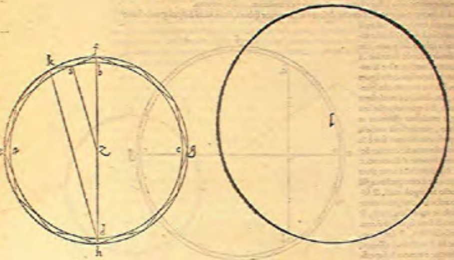
Similmente anchor dell'altra portione della sphera la superficie sara menore della superficie del poligonio, che vi è circonscritto intorno, adunque è manifesto, che tutta la superficie della sphera è menore della superficie della figura circonscritta a essa sphera.

29 ALla superficie della detta figura circōscritta intorno a vna sphera è eguale vn cerchio, del quale il semidiametro quadrato è eguale al fatto di vno delli lati del poligonio in vna retta eguale a tutte le rette, che congiongono li angoli del poligonio, lequali stanno paralelle a qualcheduna delle subtendenti a duoi lati del poligonio. Percioche la figura circonscritta intorno alla menor sphera viene a esser inscritta nella maggior, ma alla figura inscritta in vna sphera, laqual figura sia contenuta, ouer composta di superficie conice si è dimostrato esser eguale vn cerchio, del quale il semidiametro in potentia è eguale al fatto di vno di lati di detta figura poligonia in vna linea eguale a tutte le rette, che congiongono gli angoli del poligonio, lequal rette stano paralelle a vna delle subtendenti a duoi lati, manifesto è adunque lo intento nostro.

30 DI vna figura circonscritta intorno a vna sphera, la superficie è piu che quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.

Sia la sphera, & il cerchio, & ogni altra cosa secondo le descrittioni gia fatte, & il cerchio .l. sia eguale alla superficie della figura proposta circonscritta intorno alla menore sphera, perche adunque nel cerchio .e f g h. è inscritto vn poligonio di eguali lati, & angoli pari, le rette che congiongono li lati, ouero angoli del poligonio, lequali sono paralelle a .f h. a essa f h. hanno la medesima proportione, che ha .h k. alla .k f. adunque il rettangolo contenuto sotto vno delli lati del poligonio, & di vna eguale a tutte quelle, che congiongono gli angoli del poligonio è eguale al fatto di f h. in .h k. adunque il semidiametro del cerchio .l. in potentia è eguale al detto contenuto sotto le rette .f h. k h. & per consequente il detto semidiametro del cerchio .l. è maggiore di .h k. perche il detto del semidiametro è medio proportionale tra .k h. & f h. & .k h. è menor del f h. adunque il suo medio sara maggiore dello antecedente, ma .h k. è eguale al diametro del cerchio .a b c d. perche è dupla della .z s. laquale è semidiametro del cerchio .a b c d.

che si prouarebbe per li triangoli, che sono equiangoli, & per la quarta del sesto, adunque è manifesto che'l cerchio .l. è piu che quadruplo, cioe la superficie della figura circonscritta intorno alla menor sphera, piu che quadruplo, dico del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.



Nel triangolo adunque .h k f. lo angolo .h k f. è retto per essere in semicircolo, & nel triangolo .z s f. lo angolo .z s f. è retto, perche la linea .z s. è tirata dal centro al contatto, & l'angolo .f. è commune, adunque il terzo al terzo eguale, cioe .h. a .z. adunque (per la quarta del sesto) li triangoli sono proportionali, & la .h f. opposita allo angolo retto nel maggior triangolo è dupla della .z f. che è opposita allo angolo retto nel menor triangolo, adunque le due .h k. & .z s. che sono opposite allo angolo commune saranno in dupla proportione, adunque la .h k. è dupla della .z s. la qual .z s. è semidiametro del cerchio .a b c d. seguita adunque che .h k. è eguale a tutto il diametro del cerchio .a b c d.

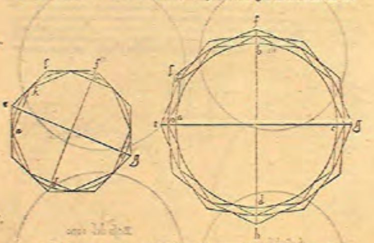
Alla figura circonscritta intorno alla menor sphera, è eguale vn cono hauente la basa vn cerchio eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, percioche vna tal figura circonscritta intorno alla menor sphera è inscritta nella maggiore, & alla inscritta fatta di superficie conice è stato dimostrato eguale il cono, che habbia per basa il cerchio eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale al cathetto tirato dal centro della sphera ad vno di lati del poligonio, il qual cathetto viene a essere eguale al semidiametro della menor sphera, adunque manifesto è lo intento nostro.

Et da questo anchora s'intende chiaro, che la figura circonscritta intorno alla menor sphera, è piu che quadrupla del cono hauente per basa il maggior cerchio della detta sphera, & l'altezza il semidiametro della detta sphera, percioche essendo eguale alla detta figura il cono, che ha la basa eguale alla superficie di quella istessa, & l'altezza alla perpendicolare tirata dal centro della sphera ad vn di lati del poligonio, cioe eguale al semidiametro della detta menor sphera, & la superficie della figura circonscritta alla detta sphera è piu che quadrupla del maggior cerchio della detta sphera, adunque la figura circonscritta alla detta sphera è piu che quadrupla del detto cono, cioe del cono, che ha per basa il cerchio maggiore della detta sphera, & l'altezza il semidiametro della detta sphera, percioche il cono eguale a essa si fa piu che quadruplo del detto cono, percioche ha la basa piu, che quadrupla, & l'altezza eguale.

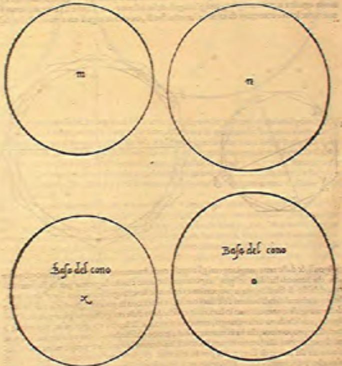
3. SE dentro a vna sphera sara inscritta vna figura, & vn'altra circonscritta fatta di superficie poligonie simili al medesimo modo di sopra, la superficie della circonscritta alla superficie della inscritta ha la proportione dupla di quella, che ha il lato del poligonio circonscritto intorno al maggior

maggior cerchio al lato dello inscritto nel medesimo cerchio, & essa figura circonscritta alla inscritta ha proportione tripla della medesima proportione.

Sia in vna sphera il maggior cerchio. a b c d. & inscriuasi dentro a quello vn poligonio equilatero, & il numero delli lati possa esser partito per quattro senza far frattioni, & vn'altro visi circonscriua simile allo inscritto, & nello circonscritto li lati tocchino il cerchio a mezo gli archi, delli quali le corde sono li lati del poligonio inscritto, & li duoi diametri. e g. f h. siano l'uno all'altro ad angoli retti, i quali diametri sono del cerchio comprendente il poligonio circonscritto, & siano similmente posti, come sono anchor li duoi diametri. a b. c d. & intendasi gli angoli opposti del poligonio, congiongersi con le rette, lequali siano insieme parallele, & anchora alla retta. f b d h. a questo modo stante il diametro. e g. & menando intorno li perimetri delli poligonij per la circonferenza del cerchio, vna figura sara circonscritta, & l'altra inscritta nella sphera. Bisogna adunque dimostrare, che la superficie della figura circonscritta alla superficie della inscritta, ha dopia proportione di quella, che ha. e l. alla. a x. & essa figura circonscritta ha la proportione tripla della medesima, percioche sia posto il cerchio. m. eguale alla superficie della figura circonscritta alla sphera, & il cerchio. n. eguale alla superficie della inscritta, adunque il semidiametro dello. m. quadrato è eguale al sotto di. e l. in vna eguale a tutte quelle, che congiongono gli angoli del poligonio circonscritto, & il semidiametro di. n. quadrato è eguale al sotto di. a x. in vna eguale a tutte le congiongenti gli angoli dello inscritto, & perche li poligonij sono simili anche le aree contenute da tal linee saranno simili, cioe li rettangoli contenuti dalli lati delli



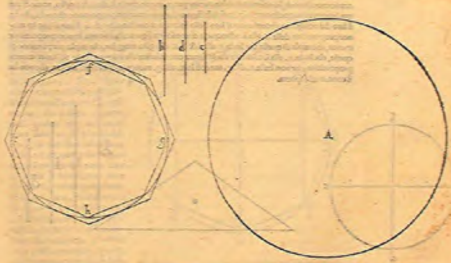
poligonij, & dalle rette congiongenti gli angoli, onde haueranno la medesima proportione tra loro, che hanno li lati delli poligonij in potentia (& questo è facile da prouar per la decimaottaua del sesto di Euclide) ma la proportione, che hanno li rettangoli contenuti sotto dette linee, hanno anchora li semidiametri delli duoi cerchij. m. n. tra loro in potentia, perche se ciascheduno delli rettangoli contenuti sotto lo lato. e f. in ciascheduna delle congiongenti gli angoli di tal poligonio, a ciascheduno delli rettangoli contenuti sotto. a x. & le altre congiongenti haueranno la medesima proportione, che ha in potentia. l e. al. a x. cioe ciascheduno al suo relatiuo, onde la summa di tutti li primi alla summa di tutti li secondi, haueranno la medesima proportione (per la decimaterza del primo di Euclide) & perche la summa di quelle contenute con la. e l. sono eguale al quadrato del semidiametro del cerchio. m. & la summa delle altre sono eguale al quadrato del semidiametro del cerchio. n. adunque il cerchio. m. al cerchio. n. haueranno la medesima proportione, che hanno li duoi quadrati delli loro semidiametri, & come il lato. l e. al lato. a x. in potentia, laquale vien a esser doppia quella, che hanno li detti duoi lati in longhezza, che è il primo proposito, onde li diametri di detti cerchij alli lati delli poligonij hanno la medesima proportione, & li cerchij tra loro hanno dopia proportion delli diametri, i quali cerchij sono eguali alle superficie delle due figure circonscritta, & inscritta, adunque è manifesto, che la superficie della circonscritta intorno alla sphera, alla superficie della inscritta dentro alla sphera ha dupla proportione di quella, che ha la.e l.alla.a k. hor siano posti duoi coni.x.o.& sia il cono.x.che habbia per basa il cerchio.x.equale al cerchio.m.& il cono, che habbia per basa il cerchio.o.equale alle.n.& il cono.x.habbia per altezza il semidiametro della sphera, & il cono.o.habbia per altezza la perpendicolare tirata dal centro alla.a k. adunque il cono.x.è equale alla figura circonscritta esterno alla sphera, & il cono.o.alla inscritta, percioche queste cose sono state dimostrate, & perche li poligonij sono simili, la.e l. ha la medesima proportione alla.a k. che ha la tirata dal centro de la sphera alla perpendicolare tirata dal centro della sphera alla.a k.adunque l'altezza del cono.x.all'altezza del cono.o.ha la medesima proportione, che ha la.e l.alla.a k.cosi anchora il diametro del cerchio.m.al diametro del cerchio.n.ha la proportione, che ha la.e l.alla.a k. adunque li diametri delle base delli coni.x.o.hanno la medesima proportione con le altezze, adunque sono simili (per la ultima diffinitione dell'undecimo di Euclide) & per la medesima ragione il cono.x.havera tripla proportione al cono.n.di quella, che ha il diametro del cerchio.m. al diametro del cerchio.n.adunque egli e manifesto, che la figura circonscritta alla inscritta ha proportione tripla di quella, che ha la.e l.alla.a x.



Di ogni sphera la superficie è quadrupla del maggior cerchio, che si possa far in lei.

32 DI ogni sphera la superficie è quadrupla del maggior cerchio, che si possa far in lei. Sia una sphera, & sia del maggior cerchio, che possa esser in lei quadruplo il cerchio.a. dico che'l cerchio.a.è equale alla superficie della sphera, s'egli nō è equale, sara o maggior, o menor, sia prima maggiore la superficie della sphera, che non è il cerchio.a. gia sono qui due quantita ine-

guali, la superficie della sphera, & il cerchio .a. adunque egli è possibile pigliar due rette inequali, talmente che la maggiore alla menore habbia menor proportione, che non ha la superficie della sphera al cerchio, siam queste due .b c. & prendasi media proportionale tra .b. & .c. la retta .d. & intendasi la sphera segata per il centro da vn piano, & il segamento sia il cerchio .e f g h. & intendasi in questo cerchio inscritto vn poligonio, & vn'altro circonscritto, talmente che il circonscritto sia simile allo inscritto, & il lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione di quella, che ha la .b. alla .d. adunque anche la dupla proportione è menor della dupla, & della .b. alla .d. dupla è quella della .b. alla .c. & del lato del circonscritto poligonio al lato dello inscritto, dupla è quella della superficie del solido circonscritto alla superficie dello inscritto. Adunque la superficie della figura estrinseca alla sphera, alla superficie della inscritta nella sphera ha menor proportione, che non ha la superficie della sphera al cerchio .a. il che è impossibile, percioche la superficie della figura circonscritta è maggiore della sphera, & la superficie della inscritta è menore del cerchio .a. percioche sopra è stato dimostrato, che la superficie della figura inscritta è meno di quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera, & di questo tal cerchio il cerchio .a. è quadruplo, adunque la superficie della sphera non è maggiore del cerchio .a. ma io dico che non è, ne anche menore, nondimeno se possibile è sia maggiore, & ritrouinsi le rette .b. c. & la proportione di .b. a .c. sia menor della proportione del cerchio .a. alla superficie della sphera, & tra .b. & .c. media proportionale, si piglia la retta .d. & circonscriuasi, & inscriuasi anchor, come di sopra, talmente che del circonscritto allo inscritto la proportione sia menore della .b. alla .d. adunque anche le duple proportioni saranno menori, adunque la superficie del circonscritto alla superficie dello inscritto ha menor proportione, che il cerchio .a. alla superficie della sphera, che è inconueniente, percioche la superficie della circonscritta figura è maggiore del cerchio .a. & quella della inscritta è menor della sphera, non è adunque menore la superficie della sphera del cerchio .a. & gia si ha dimostrato, che non puo esser maggiore, adunque la superficie della sphera è eguale al detto cerchio, cioe quadrupla del maggior cerchio.

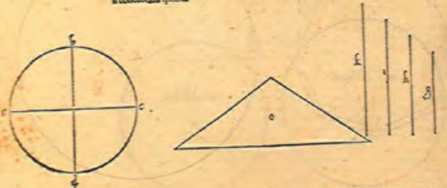


35 Ogni sphera è quadrupla del cono hauente la basa, eguale al maggior cerchio, che si possa far secondo la sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera.

Sia vna sphera, & in essa il maggior cerchio .a b c d. se adunque la sphera non è quadrupla del detto cono, sia (se possibile è) maggiore, che quadrupla, & sia il cono .o. hauente la basa quadrupla al cerchio.a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, cosi adunque la sphera è maggiore del cono.o. per il presupposito, gia qui sono due quantita ineguali, la sphera, & il cono adunque è possibile pigliar due rette ineguali, talmente che la maggiore alla menore habbia menor proportione, che non ha la sphera al cono.o. siano adunque queste.x.g. & siano prese.i.h. talmente, che con eguale differenza si auanzano l'una l'altra, cioe che egualmente auanzi.x.la.i. & la.i.la.h.la.g. & intendasi nello.a b c d.cerchio inscritto vn poligonio, di qual è il numero delle lati si possa partir per quattro nel menor, & vn'altro circonscritto simile allo inscritto, come di sopra è detto, & il lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione, che non ha la.x.alla.i. & siano li diametri.a c.b d. interseccati l'un l'altro ad angoli retti, se adunque stante il diametro.a c. sara menato intorno il piano, nel quale sono li poligonij ne risultarino due figure solide vna intorno la sphera, l'altra dentro alla sphera, et la circonscritta alla inscritta hauera proportion tripla di quella, c'hanno li lati delli poligonij l'uno all'altro, i quali poligonij sono l'un fuori, l'altro dentro al cerchio.a b c d. ma l'un lato all'altro ha menor proportione, che non ha la.x.alla i. onde la figura circonscritta alla sphera, comparata alla inscritta nella sphera hauera proportione menore, che tripla di quella della.x.alla.i. & anchora la.x.alla.g.ha proportion maggior, che tripla di quella, che ha la.x.alla.i. percioche questo è manifesto per alcune dimostrationi antecedenti, che si ponno fare adunque la circonscritta alla inscritta, molto menor proportione hauera, che non ha la sphera al cono.o. & per la permutata proportione.

Il che è impossibile, percioche la figura circonscritta è maggiore della sphera, & la inscritta menore del cono.o. conciosia che'l cono.o. è quadruplo del cono hauente la basa eguale al cerchio.a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, & la figura inscritta è menore, che quadrupla del detto cono, adunque la sphera non è maggior, che quadrupla del detto cono.

Ma sia (se possibile è) menore, che quadrupla, onde la sphera verra a essere menore del cono.o. prendansi le rette.x.g. & sia maggior la.x. della.g. & habbia la maggior menor proportione alla menore, che non ha il cono.o. alla sphera, & siano prese le.h.i. al modo di prima, & intorno al cerchio.a b c d. s'intenda circonscritto vn poligonio, & vn'altro inscritto, talmente che'l lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione, che la.x.alla.i. & il resto, come di prima, hauera adunque la circonscritta solida figura alla inscritta tripla proportione di quella, che ha il lato del poligonio circonscritto al lato dello inscritto al cerchio.a b c d. & il lato al lato ha menor proportione della.x. alla.i. adunque la circonscritta figura alla inscritta hauera proportione menor, che tripla di quella, che ha la.x.alla.i. & la.x.alla.g. ha maggior, che tripla proportione di quella, che ha la.x. alla.i. talmente che la figura circonscritta alla inscritta viene ad hauer menor proportione, che non ha la.x.alla.g. ma cosi la.x. alla.g. menor proportione hauera, che non ha il cono.o.alla sphera.



Il che è possibile percioche la figura inscritta è menor della sphera, & la circonscritta è maggiore del cono.o. adunque neanche menor, che quadrupla è la sphera del cono, che habbia la basa eguale al cerchio.a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, & gia si ha dimostrato, che ne anche maggior, adunque è quadrupla.

Essendo

Essendo dimostrate queste cose, egli è manifesto, che ogni cilindro, che habbia la basa, il maggior cerchio di vna sphera, & l'altezza il diametro della sphera, sarà sesquialtero alla sphera, & la superficie sua con ambedue le base sesquialtera della superficie della sphera, percioche il detto cilindro è sescuplo del cono hauente la medesima basa, & l'altezza eguale al semidiametro, & la sphera si è dimostrata esser quadrupla del medesimo cono, adunque manifesto è che'l cilindro è sesquialtero alla sphera. Anchora perche la superficie del cilindro senza le base si è dimostrata eguale al cerchio, delquale il semidiametro è medio proportionale tra il lato del cilindro, & il diametro della basa, & il lato del detto cilindro è eguale al diametro della basa, manifesto è, che la media proportionale tra loro è eguale al diametro della basa, & il cerchio hauente il semidiametro eguale al diametro della basa è quadruplo della basa, cioe del maggior cerchio della sphera, adunque la superficie del cilindro senza le base è quadrupla del maggior cerchio, adunque tutta insieme con le base è sestanto del maggior cerchio, ma la superficie della sphera è quadrupla del maggior suo cerchio, adunque tutta la superficie del cilindro è sesquialtera della superficie della sphera.

34 LA superficie di vna figura descritta in vna portione di sphera, è eguale al cerchio, il semidiametro delquale tanto possi, quanto è quello, che vien contenuto sotto il lato di detta figura di molti angoli inscritta nella settione del massimo cerchio, & sotto di vna linea, che sia eguale a tutte le linee insieme, che siano equidistanti alla basa della settione, aggionto con le predette la mità della basa.

Sia vna sphera, & di quella sia segato vna portione, la basa dellaquale sia vn cerchio, il diametro del quale sia la.a g. & sia inscritto nella detta portione, la figura (piu volte detta) compresa dalle conici superficie, & sia il massimo cerchio nella sphera. a g h. & sia la figura de numero paro de lati, cioe siano.a c e h f d g. eccettuando il lato.a g. & sia tolto vn cerchio, che il suo semidiametro sia.l. talmente che'l detto.l. possi tanto, quanto vien contenuto sotto del lato.a c. & sotto a tutte queste insieme.e f. c d. & anchora la mità della basa, cioe di.a x. Egli è da dimostrar ordinatamente il cerchio descritto secondo.l esser eguale alla superficie della detta figura. Sia tolto vn cerchio, il cui semidiametro sia.m. il qual. m. tanto possi quanto quello, che vien contenuto sotto di.h e. & sotto alla mità della. e f. adunque il cerchio descritto secondo la quantità di.m. è eguale alla superficie di quel cono, delquale la basa è il cerchio hauente per diametro.e f. & l'altezza, ouero vertice di quello è il ponto.h. (per la decima quarta.) Sia anchora tolto vn'altro cerchio, delquale il suo semidiametro sia.n. talmente, che il detto.n. tanto possi quanto vien contenuto sotto della.e c. & la mità de l'una, & dell'altra delle due.e f. & c d. Et questo sarà eguale alla superficie del cono, cioe di quella, che è situata intra le piane superficie equidistanti, secondo le linee, ouer cerchi.e f. c d. (per la decimasesta) anchora sia similmente tolto vn'altro cerchio, delquale il suo semidiametro sia.x. talmente, che il detto.x. possi tanto quanto quello, che vien contenuto sotto della a c. & della mità dell'una, & l'altra delle due.c d. a g. insieme, che è eguale anchora alla superficie conica, che vien compresa intra le superficie equidistanti.a g. c d. (per la decimasesta) adunque tutti li circoli saranno eguali a tutta la superficie della detta

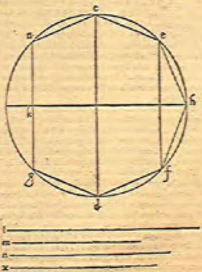


figura. Et li semidiametri di quelli poteranno tanto quanto quello, che vien contenuto sotto di vn lato, cioe di.a c.& sotto la linea, che sia eguale a tutte le.e f. c d. & la mita della basa.a x.insieme. Ma la possanza del semidiametro.l.e eguale a quel medesimo spacio, per laqual cosa seguita il cerchio descritto secondo.l.esser eguale alli cerchij descritti secondo.m.n.& x. e pero e eguale alla superficie della inscritta figura.

35 ESsendo segata vna sphera da vna piana superficie, che non transisca per il centro di quella, & sia in quella il massimo cerchio.a e f. qual seghi la superficie segante ad angoli retti, & sia inscritto nella portion della sphera.a c b. vna figura di molti angoli, & di numero paro di lati, & eguali, eccettuando della basa.a b. similmente come nelle superiori. Se stando fermo.c f. sia circonuoluta, ouer menata intorno la figura, gli angoli.d.e. a.b.secondo la circonferencia di cerchij, & li lati faranno portati secondo le superficie conice, & la figura solida, che da questo moto sara costituita, sara compresa da superficie conice, laqual hauera per basa quel cerchio, delquale il diametro e la.a b.& la vertice, o vuol dir la cima il ponto c. Adunque questa figura similmente (per le ragioni, che di sopra sono state dette) hauera menor superficie della figura, che abbraccia quella, perche il termine dell'una, & dell'altra e nel piano della portione, cioe nella circonferenza del cerchio, delquale il diametro e la.a b.& le superficie di ambedue sono in vna medesima parte conglobate, & l'una e tenuta abbracciata sotto dell'altra.

36 LA superficie di vna figura descritta in vna portione di sphera, e menore di quel cerchio, il semidiametro, delquale e eguale a quella linea, che vien dutta dalla vertice, ouer cima della portione, alla circonferenza di quel cerchio, ch'e basa della portione.
Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella.a b f e. & sia la portione della sphera, dellaquale la basa sia il cerchio descritto circa al diametro.a b. & sia inscritto in quella la detta figura, & nella portione del cerchio la figura di molti angoli, & seguire il medesimo delle altre. Sia il diametro della sphera.b l.& tirate le due linee.l e.& b a.& sia vn cerchio, delquale il suo semidiametro sia.m.ma con tal conditione, che la detta linea.m.sia eguale alla.a b. Hora egli da dimostrare, che il detto cerchio descritto secondo la linea.m.e maggiore della superficie della figura, ma la superficie della figura e dimostrata esser eguale al cerchio, il semidiametro delquale tanto puo quanto quello, che si contiene sotto della.e b.et sotto di tutte le.e f. c d. x a.& questo che e contenuto sotto della. e b. & sotto di tutte le. e f. c d. x a. si eguaglia a quello, che e contenuto sotto della.e l.& k h.& quello che e contenuto sotto delle due.e l.& . k h. e menore di quello che e contenuto sotto della . a b. perche egli e menore di quello, che e contenuto sotto della.a b.& k h. Adunque egli e manifesto, che il semidiametro del cerchio, ch'e eguale alla superficie della figura e menore del semidiametro m. adunque egli e manifesto il cerchio designato secondo il mezo diametro.m.esser anchora maggiore della superficie della figura.

37 LA figura descritta in vna portione di sphera, laqual sia contenuta da superficie conice, insieme con quel cono, che habbia la medesima basa con la figura, & la vertice, ouer cima nel centro della sphera, si eguaglia a quel cono, delquale la basa e eguale alla superficie della detta figura, & l'altezza eguale alla linea dutta dal centro della sphera perpendicolarmente al lato di detta figura.
Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella, & la portion menor del semicerchio.a b c. & il centro e. Et sia scritto nella portione a b c. vna figura de lati pari, & eguali, eccettuando la basa.a c. similmente come nelle passate, & stando fermo la.b e. sia menata attorno della sphera, laquale fara vna certa figura compresa da superficie conice, & dal cerchio, delquale il diametro e la.a c. sia fabricato vn cono, che habbia la vertice, ouer ponta nel centro della sphera, & sia preso il cono x. il quale habbia la basa eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal centro.e.a vn lato della figura. Hor bisogna dimostrare che il cono.x.si eguaglia alla detta figura, insieme con il cono.a e c.siano anchora fatti i coni dalli cerchij, delliquali li diametri sono.g h.& f l.che habbiano la vertice, ouer cima al centro.e.adunque il rhombo solido.g b h e.e eguale al cono, delquale la basa si eguaglia alla superficie.g b h. & l'altezza eguale a quella linea, che sia tirata dal.e.perpendicolarmente alla.g b.(per la decimaottaua) & il residuo, che e contenuto sotto la superficie intermedia fra le piane superficie, che sono secondo.g h.& f l. & sotto.f e l.g e h.(per la vintesima) si eguaglia al cono, delquale la basa

sia eguale

sia eguale alla superficie intermedia fra le piane equidistanti, lequali sono secondo. g h. f l. & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta dal centro. e. perpendicolarmente alla. f g. Oltra di questo il residuo compreso dalla superficie intermedia, delle piane equidistanti, lequali sono secondo f l. a c. & dalli coni. a e c. f e l. (per la detta vintesima) si eguaglia al cono, delquale la basa è eguale alla superficie, che è intermedia fra le piane equidistanti, che sono secondo. f l. a c. & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal centro. e. alla. f a. adunque li predetti coni saranno eguali alla detta figura insieme con il cono. a e c. & certamente quell'altezza, che hanno quanto quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal. e. a un lato della figura, & quella basa eguale alla superficie. a f g b h l c. della figura, & anchora il cono. x. ha la medesima altezza, & la medesima basa eguale alla superficie di detta figura, per laqual cosa sara eguale alli detti coni, & li detti coni sono dimostrati esser eguali alla det

ta figura, insieme con il cono. a e c. adunque anchora il cono. k. si eguaglia alla detta figura, insieme con il cono. a e c. adunque da questo è manifesto, che il cono, che habbia la basa un cerchio, del quale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa della figura, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera è maggiore della figura inscritta nella portione, insieme con il detto cono. a e c. perche il detto cono è maggiore del cono eguale alla figura, insieme con il detto cono. a e c. perche il detto cono è maggiore del cono, che è eguale alla figura, insieme con il cono. a e c. cioe di quello, che habbia la basa eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal centro a un lato della figura di molti angoli, perche la basa di quello è maggiore della basa di quello, & l'altezza maggiore dell'altezza.

38 Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella. a b c. & sia segato in quella una portione menore del mezo cerchio, laquale sia segata dal. a b. & sia il centro il ponto. d. & dal centro. d. al. a b. siano dutte le. a d. & d b. & cerca la fatta portione sia circonscritta una figura di molti angoli, cerca laqual sia circonscritto un cerchio, il quale habbia il medesimo centro con il cerchio a b c. altramente che stando fermo. e k. sia menato attorno la detta figura, per fino a tanto, che'l ritorni al luogo, doue diede principio a muouersi, il cerchio circonscritto è portato secondo una superficie di sphera, & gli angoli della detta figura descriueno cerchij, li diametri di quali saranno le linee congiongenti gli angoli della figura, lequali saranno equidistanti alla. a b. & li ponti, nelliquali li lati della figura toccano il cerchio menore, descriueno cerchij nella menor sphera, li diametri, delliquali saranno le linee continuanti li ponti del toccamento, & saranno equidistanti alla linea. a b. & li lati della detta figura saranno portati secondo superficie conice, & la figura circonscritta sara contenuta sotto superficie conice, dellaqual la basa è il cerchio, che è circa il diametro. f g. & la superficie della detta figura è maggiore della superficie della menor portione, la basa dellaquale è il cerchio, ch'è circa il diametro. a b. & essendo dutte le contingenti. a m. b n. per laqual cosa saranno portate secondo superficie conice, & la figura, ch'è causata dalla figura di molti angoli circondutta. a m h e n b. hauera maggior superficie, che la portione della sphera, dellaquale la basa è il cerchio costituto cerca. a b. perche l'una, & l'altra stanno in un medesimo piano, & hanno per termine, quel medesimo cerchio descritto cerca. a b. & la portione è compresa dalla figura, ma la superficie conica produtta da. f m. g n. è maggiore di quella causata da. m a. n b. perche. f m. è maggior di. m a. perche sottoende all'angolo retto, & la linea. n g. è maggiore della. n b. & conciosia che sia cosi, sara maggior la superficie

della superficie, perche queste sono quelle cose, che in principio furono tolte per dimostrare. Adunque egli è manifesto, che la superficie della circonscritta figura è maggiore della superficie della menor portione della sphera, oltra di questo è manifesto, che la superficie della inscritta figura, che sia cerca la portione è eguale al cerchio, delquale il semidiametro puol, quello che vien contenuto sotto di vn lato della figura, & sotto tutte quelle linee insieme, che congiungono gli angoli della detta figura, & la mità della basa della detta figura di molti angoli, secondo laquale fu descritta la figura solida nella maggior sphera descritta. Et questo per quelle cose, che per auanti sono state descritte è manifesto.

35 LA superficie di vna figura, che sia descritta cerca a vna portione di sphera, è maggior di quel cerchio, delquale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferenza di quel cerchio, ch'è basa di tal portione.

Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella. a b c d. & il centro di quello il ponto. e. Dapoi sia descritto cerca la portione la figura di molti angoli. l k f. & cerca questa sia descritto vn cerchio, & sia fatta la figura, come prima circonuoluendo. Dapoi sia vn cerchio, il semidiametro delquale sia n. il qual semidiametro puossi quello, ch'è contenuto sotto vn lato della figura, & sotto tutte le linee congiongenti gli angoli insieme, & la mità della. k l. Certamente il detto spacio si agguaglia a quel, che si contiene sotto. m h. & f g. che è l'altezza della maggior portione della sphera, & questo è stato dimostrato sopra la trigesima sesta. adunque il semidiametro. n. puo, eguale a quello, che è contenuto sotto. m h. g f. ma. g f. è maggior di d x. che è l'altezza della menor portione, perche se giongeremo. k f. sara equidistante alla. d a. & anchora la. a b. è equidistante alla. k l. adunque il triangolo. f k g. è simile al triangolo. d a x. & f k. è maggior, che. d a. adunque anchora. f g. è maggior che. d x. ma. m o. è eguale a. o f. & la h e. al. e f. adunque (per la seconda del sesto di Euclide) e o. è equidistante al. m h. adunque. m h. è doppia al la. e o. & anchor la. c d. è doppia alla e o. per laqual cosa la. c d. è eguale al la. m h. Ma questo, che è contenuto sotto. c d. & d x. (per la terza del secondo di Euclide) è eguale al quadrato di. a d. adunque la superficie della figura. k f l. è maggiore del cerchio delquale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa di quella portione, ch'è cerca il diametro. a b. perche il cerchio descritto secondo il semidiametro. n. è eguale alla superficie della figura descritta cerca alla portione.

40 LA figura descritta cerca a vna portione di sphera, insieme con il cono, delquale la basa sia il cerchio costituito cerca al diametro. k l. (della precedente figuratione) & la vertice, ouer cima, il centro della sphera è eguale al cono, delquale la basa sia eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal centro al lato della figura, laquale si troua anchora eguale al semidiametro della sphera. Perche la figura circonscritta alla portione, è inscritta nella portione della maggior sphera, dellaquale il centro è quel medesimo della menore, onde egli è manifesto quello, che è il proposito dalla antescritta figuratione.

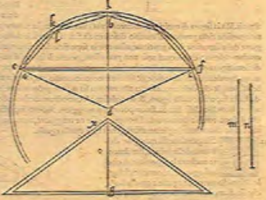
Adunque da questo è manifesto, che la figura circonscritta insieme con il cono, è maggiore di quel cono, che habbia la basa vn cerchio, delquale il semidiametro sia eguale alla linea dutta dalla vertice, ouer cima della portione della sphera menore alla circonferenza del cerchio, che sia basa della detta portione, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera. Perche il cono che sara eguale alla detta figura, insieme con il cono hauera maggior basa, che il detto cerchio, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera menore.

Sia anchora la sphera, & il massimo cerchio in quella, & la portione. a b c. menore del mezo cerchio,

&

& il centro .d. & dentro la portion .a b c. sia inscritta vna figura di molti pari angoli, & a questa ne sia circonscritta vn'altra simile alla medesima, & sian posti i lati equidistanti alli lati, & sia circonscritto vn cerchio alla figura circonscritta, & come prima stante fermo .g h. circondutti i cerchi, quelli producano le figure cōprese da figure conice. Hor bisogna mostrare, che la superficie della circōscritta figura, alla sup̄ficie della inscritta habbia quella proportione, ch'è del lato della circonscritta al lato della inscritta duplicata. Et questa medesima figura insieme con il cono all'altra figura con il cono ha la medesima proportione treplicata. Sia vn cerchio, delquale il suo semidiametro sia .m. di tal qualita, che il detto semidiametro .m. possi tanto quanto è quello, che è contenuto sotto vn lato della figura, & tutte le linee continuamente gli angoli insieme con la mita di .e f. e per tanto il cerchio descritto secondo il semidiametro .m. sara eguale alla superficie della figura. Dapoi questo sia tolto vn cerchio, il semidiametro delquale sia .n. il qual .n. possi tanto quanto quello, che sia contenuto sotto a vn lato della inscritta figura, & da tutte le linee insieme, che congiongono gli angoli, insieme con la mita di .a c. Anchora questo cerchio sara eguale alla superficie della figura inscritta, vero è, che li detti spacij intra se quella proportione, che ha il quadrato del lato .e x. al quadrato di .a l. adunque come la figura superficiale alla figura superficiale, cosi è il cerchio descritto da .m. al cerchio descritto da .n. Per laqual cosa egli e manifesto, che la superficie della figura circonscritta alla superficie della figura inscritta, ha quella proportione duplicata, che ha .e x. al .a l. cioe quella medesima, che ha la figura alla figura, cioe la figura superficiale di molti angoli all'altra di molti angoli.

Sia anchora il cono .x. il quale habbia la basa eguale al cerchio descritto dal semidiametro .m. & l'altezza il semidiametro della menor sphera. Questo cono è eguale alla figura circonscritta insieme con quel cono, delquale la basa è il cerchio, che è circa il diametro .e f. & la cima il pōto .d. sia anchor l'altro cono .o. che habbia la basa eguale al cerchio descritto dal semidiametro .n. & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal .d. al .a l. anchora questo è eguale alla figura inscritta insieme con il cono, delqual cono la basa è il cerchio descritto circa il diametro .a c. & la vertice, ouer cima il centro .d. per



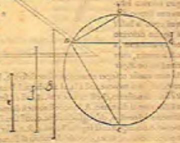
che tutte queste cose per auanti sono state descritte. Perche adunque si come .e x. al semidiametro della sphera menore, cosi è la .a l. alla dutta dal centro perpendicolarmente alla medesima .a l. & è stato dimostrato, che si come .e x. al .a l. cosi è il semidiametro .m. al semidiametro .n. & anchora il diametro al diametro. Adunque si come il diametro di quel cerchio, che è basa del cono .x. al diametro del cerchio, ch'è basa del cono .o. cosi sara l'altezza del detto cono .x. all'altezza del detto cono .o. per laqual cosa seguita li coni .x. & .o. esser simili. Adunq; il cono .x. al cono .o. ha quella proportione treplicata, che è del diametro al diametro, onde egli è manifesto anchora la figura circonscritta, insieme con il cono alla figura inscritta insieme con il cono, hauer quella proportione treplicata, che ha .e x. al .a l. che è il proposito.

42 LA superficie di ciascheduna portione di sphera, laqual portione sia menore della mita della sphera, è eguale al cerchio, delquale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione, alla circonferenza di quel cerchio, che è basa della portione.

Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella .a b c. anchora sia la settione in quella menore della mita della sphera, dellaquale la basa sia il cerchio costituto circa. a c. ouero sopra il cerchio. a b c. & sia tolto vn cerchio, del quale il suo semidiametro sia. f. il qual semidiametro sia eguale alla linea. a b. E per tanto bisogna dimostrare la superficie. a b c. della portione, esser eguale al cerchio. f. perche s'el non è eguale, egli è necessario che'l sia maggiore, ouer menore, supponemmo (se possibil è) che sia prima maggiore la detta superficie del detto cerchio descritto da. f. & sia posto. d. esser il centro, & da quello siano dutte due linee al. a. & al. c. & siano edutte di fuora. Conciosia che siano due grandezze ineguali, cioè la superficie della portione, & il cerchio descritto da. f. siano descritte due figure di molti angoli, & di pari, & egualilati in tutto simili, vna circa al settore del cerchio. a b c. & l'altra di dentro del medesimo; talmente che della circonscritta alla inscritta sia menor proportione, che della superficie della portione della sphera al cerchio descritto

da. f. & dapoi circonuolute al cerchio (come nelle passate) faremo due figure compresa da superficie conice, delle quali l'una sara circonscritta, & l'altra inscritta, & la superficie della circonscritta alla superficie della inscritta, hauera la medesima proportione, che ha la circonscritta figura alla inscritta, perche l'una, & l'altra proportione è duplicata a quella, che ha il lato della circonscritta al lato della inscritta figura di molti angoli. Sia la figura di molti angoli circonscritta alla inscritta, ha menor proportione, che la detta superficie della portione al cerchio descritto da. f. & la superficie della circonscritta figura è maggiore della superficie della portione, adunque la superficie della figura inscritta sara maggior del cerchio descritto da. f. laqual cosa non puo esser, perche di sopra è stato dimostrato la superficie di detta figura esser menore di tal cerchio, supponemmo anchora (se possibil è) che il cerchio sia maggiore della detta superficie, & sia similmente circonscritta, & inscritta vna figura, l'una simile all'altra, & che della circonscritta alla inscritta sia menor proportione, che dal cerchio descritto da. f. alla superficie della figura, & il medesimo si dimostrara deducendo al medesimo inconueniente il cerchio descritto da. f. non poter esser maggiore di detta superficie. Adunque conciosia che il detto cerchio descritto da. f. non possi esser ne maggiore, ne menore di detta superficie (come è stato dimostrato) egli è necessario, che'l sia a quella eguale.

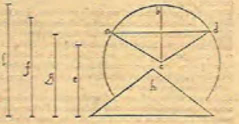
42 Se la portione sia maggior della mita della sphera, similmente anchora la superficie di quella si eguaglia al cerchio, del quale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferentia del cerchio, ch'è basa della detta portione.



Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella a b c d. & sia inteso quella esser segata dal piano secondo a d. & sia la. a b d. menore della mita della sphera, & il diametro. b c. seghi ad angoli retti il diametro a d. & dalli duoi ponti. b. & c. siano tirate le due linee c a. & b a. & sia tolto vn cerchio il semidiametro, delquale sia. e. il qual. e. sia tolto eguale alla. a b. & sia anchora tolto vn'altro cerchio, del quale il suo semidiametro sia. f. il qual. f. sia tolto eguale alla. a c. & sia anchora tolto vn'altro cerchio il semidiametro, delquale sia. g. qual. g. sia tolto eguale alla. b c. adunque il cerchio descritto secondo. g. sara eguale alli duoi cerchij descritti secondo li duoi semidiametri. e. & f. Ma il cerchio descritto secondo. g. è eguale a tutta la superficie della sphera, conciosia che l'una, & l'altra di dette due superficie siano quadruple al cerchio, che è circa al diametro. b c. & il cerchio descritto se-cerchio.e. è eguale alla superficie a b d. della portione menore, perche questo è stato dimostrato nella prossima precedente (nella portione menore della mezza sphera) adunque il restante cerchio descritto da.f. è eguale alla superficie.a c d. della portione maggiore della mità della sphera.

41 A Qualunque portione di sphera si eguaglia quel cono, il quale habbia la basa eguale alla superficie della detta settione della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera.

Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella. a b d. & il centro.c. & il cono, che ha la basa eguale alla superficie, che si ha secondo la circonferenza.a b d. & l'altezza eguale alla. b c. Eglie da dimostrare, che la portione.a b c d. è eguale al detto cono, perche sel non è eguale prima poniamo (se possibil e) che la portione sia maggiore del cono, & sia posto il cono, qual è detto.h. quando adunque alle due grandezze inequali, cioe la portione, & il cono.h. siano trouate le due linee.l. & e.l. maggiore, & e. menore, lequali habbino menor proportione, che la portione al cono, & siano tolte le due linee.f.g. talmente che.l. auanza.f. quanto.f. eccede g. & g.e. & cerca la piana portione del cerchio, sia circonscritta vna figura di molti angoli, & lati eguali, & di angoli pari, & vn'altra gli ne sia inscritta simile a quella medesima, talmête che il lato della circonscritta al lato della inscritta sia menor proportione, che da.l. al.f. & con simil modo (come per auanti è stato fatto) dal cerchio circondatto, vien produtte due figure comprese da superficie coniche. E pertanto la figura circonscritta insieme con il cono, che habbia la vertice, ouer cima al ponto.c. alla figura inscritta insieme con il cono ha quella proportione treplicata, che ha il lato della figura di molti angoli circonscritta, al lato della inscritta, & il lato della circonscritta, al lato della inscritta, ha menor proportione, che.l. al.f. Adunque la figura solida, ch'è detta, hauera menor proportione alla inscritta di quella, ch'è dal.l. al.f. treplicata, ma.l. al.e. ha quella proportione, ch'è dal.l. al.f. treplicata, adunque la figura solida circonscritta alla portione, alla inscritta figura, ha menor proportione di quella, ch'è dal.l. al.e. ma.l. al.e. l'ha menore di quella, che ha la portione solida al cono.h. per laqual cosa la figura solida circonscritta alla portione, alla medesima inscritta, ha menor proportione, che la portione solida al cono.h. & permutatamente, & la figura solida circonscritta è maggiore della proportione, adunque la figura inscritta alla medesima portione, concludemmo esser maggior del cono, laqual cosa veramente non puo essere, perche nelle superiori è stato dimostrato la detta figura necessariamente esser menor di quello, cioe del cono, che habbia la basa vn cerchio, delquale il semidiametro sia eguale alla linea dutta dalla cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa della portione, & l'altezza il semidiametro della sphera, & questo è il detto cono



h. perche ha la basa vn cerchio eguale alla superficie della portione (cioe al detto cerchio) & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, adunque la portione solida non è maggiore del cono.h. (secondo) sia il cono.h. maggiore della solida portione, & similmente vn'altra volta la.l. alla medesima.e. conciosia che la sia maggiore, quella ha menor proportione, che il cono alla portione. Et similmente siano tolti. f. g. talmente che il lato della figura di molti angoli, & di pari circonscritta cerca la piana portione del cerchio, al lato della inscritta a quella medesima, habbia menor proportione di quella, che è da.l. a.f. & siano fatte le figure solide cerca alla portione solida, come di sopra facessimo, e per tanto dimostraremo al medesimo modo, che la figura solida alla portione solida circonscritta, alla inscritta figura ha menor proportione, che.l. alla.e. & che ha il cono.h. alla portione, per laqual cosa anchora la portione al cono hauera maggior proportione, che la figura solida inscritta alla portione, alla figura circonscritta, ma la portione è maggiore della figura a se inscritta, adunque concludemmo il cono.h. esser maggiore della figura circonscritta, laqual cosa anchora essere non puo, perche questo è stato dimostrato, che nel cono necessariamente è menor della figura circonscritta alla portione, dallaqual cosa seguita la portione esser eguale l detto cono.

A me mi pare che il testo della sopra notata propositione sia corrotto, perche bisognerebbe dire in questa forma. A qualunque settore solido di sphera si eguaglia quel cono, il quale habbia la basa eguale alla superficie della settione della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, altramente tal testo sarebbe falso, ouero che tal testo bisognerebbe dire in quest'altro modo. A qualunque portione menore della sphera insieme con quel cono, del quale la basa sia il cerchio, ch'è anchor basa della portione, & che habbia la vertice, ouer cima al centro della sphera, si eguaglia quel cono, che habbia la basa eguale alla superficie della detta portione, & sarebbe anchor bene. Ma parlando in questo modo vi bisognerebbe un'altra propositione circa alla portione maggiore di detta sphera, e pero egli e da credere, che la voglia dire al primo modo, cioe doue dice a qualunque portione, vuol dire a qualunque settore.

Di alcune pratical questioni sopra le mesurationi della sphera, & delle sue portioni, ouer parti. Cap. III.

1 SVpponemmo mo che sia una sphera, & che il diametro di quella (per schiuar rotti) sia 14. volendo per tal notitia trouar quanto sia la circonferentia del maggior cerchio di quella, tal cosa si troua per la simplice regola di Archimede data sopra li cerchij, cioe che tal circonferentia sia tre volte tanto, & un settimo del suo diametro, pero multiplicando 14 per $3\frac{1}{7}$, fara 44. & tanto sara la circonferentia del maggior cerchio di detta sphera, che è il proposito.

2 SVpponemmo anchora che sia una sphera, che il suo diametro sia pur 14. volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di detta sphera, tu sai (per la 32 del precedente primo di Archimede) che la superficie di detta sphera è quadrupla al maggior cerchio, che si possa far in lei, il qual maggior cerchio, per la precedente, sai che la sua circonferentia sara 44. & la superficie di quello (per le regole sue) sai ch'è 154. onde multiplicando tal superficie per 4. fara 616. & tanto sara la ricercata superficie di detta sphera, che sarebbe il proposito. Ma in tal caso la puoi trouar piu breuemente multiplicando il diametro di detta sphera fia la circonferentia del suo maggior cerchio, & il produtto di tal multiplicatione sara la superficie di tal sphera, e pero multiplicando 14 fia 44. fara medesimamente 616. per la detta superficie di tal sphera.

3 SVpponemmo anchora, che sia una sphera, che il suo diametro sia 14. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal sphera, gia tu sai (per la 33 del precedente primo di Archimede) che ogni sphera è quadrupla al cono, che habbia la basa eguale al maggior cerchio della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro di detta sphera, e per tanto un cono, che habbia per basa un cerchio, che sia per diametro 14. & che l'asse di tal cono sia 7. (cioe la mita del diametro della sphera) per le regole sue, l'aria sua corporale sarebbe $359\frac{1}{3}$, laqual multiplicandola per 4. sarebbe $1437\frac{1}{3}$, & tanto sarebbe l'aria corporale di detta sphera, che è il proposito.

Ma bisogna notar, che per la notitia di questa regola, rationalmente se ne caua altre regole in pratica, delle quali questa n'è una, che il medesimo ne darà a multiplicar la terza parte del semidiametro della sphera fia la superficie di quella, ouerramente la sesta parte di tutto il diametro fia la detta superficie. Essempi gratia la terza parte di 7. ouer la sesta parte di 14. che l'una, & l'altra è $2\frac{1}{3}$, multiplicato fia la superficie di tal sphera, ch'è 616. fara medesimamente $1437\frac{1}{3}$ per l'aria solida, ouer corporale di detta sphera, si come per l'altra via fu anchor concluso.

Errore di Francesco Feliciano.

Anchora pigliando li $\frac{11}{21}$ del cubo del diametro della sphera, quelli faranno l'aria corporale di quella. Essempi gratia il cubo di 14. fara 2744. & di questo pigliandone li $\frac{11}{21}$, cioe multiplicando il detto 2744. per 11. fara 30184. & questo partendolo per 21. ne venira medesimamente $1437\frac{1}{3}$ per l'aria corporale di detta sphera.

Questa medesima questione pone maestro Francesco Feliciano, & con una certa sua regola lontana da ogni ragione, conchiude tal sphera esser $718\frac{2}{3}$.

4 SVpponemmo anchora che sia una sphera, dellaquale l'aria sua corporale sia 100. volendo con tal notitia trouare quanto sia il diametro, o vogliamo dir l'asse di tal sphera.

Questa bisogna risoluere con proportione, per mezzo di una sphera, dellaquale ne sia noto il diametro, & l'aria sua corporale, hor pigliamo la precedente, dellaquale il suo diametro è 14. & l'aria sua corporale è $1437\frac{1}{3}$, & perche la proportione di ogni due sphere (come dimostra Euclide nella vltima del suo libro) è si come che è dal diametro dell'una al diametro dell'altra treplicata, & a treplicar una proportione (come piu volte è stato detto) è a cubar li termini di quella, di quella, e pero cubaremo il diametro noto, cioe quel 14, fara 2744. poi diremo se $1437\frac{1}{3}$ fusse 200. che sarebbe 2744. opera che trouarai, che sarebbe 381 [illegible], & cosi la radice cuba di 381 [illegible] sarebbe il diametro della detta sphera, che l'aria sua solida è 200. il qual diametro si rappresentara cosi radice cubo 381 [illegible], che è il proposito.

5 Anchora supponemmo vna sphera, che il suo diametro sia 14. & di questa sphera ne vorrebbe far vn cubo, cioe se la fusse di cera vorrebbe trasformarla in vn cubo, volendo trouare quanto sarebbe il lato di tal cubo, troua l'aria corporale di tal sphera, che per la terza, tal sua aria fara $1437\frac{1}{3}$, & la radice cuba $1437\frac{1}{3}$ fara il lato di tal cubo, che è il proposito.

6 Supponemmo anchora, che sia vna sphera, che ha per diametro quatordici, & della sua superficie ne vorrebbe fare la superficie di vn cubo, volendo mo trouare quanto fara il lato di tal cubo.

Troua prima quanto sia la superficie di tal sphera, che per la seconda trouarai quella essere 616. & perche le facciate del cubo sono 6. parti 616. & per 6. & ne venira $102\frac{2}{3}$, & questo fara la superficie di vna delle facciate del cubo, & cosi radice $102\frac{2}{3}$ fara il lato di tal cubo, che è il proposito.

7 Supponemmo anchora, che sia vn cubo, che il lato di quello sia otto, & della superficie di tal cubo ne vorebbe far la superficie di vna sphera, volendo mo sapere quanto sia il diametro di tal sphera.

Prima troua la superficie di tal cubo, che essendo il suo lato 8. l'una delle sue 6 facciate venira a esser 64. qual 64. multiplicandolo per 6 fara 384. & cosi 384. fara la sua superficie, & douendo esser superficie di vna sphera, venira a essere anchora quadrupla al maggior cerchio di quella, e pero partendo 384. per 4. ne venira 96. & tanto fara la superficie del maggior cerchio di quella, onde per trouar il diametro di tal cerchio si puo procedere per piu vie, ma la piu breue a me mi par a trouarlo per proportione per mezo di vn cerchio, delquale ne sia noto il suo diametro, & l'aria sua, hor piglia quello, che ha per diametro 14. delqual l'aria sua è 154. & quadraremo 14. fara 196. poi diremo se 154. fusse 96. che sarebbe 196. opera che trouarai, che fara $122\frac{2}{11}$, & la R $122\frac{2}{11}$ fara il diametro di tal cerchio, & anchora sara diametro della detta sphera, che è il proposito.

Anchora per quest'altro modo si potrebbe trouar il detto diametro, perche sapemmo, che l'aria di ogni cerchio è gli $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro, essendo adunque l'aria del detto cerchio 96. per trouar il quadrato del suo diametro, diremmo, se vndici aria del cerchio mi da 14. di aria, il quadrato del suo diametro, che mi dara 96 aria del cerchio, onde operando si trouara, che dara $122\frac{2}{11}$ per l'aria del quadrato del suo diametro, e pero la radice $122\frac{2}{11}$ venira a esser il detto diametro di tal cerchio, & consequentemente della sphera, che sarebbe pur il medesimo, che fu trouato per l'altro modo.

8 Anchora supponemmo che sia vn cubo, che è per lato otto, & questo tal cubo lo vorrebbe disfare, & farne vna sphera, volendo mo sapere quanto sara il diametro di tal sphera, bisogna prima trouare quanto sia l'aria corporal di tal cubo, che per le regole sue si trouara essere 512. hor supponendo che sia vna sphera, & che l'aria corporale di quella sia il detto 512. volendo mo trouare quanto sia il diametro di tal sphera, si porebbe procedere con proportione, come fu fatto nella quarta, ma per notificarti piu regole, voglio che la conchiudiamo per altra via.

Egli è manifesto (per le regole date sopra la terza) che l'aria corporale della sphera è gli $\frac{11}{21}$ del cubo del suo diametro, cioe se l'aria corporale della sphera fusse 11. il cubo del suo diametro sarebbe 21. hor che sarebbe, ouero che mi darebbe 512. aria di tal nostra sphera, onde operando si trouara, che fara $977\frac{5}{11}$, & tanto fara il cubo del suo diametro, onde seguita, che il detto suo diametro sarebbe R cu. $977\frac{5}{11}$, che è il proposito.

Il medesimo verrebbe procedendo, come fu fatto della quarta, cioe con il mezo della sphera, che è per diametro 14. & l'aria sua corporale è $1437\frac{1}{3}$, dicendo, se $1437\frac{1}{3}$ fusse 512. che sarebbe 2744. (cioe il cubo di 14) onde operando si trouara, che sarebbe pur $977\frac{5}{11}$, & cosi la radice cuba $977\frac{5}{11}$ fara il diametro di detta sphera, che è pur il proposito.

9 Supponemmo anchora, che sia vna sphera, che il suo diametro è 14. & questa tal sphera la vorrebbe disfare, & di quella materia corporea ne vorrebbe formar vn cono di tal qualita, che il diametro del cerchio della sua basa sia tanto quanto è la costa sua, cioe la sua decadenza di fuora via, o vuoi dire dalla vertice alla circonferenza del cerchio della sua basa, volendo mo trouare quanto sia l'asse di tal cono.

Questa bisogna risoluere con proportione per mezzo di vn cono simile, del quale ne sia nota l'aria sua corporale, & anchora il suo asse, per trouare adunque questo, che si ricerca, trouaremo prima l'aria corporale di tal sphera, che per la terza trouaremo essere $1437\frac{1}{3}$, poi trouaremo l'aria di vn cono simile, solo che l'asse di quello, sia quanto ne pare, hor ponimo che tal asse sia otto, & perche il diametro della sua basa con le due parti, ouer decadute di fuora via formano vn triangolo equilatero, del quale la sua perpendicolare vien a essere quell'otto, & perche il lato di ogni triangolo equilatero (per la vndecima del decimoquarto libro di Euclide (come piu volte è stato detto) è potentialmente sesquitertio alla sua perpendicolare, e per tanto quadraremo quello 8. fa 64. poi diremo, se 3 mi da 4. che mi dara 64. opera che trouarai, che ne dara $85\frac{1}{3}$, & cosi la radice $85\frac{1}{3}$ sara il diametro della basa di questo nostro cono, & anchora li suoi lati, ouer decadute, hor bisogna trouar l'aria sua corporale, & per trouarla quadraremo il cerchio della basa, che il suo diametro è radice $85\frac{1}{3}$, onde quadrando il detto suo diametro sara $85\frac{1}{3}$, & ne pigliaremo gli $\frac{11}{14}$, che saranno $67\frac{1}{21}$, & tanto sara la superficie della basa, laquale multiplicandola per il terzo dell'asse, ma per schiuar rotti la multiplicaremo per tutto l'asse, cioe per otto, sara $536\frac{8}{21}$, & di questo ne pigliaremo il terzo, che sara $178\frac{50}{63}$, & tanto sara l'aria corporale del detto nostro cono, ma noi vorressimo, che tal corpo fusse $1437\frac{1}{3}$ (cioe quanto, che è la nostra sphera) e pero diremo se $178\frac{50}{63}$ fusse $1437\frac{1}{3}$, che sara 512 (cioe il cubo dell'asse) onde operando trouaremo, che sara 4116. per il cubo dell'asse del ricercato cono, onde la radice cuba 4116. venira a esser il detto asse, che è il proposito. Et con simil modo si puo tramutar ogni qualita di piramide, coni in sphera, & per il contrario vna sphera in piramide, & in qual si voglia di corpi regolari, che molto vi sarebbe da dire, che volesse narrare la centesima parte di tai particolarita, ma con questi nostri auisi da te medesimo saprai, come gouernarti occorrendo il bisogno.

20 VNo Giouan'Antonio Tagliente, in fine di vna sua operina, laqual dice hauer raccolta da diuersi eccellenti auttori, pone questa questione precise.

Errore di Giouan'Antonio Tagliente.

Sono tre ballotte di cera, che sono tonde, & vna di queste ballotte volta intorno 2 braccia, & l'altra 3. & l'altra 6. voglio far di queste tre balle vna sola, & vuol saper quanto, che la girara d'intorno, & dice che per far questa ragione, che'l si debbe multiplicare per se medesima la circonferentia di ciascuna, dicendo 2 fia 2 fa 4. & 3 fia 3 fa 9. & 6 fia 6 fa 36. & aggiongerli insieme, che faranno 49. & conchiude, che la radice quadrata di 49 (che sara 7.) sara il giro della gran balla, cioe che la detta balla fatta da quelle tre, girara braccia 7. laqual sua regola insieme con la sua conclusione è falsa. Ma per risoluerla giustamente bisogna cubare la circonferenza di ciaschedunna, & quelle tre cubationi aggiongerle insieme, & la radice cuba di quella tal summa sara la circonferentia di quella gran balla, composta da quelle tre. Essempi gratia cubaremo 2 fara 8. cubaremo anchor 3. fara 27. & cubaremo anchora 6. fara 216. & queste tre cubationi summandole insieme faranno 251. & cosi la radice cuba 251. sara la circonferenza di quella gran balla composta di quelle tre, & se ne vorrai far la proua praticale, troua l'aria corporale di ciaschedunna di quelle prime tre, secondo le regole date, & la summa di quelle tre arie corporali trouarai, che la sara eguale precisamente all'aria corporale di quella balla grande, composta dalle dette tre.

Ma la regola narrata dal detto Giouanne Antonio Tagliente seruirebbe in tre cerchij superficiali, cioe se la circonferenza di vn cerchio fusse braccia 2. & dell'altro braccia 3. & dell'altro braccia 6. volendo mo di questi tre cerchij farne vn cerchio solo, cioe che l'aria superficiale di quello fusse eguale all'aria di quelli tre, bisogna quadrare quelle tre circonferentie (come lui dice) che faranno 4. & 9. & 36. che gionti insieme fanno 49. & cosi la radice quadra di 49 (che sara 7) sara la circonferenza di quel gran cerchio, composto di detti tre, & se di questa conclusione ne vuoi far la proua praticale, troua l'aria superficiale di ciaschedunno di quelli tre cerchij, & la summa di quelle tre arie trouarai esser eguale all'aria superficiale di quel cerchio grande composto di quelli tre.

21 VN'altra questione in sostanza simile alla precedente, pone maestro Francesco Feliciano da Lazise nel suo Scala grimaldelli, laqual parla in questa forma precise.

Errore di Francesco Feliciano.

Hauendo tre ballotte di diuersa grossezza, cioe vna, che il suo diametro è 4. & il diametro della seconda si è 6. & il diametro della terza si è 12. & di tutte tre ne vorrebbe fare vna sola ballotta, & adimanda quanto sara detta ballotta grande di diametro. Et dice che per trouare il diametro della balla grande, si debbe multiplicare il diametro di ciaschedunna in se, & quelli produtti summarli insieme, & che la radice di quella summa sara il diametro della detta ballotta, cioe dir 4 fia 4 fa 16. & 6 fia 6 fa 36. & 12 fia 12 fa 144. che

summati

summati insieme fanno 196. & la radice di 196 (che è 14) conchiude che sara il diametro della gran ballotta, laqual sua regola insieme con la conclusione è falsa, & lo errore suo è simile a quello di Giouann'antonio Tagliente detto nella precedente.

Ma per risoluere rettamente questa, & altre simili, bisogna procedere con li detti tre diametri, come fu fatto con le tre circonferenze nella precedente, cioe cubar li detti tre diametri, & faranno 64. 216. 1728. liquai tre cubationi in summa faranno 2008. & cosi la radice cuba 2008. sara il diametro della detta gran balla, composta da quelle tre, & se di questo ne vorrai far la proua pratticale, trouarai l'aria corporale di quelle tre, & la summa di quelle trouarai, che la sara precisamente eguale all'aria corporale di quella grande, & con tal regola procederai in piu numero di balle, o vuoi dir sphere.

Ma la regola, che insegna il detto maestro Francesco seruirebbe in tre cerchij, ma non nelli corpi spherici, & la causa di tal suoi errori è per non intendere il propter quid.

Delle misurationi delle portioni di sphera.

22 SVpponemmo che sia vna sphera, & che il maggior cerchio di quella sia. a b c d. delquale il suo diametro. b d. sia 14. anchora sia la portione a b c. menore della mita di detta sphera, dellaqual portione, la sua basa sia il cerchio costituito circa a c. cioe che la a c. sia il diametro di quello, & supponemmo che la detta a c. seghi ad angoli retti il diametro della sphera b d. in ponto. e. talmente che b e. sia 4. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di tal portione (non computando il cerchio della basa sua.)

Tu sai (per la quarantesima prima di Archimede) che la superficie di tal portione è eguale al cerchio, del quale il suo semidiametro la linea b a. tirata dalla cima di tal portione, alla circonferentia del cerchio della sua basa, e per tanto bisogna trouare quanto sia la detta linea b a. Et perche il dutto di b e. in e d. è eguale al quadrato di a e. & per esser b e. 4. seguita, che e d. sia 10. & perche 4. fia 10 fa 40. seguita che a e. sia la radice 40. & perche il triangolo a b e. è rettangolo, pigliaremo il quadrato di a e. che sara 40. & lo summaremo con il quadrato di b e. che sara 16. fara 56. & cosi radice 56 sara la detta linea b a. laquale per esser solamente il semidiametro di quel cerchio, che si eguaglia alla superficie della portione, e pero indoppiaremo la detta radice 56. multiplicandola per 4. fara radice 224. & tanto sara il diametro del detto cerchio, onde per trouar la sua superficie, quadraremo il detto diametro, cioe radice 224 fara 224. & di questo ne pigliaremo gli $\frac{11}{14}$ (multiplicando per 11. & partir per 14) che faranno 176. & tanto sara la superficie del detto cerchio, & consequentemente tanto sara la superficie della detta portione, che è il proposito.

23 ANchora supponemmo vna sphera, dellaquale il suo maggior cerchio sia a b c d. & il suo diametro b d. sia 14. anchora sia la portione a b c. dellaquale la sua basa sia il cerchio costituito circa a c. & supponemmo, che la detta a c. sia otto, & seghi l'asse della sphera (cioe b d.) ad angoli retti in ponto e. volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie della detta portione a b c. anchora in questa bisogna per trouare quanto sia la linea b a. perche questa è il semidiametro del cerchio, che è eguale alla superficie di tal portione (per la detta quarantesima prima propositione del primo di Archimede per auanti narrato) per trouare adunque tal linea, per esser tutta la a c. 8 la mita di quella sara 4. cioe la a e. & perche il quadrato di a e. è 16 adunque il dutto della parte b e. nella parte e d. sara 16. per trouar adunque le dette parti, bisogna far di 14 due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia 16. onde operando per quella regola data nella del vndecimo libro della seconda parte, cioe quadrando la mita di 14. & fara 49. delquale cauandone 16. resta 33. & la radice 33. giontà, & tratta alla mita di 14. che sara 7 men radice 33. per la parte b e. & 7 piu radice 33. per la parte e d. per ritrouar mo la b a. quadraremo la b e. cioe 7 men R 33. fara 82. men radice 6468. quadraremo anchora la a e. fara 16. qual gionto con 82 men radice 33 fara 98. men radice 6468. & la radice vniuersale di 98 men radice 6468. sara la detta linea b a. laquale indoppiaremo tal radice vniuersale (98 men radice 6468 (secondo la regola piu volte detta) fara radice vniuersale (392 men 103488. & tanto sara il diametro del cerchio, che si eguaglia alla superficie della detta portione, poi per trouar quanto sia l'aria di tal cerchio, quadraremo il detto diametro, cioe radice vniuersale (392 men radice 103488. fara 392 men radice 103488. & questo multiplicandolo per 11. & partir per 14. lo auenimento sara l'aria del detto cerchio, & consequentemente sara la superficie di tal portione, che se non errarai nella operatione ti venira il proposito.

24 SVpponemmo anchora che sia vna sphera, che il suo diametro, o vuoi dir asse sia 14. & che il maggior cerchio di quella sia a b c d. & il suo asse sia la b d. & sia anchora la portione. a b c.

maggiore della mita della sphera, la basa dellaqual portione è il cerchio costituto cerca la linea a c. laquale sega l'asse b d. ad angoli retti in ponto e. & supponemmo, che la parte b e dell'asse sia 10. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la superficie della detta portione. a b c. maggiore della mita della sphera.

Tu sai (per la 42 del sopra dichiarato primo di Archimede) che la superficie di tal portione è equale al cerchio, il cui semidiametro sia eguale alla linea dutta dalla cima di tal portione alla circonferenza del cerchio della sua basa, che in questo caso sarebbe la linea. b a. e pero la maggior difficulta, che occorra nella solutione di tal questione è il trouar la detta linea b a. & per trouarla procederai, come fu fatto sopra la duodecima della portion menore, cioe troua prima quanto sia la linea a e. che gia sai, che il dutto della parte b e. nella parte d e. è eguale al quadrato della detta a e. & perche la b e. è 10. seguita, che la e d. sia 4. & 4 fia 10 fa 40. & cosi la radice 40 sara la detta a e. & il suo quadrato sara 40. & il quadrato della b e. sara 100. qual gionto con 40. fara 140. & radice 140 sara la detta linea b a. & perche la detta radice 140. è solamente il semidiametro di quel cerchio, che si eguaglia alla superficie della detta portion maggiore, duplicaremo la detta radice 140. fara radice 560. & tanto sara tutto il diametro del detto cerchio, hor per trouar mo la sua superficie, quadraremo il detto diametro, cioe radice 560. fara 560. & questo lo multiplicaremo per 11. fara 6160. & lo partiremo per 14. ne venira 440. & tanto sara la superficie del detto cerchio, & consequentemente della detta nostra proportion maggiore a b c. che è il proposito.

la superficie della portion maggiore è 440.
la superficie della portion menore è 176.

summa — 616

la superficie di tutta la sphera è pur 616.

Per far la proua naturale, o vuoi dir praticale, si di questa regola, come di quella della portion menore, se bene auertirai alla condusione fatta sopra la portion menore nella duodecima, tu trouarai, che la detta portion menore esser precisamente eguale alla portione. a d c. menore di questa medesima sphera, & fu concluso la sua superficie esser 176. & in questo luogo è stato concluso la superficie della portione a b c. maggiore esser 440. hor se la detta regola è buona egli è necessario, che la summa delle superficie di queste due portioni si eguaglia alla superficie di tutta la sphera, essendo le due regole buone, & se per sorte le non si eguagliassero a quella, sarebbe necessario, che fussero false, ma perche la superficie di tutta la detta sphera per la regola sua (che è a multiplicar il diametro di quella fia la circonferentia del suo maggior cerchio, cioe 14 fia 44) si trouera, che sara precisamente 616. diremo le dette due regole esser ottime, & buone, cioe quella data per la portion menore, & quella data per la portion maggiore, che è il proposito.

settor solido — $410\frac{2}{3}$
cono. a e c. — $125\frac{5}{7}$

la solida portion $284\frac{20}{21}$

15 SVpponemmo anchora che sia vna sphera, dellaquale il suo maggior cerchio sia il cerchio a b c d. & che il suo diametro, ouero asse b d sia 14. & che sia anchor la portione a b c. menore della mita di detta sphera, la basa dellaqual portione sia il cerchio costituto cerca la linea a c. laqual diuide l'asse b d. ad angoli retti in ponto f. & supponemmo che la parte b f. del detto asse sia 4. volendo mo per tal notitia trouar quanto sia l'aria corporale di detta portion menore a b c. supponemmo che'l ponto. e. sia il centro del cerchio a b c d. & consequentemente il centro della sphera, poi tiraremo le 2 linee e a. e c. & immaginaremo vn cono, del quale la basa sia quel cerchio medesimo, ch'è costituto cerca la a c. qual'è anchora basa della detta portione. a b c. & la vertice di tal cono sia il centro. e. tal che'l detto cono insieme con la detta portione solida a b c. vengono a formare vn settor solido, alqual settor solido (per la 42. & vltima propositione del primo di Archimede per auanti annotata) si eguaglia quel cono, che habbia la basa eguale alla superficie della detta settione. a b c. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, e per tanto bisogna prima trouar la superficie della portione solida a b c d. onde procedendo secondo la regola data nella duodecima, si trouara quella essere 176. laquale supponendola per basa di vn cono, che la sua asse sia 7. (cioe la mita del diametro della sphera) onde per trouar l'aria corporal di tal cono (per li chiarit[?]) multiplicaremo 7 fia 176. fara 1232. & di questo ne pigliaremo il terzo, che fara $410\frac{2}{3}$. & tanto sara l'aria corporale del detto cono, & similmente quella del settor solido a b c e. ma perche cerchiamo solamente l'aria corporale della solida portione a b c f. bisogna, che trouiamo l'aria corporale del cono a e c. delquale il diametro della sua basa circolare è la linea a c. laqual linea a c. (per la duodecima) vien a esser il doppio di radice 40. perche a f. è R 40. che sarebbe radice 160. hor per trouar la superficie di tal cerchio, quadraremo radice 160 fara 160. multiplicandolo poi per 11. & partir per 14. ne venira $125\frac{5}{7}$ per la superficie di detta basa, & perche la e f. vien a esser l'asse del detto cono, laqual linea e f. vien a esser 3. e pero il terzo del detto asse vien a esser 1. qual multiplicandolo per $125\frac{5}{7}$ fara pur $125\frac{5}{7}$ per l'aria corporale del detto cono a e c. qual tratto dall'aria corporale del settore solido a b c e (che è $410\frac{2}{3}$) restara $284\frac{20}{21}$ per l'aria corporale della detta portione solida. a b c f. che è il proposito.

Supponemmo

26 Vpponemmo anchora che sia vna sphera il maggior cerchio, dellaqual sia a b c d. & che il suo asse, ouer diametro sia la b d. & che sia per 14 (si come nelle passate) & sia anchora la portion solida maggiore della mita della sphera la a d c la basa dellaquale sia il cerchio cosstituto, circa alla linea a c. laqual a c. diuide l'asse b d. ad angoli retti in ponto f. & supponemmo che la parte f d. maggior dell'asse sia 10. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal solida portion maggiore. a d c f. nella detta portione immaginaremo vn cono, che habbia per basa la medesima basa circolare della medesima portione, & la sua vertice, ouer cima, nel centro della sphera, qual pongo sia il ponto e. come dimostra le linee e a. e c. & a c. il qual cono leuandolo con la immaginatione dalla detta solida portione restara vna figura solida alla similitudine della a d c e. laqual solida figura si puo chiamare (senza riprensione) settore solido maggiore, al qual settor solido maggiore (per le ragioni adutte sopra la quarantesimaterza del primo di Archimede per auanti annotato) si equaglia quel cono, che habbia la basa eguale alla superficie della detta portion maggior. a d c. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, e per tanto bisogna prima trouar la superficie di tal portion solida maggiore, onde procedendo secondo la regola data nella decimaquarta, trouaremo tal superficie essere 440. laqual superficie supponendola, come basa di vn cono, & che l'altezza di quello sia 7. cioe la mita del diametro di detta sphera, onde per trouar l'aria corporale del detto cono (per schiuar rotti) multiplicaremo il detto 7. fia 440 fara 3080. & di questo ne pigliaremo il terzo, che sara $1026\frac{2}{3}$. & tanto sara l'aria corporale del detto cono, & consequentemente, tanto sara l'aria corporale del detto settor solido maggiore a d c e. ma perche noi ricerchiamo l'aria corporale di tutta la solida portion maggiore a d c f. bisogna mo trouar l'aria corporale di quel cono a e c. che ha la cima nel centro e. della sphera, & perche il diametro della basa di tal cono e la linea a c. laqual è radice 160. onde l'aria di quel cerchio venira a essere $125\frac{5}{7}$. & perche l'asse di tal cono vien a esser la linea. e f. laqual vien a esser 3. il terzo delquale e 1. qual multiplicato fia quel $125\frac{5}{7}$. fara pur $125\frac{5}{7}$. per l'aria corporale del detto cono. a e c f. laqual bisogna aggiongere con l'aria corporale del sopradetto settore solido a d c e. laqual fu $1026\frac{2}{3}$. fara $1152\frac{8}{21}$. & tanto sara l'aria corporale della detta solida portione maggiore a d c f. ch'è il proposito.

settor solido $1026\frac{2}{3}$
cono a e c f. $125\frac{5}{7}$

la solida portione $1152\frac{8}{21}$

Per far la proua naturale, ouer praticale, si di questa regola data per trouar l'aria corporale della sopranotata portione maggiore di tal sphera, come di quella della portione menore (data nella precedente) egli e manifesto, che la portion menore (data nella precedente) insieme con la portion maggiore, data in questa, tal summa e eguale a tutta la data sphera, e pero se la summa delle due arie corporali di dette due portioni sara eguale all'aria corporale di tutta la sphera, per ragion naturale seguira le dette due regole esser buone, & perche l'aria corporale della portion menore (se ben si aricordo) fu $284\frac{20}{21}$. & quella della maggiore fu $1152\frac{8}{21}$. (come di sopra appare) quale gionte insieme fanno $1437\frac{1}{3}$. & perche l'aria corporale di tutta la detta sphera, ch'è di diametro 14. è medesimamente $1437\frac{1}{3}$. diremo le dette due regole essere ottime, ch'è il proposito.

portion menore $284\frac{20}{21}$
portion maggior $1152\frac{8}{21}$

summa — $1437\frac{1}{3}$

27 Vpponemmo anchora, che sia vna sphera, l'asse dellaquale sia la linea a d. & sia per tal asse 14. & supponiamo che due superficie piane, & equidistanti fra loro seghino le due portioni a b c. & a f g. & segano talmente l'asse a d. che la parte a e. è tre, & la parte a h. è 6. hor volendo sapere la quantita della superficie di quella parte di sphera, ch'è fra le due segature, cioe di quella fassa, ouer centa, ch'è fra la b c. & la f g.

Prima trouaremo quanto sia la linea b e. onde procedendo secondo la regola piu volte detta, cioe multiplicando la a e. che è 3. fia la e d. che e 11. fara 33. & cosi radice 33. sara la b e. hor per trouar la superficie della portione a b c. quadraremo la b e. fara 33. quadraremo la a e. che e 3. fara 9. qual aggiongeremo a 33. fara 42. & radice 42 sarebbe la linea tirata dal a. al b. laqual duplicaremo fara radice 168. & questo quadraremo fara 168. et tal quadrato multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne venira 132. & tanto sara la superficie della portione a b c. laquale saluaremo da banda. Dapoi vederemo quanto sia la superficie di tutta la portione. a f g. onde procedendo secondo la medesima regola, trouaremo la linea. f h. esser radice 48. il cui quadrato sara 48. qual gionto con il quadrato della a h. (che e 6. il qual quadrato sara 36.) saranno 84. & cosi radice 84 sarebbe la linea, che fusse tirata dal a al f. laquale duplicandola fara radice 336. qual quadraremo fara 336. & questo multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne venira 264. & tanto sara la superficie di tutta la portione a f g. dallaquale cauandone la superficie della portione a b c. che saluassemo (laqual fu 132.) restara 132. & tanto sara la superficie, che è fra le dette due segature b c. & f g. di detta sphera, ch'è il proposito.

28 SVpponiamo anchora, che sia vna sphera, che il maggior cerchio di quella sia. a b d c. et l'assis la. a d. & sia tal assis pur 14. (per schiuar rotti) & supponemmo, che da due superficie equidistanti ne sia tagliate le due portioni. a b c. & a f g. & che l'una di queste superficie seghi dell'assis 3. & l'altra ne seghi 6 (si come nella precedente) volendo mo sapere quanto sia quella quantita corporea, che è fra queste due segature, primamente trouaremo quanto sia l'aria corporale dell'una, & dell'altra di queste due portioni, onde procedendo per le regole date, multiplicando la superficie dell'una, & l'altra di dette due portioni per la terza parte della mita dell'assis. a d. ouero per la sesta parte di tutto il detto assis, che sarebbe $3\frac{1}{3}$ ne veniria l'aria corporale di duoi settori di sphera. a b k c. & . a f k g. delliquali cauando dal primo il cono. b k c. & dall'altro il cono. f k g. restara l'aria corporale dell'una, & l'altra portione, onde cauando l'aria corporale della menore dell'aria corporale della maggiore, il restante sara l'aria corporea di quella parte di sphera, che è fra le dette due segature, che si ricerca, dellaqual operatione per esser da se chiara, per le regole date nelle passate, a te lascio il cargo da essequirla. Le particular questioni, che sopra della sphera si potrebbe addure sono infinite, ma per mezzo delle sopranotate fondamenti, da te medesimo hauendo ingegno saperai, come gouernarti, & & con questa voglio por fine a questa quarta parte.

Il fine della quarta parte del general trattato di numeri, & misure di Nicolo Tartaglia.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L.

Tutti sono terni, eccetto L. qual è duerno.

IN VINEGIA
Per Comin da Tridino.
M D L V I I.

LA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI ET MISVRE,

DI NICOLO TARTAGLIA;

NELLA QVALE SI MOSTRA IL MODO DE ESSEQVIRE
CON IL COMPASSO, ET CON LA REGHA TVTTI LI
PROBLEMI GEOMETRICI DI EVCLIDE ET
DA ALTRI PHILOSOPHI,

ET CON MODI PIV ISPEDIENTI, E BREVI DI QVELLI
DATI DA ESSO EVCLIDE,

MATERIA NON MEN' VTILE CHE NECESSARIA A' GEO-
METRICI, DESIGNATORI, PERSPETTIVI, ARCHITET-
tori, Ingegneri, & Machinatori, si naturali, come Mathematici.

CON SVOI PRIVILEGII.

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO

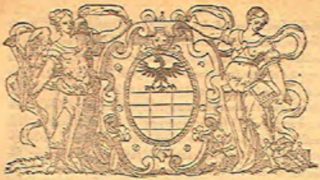
PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Vtriusq; Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Vngariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Nauarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galletiæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murtiæ, Giennis, Algarbiorum, Algeziræ, Gibaltaris, insularum Canariæ, nec non Insularum Indiarum, & terræ firmæ maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Barcinonæ, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarũ, & Neopatriæ, Comes Rossilionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gotiani, Illustribus, spectabilibus, magnificis, dilectis consiliarijs, & fidelibus nostris Proregibus, locum tenent., & capitaneis generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iustitiarijs, eorumq; locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistris rationalibus, thesaurarijs, & conseruatori nostri regij patrimonij, aduocatis quoq; & procuratoribus fiscalibus, cæterisq; demũ vniuersis officialibus & subditis nostris maioribus & minoribus in præfatis vtroq; Siciliæ regnis constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectat, gratiam nostram regiam & omne bonum. Ex positum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtij Nauò Impressoris Veneti se non absq; maximo sumptu atq; labore typis mandasse, atq; edidisse libros Nicolai Tartalie de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serue à ciascuna città, maiestati nostræ humiliter supplicando, ne à quoquam omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in omnibus regnis, & dominijs nostris per viginti annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero propterea ut peculiare munus nostrum esse censentes omnibus bonarum artium professoribus ex maximè, qui literis incumbunt, fauere: Volentesq; erga dictum Curtium Nauium munificentiam nostram protendere, ut ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tanquam rationi consonæ ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaq; authoritate nostra deliberatè & consultò, motuq; nostro proprio & ex gratia speciali, maturoq; sacri supremi penes nos assistentis consilij accedente deliberatione, Ne quis in dictis Siciliæ citra & vltra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauius, aut ab eo potestatem habentes, vel alij, cum quibus sua ratione conuentio fuerint, per viginti annos à die datæ præsentium in antea computandos, sub pœna amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum una accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio conductori ascripta, libros prædictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisq;, & vestrum cuilibet, ad quos spectat dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnaq; ducatorum mille nostro fisco applicandarum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneant firmiter, & obseruent, teneriq; & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciant: & quibuscunq; in contrarium facientibus non obstantibus quoquo modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum citerioris Siciliæ regni sigillo à Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxelis die Quartodecimo mensis Augusti Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo Sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 19. Iulij in Rogatis.

CHE à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo conseglio concesso, che per spacio de anni uinti prossimi niun'altro che lui, ò che hauerà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo della S. N. ne altroue stampati in quella uender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati X. per opera, un terzo delliquali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecution, & un terzo del denunciante essendo obligato di osseruar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

Aloysius de Augustinis
Duc. not.



AL ILLVSTRISSIMO SIGNORE IL SIGNOR SFORZA PALAVICINO MARCHESE DI CORTE MAGGIORE, DI BORGO SANDONINO, DI FIORENZVOLA CONTE E BARONE.

ET GOVERNATORE GENERALE *del Serenissimo Dominio Veneto*,

E GLI E *naturale, & proprio d'huomo, Illustriss. Signore, quanto si estendono le forze, giouar'à ogni uno, anzi è un'assimigliarsi al grande Iddio. Quinde gli Hercoli, i Bacchi, & gli altri Heroi presero strada al Cielo, & da questo fatto son sin'ad hora non pur celebrati & ammirati molt'altri, che impiegarono l'opre loro al beneficio degl'huomini, ma come sopra humani riueriti & adorati ancora. Questa è la somma perfettione della uita humana, & questo è l'ottimo, & ueramente diuin modo di uiuer, nel quale chi piu eccede gli altri, à gran ragione è reputato Dio. Perciochè essendo due sole l'attioni di quel primo principio, cioè il conoscere, & il prouedere, da quali cõprendiamo la natura sua, & non potẽdo noi conoscere senonse dalli effetti, che produce giouãdo in queste cose inferiori, la prouidentia, senza* la quale ci sarebbe nascosta la cognitione, et per consequente tutto intiero l'esser suo, se a lui si deue attribuir proprietà di forma alcuna per laquale debbi esser chiamato tale, et distinto dall'altre sostanze, sola et propriamente gli si cõuiene la ragione del giouare, onde che più a quella si auicina, e ragioneuolmente stimato diuino. Per il che molti accesi & infiammati alla gloria, come è stato diuerso l'impeto dell'animo loro, & come, à diuerse cose si sono applicati; così in uarij modi han procurato beneficar il mondo; onde hanno hauuto principio le scientie, l'arti, & tutte l'inuentioni, che parte da necessità, parte da desio di sapere, son state incominciate. Fra tanti uolendo ancor'io di quel modo che' posso pormi in schiera, & mostrarmi fra loro, che furon utili a suoi secoli, poi che di trouare non ho riceuuto dono dalla natura, hò con ogni studio sempre, mettendo in luce, & publicando hor una hor'un'altra opera delle trouate altrui, seruito, & atteso al commun commodo de studiosi. Hora essendomi per l'adietro uenuto alle mani, con alcune altre, la quinta parte del Trattato general de Numeri, & Mesure de Nicolo Tartaglia datomi dall'istesso autore, prima che morte inuidiando al mondo forse l'utile grande, che aspettaua dalle rare doti di lui, lo ci togliesse, hò giudicato conueniente all'instituto mio farlo istampare, affine di ristorar in parte co'l giouamento di questo la perdita, che ci ha lasciata l'immatura sua partita. Ma parendomi poco securamente douer uscir in luce, & farsi uedere da gli huomini questa nouella uergine, senza la guida & diffesa del proprio padre; a guisa di fidel & accorto tutore le hò uoluto procurar degno marito, sotto la cui autorità ella potesse in qualunque loco comparire secura. Et fra molti, che mi si sono appresentati degni di una tale copia, considerata l'eccellenza di lei, & il gran ualore di V. S. Ill. hò giudicato ne più acconciamente, ne con maggior sodisfattione & contento dell'anima dell'autore istesso poterla locare, che maritãdola a uoi. Percioche attesa la dignitade della scientia, la quale si per nobiltà del soggetto, come per il fine istesso, & certezza delle cose che insegna, a tutte l'altre s'agguaglia, & molte anco di gran lunga eccede, anzi di tutte è regina, (onde Pithagora & Platone il diuino attribuirono ogni potentia naturale così all'arte de Numeri, come a quella delle Figure et Mesure, Geometrica luna l'altra Arithmetica nominata;) & postole all'incontro il merto singolare di V. Illustrissima

Signoria, quale sì per nobiltà di sangue, come per eccellenza di virtu l'ha fatto nota per tutta Italia, ma quanto più dee il Sole riguardarsi, & alla fin parermi ch'ella di voi, et voi da lei siate degno state, che ad alcun'altro piu convenientemente non si possi congiungere. A voi dunque la dedico, & dono, accioche ella sotto la protettione del nome vostro possa per ogni luogo secura da morsi de maledici, et voi come di ancella vi serviate di lei nelle speculationi così Arithmetice come Geometrice, nelle quali quanto passiate adentro, conosce, chi de lineamenti, figure, intervalli, grandezze, corpi, misure, & pesi vi ode ragionare, & chi de stromenti, sì de guerra come d'architettura vi sente discorrere V. S. Illustrissimo la pigli con quella ciera, che suole accettare le cose piu grate, perciòche ne dono piu di questo conveniente alcu, ne da piu devoto cuore del mio le puo esser offerto, & con questo basciandole inchinevolmente le valorose mani, me le raccomando.

D. V. S. Ill^ma

Humilissimo Servitore

Curtio Troiano.

LA TAVOLA DELLA QVINTA PARTE E DI TVTTO QVELLO CHE SI CONTIENE IN CIASCVN LIBRO, ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

TAVOLA DI TVTTI I Capi del primo libro.

IL FINE.

TAVOLA DE I CAPI DEL Secondo Libro.

IL FINE.

TAVOLA DE I CAPI CONtenuti nel Terzo libro.

IL FINE.

IL PRIMO LIBRO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA.

Che cosa sia problema. Cap. I.

1 PERCHE tutta questa quinta parte sono problemi geometrici da risoluere manualmente con il compasso, & regha, conueniente cosa mi pare diffinir prima, che cosa sia problema, & come s'intenda a essequir quello mathematicalmente, & naturalmente con altre notationi.

Dico adunque che questo nome problema è vocabolo greco, il quale significa quella propositione, doue si proponga da operare, ouer ro da essequire manualmente qualche cosa. Essempi gratia s'io dicesse sopra di vna data retta linea potiamo designarui vn triangolo equilatero, tal parlare è detto problema, similmente se io dicessi, voglio diuidere questa linea a b in due parti equali tal propositione, cioe tal mio dire sarebbe chiamato problema, similmente se io dicessi volendo diuidere la detta linea a b. in cinque parti equali, tal mio parlare sarebbe pur vn problema, & cosi si debbe intendere nelle altre simil propositioni, la essecutione di tai problemi s'intende, & piglia per quella operatione, che immediatamente secondo il proposito si fara, ouer che s'insegnara a far manualmente.

Come s'intenda essequir un problema mathematicalmente.

2 A Essequire vn problema mathematicalmente s'intende quando che in tal effecutione si procede con atti scientifici, che con ragioni afirmate si possino dimostrare, & sostentare, si come costuma Euclide, Apollonio Pergeo, Archimede Siracusano, Ptolomeo nel Almagesto, & altri scientifici geometri.

Come s'intenda essequir un problema naturalmente.

3 A Essequir vn problema naturalmente s'intende quãdo, che in tal effecutione si procede per vn certo modo, che la natura infonde generalmente in ogni qualita di huomini, cioe a ciascuno. Essempi gratia s'io proponesse a qual si voglia simplice huomo, che in vn proposito cerchio mi formasse vn penthagono equilatero, quel tale per natural istinto, pigliara il compasso, o vuoi dir sesto, & con quello isperimentara con diuerse aperture, hor stringendolo, & hora allargandolo, che trouarai vna apertura, che facendolo caminar con quella per la circonferentia di tal cerchio diuidera tal circonferentia in cinque parti equali, come nella figura posta in margine appare nelli cinque ponti. a b c d e. & fatto questo con vna regha giusta tirara le cinque linee a b. b c. c d. d e. & . e a. & cosi dira lui hauer essequito il proposito, & me lo approuara con il compasso al senso in materia, laqual sua proua, anchor che in vn simil caso, per che naturalmente non si possa negare, nondimeno tal sorte di proua non è accettata dal mathematico, perche in molte cose il senso s'inganna, come piu volte è stato detto, & come fu anchora dimostrato sopra l'error di Orontio nel trouar le due medie proportionali, & nella sua regola data per trouar il lato del settangolo, nonangolo, & altri, & similmente Michel Stifelio nella dupplication del cubo, & cosi molti altri se sono ingannati per gouernarsi, & confidarsi nel senso, & per questa causa il mathematico non accetta le proue fatte in materia al senso, anzi vuole nella risolutione di vn tal problema, & altri simili, che ogni sua attione, & conclusione sia dimostrata con ragioni afirmate, come fa Euclide nella vndecima propositione del suo quarto libro, & Ptolomeo nel nono capitolo, doue tratta della scientia della quantita delle corde delle parti del cerchio, i quali lor modi nel nostro processo si faranno manifesti.

Da notar cerca le rissolutioni di uarij problema.

4 EGlie da notare qualmente vi sono alcune sorte di problemi, i quali si possono essequire con regole mathematice, cioe dimostratiue, & anchora con modi naturali, cioe a tastoni, ouer con piu isperientie, & ve ne sono alcuni, che solamente si ponno risoluere con modi, ouer regole mathematicali, ma per vie, ouer modi naturali è impossibile di poterli condur a effetto, & ve ne sono alcuni, che solamente si possono essequire con modi naturali, ma con regole mathematice

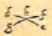
fin hora non si è trovato regola di poterli con ragion mandar ad essecutione, ve ne sono anchora alcuni altri, i quali parte con regole mathematice, & parte con modi naturali si conducono a fine, quali siano mo queste tai specie di problemi, nel nostro processo si faranno manifeste.

5 ANchora bisogna notare qualmente vi sono alcuni problemi, i quali piu speditamente, & giustamente si esseguiscono procedendo naturalmente di quello si farebbe procedendo mathematicalmente, e pero tai sue regole mathematicali, vengono a restare quasi morte in quanto alla real pratica operativa, over manuale, perche non vengono usate in conto alcuno dall'operante, nelle sue reali attioni, over operationi, come sarebbe la seconda, & la terza propositione del primo di Euclide (come che sopra di queste in esso Euclide fu da me detto, & anchora in questo si dira) vero è, che in quanto alla scientia, tai propositioni sono necessarie, per le ragioni da me in quello luogo adutte.

6 ANchora bisogna notar qualmente di tutti li problemi, che noi poneremo, che siano di Euclide risolvendo per il modo, che insegna Euclide di tal rissolutione nõ faremo altramente la dimostratione, per esser stata fatta da esso Euclide, ma dimostraremo simplicemente il modo da risolvere tal problema praticalmente con il compasso, & rega, ma dove, che vi saremo altri modi piu speditivi, & piu presti di quelli di Euclide, sotto brevita dimostraremo la bonta di quelli. Et similmente di tutti quelli problemi, che poneremo, che non siano stati posti da Euclide, dimostraremo la lor regola, & conclusione esser buona.

Il modo, over regola praticale geometrica da risolvere con somma brevita maximamente con il compasso, & rega, li problemi del primo libro di Euclide. Cap. II.

1 POtemmo sopra una data retta linea designar un triangolo equilatero. Essempi gratia sia la data retta linea a b. volendo sopra di quella designar un triangolo equilatero, cioe che ciascun suo lato sia eguale alla detta data linea a b. poneraí il piede immobile del tuo compasso sopra l'una delle estremita della linea, poniamo in ponto a. & l'altro piede mobile allargarai per fino al l'altra estremita, cioe per fino in ponto b. & secõdo tal apritura, di sopra via designarai un poco di circonferentia (non colorata) laqual pongo sia la c d. dapoi questo di nuovo farai centro l'altra estremita di detta linea, cioe il ponto b. & secondo la medesima appritura, di sopra via designarai pur un poco di circonferentia non colorata, laqual sia la f e. intersecando l'altra prima in ponto g. hor se dal detto ponto g. tu tirarai con la rega due linee rette colorate, cioe l'una dal g. al a. & l'altra dal detto g. al b. vederai rappresentato il detto triangolo ricercato, lequal due linee non le ho voluto tirare per non causar confusione nella figura, ma dapoi che haverai tirate le dette due linee, volendo provar naturalmente, over praticalmente tal triangolo esser equilatero, tu lo provarai al senso in materia con il tuo compasso, ma volendo approvar tal cõclusione mathematicalmente, cioe con ragioni astratte da tal materia, bisognerebbe nel principio della operatione compir li duoi cerchij, si come che nella seconda figura si vede, & tirar le dette due linee g a. & g b. & dapoi arguir si come che in Euclide si costuma, cioe cõ la diffinitione del cerchio, & per la prima commune sententia, laqual sua speculativa dimostratione, & argumentatione non voglio replicar, ne questa, ne altre sue in questa mia opera (come nella sesta del precedẽte capo fu detto) perche sarebbe un voler usurpar le cose sue, ma che desidera d'intendere minutamente le dette sue argumentationi, & dimostrationi potrai ricorrer da lui, che per tal cõmodita fu da me tradutto in volgare, & farai satisfatto, perche in questa quinta parte non intendo di narrar, salvo che il modo operativo di suoi problemi, & altri alla pratica manuale del cõpasso, & rega utili, & necessarij. Questo medesimo sopradscritto problema si potrebbe anchora risolvere naturalmente, perche ogni simplice persona (per discorso naturale) saperebbe col cõpasso andar tanto tastãdo, & sperimentando, che senz'altra arte geometrica trovarebbe il ponto g. talmente che da quello tirando le due linee g a. & g b. conchiuderebbe il proposito, & ti approvarebbe tal sua conclusione in materia al senso, secondo il costume di pratici naturali.



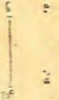
2 VOlendo anchora sopra la linea a b. designarui un triangolo di duoi lati eguali, talmente che ciascuno di duoi lati eguali, sia eguale alla linea c. giustaremo l'appritura del nostro cõpasso alla longhezza della detta linea c. & dapoi faremo centro il ponto a. (cioe la estremita della linea a b.) & di sopra via signaremo un pocco di circonferentia non colorata, come la d e. & il medesimo faremo sopra il ponto b. cioe designaremo quella pocca circonferentia, ma non colorata, come la f g. laqual, come vedi, segara l'altra prima, come vedi, in ponto h. hor se dal detto ponto h. al põto a. tirarai una linea colorata, & un'altra dal medesimo ponto h. al ponto b. te si rappresentara il detto trĩgolo di 2 lati eguali alla linea c. laqual cosa si dimostrara per la diffinition del cerchio, perche li duoi lati h a. & h b. sono semidiametro di un medesimo cerchio, & eguale alla

linea

linea.c. Anchora se ne farai la proua naturale, o vuoi dir praticale, con il compasso in materia, trouarai al senso cosi essere, se farai stato diligente nella tua operatione, anchora in questa facil cosa sarebbe, che ogni simplice persona senza arte trouasse a rasione il ponto.h. & da quello le dette due linee colorate.h a.& h b.& concludesse naturalmente il proposito.

3 VOlendo anchora sopra la linea.a b.designarui vn triangolo di tre lati inequali, di tal qualita, che il lato mezzano sia eguale alla linea.c.& che il menor sia eguale alla linea.d faremo centro il ponto.a. & secondo la quantita della linea.c. di sopra via designaremo vn pocco di circonferenza non colorata, si come, ch'e la.e f.& dapoi faremo centro il ponto.b.& secondo la quantita del la linea.d. desiunaremo vn pocco di circonferenza occulta, cioe non colorata, intersecante la prima, si come fa la.g h.nel ponto.i.& dal detto ponto.i.tirando due linee colorate, cioe l'una dal.i. al.a.& l'altra dal.i al.b.il che facendo si trouara hauer esseguito il proposito, cioe si trouara hauer constituito sopra la detta linea.a b.vn triangolo di 3 lati eguali alle 3 linee.a b. c.& d. questo problema è simile a quello, che pone Euclide nella 22 del suo primo libro, e pero questa operatione si puo specualatiuamente dimostrar secondo l'ordine, che si dimostra la detta 22 del primo. Et nota, che in tal problema sempre bisogna, che ogni due, qual si voglia delle 3 linee, che si propone da far il triangolo, gionte insieme, siano piu longhe della terza (per la 20 del primo del detto Euclide) perche se cosi nō fusse, il problema sarebbe impossibile. Questo tal problema mi e parso di porlo in questo luogo per ispedire la costruttione di tutte tre le specie di triangoli, questo tal problema sara difficilissimo da esseguir naturalmente, cioe a rasioni.

Nota, che a voler descriuere vn cerchio, secondo la quantita di vna data retta linea, s'intende, che l'appritura del cōpasso sia eguale alla detta retta linea, talche il semidiametro di tal cerchio verra a esser eguale alla detta data retta linea, il medesimo si douera intendere, volēdo descriuer solamente vn poco di circonferenza, secondo la detta quantita, laqual cosa notarai p quel che si ha da dire.



4 DA vn dato ponto potiamo condur vna linea retta eguale a qualunque proposta retta linea. Essempi gratia sia il dato ponto.a.& la proposta linea retta.b c.volendo dal detto ponto.a. condure vna linea retta eguale alla linea.b c.caschi in qual verso si voglia. Son certo, che molti principianti, che nō sanno, che cosa sia l'operar scientifico di nostra arte, non poco si scandeleggerano di questa propositione, laqual ogni grossa, & simplice persona senz'altra instruttione da se la saperia naturalmente mādar a effecutione, cioe pigliando col cōpasso la longhezza della data linea.b c.& secondo tal appritura di cōpasso facendo dal detto ponto.a. signara vn ponto, qual sia il ponto.d.& cosi tirando con la riga dal ponto.a. al ponto d. vna linea retta dira hauer risolto tal problema, & parera a lui, che tal sua conclusione non habbia, ne possi hauer alcuna cōtradicione, & massime quādo che con il cōpasso fara sensibilmente veder, esso esser lōga la detta linea (tirata che sia) dal ponto.a.al pōto.d quanto la nostra data.b c. & questo procedera, per non saper costui qualmente gli sono 2 sorte di proue, l'una è detta rationale, & questa e quella, che costuma il speculatiuo matematico, qual sempre dimostra cō ragioni astratte da ogni materia sensibile tutte le sue operationi, & cōclusioni, & l'altra e chiamata sensuale, & questa e quella, che costuma il naturale, qual sempre vuol approuar ogni sua operatione, et cōclusione al senso, ouer con la isperienza, parendo a lui tal proua esser la meglior, che sia, hor per tornar al nostro primo proposito, sia per il pōto dato.a.et la data linea.b c.volendo geometricamente dal pōto.a.tirar vna linea eguale alla.b c.cōgiongerai il pōto a.cō l'una delle estremita della linea.b c.laqual ti par, ma per far piu cōmoda, & breue figura, congiongelo con quella estremita che gle piu propinqua, e pero congiongelo con la estremita.b. tirando la linea.a b.& sopra la detta linea.a b.costituirai (per la prima di questo) il triangolo equilatero.a d b.& quella estremita.b.che fu congionta con il ponto.a.farai centro, & sopra di quello descriuerai vn cerchio secondo la quātita della data linea.b c. qual sia il cerchio.e c f.fatto questo allōgarai il lato.d b.del triangolo, qual ē opposito al pōto dato, per il centro del cerchio (gia descritto) per fin alla circonferentia di quello, & sia tutta la linea cosi protratta la.d e.& secondo la quantita di quella, sopra il centro.d.locarai vn cerchio, qual sia il cerchio.e g h.fatto questo se allongarai il lato.d a. per insino alla circonferenza di questo vltimo cerchio, quello concorrera con tal circonferenza in ponto.g.il qual lato non l'ho voluto al-

tramente allongare,perche meglio tu intenda la differenza,ch'è fra l'approuar vna conclusione al senso in materia,ouero alla isperienza(come fa il naturale) & a dimostrarla con ragioni fuor di tal materia sensibile(come costuma il mathematico)anchor che in principio di questo capo habbia detto di non voler dimostrare la risolutione di alcun problema di Euclide (per le ragioni in quel luogo addutte)nondimeno voglio dimostrar questa(per le ragioni di sopra dette)dico adonque allongato che sia il lato.d a.per fino alla circonferenza del cerchio.e g h.in ponto.g.che la linea,che sara dal dato pōto.a.per fin'al ponto.g.sara quella,che cerchiamo, cioe che la sara eguale alla data linea.b c.perche eglie cosa manifesta per la diffinition del cerchio, che tutta la linea.d g.tirata che sia,sara eguale a tutta la linea.d e.perche l'una,& l'altra si partira dal centro del secondo cerchio.e g h.& andaranno per fino alla circonferenza di quello, onde leuādo dall'una il lato.d a. & dall'altra il lato.d b.del triangolo.a b d.equilatero(per commune scienza)li duoi residui saranno eguali,delliquali duoi residui l'uno sara la linea.b e.& l'altro sara la linea.a g.(tirata che sia)se adonque questi 2 residui saranno eguali,non vi è dubbio,che l'uno di quelli (cioe la.b e.)è eguale alla data linea.b c.(per la diffinition del cerchio)perche ambedue vanno dal centro.b.alla circonferenza del primo cerchio.e c f.onde(per commune scienza)l'altro residuo , che sara la linea a g.(tirata che sia)sara eguale alla medesima data linea.b c.che fara il proposito,cioe dal dato pōto.a.haueremo tirata la linea.a g.eguale alla data linea.b c.come fu il proposito di fare.

Alcuno potrebbe dire in fauor del procedere naturale,se io vorro conoscere , dapoi che hauero tirata la detta linea.a g.se quella sia il secondo proposito,cioe eguale alla.b c.non vi conosco altra meglior strada,chē veder sensibilmente con il compasso, se cosi è,& cosi trouandola esser a quella eguale,affirmaro tal rissolutione esser buona, ma trouandola altramente niuno mi potra negare,che tal conclusione non sia falsa,attento che il commentatore sopra il secondo di anima afferma,che sempre il senso dice il vero nelle cose particolari.

Rispondo ch'eglie il vero,ogni volta, che si trouasse con il compasso la detta linea.a g. esser maggiore,ouer menore della data linea.b c.sarebbe euidente segno, tu hauer errato nella tua operatione manuale,cioe che tu non hauerai ben essequito le particolari attioni, che vi occorre, come la maggior parte delle volte accade alli mal esperti nell'operar manuale geometrico , laqual cosa per questo non mi nega,che la regola geometrica data, & con ragion dimostrata da essequir tal effetto,non sia ottima,& buona in generale,si che vna cosa è a dimostrare, & prouare generalmente vna regola,& vn'altra cosa è il prouar la conclusione,laqual cōclusione spesse volte puo esser falsa per causa dell'operante,& non della regola,dellaqual cosa mi e parso di auertirtene sopra di questo problema,eglie ben vero , che nelle reali attioni il pratico dessignatore , sempre in tal sorte di problemi vsara,& debbe vsare il modo praticale,ouer naturale per esser piu ispediente,& presto,& a manco errori soggetto del mathematico , perche anchor io nelle mie simili occorrentie opero il medesimo.

3 PRoposte due linee rette inequali,dalla piu longa di quelle potiamo tagliarne vna parte equale alla menore.Essempi gratia siano le due linee.a b.& c d.inequali,& sia la.a b.menore, dico che dalla.c d.ne potiamo geometricamente tagliarne vna parte eguale alla.a b. Son certo , che'l pratico dessignatore , non solamente si scandeleggera di questa propositione,si come della precedente , ma anchora non poco se ne ridera,perche questo tal problema, senza alcuna instruttione per natural discorso lo saperebbe mandare ad essecutione ogni simplice feminuzza, con il pigliar il compasso,& con l'appritura di quello pigliar la misura della detta linea.a b.(piu corta) & con tal appritura signare la parte.c e.nella piu longa linea.c d. & hauera risolto giustamente questo tal problema . A questo rispondendo dico , che non si potra naturalmente negare , che tal problema non sia giustamente risolto , perche sensibilmente in materia si vedera la parte.c e. esser eguale alla detta.a b. nondimeno non potra con ragione dimostrare , che la regola da lui operata a essequir tal effetto sia generalmente vera,come costuma il mathematico , & come che nella precedente fu anchor detto,e pero non bisogna scandeleggiarsi di questo. Hor per tornar al proposito sia anchora le medesime due linee.a b.menore,& c d.maggiore volendo dalla.c d. maggiore,geometricamente tagliarne vna parte eguale alla.a b.menore dal ponto.c.qual è fuora della linea.a b.(secondo la regola geometrica data nella precedente) tirarai la linea.c e. eguale alla.a b.fatto questo farai centro il ponto.c.& secondo la quantita della detta linea.c e. descriuerai il cerchio.e f g.qual segara la detta linea.c d.in ponto.f.e per tanto dico la linea.c f. esser quella parte,che fu proposito di tagliar,cioe eguale alla.a b.perche la detta parte.c f.e eguale alla.c e. per che ambedue vanno dal centro.c.alla circonferenza del cerchio.e f g.& perche la.a b.e eguale alla.c e.(per la precedente)e pero seguita(per commune scientia)la detta parte.c f.esser eguale alla detta.a b.che è il proposito.

Hor tu potresti dire esser molto piu ispediente,& presto in vn tal problema a procedere per il pri-

mo

mo modo, che ne insegna la natura di quello, che ne insegna il mathematico, gia ti ho detto di sopra nella quinta del primo capo, qualmente vi sono alcuni problemi, i quali piu ispedientemente, & giustamente si essequiscono procedendo naturalmente di quello, che si farebbe procedendo mathematicalmente, & che per tal causa tal sue regole geometricali in quanto alla pura pratica operativa vegono a restare quasi inutile, perche niun pratico dessignator, anchor che le sapesse non le usarebbe nelle sue reali attioni, perche il medesimo faccio anchor'io nelle mie occorrentie, vero è che in quanto alla scienza geometrica tai due sopranotate propositioni sono summamente necessarie per le ragioni da me adutte sopra di quelle nella seconda, & terza propositione del primo di Euclide.

6 EGli e possibile di divider un dato angolo in due parti eguali, & con ogni data apritura di compasso. Sia il dato angolo.a contenuto dalle due linee.a b.& a c. volendo mo dividere il detto angolo.a in due parti eguali. Farai centro il ponto.a.& secondo la quantita del tuo compasso (sia come si voglia) dalle.2 linee.a b.& a c.ne taglierai due parti eguali, lequali supponiamo, che siano.a d.& a e.dapoi questo farai centro il ponto.d.& secondo la medesima appritura, di sotto via designarai un puoco di circonferenza, laqual sia la.f g.& dapoi farai centro il ponto.e.& secondo la medesima appritura, over quantita, designarai pur di sotto via un puoco di circonferentia laqual sia la.h i.intersecante la prima in ponto.k.hor se dal ponto.a.al ponto.k.con diligenza tirarai una linea retta colorata, quella dividera il detto angolo.a in due parti eguali, laqual linea.a k.non ho voluto tirare per non generar confusione nella figura, & quella (se ben avertirai) tu la puoi dimostrare secondo il medesimo modo, che si dimostra la nona del primo di Euclide, cioe per la ottava del primo, ma avertisti che bisogna, che tu sia diligente nell'operar manuale, & che la tua regha, over riga sia rettissima, & operar in luogo piano, altramente incorrerai in molti errori in questo, & ne gli altri problemi, che si ha da dire, perche una cosa è la pratica di saper operar manualmente quello, che vien comandato, & un'altra cosa è quella pratica di colui, che comanda, laqual è causata dalla scientia. E pero gli huomini savi vogliono che sia.2 specie di sapere, l'uno è detto saper a quia, & l'altro saper a propter quid, il saper a quia è quello, che fanno con diligenza essequire manualmente quello, che gli vien ordinato dal scientifico, & il saper poi a propter quid s'intende il saper di colui, che sa comandare, & questo saper depende dalla scientia, perche quel tale bisogna, che sappia le cause di quello, che lui ordina, over comanda, & questo è il propio saper.

Questo sopraposto problema sarebbe quasi impossibile, che un simplice naturale lo sapesse risoluere, perche il non saperebbe, come governarsi a tastone per trovare il ponto.k.

Anchora questo problema si potrebbe risoluere per quest'altra via, laqual in sostanza è simile alla precedente, cioe nel tagliar le due parti.a d. & a e. voglio che si disegni la circonferenza.d f e. come si vede nella seconda figuratione, & dapoi dividere la detta circonferenza in due parti eguali in ponto.f.& dapoi tirando una linea colorata dal ponto.a.al ponto.f.quella dividera (per la ultima del sesto di Euclide) il detto angolo.a.in due parti eguali.

7 POtiamo dividere una data retta linea in due parti eguali. Essempi gratia sia la data linea.a b.volendo dividere quella in due parti eguali, & in una sola apritura di compasso, procederai in questo modo, aprirai tuo compasso talmente, che la sua appritura sia maggior della mita della detta linea.a b.& dapoi farai centro il ponto.a.& secondo la detta appritura, si di sotto, come di sopra, designarai un puoco di circonferentia, il medesimo farai facendo poi centro il ponto.b.cioe designar si di sotto, come di sopra un puoco di circonferentia, che intersegli l'una, et l'altra delle due prime, si come si vede nel ponto.c.& nel ponto.d.& dapoi giustar la tua regha alli detti duoi ponti.c.& d.& doue vederai che la tua regha seghi la detta linea.a b.in quel luogo sara il mezzo della detta linea, e pero faragli un piccol ponto, qual pongo sia il ponto.e.& cosi haverai divisa la detta linea.a b.in due parti eguali in ponto.e.come fu proposto, & tutto questo si dimostrara con il medesimo ordine, che si fa la decima del primo di Euclide, cioe per la ottava del primo, vero è che bisognerebbe tirar tre linee colorate, cioe.c a. c e. c b. &c.

Questo medesimo problema ogni simplice persona, lo sapra risoluere naturalmente, cioe a tastone, hora aprendo, & hora stringendo tante volte il compasso, che trovara il detto ponto.e.

8 DA un ponto dato in una linea, potemmo da quello elevarui, over drizzarui un'altra linea perpendicolarmente, cioe che stia a squadra sopra la prima, tal problema si puo essequire in piu modi, come di sotto intenderai.

Sia adonque la linea data.a b.& il ponto signato in quella sia.c volendo dal detto ponto.c elevarzi vn'altra linea, che sia perpendicolare sopra la detta.a b. farai centro il ponto.c. & secondo l'appritura del tuo compasso segnarai duoi ponti, vn di qua, & l'altro di la dal detto ponto.c.quali pongo, che siano.d.&.e. fatto questo allongarai l'apertura del tuo compasso quanto ti pare, & dapoi farai centro il ponto.d.& designarai li di sotto, come di sopra vn poco di circonferenza, & dapoi farai centro il ponto.e.& secondo il solito, con la medesima appritura, li di sotto, come di sopra, designarai per vn poco di circonferenza intersecando le due prime, l'una in ponto.f.& l'altra in ponto.g.& dapoi giustarai la tua rega alli detti duoi ponti.f.&.g.laqual rega (se non hauerai errato nella tua operatione) douera transire precisamente sopra il ponto.c.e per tanto secondo l'ordine di detta rega tirarai vna linea colorata dal ponto.f.al põto.c laqual linea.f.c. diciamo, che sia sara perpendicolare sopra la.a b. (come che per la vndecima del primo di Euclide si manifesta) laqual linea colorata dal.f.al.c.non l'ho voluta tirare per non causar confusione nella figura.

Nota quando che il ponto.c. fusse nella estremita della data linea tu allongaresti la detta linea da quella banda almeno tanto quanto fusse l'appritura del tuo compasso, & dapoi seguiresti, come è stato detto.

Questo problema, il simplice naturale lo mandarebbe a essecutione con quella squadra materiale, che adopera li marangoni, murari, desegnatori, & altri artefici, o giusta, o falsa che si fusse.

Anchora questo sopradetto problema si puo risoluere per vn'altro leggiadro modo da noi ritrouato, & con qual si voglia appritura di compasso proposta dallo auersario. Essempi gratia sia la

linea.a b.& il ponto, dalquale vogliamo erigere vna linea perpendicolare sopra la detta.a b.ponemo, che sia il ponto.b.(cioe la estremita di tal linea) hor per elleuarui la detta perpendicolare, & in qual si voglia appritura di cõpasso, ponerai vn piede del tuo compasso in ponto.b.& l'altro piede lo fermarai in che luogo ti pare di sopra della detta linea.a b.talmente che descriuendo vn cerchio sopra tal centro la circonferentia di quello segali la detta linea.a b. & transisca anchora per il ponto.b. hor fermandolo in ponto c.& sopra il detto centro.c.descriueremo il cerchio.d b e.il quale come vedi, sega la linea.a b.in ponto.d. fatto questo giustarai la tua rega alli duoi ponti.d. &.c. & secondo l'ordine di tal rega tirarai la linea.d c e.laqual verra a esser il diametro del detto cerchio, fatto questo se dal ponto.e. al ponto.b. tirarai vna linea retta colorata, quella sara perpendicolare sopra la data linea.a b. perche l'angolo, che da quella sara formato in ponto.b.sara retto (per la 30 del terzo del nostro Euclide volgare) per essere nel mezzo cerchio, che fara il proposito.

7 Da vn ponto dato fuora di vna data linea di indefinita quantita, potiamo (con vna sola appritura di compasso) condure vn'altra linea perpendicolare sopra quella. Essempi gratia la data linea.a b.& il ponto dato fuora di quella sia.c. volendo mo condure dal ponto.c.vna linea perpendicolare sopra la.a b.& con vna sola appritura di compasso, apri il tuo compasso talmente, che la detta appritura sia maggiore della distantia, che è dal ponto.c.alla linea.a b.cioe talmente, che descriuendo vn cerchio, secondo tal appritura sopra il centro.c.la circonferenza di quello segasse in duoi ponti la detta linea.a b.fatto questo farai centro il ponto.c. & cõ l'altro piede mobile del detto compasso segnarai duoi ponti sopra la linea.a b.secondo l'appritura di quello, iquali a ponto pongo siano d.&.e.fatto questo farai centro il ponto.d.& secondo la medesima appritura, designarai di sotto della linea vn poco di circonferenza, & il medesimo far anchora sopra il ponto.e.cioe far centro il detto ponto.e.& di sotto di detta linea designar vn poco di circonferenza intersecante la prima in põto.f.fatto questo giustarai la tua rega alli duoi ponti.c.& f.& secondo l'ordine di detta rega se tirarai vna linea retta colorata dal detto ponto.c.per fino alla detta linea.a b.quella sara perpendicolare sopra della medesima.a b.& questo facilmente si dimostrara secondo l'ordine, che si dimostra la duodecima del primo di Euclide, il naturale conchiuderebbe vn tal problema con quella medesima squadra materiale, che adoprano marangoni, desegnatori, architettori, & altri artefici, come nella precedente fu anchor detto.

Nota quando che il ponto.c.non fusse sopra alla detta linea.a b.(come in margine si vede, volendo essequire tal problema, bisognarebbe allongar la detta linea a b.verso.d.quanto che fusse bisogno, e pero nella propositione, si propone, che la data linea sia di indefinita quantita, perche se tal linea fusse data finita alle volte sarebbe impossibile di risoluere tal problema, come che in margine si vede, che sarebbe impossibile di poter condure dal ponto.c. vna linea perpendicolarmente sopra la terminata linea.a b.

Sopra

20 SOpra di vn termine di vna data retta linea potiamo designar vn'angolo eguale a qualunque angolo rettilineo proposto. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. & il dato angolo.c. volendo sopra il ponto.a. designarui vn'angolo eguale al angolo.c. farai centro il ponto.c.& secondo che apprirsara ti pare del tuo compasso segarai due parti eguali di quelle due linee, che contengono il detto angolo.c. quali siano le due parti.c d.& c e.& secondo la medesima appritura di compasso, facendo centro il ponto.a. della linea.a b. ne segarai la parte.a g.& nel segarla designarai vn poco di circonferentia, & in quella circonferentia signarai il ponto.f.tanto lontano dal ponto.g.quanto, che il ponto.d.e lontano dal ponto.e dapoi tirando la linea.a f. hauerai essequito il proposito, cioe tu hauerai designato l'angolo.f a g. qual per la ottaua del primo di Euclide sara eguale al angolo.d c e.come fu il proposito di fare. Il pratico naturale essequirebbe vn tal problema con vno istromento materiale, chiamato squadra zoppa, qual squadra si puo aprire, & serrare quasi alla similitudine del compasso.

21 DA vn ponto dato fuora di vna proposta linea retta, potiamo condure, ouer designare vna linea retta equidistante a quella linea proposta.

Essempi gratia sia il ponto dato.a. fuora della linea.b c. dalquale volendo tirare vna linea equidistante alla linea.b c.tiraremo la linea.a d.cascante, come si voglia sopra la.b c. constituendo l'angolo.a d c. & .a d b. fatto questo sopra il ponto.a. (dalla banda verso il.b.) constituremo vno angolo con la linea.a d. eguale allo angolo.a d c. secondo la regola data nella precedente, & questa linea constituente il detto angolo produtta in longo, laqual sia la.e f.sara equidistante alla data linea.b c.(per la 27 del primo di Euclide) per esser li duoi angoli coalterni eguali. Il medesimo seguirebbe facendo nel detto ponto.a.dalla banda verso il.c. vn'angolo con la detta linea.a d.eguale al angolo.a d b.& la linea formante tal angolo protratta in diretto sara equidistante alla medesima.b c.(per la medesima 27 del primo del detto Euclide, de)cioe sara la medesima.e f.

Non ti marauigliar se io non ti pongo coloratamente le parti di circonferentie, che occorre a formar quello angolo in ponto.a.eguale al angolo.a d c.ouero eguale al.a d b.secondo che fu fatto nella precedente, il che ho pretermesso per non causar confusione nella figura, e pero si costuma tai lineamenti a tirarli, & designarli senza colore, cioe senza inchiostro, & massime in carta.

Anchora per vn'altro modo si potrebbe risoluere tal problema. Essempi gratia sia pur il ponto dato.a.fuora della linea.b c. volendo dal ponto.a. condur vna linea equidistante alla data data linea.b c. tiraremo per la linea.a d. (cascante come si voglia) & piu lontano, che poi dal ponto.d.nella medesima linea.b c. eleggerai vn ponto, qual sia il ponto e.& in quello (per l'ordine della precedente) farai l'angolo.f e d. eguale al angolo a d c.& farai, che la linea.e f. sia eguale alla linea.a d. fatto questo tirando poi dal ponto.a.al ponto.f.vna linea retta colorata (per la 22 del primo di Euclide) quella sara equidistante alla data linea.b c.laqual linea.a f.non ho voluto tirare, accio piu chiaramente s'intenda. Il pratico naturale per essequir vn tal problema con il compasso a giudicio del suo occhio vedera quanto sia la perpendicolar distantia del detto ponto.a. al la linea.b c.& in vn'altro luogo alquanto lontano dal ponto.a signara vn'altro ponto, talmente distante dalla detta linea.b c. come sarebbe a dire il ponto.f.& cosi dal ponto.a. al ponto.f. tirarebbe vna linea retta, laqual nelle figurationi piccole al senso parera, & forsi sara equidistante alla detta linea.b c.

Anchora vn tal problema si puo essequire in vna sola appritura di compasso. Essempi gratia sia il ponto a dato fuora della linea.b c. volendo in vna sola appritura di compasso dal ponto.a. tirare vna linea equidistante alla.b c.apriremo il detto nostro compasso, talmente che l'appritura sia maggiore della distantia, che e dal detto ponto.a. alla detta linea.b c. & dapoi faremo centro il ponto.a. & con l'altro piede del compasso, signaremo vn ponto nella linea.b c.qual sia il ponto.d. & dal ponto.a al ponto.d.tiraremo la linea.a d f.& dalla parte.d f. ne signaremo la parte.d g. eguale alla a d.cioe eguale alla appritura del nostro compasso, fatto questo faremo centro il ponto.g.& con l'altro piede mobile del nostro compasso, signaremo il ponto.h.nella linea.b c.& dal ponto.g.al ponto h.tiraremo la linea.g h i.& dalla parte.h i. ne segaremo la parte.h k.eguale alla.g h.cioe alla appritura del nostro compasso, hor se dal ponto.a.al ponto.k.tiraremo vna colorata linea (per la seconda del sesto di Euclide) quella sara equidistante alla data linea.b c.che sara il proposito, la detta linea dal ponto.a.al ponto k.non volsuto tirare per le ragioni piu volte dette.

Nota che vn tal problema, & altri simili nelle tue reali operationi (per non offuscare li tuoi disegni di linee, che non sono al proposito di questo) tutte le linee si debbono segnare senza colore, eccetto quelle, che si appartengono alla cosa tua. Essempi gratia nella sopranotata operatione, le linee.a d f. & .g h i. si doueriabbono tirare senza inchiostro, & la linea, che si tirara dal ponto.a.al ponto.x. douera essere con inchiostro, o altra tua materia colorata, si che nella maggior parte noi (per farsi intendere) siamo sforzato di far al contrario, come si vede, che la detta linea a x. lasciamo occulta, & quasi tutte le altre facciamo manifeste.

22 POtiamo designare vna superficie di lati equidistanti in vn'angolo assignato, che sia eguale a vno triangolo assignato. Essempi gratia sia prima l'angolo assignato.a. retto, & lo assignato triangolo.b c d. volendo designare vna superficie di lati equidistanti rettangola (come spesso accade) che sia eguale al triangolo.b c d. prima divideremo la basa.b c.in due parti eguali in ponto.e. & tiraremo la b e. & dal ponto.b.(per la precedente) tiraremo la.b f. equidistante alla basa.c d.fatto questo dalli duoi ponti.e. & d.(per la sesta) elleuaremo, ouer diraremo le due linee.e g. & d h. ad angolo retto sopra la.c d. con lequali si formara la superficie rettangola.e g d h. laquale (per la 41 del primo) si puo dimostrare essere eguale al detto triangolo.b c d.che è il proposito.

Anchora si potrebbe dimostrare il medesimo per la cōmune regola data per quadrar vn triangolo, cioe che il dotto della mita della basa di ogni triangolo, nella perpēdicolar di quello, sara eguale all'aria superficiale di tal triangolo, & se ben auertirai, trouarai che se tirarai la perpendicolare di tal triangolo dal ponto.b.sopra la basa.c d. quella sara eguale alla linea.e g. e pero il detto rettangolo.e h. non è altro che il dutto della linea.e d.(mita della basa.c d.) nella perpendicolare del triangolo, cioe nella.e g.

Nota che per abbreuiar parole (come in altro luogo habbiamo anchor detto) a specificar vna figura quadrilatera la notifichiamo per due lettere diametralmente opposite, cioe la superficie.e g d h. la notificaremo, ouer pronontiaremo per la superficie.e h. ouer.d g.

Similmente quando l'angolo assignato.a. fusse acuto (come in questa seconda figuratione appare) tu diuiderai per la basa.c d. in due parti eguali in ponto.e. & similmente dal ponto.b. tu tirarai la.b f. equidistante alla basa.c d. & nel ponto.e. tu farai (per la ottaua) l'angolo.g e d. eguale all'angolo.a. & dal ponto.d. tu tirarai la linea.d h. equidistante alla linea.e g. & cosi ti trouarai hauer designata la superficie.e h. de lati equidistanti nel angolo.g e d. eguale al dato angolo.a. & tal superficie (per la 41 del primo di Euclide) si puo dimostrare esser eguale al detto triangolo.b c d. Anchora si puo dimostrare si la precedente, come questa, secōdo che in Euclide si dimostra nella 42 del primo, che sara il proposito, & per questo medesimo modo procederesti quando che il dato angolo.a. fusse ottuso, cioe maggior del retto.

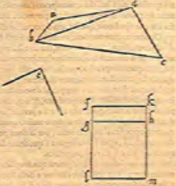
23 POtiamo designare sopra di vna proposta retta linea, vna superficie di lati equidistanti, in vno dato angolo, che essa superficie sia eguale a vno triangolo assignato. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. & il dato angolo.c. (ilqual pongo prima, che sia retto, perche cosi piu frequentemente accade) & il dato triangolo.d e f. hor volendo sopra la linea.a b. designarli vna superficie di lati equidistanti, talmente che la detta linea.a b. venghi a essere vno di lati di quella, & che tal superficie sia fatta in vno angolo eguale all'angolo.c. cioe che tal superficie in questo caso sia rettangola, allongaremo la detta linea.b a. per fino in.g. talmente che la.a g. sia eguale alla basa.e f. del triangolo.d e f. & sopra la detta.a g. gli faremo il triangolo.g h a. talmente che il lato.a h. sia eguale al lato.d f. del nostro triangolo, & similmente, che il lato.g h. sia eguale al lato.e d. onde il detto triangolo.h g a. veniera a essere eguale al detto nostro triangolo.d e f. e per tanto (secondo la regola data nella precedente) designaremo la superficie.k m l a. eguale al detto triangolo.g h a. & nell'angolo.c. che in questo caso la detta superficie.k m l a. sarebbe rettangola. Fatto questo allongaremo il lato.m h l. per fino in.n. & dal ponto.b. tiraremo vna linea equidistante alla.a l. laquale

qual pongo sia la . b n. costituendo il parallelogrammo rettangolo.a l n b.nelquale tiraremo il diametro.n a.qual protraremo per fino a tanto,che concorra con la linea.m k.anchora lei protratto in ponto.o.& dal põto.o.tiraremo la linea.o q.& produremo la linea.n b. per fin che la concorra,ouero interfega con la linea.o q.in ponto.q. & similmente produremo la.l a.per fin che la s'interfeghi con la linea.o q.in ponto.p.& sara costituito il parallelogrammo,o vuoi dir la superficie de equidistanti lati.a p q b.sopra la data linea.a b.qual hauera tutte le ricercate conditioni,cioe sara rettangolo,& sara anchora eguale al dato triangolo.d e f.& perche questo è dimostrato nella 44 del primo di Euclide,a me non è lecito a volermi vsurpare tai sue dimostrationi in questa mia opera,nellaquale l'intento nostro è di voler dimostrare solamente la pratica di saper operare manualmente con il compasso,& riga,ma se con diligentia considerarai tal operatione trouarai tutta la superficie.m o n q. esser di lati equidistanti, & rettangola, & il diametro n o.la sega per mezzo,& le due superficie.m k l a. & a p q b.(quale si chiamano supplementi)sono fra loro eguali(come dimostra Euclide nella 42 del primo)& perche l'una , cioe la. m k l a. è eguale al dato triangolo . d e f. seguita anchora che l'altra. a p b q. sia medesimamente eguale al medesimo triangolo.d e f. & è sopra la data retta linea.a b.& l'angolo.p a b.è eguale al suo contraposito.k a l.(per la decimaquinta del primo di Euclide)e pero seguita il proposito.

Nota che questo,& il sequente sono li duoi piu difficili problemi del primo libro di Euclide,& sarebbe impossibile,che vn simplice pratico con modi naturali lo sapesse risoluere.

Similmente procederesti quando,che l'angolo.c.fusse acuto , ouer ottuso, cioe tu designaresti medesimamente la superficie.m k l a. di lati equidistanti eguale al medesimo triangolo. h g a. & in tal specie di angolo, qual fusse l'angolo dato , secondo la regola data nella precedente, facendo che l'angolo . l a k. fusse quello , che fusse eguale al dato angolo.c. nel restante poi procederesti precisamente,come di sopra è stato fatto,& seguitara medesimamente la superficie.a p q b. esser eguale al dato triangolo.d e f.& esser di lati equidistanti,& sopra la data linea.a b. & hauer l'angolo.p a b.eguale a l'angolo.c.dato , per esser eguale al suo contraposito.l a k. (per la detta decimaquinta del primo di Euclide)e pero seguita il proposito.

14 POssiamo designare,ouer costituire vn parallelogrammo eguale a vn dato rettilineo,et in vno angolo rettilineo.Essempi gratia sia il dato rettilineo.a b c d.& il dato angolo.e.hor volendo costruire vn parallelogrãmo(cioe vna superficie di equidistanti lati)eguale al predetto rettilineo a b c d.ma cosi conditionato,che habbia vno angolo eguale all'angolo . e. ma perche non puo hauer vno senza duoi, cioe duoi contra positi (per la 34 del primo di Euclide) & se per sorte il dato angolo.e.fusse retto , il detto parallelogrammo verrebbe rettangolo, cioe che hauerebbe tutti li suoi quattro angoli retti,hor per conchiuder tal problema,tiraremo la linea.b d.diuidendo il detto rettilineo nelli duoi triangoli.a b d.& b d c. poi(per la decima di questo) designaremo il parallelogrammo.f k h g.eguale al triangolo.a b d. hauente l'angolo.h k f.eguale al dato angolo.e.& fatto questo sopra la linea.g h. (per la precedéte propositione)costruiremo il parallelogrammo.h g m l. eguale all'altro triangolo . d b c. hauẽte l'angolo.m h g.eguale al predetto dato angolo.e.& cosi hauaremo costrutto il parallelogrammo.f m. eguale al dato rettilineo



a b c d.perche se la parte.f h.è eguale al triangolo.a b d.& l'altra parte.g m. è fatta eguale all'altro triangolo.b c d.e pero tutto il detto parallelogrammo.f m. viene a esser eguale a tutto il dato rettilineo.a b c d.& perche l'angolo.h k f. fu fatto eguale al dato angolo.e. seguita il proposito, vero è che vi sarebbe da dubitar,ouer da dimostrar,che la linea.k h.sia vna con la linea.m h.& similmente la.f g. con la.g l.laqual cosa ben si dimostra nella quarantesimaquinta del primo di Euclide,e pero non ci è da dubitare.

15 DI vna data retta linea potiamo descriuere il quadrato.Essempi gratia sia la data linea.a b.dellaquale volendo descriuere il suo quadrato,sopra le sue due estremita,ouer ponti.a.& b.(secondo l'ordine dato nella sesta di questo)ducheremo le due linee.a c. & . b d. perpendicolare so-

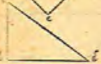
4 pra la.a b.& le tiraremo,talmente che ciascheduna di quelle sia eguale alla data linea.a b.& da poi questo tirando vna retta linea dal ponto.c.al pōto.d.sara descritto il detto quadrato, perche la detta linea.c d.(tirata che sia)si trouara esser eguale a ciascheduna delle altre tre, & se per sorte non la trouassi eguale, sarebbe segno tu hauer errato nella operatione manuale, come spesso interuiene,e pero in tal caso tu la riuederesti di nuouo con piu diligentia.

Questo problema il naturale lo essequirebbe con la squadra materiale per mezzo del compasso.

Anchor per quest'altro modo si potrebbe essequir vn tal problema, cioe tirando solamēte sopra il pōto.a.la linea.a c.per perpēdicolare sopra la detta.a b.& anchora a quella eguale. Fatto questo giustaremo l'appritura del nostro cōpasso alla longhezza della data linea.a b.ouer a c.& secondo tal appritura faremo il ponto.c.centro, & di sopra via al ponto.b.designaremo vn pocco di circonferentia,fatto questo faremo poi centro il ponto.b.& con la medesima appritura, designaremo pur di sopra al ponto.b.pur vn pocco di circonferentia interfecante l'altra prima in ponto d.come nella seconda figuratione appare,hor se dal ponto.d. sara con diligentia tirate due linee, l'una dal.d.al.c.& l'altra dal.d.al.b.si trouara hauer risolto il problema, cioe tal quadrilatero sara quadrato,la causa e,che li suoi quattro lati sono stati fatti eguali,& perche l'angolo.c a b.e retto, seguita (per la 34 del primo di Euclide) che l'angolo contraposito,qual formara le due linee.c d.& b d.in ponto.d.(tirate che siano)sara pur retto, & perche li quattro angoli di ogni quadrilatero,e gli e necessario,che siano eguali a quattro angoli retti,e pero seguita, che gli altri duoi angoli,che si causaranno con le dette due linee nelli duoi ponti.b.& c.saranno retti, e per tanto essendo tal quadrilatero di lati eguali,& di angoli retti,seguita che sia quadrato.

Il modo geometrico da risoluere manualmente con il compasso, & regaa vari problemi non posti da Euclide. Cap. III.

Come si multiplica una figura in quantita.



2 POtiamo duplicar vn dato quadrato. Essempi gratia sia dato il quadrato.a b c d. volendolo duplicare,cioe farne vn'altro,che sia a lui doppio di superficie, tira in quello il diametro.b d.& sopra di tal diametro (per la precedente) farai il quadrato.b d e f. qual dico esser doppio al primo, cioe al quadrato.a b c d. (per la penultima del primo di Euclide) perche il quadrato del lato sopra il lato, che e opposito al angolo retto e eguale alli quadrati delli lati,che contengono l'angolo,& tutto questo si dimostra sopra la detta penultima del primo di Euclide,anchora per molte altre vie si potrebbe duplicar vn quadrato,ma questa e la piu espediente,questo non si potrebbe essequir naturalmente.

3 POtiamo anchor treplicar vn dato quadrato. Essempi gratia sia il dato quadrato.a b c d.volendolo treplicar,cioe farne vno,che sia a lui treppio,tira pur in lui il diametro.b d.il qual diametro(per non offuscar la operatione)trasportarolo di fuora di tal quadrato, come vedi di sotto di lui,fatto questo sopra il ponto.b.eleuarai la linea.b e.eguale al lato del dato quadrato, & perpendicolar sopra la detta linea,ouer diametro.b d. & fatto questo tira la hipotumissa.e d. il quadrato della qual dico,che sara treppio al dato nostro quadrato.a b c d. perche il quadrato della linea b e.e eguale al nostro dato quadrato,& il quadrato del diametro.b d.(per la precedente) e doppio al detto nostro quadrato.a b c d.e pero la summa del quadrato della.b e.insieme con il quadrato della.b d.sara treppio al detto nostro quadrato.a b c d.& perche il quadrato della linea.e d. che e opposita al angolo retto (per la detta penultima del primo di Euclide) e eguale alli detti duoi quadrati, e per tanto seguita il quadrato della detta linea.e d. esser treppio al detto nostro quadrato.a b c d. che e il proposito.

Et cosi con il medesimo ordine potrai quadruplicar, & quincuplar vn dato quadrato, perche ponendo sopra l'una delle due estremita della linea.e d.perpendicolarmente vna linea, pur eguale al lato del detto nostro quadrato.a b c d. & dapoi tirar la linea opposita al angolo retto, & cosi il quadrato di tal linea sara quadruplo al detto nostro quadrato, & cosi con il lato del quadruplo,& del semplo puoi trouar il quincuplo,& cō il lato del detto quincuplo,& del semplo,puoi trouar il lato del sestuplo,& cosi discorrendo in infinito. Egli e ben il vero,che per quadruplicarlo,tu potresti tuor il doppio del lato del dato quadrato,& il quadrato di tal doppio lato sarebbe quadruplo al detto nostro dato quadrato,ma l'altra nostra regola e generale in ogni multiplicita.

5 POtiamo anchora duplicare vn dato triangolo equilatero. Essempi gratia sia dato il triangolo equilatero.a b c.volendo duplicarlo, cioe farne vn'altro, che sia doppio in superficie a quello farai il triangolo rettangolo.d e f.di tal qualita,che ciascheduno di duoi lati.d e.& e f.che formano l'angolo.e.retto,sia eguale al lato del dato triangolo, hor dico, che il triangolo.d g f.equilatero

tero costituito sopra il lato.d f.che è opposito all'angolo retto, esser doppio al detto nostro dato triangolo.a b c.la causa è che li detti duoi triangoli.a b c.&.d g f. sono simili(per esser ambiduoi equilateri)onde la proportione dell'uno all'altro è, come quella del quadrato del lato dell'uno al quadrato del lato dell'altro, & perche il quadrato del lato.d f.(per la precedente) è doppio al quadrato di qual si voglia lato del dato triangolo.a b c.e però il detto triangolo.d g f. vien a esser doppio al nostro dato triangolo.a b c.che è il proposito. Et cosi volendo treplicar il detto dato triangolo.a b c.ouero quadruplicar, ouero quincuplar, & cosi discorrendo, procederai secondo la medesima regola(del quadrato)detta nella precedente, cioe per treplicarlo, trouarai prima il lato del suo doppio, che in questo caso sarebbe la.d f. & quello congiongirai ad angolo retto con il lato del sempio, & tirarai la sua hipotenussa, & cosi il triangolo equilatero, descritto sopra a tal hipotenussa sarà treppio al detto nostro dato triangolo.a b c.& cosi con il lato del detto trippio, & del sempio potrai trouar il lato del quadrupio, & cosi discorrendo in infinito. Et tutto questo, ch'è stato detto del quadrato, & del triangolo equilatero, si seruira per duplicar, & treplicar, non solamente vn penthagono, vno essagono, settagono, ottagono equilatero, & equiangolo, ma in tutte le specie di figure simili, che longo sarei nel dire a volerti in ciaschedun dar particolar essempio.

4 Potemo duplicar vn dato cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio.a b c. volendolo duplicar, cioe farne vn'altro, che sia di superficie doppio a quello, formarai il triangolo.d e f.hauente lo angolo.e. retto, ma di tal qualita, che ciaschaduno delli duoi lati.d e.&.f e.sia eguale al diametro del dato cerchio, hor dico che il cerchio descritto sopra la hipotenussa.d f.sara doppio al dato nostro cerchio.a b c. perche (come si dimostra sopra la seconda del duodecimo di Euclide) la proportione di ogni duoi cerchij è si, come la proportione del quadrato del diametro dell'uno al quadrato del diametro dell'altro. Et perche il quadrato del diametro f d.(per la prima di questo capo) è doppio al quadrato del diametro.a c. seguita, che il cerchio descritto sopra la.f d. sia doppio al nostro dato cerchio.a b c. che è il proposito. Et cosi volendo treplicar, over quadruplicar, over quincuplar, et cosi discorrendo, il detto cerchio procederai secondo la regola data nelle passate.

5 Anchora per vn'altra piu general regola si puo essequire tutte le sopra notate specie di problemi, laqual regola è questa, poniamo che tu voglia duplicare vn dato quadrato, over triangolo equilatero, over penthagono, over essagono, & cosi discorrendo, il cui lato pongo, che sia la linea a b. allonga la detta linea.a b.per fino in.c.talmente, che la.b c.sia doppia alla.a b. & sopra tutta la.a c.descriue il mezzo cerchio.a d c.& dal ponto.b.tirerai la.b d.perpendicolare sopra la.a c.hor dico che il quadrato descritto sopra la linea.b d. sara doppio al quadrato della linea.a b.perche le tre linee.a b b d. & b c. vengono a essere continue proportionali (per la nona del sesto di Euclide) e per tanto (per il corellario della .18 del sesto di Euclide) la proportione del quadrato della.a b. prima al quadrato della.b d. seconda, sara si, come la prima linea alla terza, cioe come che è la.a b.alla.b c.& perche la detta a b. è subdupla alla b c.seguita, che il quadrato della.a b.sia subduplo al quadrato della.b d.adonque il quadrato del la detta.b d.vien a esser doppio al quadrato della detta a b.che è il proposito. Et cosi (per le medesime ragioni) se la detta.a b fusse il lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero descritto sopra la detta linea.b d. sara doppio a quello, & questo medesimo si debbe intendere di vn penthagono equilatero, & equiangolo, & di vno essagono, settagono, ottagono, & d'ogni altra specie di figure simile, & similmente s'intende di cerchij.

Et cosi volendo treplicar tu ponerai la.b c.treppia alla detta.a b.& cosi volendolo quadruplicare tu ponerai la detta.b c. quadrupla alla medesima.a b. & cosi discorrendo nelle altre specie di multiplicita, & se ben la considerarai, non solamente la ti seruira in ogni specie di proportione rationale, ma anchora nelle irrationali, che longo sarei a volerti in tutte dar particolar essempio.

Del modo di saper diuidere una figura, cioe pigliar, ouer formar vna parte di quella in forma propria.

6 DI vno dato quadrato potemo formarne vn'altro eguale alla mita di quello. Essempi gratia sia dato il quadrato.a b c d. volendo formar vn'altro quadrato, che sia eguale alla mita di

quello, diuiderai il lato. c d. in due parti eguali in ponto. e. & sopra di quello descriuerai il mezzo cerchio. c f d. & dal ponto. e. elleuarai la. e f. perpendicolare sopra la. c d. laqual diuidera l'arco. c f d. in due parti eguali in ponto. f. fatto questo tirando le due linee. c f. & d f. quelle saranno eguali, & l'angolo. c f d. (per la 31 del terzo di Euclide) sara retto, & perche il quadrato della. c d. (qual è il nostro dato. a b c d.) sara eguale (per la penultima del primo di Euclide) alli duoi quadrati delle due linee. c f. & d f. e pero sara doppio a uno solo di detti duoi quadrati, seguita adonque, che il quadrato descritto sopra vna di dette due linee (poniamo sopra la. c f.) qual sia il quadrato. c f g h. sara la mita del nostro dato quadrato. a b c d. che è il proposito.

7 Similmente di ogni dato triangolo equilatero potemmo dessignarne vn'altro eguale alla mita di quello. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero. a b c. volendo formarne vn'altro eguale alla mita di quello, per non offuscar il detto triangolo trasportarai la quantita del suo lato b c. in vn'altro luogo, & sia diuiso in due parti eguali in ponto. d. (come piu basso vedi) & sopra di quello dessignarai il mezzo cerchio. b e c. & dal ponto. d. elleuarai la. d e. perpendicolare sopra la. b c. laqual diuidera l'arco. b e c. in due parti eguali in ponto. e. & dal ponto. e. tirarai le due linee. e b. & e c. si come che nella precedente fu anchor fatto. Hor dico che dessignando sopra la. e c. il triangolo equilatero. e f c. quel sara la mita del nostro dato triangolo. a b c. perche la proportione del nostro dato triangolo. a b c. al triangolo. e f c. è si come il quadrato del lato. b c. al quadrato del lato. e c. & la proportione del quadrato del detto lato. b c. al triangolo. a b c. al quadrato del detto lato. e c. (per la precedente) è doppia, e pero la proportione del triãgolo. e f c. è doppia, per laqual cosa il triangolo. e f c. viẽ a esser la mita del nostro dato triangolo. a b c. che è il proposito. Et con tal ordine si potra di vn dato penthagono equilatero, & equiãgolo formarne vn'altro eguale alla mita di quello, & cosi di vno essagono, di vn settagono, di vn'ottangono, & cosi discorrendo in infinito, & il medesimo seguira di vn cerchio.

8 Anchora per vn'altra seconda regola piu generale del precedente si potrebbe essequire tal sorte di problemi, & molti altri, laqual regola è simile alla quinta di questo capo. Essempi gratia sia il lato di vno dato quadrato la linea. a b. volendo trouar il lato di vn'altro quadrato, il qual quadrato sia la mita di quello, che fusse descritto dalla linea. a b. sia allongata la detta linea. a b. per fino in. c. talmente, che la. b c. sia la mita della. a b. fatto questo sopra tutta la linea. a c. sia descritto il mezzo cerchio. a d c. & dal ponto. b. sia elleuata la linea b d. perpendicolare alla. a b. hor dico che il quadrato della linea. b d. sara la mita del quadrato della nostra data linea. a b. perche le tre linee. a b. b d. & b c. (per la nona del sesto di Euclide) vengono a esser continue proportionali, onde (per il correlario della decimanona del sesto di Euclide) la proportione del quadrato della prima linea. a b. al quadrato della seconda. b d. sara si, come quella della simplice prima linea a b. alla terza. b c. & perche la detta prima. a b. è doppia alla detta terza. b c. seguita che il quadrato della detta prima. a b. sia doppio al quadrato della detta seconda. b d. e pero il quadrato della detta. b d. vien a esser la mita del quadrato della detta nostra data linea. a b. che è il proposito. Et cosi (per le medesime ragioni) se la data linea a b. fusse lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero, che fusse descritto sopra della detta linea. b d. sarebbe la mita di quello descritto sopra la data linea. a b. & questo medesimo si debbe intendere di vn penthagono equilatero, & equiangolo, & similmente di vno essagono, settagono, ottogono, & cosi discorrendo in infinito. Et similmente di cerchi, per mezzo di loro diametri, ouer semidiametri.

9 Dato vno quadrato potemmo dessignarne vn'altro eguale alla terza parte di quello.

Questo problema con difficulta si potrebbe rissoluere per la prima regola data di sopra nella sesta, & settima, ma cõ la seconda di sopra adutta facilmente lo assoluerremo. Essempi gratia sia il lato del dato quadrato la linea a b. volendo trouar vn'altra linea, che il quadrato di quella sia la terza parte del quadrato della detta nostra data. a b. allongaremo la detta. a b. per fino in. c. talmente che la b c. sia la terza parte della. a b. fatto questo sopra tutta la. a c. descriueremo il mezzo cerchio. a d c. & dal ponto. b. erigheremo la linea. b d. perpendicolare sopra la. a c. hor dico che il quadrato, che sara descritto sopra la detta. b d. sara la terza parte di quello, che sara descritto sopra la nostra data linea. a b. (per le ragioni adutte nella precedente) & cosi per le medesime ragioni,

ragioni, se la data nostra linea. a b. fusse lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero descritto sopra della b d. sarebbe la terza parte di quello descritto sopra della nostra data. a b. Et questo medesimo, che si è detto del triangolo equilatero si debbe intendere, non solamente di vn pentagono equilatero, & equiangolo, & similmente di vno essagono, settagono, ottagono, & cosi discorrendo, ma anchora di vn cerchio per mezzo del suo diametro.

Et cosi volendo anchora designarne vna di tai figure, che fusse il quarto, ouero il quinto, ouero il sesto (& cosi discorrendo) della figura data, tu torresti la sopradetta b c. che fusse similmente il quarto, ouero il quinto, ouero il sesto, & cosi discorrendo, della nostra data a b. & dapoi seguiresti, come di sopra, cioe tu caueresti pur la b d. perpendicolare alla b c. & cosi la detta b d. sarebbe il lato di quella ricercata figura, ouero il diametro del ricercato cerchio.

10 Anchora potemmo designare vn quadrato equale alli duoi terzi di vn'altro proposto quadrato. Essempi gratia sia il lato di vno proposto quadrato la linea. a b. volendo trouar il lato di vn'altro quadrato, che sia li duoi terzi di quello, procederaissi, come nella precedente, cioe allongaremo la detta linea. a b. in diretto per fin in. c. talmente, che la. b c. sia li duoi terzi della. a b. fatto questo sopra tutta la linea. a c. sia descritto il mezzo cerchio. a d c. & dal ponto. b. sia deuata la linea. b d. perpendicolare alla. a c. hor dico che il quadrato della linea. b d. esser li duoi terzi del quadrato della data linea. a b. (per le ragioni adutte nella ottaua del presente capo, & cosi al medesimo modo procederessi, volendo trouar il lato di vn quadrato, che fusse li tre quarti, ouero li quattro quinti, o altre parti simili di vn proposto quadrato, ouer del quadrato di vna linea proposta. Similmente operaresti quando che tu volesti trouar il lato di vn'altra figura equilatera, & equiangola, che fusse quelle parti, che a te parra di vn'altra simil figura proposta, & similmente di vn cerchio.

Il modo geometro da risoluere manualmente con il compasso, & retta li problemi del secondo libro di Euclide, & di alcune diffinitioni di quello. Cap. IIII.

Che cosa sia gnomone.

1 Euclide nella seconda diffinitione del secondo dice, che quelli paralellogrammi, che sega per mezzo il diametro di ogni spacio paralellogrammo, sono detti stare atorno al medesimo diametro, & qual si voglia di quelli con li duoi supplimenti è detto gnomone. Essempi gratia sia il paralellogrammo. a b c d. & il diametro di quello. a d. il qual diametro sia diuiso dalle due linee. e f. & . g h. dutte equidistante alli lati opposti del detto paralellogrammo, lequai si segano fra loro sopra il detto diametro a d. in ponto. k. di che questo tal paralellogrammo viene a esser diuiso in quattro paralellogrammi, & li duoi di quelli, cioe li duoi paralellogrammi. g e. & . f h. che dal diametro a d. sono segati per mezzo (per la quarantesima quarta del primo di Euclide) sono detti stare atorno al diametro, & gli altri duoi, che non sono segati dal detto diametro a d. cioe il paralelogrammo. g f. & . h e. sono detti supplimenti, i quali duoi supplimenti insieme con qual si voglia di duoi paralellogrammi, che stanno atorno al diametro a d. è detto gnomone. Essempi gratia il paralellogrammo. f h. insieme con li duoi supplimenti g f. & h e. formano vna figura simile a vna squadra materiale, come in margine si vede, laqual figura è detta gnomone, similmente il paralellogrammo. g e. insieme con li detti duoi supplimenti. g f. & . h e. formano vna figura simile a questa, che in margine si vede, laqual figura sara pur detta gnomone.

gnomone

2 Possemmo segare vna data retta linea si condicionatamente, che il rettangolo, che sara contenuto sotto di tutta la linea, & di vna parte sia equale al quadrato dell'altra parte.

Questo problema non è altro, che il diuidere vna linea secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, ma Euclide non la volse chiamare in tal modo nella vndecima del suo secondo libro, per non hauer anchora diffinito, che cosa fusse proportione, hor per ritornare al proposito sia essempi gratia la data linea. a b. volendola diuidere secondo la proportione hauente il mezo,

& duoi estremi, si puo procedere in piu modi, il piu communeè a procedere secondo, che fa Euclide nella vndecima del secondo libro, cioe descriuere il quadrato. a d. di tal linea, & diuidere poi il lato. d b. in due parti eguali in ponto. e. & dapoi tirare la. a e. & fatto questo allongarela. e b. per fino in. f. talmente, che. e f. sia eguale alla. a e. & cosi la. b f. sara eguale alla maggior parte di tal diuisione, e pero se dalla data linea. a b. ne segaremo la. b h. eguale alla. b f. sara esseguito il proposito, cioe hauere mo diuisa la detta linea. a b. secondo la detta proportion in ponto. h. talche il dutto di tutta la linea. a b. nella sua menor parte. a h. (che sara il rettangolo. a k.) sara eguale al quadrato dell'altra parte. h b. che sara il quadrato. b g. (come dimostra Euclide nella detta vndecima del secondo) e pero la proportione di tutta la linea. a b. alla sua maggior parte. b h. sara si come la proportione della detta maggior parte. b h. alla menor. a h. che sarebbe il proposito.

seconda figura

Nota che in quanto alla simplice operatione non vi accaderebbe a far tanti lineamenti, ma bastarebbe dal ponto. a. ducere la. a c. perpendicolare sopra la. a b. & far che la detta. a c. sia eguale alla mita della. a b. & dapoi tirar la. c b. & da quella tagliarne la. c d. eguale alla. c a. & cosi la restante. d b. sara eguale alla maggior parte della detta linea. a b. e pero se dalla linea. a b. ne tagliaremo la parte. b e. eguale alla. b d. sara esseguito il problema, cioe hauere mo diuisa la detta linea. a b. secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi in ponto. e. & la sua maggior parte sara la. b e. ma li tanti lineamenti fatti nella superior figura si fanno per far la speculatiua demostratione di tal conclusione, della quale il puro pratico, cioe quello, che non ha inteso li principij di Euclide non si tien conto di tai dimostrationi per non esser atto a intender quelle.

Anchora per vn'altro modo si puo esseguire il sopra notato problema, qual vsa Ptolomeo nel principio dello Almagesto. Essempi gratia sia la data retta linea. a b. laquale volendola diuidere secondo la detta proportione hauente il mezo, & duoi estremi. Prima allongaremo la detta linea. a b. per fino in. c. talmente, che la. b c. sia eguale alla detta. a b. & sopra tutta la linea. a c. gli descriueremo il semicerchio. a d c. & dal ponto. b. cauaremo la. b d. perpendicolare sopra la. a b c. fatto questo diuideremo la. b c. in due parti eguali in ponto. e. & tiraremo la. d e. fatto questo dalla. a e. ne segaremo la parte. e f. eguale alla. d e. & cosi hauere mo diuisa la nostra data linea. a b. secondo la detta proportione hauente il mezo, & duoi estremi in ponto. f. & la sua maggior parte sara la. f b. che sara il proposito, il qual modo, che ben lo considera in sostantia è il medesimo, che è quello, che di sopra habbiamo registrato.

Vn'altro modo ne insegna Euclide nella trentesima del sesto, ma perche alla solutione di tal problema vi concorre vn'altro problema, del quale fina hora non habbiamo hauuto notitia, e pero tal modo prorogaremo per fino al suo conducente luogo.

5 Propositi duoi quadrati, come si voglia potemmo a vno di quelli designar vn gnomone eguale all'altro.

Essempi gratia siano li duoi quadrati. a b. & c d. & sia il proposito di descriuere intorno al quadrato. a b. vn gnomone, che sia eguale all'altro quadrato. c d. Per esseguire adonque tal problema allongaremo il lato. b f. per fino in. e. talmente, che. f e. sia eguale al lato del quadrato. c d. poi tiraremo la linea. a e. & perche il triangolo. a f e. è rettangolo il quadrato della detta. a e. (per la penultima del primo di Euclide) sara eguale alli quadrati delle due linee. f e. & f a. cioe sara eguale alli detti duoi quadrati. a b. & c d. & per tanto signaremo la. b g. eguale alla detta. a e. & sopra di detta. b g. designaremo il quadrato b h. il qual quadrato b h. sara eguale (come per auanti è stato detto) alli detti duoi quadrati. a b. & c d. cauando adonque dal detto quadrato. b h. il quadrato. b a. il restante sara eguale all'altro quadrato. c d. il qual restante vien a esser il gnomone. g a i. che sarebbe il proposito, questo problema sarebbe impossibile di poterlo soluere naturalmente, cioe a tasione.

Potemmo

4 POtemmo descriuere vn quadrato eguale a vn dato tetragon longo. Essempi gratia sia il dato tetragon longo. a b c d. hor volendo descriuere vn quadrato eguale al detto tetragono. a b c d. allongaremo il lato. b a. per fino in. e. talmente che. a e. sia eguale al lato. a c. fatto questo sopra tutta la linea. e b. gli descriueremo il semicircolo. e f b. dapoi allongaremo il lato. c a. per fino alla circonferenza del detto mezzo cerchio, qual sia il ponto. f. hor se sopra la linea. a f. gli sara descritto il suo quadrato, tal quadrato sara eguale al predetto tetragon longo. a b c d. (come dimostra Euclide nella decimaquinta del suo secondo libro) e pero la detta linea. a f. vien a esser lato del quadrato, che cerchiamo di fare.

5 POtemmo descriuere vn quadrato eguale a vno dato triangolo. Essempi gratia sia il dato triangolo. a. volendo descriuere vn quadrato eguale a tal triangolo. Noi designaremo vna superficie di lati equidistanti rettangola (per la regola data nella decima del precedente capo) eguale a tal triangolo, laqual supponeremo che sia la. b c d e. & se per caso tal superficie fusse quadrata, sarebbe essequito tal problema, ma se quella sara vn tetragon longo, noi designaremo (per la regola data nella precedente) vn quadrato eguale a tal tetragon longo, & sara risolto il problema.

6 POtemmo costituire vn quadrato eguale a vn dato rettilineo. Essempi gratia sia il dato rettilineo. a b c d e f. volendo descriuere vn quadrato eguale al detto rettilineo. a b c d e f. risolueremo tal rettilineo nelli quattro triangoli. a b f. b f e. e b c. & e c d. fatto questo (per la regola data nella precedente) a ciascheduno di detti quattro triangoli, trouaremo il lato del quadrato a lui eguale, i quali lati veniranno a esser quattro, hor ponemo che siano le quattro linee. g h. h k. i g. & l i. dapoi designaremo la. g h. perpendicolare sopra la. h k. in ponto. h. (come di sotto si vede) & dapoi tiraremo la. g k. onde (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della. g k. sara eguale alli quadrati delle due linee. g h. & h k. & il terzo lato. i g. lo costituiremo perpendicolarmente sopra la. g k. in ponto. g. dapoi tiraremo la. i k. & (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della detta. i k. sara eguale alli quadrati delle tre linee. g h. h k. & i g. similmente costituiremo il quarto lato, ouer linea. l i. perpendicolare sopra la. i k. in ponto. i. & tiraremo la. l k. & cosi finalmente il quadrato della linea l k. sara eguale alla proposta figura rettilinea. a b c d e f. che e il nostro proposito.

Li soprascritti tre problemi, naturalmente non si potrebbono essequire, ouer risoluere, cioe a rasoni.

Anchora potemmo (per la duodecima del primo capo) costituir vn rettangolo, o vuoi dir vn tetragon longo eguale alla detta figura rettilinea, & dapoi formar vn quadrato (per la quarta) eguale al detto tetragon longo, & hauerissimo l'intento.

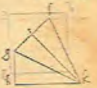
Correlario.

Dalla soprascritta operatione si manifesta qualmente potemmo descriuere vn quadrato eguale a duoi, ouer piu quadrati.

Il modo geometrico da risoluere manualmente con il compasso, & riga, alcuni problemi non posti da Euclide. Cap. V.

Del modo di summar insieme due, ouer piu figure simili.

7 POtemmo summar insieme duoi triangoli equilateri proposti, cioe formarne vn'altro, che sia eguale a quelli duoi. Essempi gratia sia li dati duoi triangoli. a b c. & d e f. volendo mo formar vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a questi duoi, se per sorte questi duoi triangoli fussero equali basterebbe a duplicarne vn di loro secondo l'ordine dato nel secondo capo, & sarebbe risolto tal problema, ma essendo inequali, signarai la linea. g h. eguale al lato del maggior triangolo, cioe eguale al lato. b c. & sopra il ponto. g. elleuarai, ouer costituarai la linea. g k. perpendicolare sopra la detta. g h. ma che tal linea. g k. sia eguale al lato del menor triangolo, cioe che la sia eguale al lato. e f. & dapoi tirar la hipotumissa. k h. hor dico che il triangolo. k l h. equilatero descritto sopra la detta hipotumissa. k h. sara eguale alli dati duoi triangoli. a b c. & d e f. perche la proportione del quadrato del lato. b c. al quadrato del lato. e f. delli duoi triangoli e simile alla proportione del triangolo. a b c. al triangolo. d e f. perche l'una, & l'altra e come quella del lato. b c. al lato. e f. dupplicata (per la decimaottaua, & decimanona del sesto di Euclide) e pero per la congionta proportionalita, la proportione della summa di duoi quadrati a qual si vo-

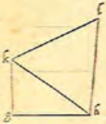


gia di quelli duoi quadrati, sara si, come la summa di detti duoi triangoli, a qual si voglia di quelli, & permutatamente la proportione della summa alla summa, sara si, come il quadrato del lato.b c.al triangolo.a b c. ouero si come il quadrato del lato.e f. al triangolo d e f. e pero il quadrato della linea.k h. al triangolo.k l h. ha quella medesima proportione, che ha il quadrato del lato.g h. al triangolo. a b c. ouero come, che ha il quadrato del lato.g k. al triangolo.d e f. dilche seguita, che il detto triangolo. k l h. sia eguale alla summa di detti duoi triangoli.a b c. &.d e f. che e il proposito.

Il medesimo seguira di duoi penthagoni equilateri, & equiangoli, & similmente di duoi essagoni, ouer settagoni, ouer ottagoni, & cosi discorrendo, & similmente di duoi cerchij.

8 Anchora potemmo summar insieme tre dati triangoli equilateri, cioe formare vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a quelli tre.

Essempi gratia siano li tre dati triangoli equilateri. a b c. d e f. & g h i. hor volendo formar vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a quelli tre, prima summarete duoi di loro, quali ti pare, secondo l'ordine dato nella precedente, & con il triangolo di tal summa, summarai il terzo triangolo, per secondo l'ordine dato nella precedente, & hauerai risolto tal problema.



Et con tal ordine, non solamente ne potrai summar, ouer reccare infiniti in vno solo, cioe alla summa di tre aggiongerui il quarto, & alla summa di quattro aggiongerui il quinto, & cosi discorrendo.

Ma il medesimo si puo fare di piu penthagoni equilateri, & equiangoli, & similmente di piu hessagoni, settagoni, ottagoni, & cosi discorrendo, & anchora di piu cerchij per mezo di suoi diametri, ouero con li semidiametri.

9 Anchora possemo summar insieme duoi, ouero piu rettilinei non simili, & della lor summa farne vn quadrato, cioe che potemmo formare vn quadrato equale a duoi, ouero piu proposti rettilinei non simili.

Essempi gratia siano li duoi rettilinei. a.&. b. volendo uno designar vn quadrato eguale ad ambiduoi quelli, designarai (per la sesta) vn quadrato eguale al rettilineo.a. qual quadrato supponemmo, che sia.d. & vn'altro, che sia eguale al rettilineo.b. qual supponemmo, che sia.e. fatto questo (per il correlario della sesta) designaremo vn quadrato, che sia eguale alli detti duoi quadrati. d. & . e. qual supponemmo, che sia il quadrato.f. qual per commune scienza sara eguale alli detti duoi rettilinei.a.&.b. & se per sorte vi fusse piu rettilinei, tu li tirarESti tutti in quadrati, & tutti quelli quadrati tu li tirarESti in vn quadrato.

Del modo di sottrare una figura menore da vn'altra maggiore a lei simile.

10 Potemmo da vn quadrato maggiore cauarne vn'altro menore, cioe formare vn'altro quadrato della loro differenza.

Sia essempi gratia li duoi quadrati a b c d. & d e f g. volendo formar vn'altro terzo quadrato eguale alla differenza di questi duoi, tira la linea.h i. eguale al lato del quadrato maggiore, cioe eguale al lato.a b. & sopra della detta linea. h i. linea il mezo cerchio.h k i. & in quello tirarai, ouero assettarai la linea.h k. eguale al lato del menor quadrato, cioe eguale al lato.d e. & fatto questo tira la linea.k i. hor dico che il qua-

[illegible]

drato della detta linea .x i. sara eguale alla differenza di detti duoi quadrati a b c d. & d e f g. cioe sara il restante di tal sottrattione, perche eglie manifesto l'angolo .x. esser retto per esser nel mezo cerchio (per la 31 del terzo di Euclide) & il quadrato del lato .h k. (per la penultima del primo di Euclide) è eguale alli quadrati delle due linee h x. & x k. & perche il quadrato della linea h x. è eguale al quadrato d e f g. & il quadrato della h k. è il nostro quadrato .a b c d. dalqual sottrattone il quadrato della .h x. (qual è d e f g.) restara il quadrato della .x k. e pero seguita, che il quadrato della linea x k. sia la differenza, cioè dal quadrato .a b c d. al quadrato. d e f g. che è il proposito.

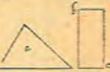
11 DA vn triangolo equilatero maggior potemmo sottrare vn triangolo equilatero menore, & della differenza, ouer resto formar vn'altro triangolo equilatero. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero maggiore a b c. & il menore d e f. volendo dal detto triangolo a b c. cauarne il triangolo d e f. & del restante formar vn'altro triangolo equilatero, tira medesimamente la linea .g h. eguale al lato del detto triangolo maggiore, cioe eguale al lato a b. & sopra della detta linea g h. linea il mezo cerchio .g i h. & dal ponto g. accommoda la linea g i. nel detto cerchio, eguale al lato del triangolo menore, cioe eguale al lato d e. & dal ponto .i. al ponto .h. tira la linea i h. laqual linea .i h. sara il lato del triangolo eguale alla differenza di detti duoi triangoli .a b c. & d e f. e pero il triangolo .i k h. descritto sopra di tal linea sara quello, che noi cerchiamo, perche la proportione del quadrato della linea b c. al quadrato della linea e f. è si, come quella del triangolo della medesima b c. al triangolo della medesima .e f. onde disgionntamente la proportione del quadrato della medesima b c. al quadrato della differenza, che ha al quadrato della medesima e f. sara si, come la proportione del triangolo a b c. al triangolo della differenza, che ha al triangolo .d e f. & permutatamente la proportione del quadrato della b c. al triangolo della medesima b c. sara si, come la proportione del quadrato della differenza al triangolo della differenza, & perche il quadrato della differenza, qual è il quadrato della i h. al triangolo della differenza, qual è il triangolo i k h. ha quella medesima proportione, perche il quadrato di vna linea al triangolo di quella medesima linea hanno tutti vna medesima proportione, e pero seguita, che il detto triangolo i k h. sia la differenza di detti duoi triangoli a b c. & d e f. ch'è il proposito. Et con tal regola si puo sottrare vn penthagono equilatero, & equiangolo menore da vn'altro maggiore, & dar la loro differenza, per per vn penthagono equilatero, & equiangolo, & similmente vno essagono da vno essagono, & vn settagono da vn settagono, & vn'ottagono da vn'ottagono, & cosi discorrendo. Et similmente vn cerchio da vn'altro cerchio, per mezo di lor diametri, ouer di semidiametri.

Del modo di conoscere di due figure proposte non simili,

quala sia maggiore, & quanto in quantita continua, & di tal differenza formarne vn quadrato.

12 DAte due superficie non simili potemmo trouare se sono fra loro eguali, ouer inequali, & se sono inequali potemmo formare vn quadrato eguale alla loro differenza, in quantita continua.

Essempi gratia sia il triangolo .a. & il parallelogrammo. b c. volendo mo saper, ouer trouar se sono fra loro eguali, ouero qual di loro sia maggiore, & trouar la loro differenza, & formarne vn quadrato, descriuerai (per la quarta del precedente capo) vn quadrato equale al dato triangolo a. qual supponemmo, che sia il quadrato. d. & vn'altro ne designarai (per la medesima) che sia eguale al parallelogrammo. b c. qual supponemmo che sia il quadrato. e. & se per sorte il lato del quadrato. d. sara eguale al lato del quadrato. e. seguira li detti duoi quadrati esser eguali, & consequentemente il triangolo. a. esser eguale al parallelogrammo. b c. ma se il lato dell'uno di detti quadrati sara maggiore del lato dell'altro, quel tal quadrato sara maggiore dell'altro, & consequentemente la superficie donde dependera quel tal quadrato, sara maggior dell'altra. Essempi gratia se il quadrato. e. sara maggiore del quadrato. d. seguita il parallelogrammo. b c. esser maggiore del triangolo a. per trouar mo vn quadrato eguale alla loro differenza dal quadrato maggiore (per la regola data nella precedente) cauarai il quadrato menore, & hauerai il proposito.



Per abbreuiar parole, & scrittura, al medesimo modo procederai quando che il parallelogrammo. b c. fusse qual si voglia strano rettilineo, & similmente quando che il triangolo. a. fusse il medesimo.

Della pratica di saper risolvere geometricamente con il compasso, & regola li problemi del terzo libro di Euclide. Cap. VI.

Come s'intenda una linea toccar un cerchio.

1 VNa linea s'intende, & dice toccar un cerchio, quando che la tocca la circonferentia di quello, talmente che allongandola dall'una, & l'altra parte quella non sega il detto cerchio. Essempi gratia sia il cerchio.a.toccato dalla linea.b c.in ponto.c. & dalla linea.f e.in ponto.e. & perche chi allongasse la linea.b c.dalla parte verso.d. over dalla parte.b. verso.g. lei non segherebbe il detto cerchio nel detto ponto.c.e pero si puo dire, che la tocca il detto cerchio, laqual cosa non si puo dire della linea.e f. perche chi producesse, over allongasse quella dalla parte.e. verso.a.senza dubbio lei segarebbe il detto cerchio, come sensibilmente si vede, e pero non s'attenderebbe, che detta linea.e f.tocchi il detto cerchio, ma segante, & la b c. toccante quello.

Come s'intenda un cerchio toccar un'altro.

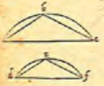
2 VN cerchio s'intende toccar un'altro cerchio, quando che lui lo tocca, & nõ lo sega (come che in margine appar in figura) cioe il cerchio.a.tocca il cerchio.b.in ponto.c.& il cerchio.d.tocca il medesimo cerchio.b.in ponto.e.anchor che sia di dentro via.

Che cosa sia l'angolo della portione di un cerchio.

3 L'Angolo della portione di un cerchio s'intende quello, ch'è contenuto dalla corda, & da l'arco di tal portione, e pero tal angolo vien a esser formato da una linea retta, & da una curva.

Che cosa siano gli angoli, che stanno sopra l'arco.

4 QVando che dalle due stremita della corda di una portion di cerchio uscissono due linee, & vanno a formar un'angolo sopra l'arco di tal portione, tal angolo si dice star sopra l'arco di tal portione, come essempi gratia si vede far le due linee.a c.b c.sopra l'arco della portione.a c b. in ponto.c.



Che cosa siano le portioni di cerchij simili.

5 LE portioni di cerchij sono simili quando che gli angoli, che stanno sopra l'arco sono fra loro eguali. Essempi gratia siano le due portioni.a b c. d e f. havente ciascheduna di loro un'angolo sopra il suo arco, iquali angoli, l'uno sia l'angolo.b. contenuto dalle due linee.a b. & c b.sopra l'arco a b c.l'altro sia l'angolo.e. contenuto dalle due linee.d e.et.f e.sopra l'arco.d e f.hor dico, che se l'angolo.b. sara eguale all'angolo. e. la portione. a b c. sara simile alla portione.d e f.abenche l'una sia di maggior cerchio dell'altra, & nota che li detti angoli ponno cascar in qual luogo si voglia sopra li detti archi, perche tutti gli angoli, che stanno sopra l'arco di una medesima portione sono fra loro eguali, come si dimostra sopra la 21. propositione del terzo di Euclide.

Anchora nota che gli archi di cerchij sono simili, quãdo che al predetto modo ricevono gli angoli eguali.

6 DOvemmo ritrovare il centro di uno proposito cerchio. Essempi gratia sia il proposito cerchio a b c. delqual volendo ritrovar il suo centro, ti tiraremo in quello la linea . a c. laqual termini, ove si voglia nella circonferentia del detto cerchio, laqual linea.a c.la divideremo in due parti eguali in ponto . d. & ad angoli retti con la linea.b e. laqual linea.b e. vien a esser necessariamente il diametro di tal cerchio (per il correlario della prima del terzo di Euclide) e pero nel mezo della detta linea.b e.sara il centro del detto cerchio, qual mezo pongo sia il ponto.f.che sara il proposito.

Questo problema in un piccol cerchio si potrebbe manualmente risolvere.

7 DA vn dato põto fuor di vn dato cerchio possemo menar vna linea retta toccante quel lo. Essempi gratia sia il dato põto .d. & il dato cerchio .a b. il centro delqual sia il pon to .c. volendo mo dal ponto .d. menare vna linea retta, che tocchi il detto cerchio .a b. tirarai la linea .d c. laqual segara la circonferenza del detto cerchio nel ponto .a. sopra laqual descriuo il cerchio .d e. secondo la quantita della detta linea .c d. sopra il medesimo centro .c. & dal ponto .a. produrrai la linea .a e. perpendicolare sopra la linea .d c. laqual segara la circonferenza del cerchio .d e. in ponto .e. & produrai la linea .e c. segante la circonferenza .a b. in ponto .b. & dapoi produrrai la linea .d b. laqual linea .d b. sara toccante il cerchio in ponto .b. (come si dimostra nella decimasettima del terzo di Euclide) che sara il proposito.

Questo problema il pratico naturalmente lo mandara a essecutione in questo modo, lui giustara la sua regga da vna banda al ponto .d. & dall'altra banda la giustara, doue vedera, che apponto scoprira la circonferenza, & cosi secondo l'ordine di tal regga tirara la data linea, & hauera lo intento suo.

8 POtemmo compir il cerchio di vna data portione, o sia maggiore, ouer menore, di vn mezo cerchio. La inuentione di questa conclusione e di ogni dato arco, ouer di ogni data portione di cerchio compire il detto cerchio. Essempi gratia sia il dato arco, ouer la data portione .a b c. maggiore del mezo cerchio, volendo compir il cerchio di quella, tirarai in tal portione due linee (qualchino, come si voglia) lequali siano .a c. & .b d. lequali diuiderai in due parti equali, cioe la .b d. in ponto .f. & la .a c. in ponto .e. & tirarai la .e g. perpendicolare alla .a c. & la .f h. perpendicolar alla .b d. lequali si segano fra loro in ponto .k. onde (per il corrolario della prima del terzo di Euclide) il centro del detto cerchio sara nell'una, & nell'altra delle dette due linee .e g. & .f h. per laqual cosa il ponto .k. conuien esser il detto centro del cerchio, e pero per vigor di tal centro potemmo facilmente compir il cerchio di tal portione.

Anchora per vn'altro modo si potrebbe trouar il centro di vna data portione per compir il cerchio di quella. Essempi gratia sia la portione .a b c. dellaquale volendo compir il suo cerchio, diuideremo la corda .a c. in due parti equali in ponto .d. & tiraremo la .d e. perpendicolare sopra la detta .a c. poi tiraremo vna linea nella detta portione, laqual sia la .b c. & quella diuideremo in due parti equali in ponto .f. & dal detto ponto .f. tiraremo la .f g. perpendicolare sopra la detta .b c. laqual perpendicolare .f g. segara la .d e. in ponto .h. il qual ponto .h. (per le ragioni di sopra dette) sara il centro del cerchio di tal portion, e pero da te potrai a tuo piacere compir il detto cerchio, & questa seconda regola e piu ispediente della prima, & nota che nella prima regola si potrebbe alle volte accadere, che le due perpendicolari .e g. & .f h. non s'intersegarebbono fra loro, anzi l'una passarebbe sopra l'altra, siche non si hauerebbe la intersegatione in ponto .k. & questo accaderebbe quando che le due linee .b d. & .a c. fussero equidistanti, come che nella terza figura posta in margine appare, che la perpendicolar eleuata sopra il ponto .e. e venia insieme con quella eleuata sopra il ponto .f. onde in tal caso bisogna protraere tai perpendicolari per fino al la circonferenza nelli duoi ponti .g. & .h. & cosi la .g h. venira a esser il diametro del detto cerchio, e pero il mezo di quello, qual pongo sia il ponto .x. sara il centro di quello.

Le sopradette due regole date per la portion maggiore, si seruiranno anchora nella portion menore, & anchora nel mezo cerchio, come che in margine puoi veder in figura, vero e che nella portion menore il centro del cerchio si trouara esser fuora della portione, come puoi vedere nella portion .a c b. che diuidendo la corda .a b. con la linea .c d e. perpendicolarmente in due parti equali in ponto .d. & tirata la linea .f g. & quella diuisa con la linea .h i. perpendicolarmente in due parti equali quella (come si vede) intersega la .c e. in ponto .k. il qual ponto .k. viene a esser il centro del cerchio di tal portion menore, il qual centro e fuora della portione, ma nel mezo cerchio tal intersegatione si fara precisamente nella mita della corda di tal mezo cerchio (come da te medesimo trouarai segando) per molte altre regole si puo trouar il centro del cerchio di qual si voglia portione, ma perche le sopra notate a me paiono le piu ispedienti, non voglio star a narrar one d'altre. Questi problemi nelle piccole figure non si puo negare, che a longo andar a tastone il potrebbe trouar il centro di compir il cerchio di qual si voglia data portione.

9 POtemmo diuidere vn dato arco di cerchio in due parti equali. Essempi gratia sia l'arco, ouer circonferenza data .a b c. volendo diuidere tal circonferenza in due parti equali, sia tirata la

ceeda.a c.& quella sia diuisa con la linea.d b.orthogonalmente(cioe ad angoli retti)in due parti eguali in ponto.d.laqual perpendicolare.d b.segara la detta circonferentia.a b c. in due parti egualmente in ponto.b.(come si dimostra nella 30 del terzo di Euclide)che è il proposito. Questa facilmente si puo essequire naturalmente, cioe a tastone largando, & strengendo tante volte il compasso, che si trouara il ponto.b.

20 Potemmo sopra vna data retta linea descriuere vna portione di cerchio recipiente vn angolo eguale a vn dato angolo rettilineo. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. & il dato angolo rettilineo.c.volendo sopra la linea.a b. descriuere vna portione di cerchio, che ricetta nella circonferentia(cioe sopra l'arco)vno angolo eguale al detto angolo c.& perche il detto angolo.c puo esser retto,ouer maggior del retto,ouer menore, hor sia prima retto,in tal caso diuiderai la detta linea.a b. in due parti eguali in ponto.d. & descriuerai sopra di quella il mezo cerchio.a e b.& sara essequito il proposito,perche tutti gli angoli che saranno sopra l'arco del mezo cerchio sono retti(per la 31 del terzo di Euclide.)

Ma se tal angolo.c.sara ottuso,come che nella seconda figura si vede dal.a. sia protratta la linea d a.continente con la linea.a b.l'angolo b a d.eguale al dato angolo.c.& dal ponto.a sia condotta la linea.a e.perpendicolare sopra la linea.a d.& sopra il ponto b.sia fatto vn'angolo eguale al l'angolo.e a b.nelquale l'ottuso eccede il retto dutta la linea.b f.per fin che sega la perpendicolare.a e.in ponto.f.onde(per la sesta del primo di Euclide) li duoi lati.f a. f b. del triangolo . f a b. saranno eguali, e per tanto facendo il ponto.f.centro, & sopra quello descriuendo il cerchio.a h b. secondo la quantita della linea.f a la circonferentia delqual passara anchora per il põto.b.(per esser la.b f.eguale alla.f a.& (per il corelario della decimasesta del terzo di Euclide)la linea.a d.sara toccante il cerchio, per laqual cosa ogni angolo fatto sopra l'arco della portione.a h b. come sarebbe l'angolo.a h b.(per la 32 del terzo di Euclide) sara eguale all'angolo.d a b. e pero sara anchora eguale al l'angolo.c.che è il proposito.

Il medesimo si esseguirebbe quãdo che il dato angolo.c. fusse acuto. Essempi gratia essendo pur la data linea.a b. & il dato angolo.c. acuto,come che nel la terza figura si vede,& volendo pur sopra la linea a b. designare vna portione di cerchio, che ricetta sopra l'arco suo vn'angolo eguale al angolo c.acuto,nel põto.a. sia fatto l'angolo.b a d.eguale al dato angolo.c.& dal ponto a. sia dutta la linea.a e.perpendicolare alla linea a d. & sopra il ponto.b. sia fatto l'angolo.a b f. eguale al angolo . b a e. nelquale l'angolo retto eccede l'acuto, ducẽdo la linea.b f. per fin che s'intersighi con la perpendicolare . a e. in ponto. f. & perche le due linee.f a. & f b.(per la sesta del primo di Euclide) sono eguali, e per tanto facendo f.centro , & descriuendo di sopra la detta linea.a b. vna portion di cerchio, secondo la quantita della linea.f a.laqual sia la portione.a h b.la circonferentia di quella passara anchora per il ponto b.per esser la.f b.eguale alla.f a.& per il corelario della decimasesta del terzo di Euclide, la linea

a d.sara

a d. fara contingente, o vuoi dir toccante il cerchio, per laqual cosa tutti gli angoli fatti sopra l'arco di tal portione, come sarebbe l'angolo.h. (per la 2 1 del terzo di Euclide) faranno eguali al angolo.b a d.e pero faranno anchora eguali al dato angolo.c.acuto, che è il proposito.

Anchora si poteua trouare il ponto.f.(per descriuere la detta portione.a h b.) diuidendo la linea.a b.in due parti eguali, & sopra il ponto di tal diuisione cieuarui vna perpendicolare, laqual cosa facendo, si trouara, che tal perpendicolare s'intersegara con l'altra perpendicolare a e.nel medesimo ponto.f. & sopra di tal ponto.f.(fatto centro) descriuēdo la detta portione secondo la quantita di.f a.si trouara la circonferentia di quella passar anchora per il ponto.b. come si dimostra sopra la 2 1 del terzo di Euclide, che fara per il proposito.

Questo problema è impossibile di risolo erlo a tastone, come il costume di simplici naturali, cioe senza le regole geometrice.

11 DA vn dato cerchio potemmo tagliarne vna portione recipiente vn'angolo eguale a vn'angolo dato rettilineo.

Essempi gratia sia il dato cerchio.a b f.& il dato angolo rettilineo.c. volendo dal detto cerchio segarne vna portion, laquale riceui vn'angolo eguale al dato angolo c.sia produtta la linea.d a e.che tocchi il cerchio in ponto.a. dalquale sia produtta la linea.a b.(nel detto cerchio) con intētione con la.a e l'angolo.e a b.eguale al angolo.c. onde la portione.a f b. (per la 2 2 del primo di Euclide) sara recipiente vn'angolo eguale al angolo.e a b. & perche il detto angolo.e a b.fu posto eguale al dato angolo.c.seguita la detta portione.a f b.esser recipiente vn angolo eguale al dato angolo.c.che è il proposito.

Li sopra notati duoi problemi non si poterebbono risoluere con modi naturali, cioe a tastone.

Il modo geometrico, & naturale da risoluere con il compasso, & rega varij problemi non posti da Euclide. Cap. VII.

1 PErche molte volte accade a designatori, scrittori, pittori, perspettiui, architettori, et altri artefici, da designar vna figura volgarmēte detta ouale (laqual figura da nostri antichi fu chiamata Elipsis, ma da Apollonio Pergeo è detta Lisessio) li detti nostri antichi hanno dato diuersi modi, ouer regole da designar quella, lequal regole le andaremo dichiarando ordinatamente, & notificando quale sono quelle, che si accordano cō quella descritta da quel gran geometra Apollonio Pergeo, & quale non. Dico adonque la prima regola trouata nelle descrittioni antiche è questa, volendo che la longhezza di tal figura sia quanto, che la longhezza della linea.a b.diuide tal linea in tre parti eguale nelli duoi ponti.c.& d. & sopra il ponto.c. descriue il cerchio. g a h.secondo la quantita di.c a.la circonferentia delquale passa per il ponto.d. & cosi sopra il ponto.d.descriue il cerchio.i b k. secondo la medesima quantita, la circonferentia delquale passa per l'altro centro.c. & le circonferenze di questi duoi cerchij s'intersegano (come vedi) nelli duoi ponti.e.& f.& dal ponto.e.tira le due linee.e c h. & e d k. & similmente dal ponto.f.tira le due linee.f c g. & f d i. fatto questo farai centro il ponto.e. & secondo la quantita della linea.e d k. designarai la circonferentia.k m h.laquale toccara solamente le circonferenze delli duoi primi cerchij nelli duoi ponti.k.& h. similmente farai centro il ponto.f.& secondo la quantita della linea.f g. descriuerai la circonferentia.g l i.laquale fara pur toccante li primi duoi cerchij nelli duoi ponti.g i. & cosi fara compita la ricercata figura ouale, la circonferentia dellaquale fara la linea.a g l i b k m h. dellaquale leuandone quelle linee, che non vogliono esser colorate restara (come che nella seconda figura si vede) e pero nel designarla si douerebbe tirare le linee senza colore, ecomtando quelle, che occorrono alla forma di tal figura.

Anchora che questa tal figura sia assai vaga allo aspetto, & che in molte particolarita sia molto operata, nondimeno la non è quella, dellaqual parla, & tratta Apollonio Pergeo geometra peritissimo, perche niuna parte della sua circonferentia è circolare, come che nel nostro processo si fara manifesto.

2 QVesta sopra notata figura ouale, descritta per la sopradetta prima regola, che ben la considera, & misura, trouara sensibilmente la sua longhezza esser circa sesquiterza alla sua maggior larghezza, cioe che la è circa vn terzo, & vn terzo longa di quello, che la è larga, & perche spesse volte all'operante vi occorre di formarla tal hora piu, & tal hora meno di tal proportione, e pero li detti nostri antichi furno sforzati a trouar regola a tal particolarita, & cosi dalla sopra notata ne cauorno vn'altra generale a tal occorrenze, laqual è questa, che ben considera la sopra notata operatione trouara, che quelli duoi triangoli e c d. & f d c f.(per la prima del primo di Euclide) sono equilateri, & allongati di quelli per fino alla circonferentia di quelli duoi cerchij, seguita, che ciascuna delle quattro linee.e c h.e d k. f c g.

prima descrizione

seconda figura ouale

f d i.(che sono diametri di detti cerchij, sono doppie al lato di quelli duoi triangoli, & perche non si seruiamo sempre di quelli duoi cerchi, ma solamente di quelli duoi triangoli, & di quelli ti protratti piu, & meno secondo le occorrenze loro, e pero designaremo li detti duoi triangoli equilateri con li suoi lati diuersamente protratti, come che in margine vedi, la prima figura è secondo la prima descrizione, cioe le quattro linee. e c h. e d k. f e g. f d i. sono medesimamente doppie a vn lato di quelli duoi triangoli equilateri si, come nella prima operazione, e per tanto se sopra il ponto.c.(fatto centro) secondo la quantita della linea.c g. sara descritto la circonferenza.g a h. & similmente sopra il centro.d. secondo la medesima quantita sara descritta la circonferenza. i b k. & cosi sopra il centro.e. essendo secondo la quantita della linea.e c h. la circonferenza. h m k. & sopra il centro.f. la circonferenza. i l g. si come che nella prima operazione fu fatto, si vedera rappresentarsi la medesima figura ouale, gia descritta nella prima operazione, cioe che la sua longhezza sara circa vn tanto, & vn terzo della sua larghezza.

Hor che hai inteso questo fondamento, dico quanto piu si scortara equalmente le quattro linee. c g. c h. d i. & d k. tanto piu sara la longhezza di detta figura ouale, in rispetto della sua larghezza, & per il contrario quanto piu si allongara equalmente le dette quattro linee. c g. c h. d i. & d k. tanto piu sara corpulente la detta figura, cioe che la sua longhezza tanto piu sara manco di circa vn tanto, e vn terzo della sua larghezza, intendendo pero (si scortando, come allongando le dette quattro linee) douersi procedere nella operazione, secondo l'ordine dato nella precedente. Essempi gratia scortando le dette .4. linee, come nella seconda figura appare, dico che medesimamente sopra il centro.c. secondo la quantita della linea. c g. el si debbe descriuere la circonferenza g a h. & il medesimo sopra il centro. d. (secondo la medesima quantita) descriuere la circonferenza. i b k. & similmente sopra il centro.e. secondo la quantita della linea. e h. descriuere la circonferenza. h k. & medesimamente sopra il centro. f. (secondo la medesima quantita) descriuere la circonferenza. g i. & fatto questo sara cõpita la detta figura ouale. a h k b i g. laqual, se ben la essaminarai sensibilmente, trouarai la sua longhezza esser piu di tanto, e mezo della sua larghezza.

terza figura ouale

Ma allongando le dette quattro linee (come che nella terza figura appare, & formando (con li medesimi precetti detti di sopra) hauerai descritto la terza figura ouale. a h k b i g. come in margine vedi, laqual se ben la essaminarai naturalmente trouarai sensibilmente la sua longhezza esser molto meno di vn tanto, e vn terzo della sua larghezza. Molti altri modi furno da detti nostri antichi ritrouati da designar tal figura dal volgo detta ouale, i quali pretermetto per abbreuiar scrittura.

3 Vn'altra regola per far vna figura ouale (secondo il volgo) trouai per vn certo mio negotio l'anno 1547. molto piu generale delle due precedenti, trouate da nostri antichi designatori, ouero architettori, laqual è questa. Tira la linea. a b. longa quanto ti pare di far longa tal figura, & quella diuide orthogonalmente (cioe a squara) in due parti equali in ponto. e. con la linea. c d. & nelli duoi capi della linea. a b. desegnarai li duoi cerchij. g a. & i b k. (equali tra loro) talmente, che la circonferenza dell'uno passi per il ponto. a. & quella dell'altro per il ponto. b. & questi tai duoi cerchij si ponno descriuer grandi, ouer piccoli, secondo che si desidera di fare piu acute, ouer piu ouale le teste, ouer capi di tal figura, dapoi che si ha descritti questi duoi cerchij equali, l'uno sopra il centro. l. & l'altro sopra il centro. m. signarai li duoi ponti. n. & o. sopra la linea. c d. equalmente distanti dal ponto. e. quanto ti pare, & sappi che quanto piu saranno distanti dal detto ponto. e. tanto piu venira stretta la detta figura, et per il contrario quanto piu sarano propinqui al detto ponto. e. tanto piu venira larga la detta figura, dapoi che hauerai signati li detti duoi ponti, cioe. n. & o. dal ponto. n. tirarai le due linee. n m h. & n l k. & similmente dal ponto. o. tirarai le due. o m g. & o l i. fatto questo farai centro il pōto n. & secondo la quantita della linea. n h. ouero n k. linearai la circonferenza. h k. & similmente

finalmente farai centro il ponto .o. & secondo la quantita della linea .o g. ouer .o i. tirerai la circonferenza .g i. & cosi sara compita la detta figura ouale, & se ben considerarai questa nostra regola, tu la puoi tramutar in infiniti modi, & accommodarla ad infiniti altri negotij. Et oltra di questo tutte le altre trouate da nostri antichi si ponno ridure a questa nostra regola, & che sia il vero, che designasse li detti duoi cerchij .g a h. & .i b k. di tal grandezza, che il semidiametro del l'uno, & l'altro di quelli fusse la terza parte della linea .a b. quelli s'interseguarebbono fra loro signando poi li duoi ponti .n. & .o. nelle due intersegationi senza dubbio la figura ouale, che secondo tal positione sara descritta sarebbe precisamente la prima, che fu designata, & cosi aggrandandola, ouero sminuendo li detti duoi cerchii, & allontanando, ouero appropinquando equalmente al ponto .e. li detti duoi ponti .n. & .o. secondo il bisogno, ouer secondo la proportione del le due di sopra designate seguira proportionalmente quelle medesime, nondimeno niuna di queste tal figure ouale (anchora che li pratici perspettiui designatori, scultori, & architettori se ne possono seruire nelle sue occorrentie) è quella vera conica settione, che da nostri antichi mathematici è chiamata Elipsis, & da Apollonio Pergeo desettione, perche tal settione conica non ha parte alcuna della sua circonferenza, che sia circonferenza di alcun cerchio, come di sopra anchora è stato detto.

Anchora non ti voglio tacere vn modo, che appresso di molti è giudicato impossibile, cioe a designare in vna sola reuolutione di compasso vna figura ouale, troua vn bastone ben tondo alla similitudine del .a b. intorno del quale inuoluerai vn mezo foglio di carta, laqual carta supponemo che sia la .c d e f. & nel mezo di quella signarai il ponto .g. & farai centro, et descriuerai il cerchio .h i k l. obliquando il compasso nel designar la circonferenza nella curuatura, che è verso .h. & in quella che è verso .k. cioe far, che la circonferenza sia conformata sopra il detto centro .g. & fatto questo desuilupperai la detta carta, laquale essendo distesa, tal linea sara vna figura ouale, & la sua longhezza sara dal .h. al .k. & la sua larghezza sara dal .i. al .l. come che sperimentando te ne potrai naturalmente certificare, & che ne manifesta, che a voler designar vn perfetto cerchio materiale, bisogna designarlo in vn perfetto piano, e pero non è da marauigliarsi se molte volte le descrittioni manuale non vengono secondo il proposito per esser cosa difficile a trouare vn perfetto piano.

Del modo di far la uera figura (detta dal volgo) ouale, ma da nostri antichi Elipsis, ouer Desettione.

4 IL modo di fare la Elipsis, ouer Desettione speculatiuamente ne dimostra copertamente Apollonio Pergeo, & in duoi modi, cioe vno per le descrittioni piccole, & vn'altro per le grandi, quello per le descrittioni piccole copertamente ne dimostra di fare vno artificioso compasso, che nella sua reuolutione ne fara tal figura, & perche a voler dimostrare il modo pratticale di costruere tal specie di compasso in scrittura vi andarebbe da scriuere assai, e pero si riserbamo a narrarlo in altro luogo piu conueniente a Iddio piacendo, il modo poi generale da descriuere tal figura grande (come che spesso occorre ad architettori, & a fabricatori di naue, & altre cose simili) cauamo dalla 52 propositione del terzo libro di detto Apollonio Pergeo, il quale a volerlo dar bene ad intendere, a me è necessario procedere prima per numeri, per il qual modo facilmente poi geometricamente s'intendera.

Per designare adonque questa settione di cono detta desettione, tirarai vna linea quanto, che ti fa dibisogno esser longa tal figura, hor supponemmo che tal longhezza sia la linea .a b. & che tal linea sia longa piedi 12. laquale diuiderai in due parti equali in ponto .c. & tirarai la linea .d e. perpendicolarmente sopra la .a b. in ponto .c. & che tal linea .d e. sia longa quanto vorrai, che sia la larghezza di tal figura, & assettarala di sorte, che la sia anchora lei diuisa in due parti equali dalla linea .a b. nel detto ponto .c. Et nota, che la linea .a b. da Apollonio Pergeo è chiamata il primo diametro di tal desettione, & la linea .d e. è detta il secondo diametro, il qual secondo diametro in questo caso supponemmo che sia piedi 9. hor bisogna queste due linee trouarne vn'altra terza in continua proportionalita, & questa geometricamente la trouaremo (per la decima del sesto di Euclide) laqual supponemmo, che la sia la linea .f. ma volendola per numeri la trouaremo con la regola del tre, dicendo, se 12 mi da 9. che mi dara 9. onde operando trouaremo, che la detta linea .f. sara $6\frac{3}{4}$. questa linea .f. dal detto Apollonio è detta la retta, alliquale ponemo le dutte equidistanti, fatto questo del dutto della .f. nella .a b. che fara 81. ne pigliaremo il quarto, che sara $20\frac{1}{4}$. hor bisogna mo far della linea .a b. (laqual è 12) due tal par-

f
$6\frac{3}{4}$

si che il dutto dell'una in l'altra faccia 10 $\frac{1}{2}$, onde operando (per la regola data nell'undecimo libro della seconda parte) trouaremo, che la parte menore sara 6 men radice 15 $\frac{3}{4}$, & la maggiore sara 6 piu 15 $\frac{3}{4}$, ma perche in queste cose materiali il pratico naturale non si cura di errori insensibili, e pero trouaremo la radice propinqua di 15 $\frac{3}{4}$, che sara 4. & questo lo cauaremo di 6. & restara 2. per la parte menore, & lo aggiongeremo con 6. fara 10. per la parte maggiore, fatto questo nella linea a b. signaremo il ponto. g. lontano dal ponto. a. piedi. 2. & similmente il ponto h. lontano dal ponto b. per piedi 2. & nelli detti duoi ponti gli affissaremo duoi ferretti fatta a posta di tal qualita, che vi se gli possa attaccare, ouero legare vna cordetta fortina, talmente che possa girare tal legatura intorno di ciascheduno ferretto, fatto questo tornarai la detta cordetta di tal longhezza, che dapoi che sara legata con vn capo al ferretto. g. & con l'altro al ferretto. h. venghi a restar longa quanto, che è la linea a b. & la parte. g a. che sarebbe in tutto piedi 14. fatto questo piglierai vn qualche ferretto appontito, che signar possa la circonferentia di tal figura, in quel luogo, doue desiderarai di designarla, o sia in piana terra, ouero in qualche pariete di muro, ouero in qualche piano di tauole di legno, ouero in carta, & con questo ferretto appontito facendolo scorrer per dentro via della detta cordetta trouarai, che non lo potrai far scorrere (tenendolo perpendicolare a quel piano, doue vorrai designare tal figura) oltra il ponto. a. ne oltra il ponto. b. ne oltra il ponto. d. ne oltra il ponto. e. e per tanto principiarai a designar tal figura in il ponto. a. & andarai signando verso. d. secondo il consentimento della detta cordetta continuamente signando, como vedi, dal ponto a. al ponto. i. & cosi procedendo per il ponto. d. per fino al ponto. x. & se procederai dal. x. per fin in ponto. b. hauerai desoritta la mita di tal figura, ma io non ho voluto compir tal mita, accio meglio comprendi il modo da essequir tal figura, & cosi con tal ordine desoriuerai l'altra mita procedēdo dal. b. verso. e. & a. ouer dal. a. procedendo per il ponto. e. & finalmente terminādo, ouer finendo la figura nel ponto. b. come che in margine vedi, tal figura compita, eccettuando quella poca parte di circonferenza, che manca da designar dal pōto. k. al ponto. b. laqual non ho voluto designar per la ragione di sopra detta, si che questa è la vera figura ouale, detta Elipsis, ouer Difettione, & questa sempre la puoi designare longa, & stretta, ouer corta, & larga quanto ti pare, vero è che bisogna alterare la operatione secondo la grandezza, & il piano doue desideri da designarla, perche alle volte potrai essequir tal effetto senza piantar li duoi ferretti nelli duoi ponti. g. & h. ma essendo il piano di tauole, tu puoi far duoi busettini nelli detti duoi ponti. g. & h. & passar per quelli la detta cordetta, & groppando dall'altra banda quella lasciandola longa, ouer corta quanto, che ti fara dibisogno, & dapoi designar la detta figura per il modo detto di sopra.

Ma volendo trouar li duoi ponti. g. & h. geometricamente, cioe senza application di numeri, alle dette linee a b. d e. & f. dapoi che hauerai trouato la linea. f. (per la decima del sesto di Euclide) continua proportionale alli detti duoi diametri. a b. & d e. bisogna designare sopra la detta linea a b. (per l'ordine dato da Euclide nella vigesima ottaua propositione del suo sesto libro) vn parallelogrammo rettangolo eguale alla quarta parte del rettangolo contenuto sotto della a b. & della f. (qual è detto la specie) talmente, che manchi al compimento di tutta la linea a b. vn quadrato, laqual cosa facendo, & facendo mancar il detto quadrato dalla banda verso. a. si trouara il lato di tal quadrato esser la linea. g a. & facendo mancar il detto quadrato verso. b. si trouara tal lato esser la linea. h b. per eguale alla linea. g a. & cosi con tal modo totalmente geometrico hauerai trouato li detti duoi ponti da attaccar li capi della detta cordetta, & per questo modo (essendo diligentissimo nell'operare) la operatione, ouero conclusione sara piu giustamente conclusa di quella di sopra fatta con l'application di numeri, perche in questa non si procede con radici propinque.

Non quando che'l non ti bastasse l'animo del ritrouare (ne con numeri, ne geometricamente) il luogo delli duoi ponti. g. & h. da attaccar la cordetta, tu li puoi trouar naturalmente, cioe a tastone con piu isperientie, tanto che ti rispondessero, la ricercata larghezza di tal figura, & tanto piu facilmente li ritrouarai quando che'l non t'importasse esser tal figura vn poco piu larga, ouer piu stretta, & con questo voglio far fine al designar la figura dal volgo detta ouale, vero è che ci sarebbe da dar regola da designare le altre due specie di settioni conice, dellequali da greci l'una è detta parabola, & l'altra è chiamata hiperbole, la proprieta dellequali in parte lo dimostra Vitellione nella sua perspettiua, ma perche la scienza di tai figure è quasi dependita, me ne passo con silentio, perche vi andarebbe da dir assai, talche dubito, che io verrebbe in fastidio alle persone per non essere (come per auanti è stato detto) tai figure in vso fra prattici naturali.

Delle

Delle diffinitioni del quarto di Euclide. Cap. VIII.

1 VNa figura rettilinea si dice esser descritta in vn'altra figura rettilinea, quādo ciascun angolo della figura inscritta, tocca ciascun lato di quella, nellaquale e descritta. Essempi gratia essendo il triangolo.a b c.talmente descritto di dentro del triangolo.d e f. che ciascuno angolo del triangolo.a b c. tocchi ciascun lato del triangolo.d e f. nelli tre ponti.a b c.al detto triangolo.a b c.si dira esser inscritto nel triangolo.d e f.& per le medesime ragioni, il quadrato.a b c d. si dira esser inscritto nel quadrato.e f g h. & cosi si debbe intendere di ogni altra specie di figure rettilinee.

2 SImilmente vna figura vien detta esser descritta circa a vn'altra figura quādo ciascun lato della circonscritta tocca ciascun angolo di quella circa laquale e descritta.
Lo essempio di questa diffinitione si puo per il modo contrario delle figure della precedente, cioe il triangolo.d e f.si dira esser descritto circa al triangolo.a b c. & similmente il quadrato.e f g h.s'intende esser descritto circa al quadrato.a b c d.

3 VNa figura rettilinea vien detta esser descritta in vn cerchio quando ciascun angolo della inscritta tocca la circonferentia, come per essempio si vede nel quadrato.a b c d. delquale ciascun angolo di tal quadrato tocca la circonferentia del cerchio nelli quatro ponti.a b c d. per laqual cosa il detto quadrato si dira esser descritto nel detto cerchio, & cosi si debbe intendere di ogn'altra figura rettilinea.

4 ET vna figura rettilinea si dice esser descritta, circa a vn cerchio, quando ciascun lato della circonscritta, tocca la circonferentia del cerchio, come per essempio si vede nel quadrato.e f g h. perche ciascun lato del detto quadrato tocca la circonferentia del cerchio nelli quattro ponti.a b c d.tal quadrato si dira esser circonscritto al detto cerchio, & cosi si debbe intendere di ogni altra figura rettilinea.

5 SImilmente vn cerchio si dice esser descritto in vna figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato di quella tal figura, nellaquale e descritto. Et lo essempio di questa si puo hauer dalla figura della precedente, cioe che il cerchio.a b c d. si dira esser descritto nel quadrato.e f g h. & cosi si debbe intendere in ogni altra qualita di figura rettilinea.

6 SImilmente vn cerchio vien detto esser circonscritto circa a vna figura rettilinea quando la circonferentia di quello ciascun angolo di quella tal figura, circa laquale e descritto, come si vede nel cerchio.a b c d e f. perche la circonferentia di quello, tocca ciascun di sei angoli dello essagono.a b c d e f. si dira esser circonscritto a tal essagono.

7 VNa linea retta e detta conuenir in vn cerchio, quando gli estremi di quella cadeno nella circonferentia di tal cerchio, come per essempio appar nella linea.a b. laquale perche li suoi duoi termini, cioe il ponto.a & il ponto.b. cadeno precisamente nella circonferentia del cerchio.a b.tal linea si dira conuegnir nel detto cerchio.

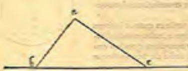
Il modo geometrico di risoluere con il compasso, & regа li problemi del quarto di Euclide. Cap. IX.

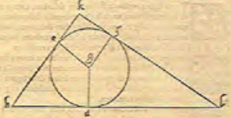
1 DEntro a vno dato cerchio vi potemmo accommodare vna linea retta eguale a vna data linea retta, che non sia maggiore del diametro del detto cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio.c d e.il diametro delquale sia la.d c. & la linea data sia la.a b.laquale non sia maggiore del diametro.d c. volendo dentro al dato cerchio accommodare vna linea eguale alla linea.a b.se per sorte la detta linea.a b. fusse eguale al diametro.d c. saria gia fatto il proposito, perche nel dato cerchio.d e c. saria addattata la linea retta.d c.eguale alla data linea.a b. ma se'l diametro e maggior di quella, Euclide vuol che sia tagliato dal diametro.d c.la parte.d f.eguale alla detta linea.a b.& sopra il ponto.d.secondo la quantita della.d f.(per far la dimostratione di tal problema) vuol che sia descritto vn cerchio, la circonferentia delquale segara la circonferentia dell'altro in ponto.g. & anchora in ponto.h. ma al puro pratico, qual non si cura di voler far tal dimostration mathematica, ma solamente la naturale al senso gli basta a signar con il compasso il detto ponto.g.& tirare la linea.d g.& hauera esseguito il proposito, cioe hauera dentro al detto cerchio.d c e.accommodata la linea.d g.eguale alla data linea.a b.

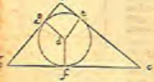
2 DEntro a vno dato cerchio potemmo collocare vno triangolo equiangolo a vn triangolo assignato. Essempi gratia sia lo assignato triangolo.a b c.& lo assignato cerchio.d e f. volēdo

dentro a tal cerchio collocare vno triangolo equiangolo al triangolo.a b c.produrai la linea g d h.toccante il cerchio in ponto.d.sopra il qual ponto.d. farai l'angolo.h d f.eguale al angolo.b.et similmente farai l'angolo.g d e.eguale al angolo.c.dapoi tira la linea.e f.fara formato il triangolo.d e f.qual per la 32 del terzo di Euclide sara equiangolo al dato triangolo. a b c. che fara il proposito. Il puro naturale non sapeia risoluere a rasone vn tal problema.

INtorno a vn dato cerchio potemmo descriuere vn triangolo equiangolo a vn triangolo dato. Essempi gratia sia lo assignato triangolo.a b c.& lo assignato cerchio.d e f.il centro delquale sia il ponto.g.volendo intorno a questo cerchio descriuere vn triangolo equiangolo al triangolo.a b c.produrai la basa.b c.da l'una,& l'altra parte,acciochè siano fatti li duoi angoli estrinsi,& dal centro.g.produrai la linea.g d.per fino alla circonferenza,& costituerai l'angolo.d g e.(dutta la linea g e.)eguale al angolo.b.estrinseco,& similmente l'angolo.d g f.(dutta la linea.g f.)eguale al angolo.c.estrinseco, & dalli ponti.d e f.produrai da l'una,& l'altra parte,le linee orthogonalmente,lequali(per il correlario della 16 del terzo di Euclide)sararanno toccante il cerchio,lequal linee toccanti siano produtte da ciascuna parte fino a tanto,che concorreranno nelli pōti.h k l.&così sara formato il triangolo.k h l. intorno al dato cerchio,il qual triāgolo.k h l.(per la 32.& 32 del primo di Euclide)sara equiangolo al dato triangolo.a b c.che è il proposito. Senza li termini, ouer regole geometrice di sopra vsate sara impossibile,che il pratico naturale sapesse risoluere vn tal problema.







IN vn dato triāgolo potemo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il dato triangolo.a b c.volēdo dentro di tal triāgolo descriuere vn cerchio,siano diuisi li duoi angoli.a.& b.(per le regole date)in due parti eguali,dutta la linea.a d. & la linea.b d.lequali concorreranno insieme in ponto.d.dal qual ponto.d.ducirai, le perpendicolari alli tre lati del detto triangolo,lequali sono.d e.d f.&.d g.& queste 3 perpendicolari(per la 26 del primo di Euclide)si dimostrara esser fra loro eguali,e per tanto facendo centro il ponto.d.& descriuendo il cerchio secondo la quantita di vna di dette perpendicolari,passara tal cerchio per le altre due estremita,& perche ciascuna delle tre linee.a b.b c.&.c a.(per il correlario della 16 del terzo di Euclide) sara toccante il cerchio descritto,e pero seguita il proposito. Questo problema si poria anchor risoluere a rasone dal pratico naturale.

5 CErca a vn triangolo assignato(o sia quello orthogonio,ouero ambligonio,ouer ossigonio) potemo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il triangolo.a b c. volendo a tal triangolo circonscriuere vn cerchio,diuiderai duoi di suoi lati(ponemo)a b.&.a c.in due parti eguali,cioe a b.in ponto.d.&.a c.in ponto.e.dalliquali duoi ponti produrai le perpendicolari,alle linee.a b. &.a c.lequali allongarai fino a tanto,che queste concorreranno insieme in ponto.f.& siano.d f. &.e f.il qual ponto.f.dico esser il centro del questito cerchio(per la quarta del primo,& nona del terzo di Euclide)e pero descriuendo il detto cerchio sopra il centro.f. secondo la quātita di.f a. la circonferentia di quello transira anchora per gli altri 2 ponti.b.&.c.ch'è il proposito,& questa regola è generale a ogni specie di triāgolo,o sia ortogonio,ouer ambligonio,ouer ossigonio. Vero è,che se il dato triangolo sara orthogonio piu breuemente essequirai tal problema,diuidendo il lato,che sara opposito al angolo retto in due parti eguali, & facendo centro il ponto di tal diuisione, & descriuendo vn cerchio secondo la quantita della mita di tal lato, tal cerchio passara per le estremita delli tre angoli di tal triangolo(per il contrario della 31 del terzo di Euclide)e pero circonscriuera quello. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.rettangolo,& sia l'angolo.a.retto,volendo circonscriuere a tal triangolo vn cerchio, diuide la hypotenusa.b c.in due

parti

parti eguali in ponto .e. il qual ponto .e. fara il centro del cerchio ricercato, e per tanto sopra il detto ponto .e. descriuerai vn cerchio secondo la quantita di .e c. ouer di .e b. la circonferenza di quello (per il correlario della 5 del terzo di Euclide) transira per il ponto .a. e pero circonscriuera al triangolo, che fara il proposito.

Ma nelle altre due specie di triangoli, cioe ambligonio, & ossigonio, la piu ispediente e' la prima regola solamente vi occorre questa differenza, che se il triangolo sara ambligonio, il ctro del cerchio circonscribente quello, cadera di fuora del triangolo, si come fece nella prima operatione, che il centro .e. fu fuora del triangolo .a b c. cioe fuora della linea .b c. che e' opposita al angolo .a. ottuso, & nel rettangolo, tal centro cade precisamente sopra la mita del lato, che e' opposito al angolo retto, si come di sopra appare nella mita del lato .b c. in ponto .e. Ma nel triangolo ossigonio, tal centro si trouara cader di dentro del triangolo. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. ossigonio, volendo descriuere vn cerchio a torno a tal triangolo diuiderai l'uno, & l'altro di duoi lati .a b. & .a c. orthogonalmente con due linee in due parti eguali, il che facendo trouarai, che tai due perpendicolari s'intersecaranno fra loro di dentro del triangolo in ponto .e. & tal ponto .e. fara il centro del cerchio circonscribente il detto triangolo, e per tanto se sopra tal ponto .e. fara descritto, tal cerchio secondo la quantita di .e a. (se non hauerai errato nella tua operatione) la circonferenza di quello passara precisamente per li tre pontia .b c. ch'e' il proposito.

Nota che tu poi sempre diuidere vna linea in due parti eguali, & ortogonalmente con vna linea in vna medesima operatione, & perche non si seruemo in queste specie di problemi, eccetto che del ponto, doue s'intersecano le dette perpendicolari, qual in questo caso e' il ponto .e. e pero non mi e' parso di tirar di tai due perpendicolari, eccetto quella poca parte, che fa la detta intersecatione in ponto .e. come che nella figura poi vedere.

6 Dalla sopranotata operatione se ne caua il modo di trouar il centro d'un cerchio, che la sua circonferenza passi per tre ponti proposti, come si voglia, dummente che non siano in retta linea. Essempi gratia siano li tre dati ponti .a b c. volendo trouar il centro d'un cerchio, che la circonferenza di quello passi per ciascuno di detti tre ponti.

Tu poi comprendere, che questo problema e tanto quanto che se li detti tre ponti fussero li tre angoli d'un triangolo, & che se le tre differenze di detti tre ponti fussero li tre lati di tal triangolo, e pero per trouar il detto centro diuiderai la differenza, che e' dal .a. al .b. & similmente quella, che e' dal .a. al .c. orthogonalmente (con due linee) in due parti eguali (come di sopra su fatto del triangolo) il che facendo trouarai, che le dette due perpendicolari diuidenti s'intersecaranno in ponto .e. onde il detto ponto .e. fara il ctro del ricercato cerchio, e pero se sopra il detto ctro .e. descriuerai vn cerchio secondo la quantita di .e a. la circonferenza di quello, trouerai passar per li detti tre ponti .a b c. che fara il proposito, ma bisogna che tu sia diligentissimo nell'operar manuale. Io non ho voluto designar il detto cerchio, accio meglio apprendi la cosa, ne manco ho voluto tirar le due ppendicolari, eccetto quella poca parte, che fanno la intersecatione in pto .e.

7 Dentro di vno dato cerchio potemmo descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il dato cerchio .a b c d. il centro del quale e' il ponto .e. volendo dentro di esso cerchio descriuere vn quadrato, tira nel detto cerchio li duoi diametri .a c. & .b d. segandosi orthogonalmente sopra il centro .e. di quali congiungerai le estremita tirando le linee .a b. b c. c d. & d a. le quali dico contener il quesito quadrato, per la diffinition del cerchio, & per la quarta del primo, & 31 del terzo di Euclide, che e' il proposito.

Questo problema facilmente puo esser essequito naturalmente, cioe diuidendo a tastone con il compasso la circonferenza di tal cerchio in quattro parti eguali nelli quattro ponti .a b c d. o altri simili, & tirar le quattro linee .a b. a c. c d. & d b. & sara essequito.

8 Circa a vno dato cerchio posssmo descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il dato cerchio .a b c d. il centro del quale e' il pto .e. volendo d'intorno a questo cerchio descriuere vn quadrato, tirarai in lui li duoi diametri .a c. & .b d. segandosi fra loro orthogonalmente sopra il ctro .e. alle estremita, delli quali condurai in l'una, e l'altra parte, le linee orthogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme, & siano li ponti del concorso di quelle .f g h k. & (per il correlario della 16 del terzo di Euclide) ciascuna delle predette 4 linee, cosi tirate saranno toccante il cerchio, & perche nel quadrilatero .a f b e. li 3 angoli .a. b. & .e. sono retti, il quarto angolo, qual e' .f. sara anchora lui retto, perche li 4 angoli di ciascun quadrilatero sono eguali a 4 angoli retti, come si dimostra sopra la 32 del primo di Euclide. Et per la medesima ragione ciascun degli altri angoli .g h. & .k. sara retto. Adunque (per la seconda parte della 28 del primo di Euclide) le due linee .f g. & .h k. & anchora le due .f h. & .g h. sono equidistanti, & per la 34 del primo di Euclide sono eguali, e pero il detto quadrilatero .f g h k. e' quadrato, & descritto, intorno al dato cerchio .a b c d. ch'e' il proposito. Questo problema il pratico lo assoluera a tastone.

9 IN vno dato quadrato potemo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il dato quadrato. a b c d. volendo dentro da quello descriuere vn cerchio, diuiderai ciascun lato di quello in due parti equali, cioe a d. in ponto. f. & b a. in ponto. g. & c b. in ponto. h. & d c. in ponto. c. & produrai le linee. e g. & f h. i quali si segano fra loro in ponto. k. il qual. k. sara il centro del ricercato cerchio, perche (per la 33 del primo di Euclide) la linea f h. sara equale, & equidistante alla linea a b. & similmente la detta f h. sara equale, & equidistante al lato. d c. & la. g e. sara equale, & equidistante al lato. a d. & similmente al. b c. e pero le loro mita saranno equali, diche le 4 linee. k g. k h. k e. & k f. adunque descriuendo sopra il detto centro. k. il cerchio secondo la quantita di. k g. ouer di. k f. ouer di. k e. ouer di. k h. quel transira anchora per gli altri tre ponti, & sara toccante le quattro linee, ouer lati del quadro, e pero il ponto. K. sara per la nona del terzo di Euclide il centro del quesito cerchio, che e il proposito.

10 CIrca a vno assignato quadrato potemmo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il dato quadrato. a b c d. volendo circa di lui descriuere vn cerchio, tirarai in lui li duoi diametri a c. & b d. i quali si segano fra loro in ponto. e il qual ponto. e. dico esser il centro del ricercato cerchio, perche (per la quinta, & sesta, & 32 del primo di Euclide) la semidiametri e a. e b. e c. & e d. sono fra loro equali, diche descriuendo sopra il detto ponto. e. vn cerchio secondo la quantita di vna di dette quattro linee. e a. ouer. e b. ouer. e c. ouer e d. la circonferentia di quello transira anchora per gli altri tre ponti, e pero per la nona del terzo di Euclide il detto ponto. e. sara il centro del detto cerchio, che e il proposito.

11 POtemmo designare vn triangolo di duoi lati equali, delquale l'uno, e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio all'altro. Et per far questo sia tolto vna linea retta longa quanto si voglia, laqual sia la. a b. & questa sia diuisa secondo che ne insegna la seconda del secondo capo, cioe secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi in ponto. c. talmente che quello, che vien fatto della. a b. nella. b c. sia equale al quadrato della. a c. & fatto il ponto. a. centro sia descritto secondo la quantita della detta linea. a b. il cerchio. b d e. dentro del quale sia accommodata la linea b d. equale alla linea a c. & sia produtta la linea. d a. Hor dico il triangolo. a b d. esser tal qual e' stato proposito, come si dimostra sopra la decima del quarto di Euclide, cio e che l'uno, e l'altro di duoi angoli. a b d. e. a d b. che sono sopra la basa b d. e doppio al terzo, cioe al angolo. a. ch'e il proposito in quanto alla pratica di questo problema. Questo problema con modi naturali non si porria risoluere.

12 IN vno dato cerchio potemmo descriuere vno penthagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il dato cerchio. a b c. volendo di dentro da quello descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo, sia designato vn triangolo, secondo che s'insegna nella precedente, il qual sia. f g h. che habbia ciascun di 2 angoli, che sono sopra la basa. g h. doppio a l'altro, cioe a l'angolo. f. & dapoi (per la 4 di questo capo) nel cerchio a b c. descriuerai il triangolo. a c b. equiangolo al triangolo. f g h. & sara l'uno, & l'altro di duoi angoli. a b c. & a c b. doppio al angolo. c a b. diuidendo adunque l'uno, & l'altro di quelli in due parti equali (per la regola data) ducendo le due linee. c d. & b e. (per la 26 del terzo di Euclide) li cinque archi, nelliquali cinque ponti. a. d. b. c. e. diuidono il cerchio, saranno equali fra loro, adunque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti, lequali sono. a d. d b. b c. c e. & e a. sara il penthagono. a d b c e. inscritto nello dato cerchio, tal qual e sta proposto (per la 27. & 29 del terzo di Euclide.) Questo problema a volerlo conchiudere giustamente, non solamente bisogna che la tua sesta sia giustissima, & che tu operi in luogo perfettamente piano, ma anchora bisogna, che tu sia diligentissimo nell'operar manuale, la causa e, che alla rissolution di questo tal problema vi occorre molti altri (non molto facili) problemi, tal che ogni piccolo error fatto nel principio, nel fine della conclusione si fa maggiore. Onde facil cosa saria, che vn pratico naturale lo risoluesse a cassone piu presto, & piu giustamente di te in materia, dellaqual cosa mi e' parso di auertirtene, si per gli altri, che passano per piu problemi, come per questo.

13 CIrca a vno dato cerchio potemmo descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il proposito cerchio. a b c. il centro delquale sia il ponto. f. volendo circa di lui descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo, sopra la circonferentia di quello, secondo la dottrina della precedente notarai li cinque ponti angolari, quasi come hauesse inscritto vno penthagono,

sagono, i quali cinque ponti siano a.d.b.c.e. alliquali dal centro tirarai le linee f.a. f.d. f.b. f.c. f.e. & dalli medesimi ponti produrrai le perpendicolari a queste linee, & quelle allongarai nell'una, & l'altra parte, per fino a tanto, che quelle concorrano nelli cinque ponti g.h.k.l.m. & queste linee (per il correlario della 16 del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, & saranno anchora eguali, come si dimostra sopra la duodecima del quarto di Euclide, & che similmente tal penthagono sara anchora equiangolo, che fara il proposito.

24 Dentro a vno assignato penthagono equilatero, & equiangolo potemmo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo a b c d e. volendo dentro di quello descriuere vn cerchio, dividerai duoi di suoi propinqui angoli, quali siano a. & e. in due parti equali (per la regola data) ducendo le linee a f. & e f. fino a tanto, che quelle concorrano in ponto f. il qual ponto f. dico esser il centro del detto cerchio, come si dimostra sopra la 13 del quarto di Euclide, dal qual ponto f. condurrai cinque perpendicolari alli cinque lati del detto penthagono, lequali siano f g. f h. f k. f l. f m. lequali saranno fra loro eguali, come si dimostra sopra la detta 13 del quarto di Euclide, e pero descriuendo vn cerchio sopra il centro f. secondo la quantita di vna di quelle, la sua circonferenza passara per la estremita di ciascheduna di quelle toccando ciascuno di lati del detto penthagono, e pero sara inscritto in quello, che e il proposito. Questo problema si potra anchora risoluere dal pratico a rasone.

25 Circa a vn dato penthagono equilatero, & equiangolo potemmo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il penthagono equilatero, & equiangolo a b c d e. volendo circa di lui descriuere vn cerchio, diuiderai per duoi di suoi propinqui angoli (si come nella precedente) in due parti eguali, quali siano a. & e. dutte le linee a f. & e f. per fino a tanto, che quelle concorrano in ponto f. il qual ponto f. sara il centro del quesito cerchio, perche se dal ponto f. condurrai a gli altri angoli le linee f b. f c. f d. tutte saranno eguali tra loro, & alle due f a. & f e. (come si dimostra sopra la 14. del quarto di Euclide) e pero descriuendo vn cerchio sopra il detto centro f. secondo la quantita di vna di quelle cinque linee, la circonferentia di quello passara anchora per la estremita delle altre quattro, e pero circonscriuera quello, che e il proposito, vero e che bisogna si in questo, come negli altri problemi esser diligente nel operar manuale, altramente non si trouara seguir la conclusione secondo il proposito.

Anchora questo problema facilmente il pratico naturale lo sapra risoluere a rasone.

26 IN vn dato cerchio potemmo descriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il dato cerchio a b c d. il centro delquale sia il ponto e. volendo dentro da quello descriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo, produrrai il diametro a e c. & secondo la quantita di mezo il diametro (cioe di e c.) facendo centro il ponto c. descriuerai il cerchio e b d. segante il primo nelli duoi ponti b. & d. dalliquali produrrai li duoi diametri nel cerchio primo, i quali sono b e g. & d e f. & dapoi congiongerai le estremita di detti tre diametri con le sei linee, lequali sono a f. f b. b c. c d. d g. & g a. lequali dico constituir lo quesito hessagono, come si dimostra sopra la decimaquinta del quarto di Euclide, che sara il proposito. Auertendoti che non e necessario a designar tutto il cerchio b e d. sopra il detto centro c. ma basta a designare quella poca parte di circonferentia, che interseca la circonferentia del primo nelli duoi ponti b. & d. come da te poti considerare.

Correlario.

Da questa propositione si manifesta qualmente, che il lato del hessagono e sempre eguale alla mita del diametro del cerchio, alquale e inscritto.

Nota che'l non si propone qualmente potemmo designare cerca a vno dato cerchio vno hessagono equilatero, & equiangolo, ne come potemmo dentro a vn dato hessagono, ne cerca a tal hessagono descriuere vn cerchio, si come fu fatto del triangolo, quadrato, & penthagono, perche queste tre, per li medesimi precetti, che sono stati fatti nel penthagono equilatero, & equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera, & equiangola.

27 IN vn dato cerchio potemmo designare vn quindecagono equilatero, & equiangolo, & oltra di questo potemmo cerca a qualunque cerchio assignato descriuere vn quindecagono equilatero, & equiangolo, & in vno quindecagono descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio a b c. volendo descriuere in quello vn quindecagono equilatero, & equiangolo nello detto cerchio, secondo la dottrina della seconda di questo capo, tirarai il lato del triangolo equilatero, qual sia a c. & secondo la dottrina della vndecima di questo, tirarai anchora il lato del penthagono equilatero, & equiangolo, il qual sia

a b. & perche l'arco a c. è la terza parte di tutta la circonferentia, dellaquale l'arco a b. è la quinta parte, il superfluo, ouer differenza di quelli duoi archi (qual è l'arco b c.) sara li duoi terzi del arco a b. ouer li duoi quinti del arco a c. ouer li duoi quintidecimi di tutta la circonferenza del det to cerchio, perche in ogni tutto la terza parte, eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte, ouero in duoi quinti di essa terza parte, ouero nelli duoi quintidecimi del tutto, & questo nume ralmente si manifesta nella quinta, & terza parte del primo numero, che ha parte quinta, & terza, il qual è 15. la parte terza è 5. & la parte quinta è 3. onde il 5. eccede il 3. in doe vnita, lequal doe vnita sono li duoi terzi del medesimo 3. ouer li 2 quinti del medesimo 5. ouer li 2 quintidecimi del medesimo 15. il qual è il tutto, e per tanto diuiso l'arco b c. in 2 parti equali in ponto d. egli è manifesto, l'uno, & l'altro di 2 archetti c d. & d b. esser la terza parte del arco a b. ouer la quinta del arco a c. ouer la quintadecima di tutta la circonferenza, diuidendo adonque tutta la circonferenza in 15 parti equali al arco c d. & a ciascheduna parte tirandoui la sua corda si hauera descritto il detto quindecagono dentro al dato cerchio, che fare è proposto.

Ma se vorrai circa a vn dato cerchio circonscriuere, & descriuere in vn quindecagono vn cerchio, & anchora circonscriuere, procederai per il modo dato sopra la duodecima, decimaterza, decimaquarta di questo capo del penthagono.

Da notare.

Bisogna notar, che ciascheduna figura equilatera, che sappiamo descriuere in vn cerchio, nel medesimo cerchio saperemo anchora inscriuerne, & circonscriuerne vn'altra del doppio piu lati, & a quella medesima saperemo inscriuere, & circonscriuere il cerchio, per gli archi, aliquali si sottendeno li lati di quella figura, diuisi in due parti equali, & per le linee tirate alli ponti di mezo, cioe di ler diuisioni dalle estremita di lati della medesima figura, sara fatto di dentro di esso cerchio vna figura del doppio piu lati della prima, laquale sara equilatera (per la vigesimanona del terzo di Euclide) & sara anchora equiangola, sapendola inscriuere nel cerchio, saperemo anchora concludere, le altre tre, per l'ordine della detta duodecima, decimaterza, & quartadecima di questo capo. E per tanto perche sapemmo inscriuere vn triangolo equilatero, saperemo per questa causa descriuere lo hessagono, & per lo hessagono lo duodecagono, & per lo duodecagono vna figura di vintiquatro lati, & cosi in infinito doppiando, & abenche per il triangolo potemmo descriuere lo hessagono (come habbiamo detto) nondimeno di quello habbiamo posto la sua propria regola, dellaquale ne seguita non puoca vtilita, similmente anchora, perche sapemmo inscriuere il quadrato, saperemo per questo inscriuere ogni figura, che il numero di lati di quella sia equalmente paro, cioe l'ottagono, & similmente vna figura da 16. & da 32. & da 64 lati, & per il penthagono saperemo anchora inscriuere vn decagono, & vna figura di 20 lati, & cosi continuamente doppiando quel medesimo, similmente del quindecagono, cioe per quello saperemo inscriuere vna figura di 30 lati, & cosi di 60. & di 120. & cosi continuamente doppiando.

Ma delle altre figure, che sin hora non è stato parlato, la scientia è difficile, & di puoca vtilita, come il narra sopra la vltima del quarto di Euclide, come che è la figura settagona, la nonagona, la vndecagona, & cosi quella di 13 lati, & infinite altre, dellequali (com'è detto) appresso di mathematici non se ne ha la scientia, vero è che se noi sapessimo designare vn triangolo di duoi lati equali, che l'uno, & l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa di quello, & che sapessimo anchora diuidere ciascheduno di detti angoli in tre parti equali, saperessimo descriuere in vno dato cerchio lo settagono, come fu fatto di sopra del penthagono, & cosi se sapessimo designare vn triangolo di duoi lati equali, che ciascheduno delli duoi angoli, che stanno sopra la basa fusse quadruplo all'altro saperessimo anchora in vn dato cerchio descriuere la figura nonangola, & cosi che fusse quincuplo, & che sapessimo diuidere ciascheduno di quelli in cinque parti equali, saperessimo anchora in vno dato cerchio descriuere la figura vndecagona, & cosi discorrendo, dellaqual cosa sin hora (come è detto) non se ne ha scientia alcuna, e pero Hieronimo Cardano medico milanese, insieme con Lodouico Ferraro suo creato per confutarmi con quello, che loro medesimi non intendeuano nella nostra publica disputa. Il primo loro quesito di 31 a me proposti, diceua in questa forma. Egli e vn triangolo delquale vn lato è di vno eptagono, & il secondo lato è sottoposto a duoi lati del medesimo eptagono, dimostratemi, non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno fra loro tutti tre li lati di detto triangolo.

Vergognosa ciuilosita di Hieronimo Cardano medico milanese, & di Lodouico Ferraro suo creato.

Ne qual loro quesito dimostrarono gran semplita a proporui publicamente impresso tal quesito, et massime con quella conditione, non passando il sesto di Euclide, cosa ridicolosa, egli ben il vero quando che loro hauessero trouato il modo generale da risoluere vn tal quesito sarebbe stata vna inuentione molto honoreuole, & da esser laudata da ogni scientifico mathematico, ma

essendo

essendo da loro ignorata, & hauendo modo a me proposto, non si puo negare, che non sia stata vna cosa vergognosa, & da esser vituperata da ogni mathematico, & da altri.

Et quantunque sin hora da speculatiui mathematici non si habbia scientia alcuna del settagono, nonagono, vndecagono, & altri ne che gli sia cognito il modo, ouer regola di saper dimostratiuamente descriuere in vn proposito cerchio alcuno di quelli, ne similmente circonscriuere alcuni di quelli al cerchio, nondimeno tai problemi appresso al pratico naturale sono facili, perche con sua rasione gli mandara a essecutione sensibilmente in materia, & perche son certo, che questo mi sara concesso, non voglio circa cio darne alcun figural essempio. Ma ben dico tal sua rissolutione non esser cosa da tenerne conto, impero che per tal sua simplice rissolutione fatta a rasione in materia, non potremo hauer notitia della proportione, che ha il diametro del cerchio con il lato di alcune di dette figure, ne manco con la corda, che sotto tende a l'angolo di alcune di dette figure, dallaqual proportione depende la scientia di tai figure.

Egli e ben vero, che Orontio si persuase di hauerla trouata, come in altro luogo habbiamo anchor detto, per come mathematico ha dato molto lontano dal segno.

Il modo geometrico da risoluere con il compasso, & regga, diuersi problemi non posti da Euclide. Cap. X.

1 POtemmo in vn proposito cerchio descriuere tre cerchij eguali, & li maggiori, che capir vi possa.

Essempi gratia sia il dato cerchio. a b c. volendo dentro da quello descriuere tre cerchij eguali, & li maggiori che caper vi possa. Circonscriuerai il detto (per la terza del precedente capo) vno triangolo equilatero, qual sia. d e f. & dal centro del detto cerchio a ciaschedun delli tre angoli del detto triangolo tirarai le tre linee al. d. al. e. & al. f. & fara risolto in tre triangoli, le base di quali sono le tre linee. d e. e f. & f d. e pero in ciaschheduno di detti tre triangoli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai essequito il problema, perche per esser li detti tre triangoli eguali li detti tre cerchij saranno eguali, & saranno li maggiori, che in quelli scriuere si possa, & sono toccanti, si la circonferentia del primo cerchio, come le base di tre triangoli nelli tre ponti a b c. & anchora si toccano fra loro in quelle tre linee, che vanno dal centro alli tre angoli del primo triangolo, e pero seguita il proposito.

2 ANchora potemmo in vn dato cerchio descriuere quattro cerchij eguali, & li maggiori, che inscriuere vi si possa.

Essempi gratia sia il cerchio a b c d. volendo in quello descriuere li 4 maggior cerchij eguali, che caper vi possa, circonscriuerai a tal cerchio (per la settima del precedente capo) il quadrato. e f g h. & dal centro. i. di tal cerchio, & quadro, tirarai le quattro linee. i e. i f. i g. & i h. & hauerai risolto il detto quadro nelli quattro triangoli. i e f. i f h. i h g. & i g e. i quali triangoli vengono a esser eguali, e per tanto in ciascheduno di quelli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai risolto il proposito problema, per le ragioni adutte nella precedente.

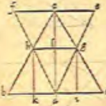
3 IN vno dato penthagono equilatero, & equiangolo potemmo descriuere cinque cerchij eguali, & li maggiori, che inscriuer vi si possa. Essempi gratia sia il cerchio. a b c d e. nelquale volendo descriuere cinque cerchij (come si propone) circonscriuerai a tal cerchio (per la decimaterza del precedente capo) il penthagono f g h i k. equilatero, & equiangolo, & dal centro. l. alli cinque angoli di tal penthagono, tirarai le cinque linee. l f. l g. l h. l i. & l k. & hauerai risolto il detto penthagono nelli cinque triangoli l f g. l g h. l h i. l i k. & l k f. hora in ciascheduno di quelli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai il proposito.

4 DEntro a vn dato cerchio potemmo descriuere. 6. & anchor 7 cerchij eguali.

Essempi gratia sia il cerchio. a b c d e f. volendo dentro da quello descriuere 6. ouer 7 cerchij eguali, circonscriuerai a tal cerchio lo hessagono. g h i k l m. equilatero, & equiangolo (secondo la regola data nella decimaterza del precedente capo sopra del penthagono) dapoi dal centro a ciascheduno de gli angoli del detto hessagono tirarai le linee. n g. n h. n i. n k. n l. & n m. lequali hanno risolto il detto hessagono in 6 triangoli, onde in ciascheduno di quelli descriuendo vn cerchio (per la quarta del precedente capo) si hauera risolto la prima parte del nostro problema, cioe haueremo inscritto nel dato cerchio 6 cerchij eguali, ma perche quel spacio, che e intorno del centro. n. e atto a riceuer vn'altro cerchio eguale a ciascheduno de gli altri 6. perche li 6 triangoli sono equilateri, & il diametro del cerchio inscritto in ciascheduno di quelli e li doi terzi della per-

pendicolare di ciascheduno di quelli (per la ottaua del decimoterzo di Euclide) cioe che a o. (diametro del cerchietto) e li duoi terzi della perpendicolare a n. onde seguita, che la o n. sia eguale al semidiametro del detto cerchietto, & cosi la n p. vien anchora lei a esser eguale al semidiametro del detto cerchietto, e pero tutta la o p. vien a esser eguale precisamente a tutto il diametro del detto cerchietto, e pero seguita che sopra il centro n. vi se gli potra descriuere vn'altro cerchietto eguale a gli altri, qual sara contingente con ciascheduno delli detti 6. il qual settimo cerchietto non l'ho voluto designare per non offuscar la prima inscrittione, vero e che tal settimo cerchio non toccarebbe la circonferenza del primo cerchio, talche lo auersario potrebbe dir tal cerchietto non intendersi esser inscritto nel detto gran cerchio, perche da niuna parte tocca la circonferenza di quello, & con tal ordine potrai in vn cerchio descriuere sette, ouer otto cerchij per mezzo di vn settagono fatto a rasione attorno al cerchio, & cosi gli ne potrai inscriuer e otto, ouer noue per mezzo del ottagono circonscritto al cerchio, & cosi discorrendo in infinito, vero e, che quel cerchietto, che si potra descriuere sopra il centro del gran cerchio, non sara contingente con gli altri cerchietti, come che e accaduto nel hesagono, e pero te ne ho voluto auertire.

IN vno triangolo equilatero potemmo designar vn quadrato. Essempi gratia sia il triangolo equilatero a b c. la perpendicolare del quale sia la. a d. volendo nel detto triangolo descriuere vn quadrato, tal problema si puo risoluere per piu vie, delle quali vna e questa dal ponto. a. tirarai la linea f a e. equidistante alla. b c. & far la detta. f e. sia eguale alla perpendicolare a d. & che il ponto a. sia nel mezzo di detta linea. f e. poi dalli duoi ponti. f. & e. tirarai le due linee. f d. & e d. lequali intersegaranno li lati del detto triangolo nelli duoi ponti. g. & h. dalliquali tirando la linea. g h. & similmente le due linee. g i. & h k. perpendicolari alla. b c. (basa del triangolo dato) sara formato il quadrilatero. g h i k. qual dico esser quadrato, perche il triangolo. a d e. e simile al triangolo. g i d. similmente il triangolo. g l d. e simile, & eguale al detto triangolo. g i d. e pero sara anchor simile al triangolo. a e d. & perche il lato a d. e doppio al lato. a e. seguita che il lato. g i. sia doppio al lato. d i. & perche. g l. e eguale al d i. il medesimo lato. g i. sara doppio al medesimo. g l. & perche la linea. g h. e anchora doppia alla medesima. g l. seguita, che il lato. g h. sia eguale al. g i. & per le medesime ragioni gli altri duoi lati. h k. & k i. saranno eguali fra loro, & alli medesimi, e pero tal quadrilatero e di lati eguali, similmente li suoi quattro angoli sono retti, per esser le linee. g i. & h k. perpendicolari sopra la. b c. e pero anchora li suoi contraposti saranno anchora retti, adonque tal figura e quadrata, che e il proposito.



Nota che tirando solamente la a e. eguale alla mita della perpendicolare a d. & dapoi tirar la e d. & dal ponto g. tirar la. g l h. equidistante alla. b c. & dalli duoi ponti. g. & h. tirar le due linee. g i. & h k. perpendicolari alla. b c. & sara risolto il problema, & dimostrarasse per il medesimo modo detto di sopra.

Anchora per vn'altro leggiadro modo si puo in vn dato triangolo equilatero descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il medesimo triangolo equilatero. a b c. nel quale volendo descriuere vn quadrato dalli duoi ponti. b. & c. eleuarai le due linee. b d. & c e. perpendicolari alla basa. b c. & che ciascheduna di quelle sia eguale alla medesima basa. b c. & diuiderai la detta. b c. in due parti eguali in ponto. f. & tirarai le due linee. d f. & e f. lequali intersegaranno li duoi lati del triangolo nelli duoi ponti, dalliquali tirarai le due linee. g i. & h k. perpendicolari alla basa. b c. & tirarai anchora dal ponto. g. al ponto. h. la linea. g h. & sara formato il quadrilatero. g i h k. qual dico esser vn quadrato, perche il triangolo. f h k. e simile al triangolo. e f c. & perche il lato. c e. e doppio al lato. c f. seguita che il lato. h k. sia doppio al lato. k f. & per le medesime ragioni il lato. g i. sara doppio al lato. i f. & perche. k f. e eguale al. f i. (perche quelli medesimi accidenti, che accadono nel triangolo. f e c. quelli medesimi accadeno nel triangolo. b d f.) e pero tutta la linea. k i. vien a esser doppia al medesimo. f k. ouer. f i. e pero per commune scientia li tre lati. g i. i k. k h. vengono a esser eguali fra loro, & perche le due linee. h k. & g i. sono eguali, & equidistanti (per la 33 del primo di Euclide) le altre due, cioe. i k. & g h. saranno eguali, & equidistanti, & (per la 34 del primo di Euclide) gli angoli contraposti saranno retti, e pero tal quadrilatero sara quadrato, che e il proposito.

Questa mi fu proposta in Verona l'anno 1530. da vn nostro amicissimo chiamato messer Bernardino Dona da Zano lettor in greco, qual disse essergli stata proposta a lui in Brescia, onde dapoi

che

che habbi ritrouata la sua solutione, & in altri piu diuersi modi trouai anchora da far il medesimo in el triangolo di duoi lati eguali, & in quello di tre lati non eguali, con altre particolarita, come di sotto si mostrara.

Nota che tal problema si porria anchora risoluere tirando solamente la . c e . perpendicolare alla b c . & anchora eguale a essa . b c . & tirare la . e f . & dal ponto . h . tirar poi la h g . equidistante alla . b c . & dalli duoi ponti . h . & . g . tirar le due linee . h k . & . g l . perpendicolari alla b c . & sara risolto tal problema, la dimostratione di tal conclusione si fara, come di sopra e stato fatto.

6 POssemo anchora in vn dato triangolo equilatero descriuere vn rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero a b c. volendo descriuer in quello vn rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza.

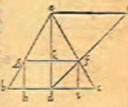
Anchor questo si puo far in piu modi, il piu breue e questo dal ponto . a . tirarai la perpendicolare a d . & anchora la . a e . equidistante alla . b c . & che la detta . a e . sia eguale alla quarta parte della perpendicolare a d . & dal ponto e . tirar la e d . laquale intersecara il lato a c . in ponto f . & dal ponto f tirarai la f g . equidistante alla b c . & dalli duoi ponti f . & g . tirarai le due linee g h . & f i . perpendicolari alla b c . & hauerai risolto il problema, cioe che il quadrilatero g h f i . e rettangolo, & la longhezza (cioe la f i . ouer . f k .) e doppia alla sua larghezza i h . ouer f g . laqual cosa si dimostra in questo modo, perche il triangolo k f d . e simile al triangolo a e d . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato a d . e quadruplo al lato a e . seguita il lato k d . esser quadruplo al lato f k . e pero il detto k d . vien a esser doppio a tutto f g . e pero la longhezza e doppia alla larghezza, & per esser anchora tal quadrilatero rettangolo seguita il proposito.

Anchora tu potresti risoluere tal problema per questa altra via, cieuar sopra il ponto c . la linea c l . perpendicolare alla b c . & doppia alla medesima b c . come nella seconda figura appar, & diuidere la b c in due parti eguali in ponto d . & tirar la l d . quale intersecara il lato a c . in ponto f . & dal ponto f tirar la f g . equidistante alla b c . & dalli duoi ponti f . & g . tirar le due linee g h . et f i . perpendicolari alla b c . & sara fatto il problema, cioe che il quadrilatero . g h f i . e rettangolo & la longhezza i f . ouer h g . e doppia alla larghezza g f . ouer h i . perche il triangolo . f d i . e simile al triangolo l d c . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato c l . e quadruplo al lato c d . similmente il lato f i . sara quadruplo al lato d i . e pero vien a esser solamente doppio alla larghezza i h . & e rettangolo, e pero seguita il proposito.

Nota che con queste due regole tu potrai descriuer nel detto triangolo equilatero vn rettangolo, che la longhezza sia treppia, ouer quadrupla, ouer quintupla alla sua larghezza, ouer in qual si voglia altra specie di proportione, cioe sel vorai in tripla proportione, per la prima regola tu farai, che la linea a e . sia solamente la sesta parte della perpendicolare . a d . & sel vorai in quadrupla proportione, cioe, che la sua longhezza sia quadrupla alla sua larghezza, tu ponerai la detta a e . che sia la ottaua parte della detta perpendicolare . a d . & cosi discorrendo se hauerai giudicio saprai accommodar tal linea a e . a ogni specie di proportione si irrationale, come rationale, et il medesimo potrai far per la seconda regola, perche se vorai, ouer ponerai la perpendicolare . l c . che la sia treppia alla basa b c . la longhezza del detto rettangolo g h f i . sara treppia alla sua larghezza, & se vorai, che la sia quadrupla, tu ponerai la detta l c . quadrupla alla basa b c . & cosi discorrendo in qual si voglia altra specie di proportione si irrationale, come rationale, & tal tua conclusione si per la prima, come per la seconda regola la potrai dimostrare per il medesimo modo che fu dimostrato le prime conclusioni.

7 MA sel ti paresse di voler che tal rettangolo fusse disteso per longo della basa . b c . tu procederai si nella prima, come nella seconda regola al contrario, cioe se vorai che la longhezza del detto rettangolo, sia doppia alla sua larghezza, per la prima regola, tu tirarai la linea a e . che sia longa tanto quanto e la perpendicolare . a d . & dal ponto e . al ponto d . tirar la medesima linea e d . quala intersecara pur il lato a c . in ponto f . & dal ponto f . tirare secondo il solito la linea f g . equidistante alla basa b c . & dalli detti duoi ponti f . & g . tirar le due linee f i . & g h . perpendicolari alla basa b c . & cosi hauerai descritto il quadrilatero g h f i . qual dico esser secondo il proposito, perche il triangolo . k d f . e simile al triangolo a e d . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato a e . e eguale al lato . a d . seguita che il lato k f . sia eguale al lato . k d . & perche tutto il lato . g f . e doppio al lato . k f . sara anchora doppio al lato k d . e pero la longhezza f g . del detto quadrilatero e doppia alla sua larghezza k d . e per esser anchora rettangolo (per causa delle due perpendicolari . g h . f i .) seguita il proposito.

Anchora volendo risoluere questo medesimo problema secondo l'ordine della seconda regola dal ponto c . tu tirarai la c l . pur perpendicolare alla b c . ma che sia eguale solamente alla mita della basa b c . cioe che la sia eguale alla c d . & dapoi seguir secondo l'ordine dato nella precedente,



cioe tirar la linea.i d.& dal ponto.f.tirar la.f g.equidistante alla.b c.& dalli duoi ponti.g.& f.tirar le due linee.g h.& f i.perpendiculari alla.b c.& sara esseguito il problema, perche li duoi triangoli.d i f.& d l c.sono simili (per esser equiangoli) & perche il lato.l c.e eguale al lato.c d. seguita, che il lato.f i.sia eguale al lato.d i. & perche il detto lato.d i.e la mita de.h i. (cioe della longhezza del rettangolo) e pero la longhezza del detto rettangolo vien a esser doppia della sua larghezza, che e il proposito.

Da notare.

Nota che con queste due regole tu potrai descrivere nel detto triangolo equilatero vn rettangolo (per il medesimo verso) che la longhezza sia non solamente treppia, ouer quadrupla, ouer quincupla alla sua larghezza, ma in qual si voglia specie di proportione. Essempi gratia se lo vorrai in treppia proportione, cioe che la longhezza sia treppia alla larghezza, per la prima regola farai, che la linea.a e. sia vn tanto, e mezzo della perpendicolare.a d.& se vorrai, che tal longhezza sia quadrupla alla larghezza, farai che la detta linea.a e. sia doppia alla detta perpendicolare a d. & cosi per quincupla tu la farai, che la sia due volte tanto, e mezzo, & cosi discorrendo in infinito, procedendo poi, come nelle altre, si nella dimostratione, come nella operatione.

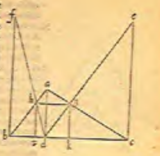
Et volendo procedere per la seconda regola, nella treppia tu farai, che la linea.c l.sia il terzo della basa.b c.ouer li duoi terzi della.c d.& per la quadrupla farai, che la detta.c l.sia il quarto della basa b c.ouer la mita della.c d.& per la quincupla tu farai, che la detta.c l.sia il quinto della basa.b c.ouer li duoi quinti della.c d.& cosi discorrendo, & se hauerai ingegno potrai concludere il proposito in ogni specie di proportione.

2 ANchora in vn dato triangolo di duoi lati eguali potemmo descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.del quale li duoi lati.a b.& a c.sono eguali, volendo in tal triangolo descriuere vn quadrato, procederai medesimamente, come fu fatto nel triangolo equilatero divide la basa.b c.in due parti eguali in ponto.d. & dal ponto.a.tira la linea.a d.& anchora la.a e.equidistante alla basa.b c.& che sia eguale alla mita della perpendicolare.a d.poi dal ponto.e.al ponto.d.tira la linea.e d.laquale sega il lato.a c.in ponto.f. & dal ponto.f.tira la.f g.equidistante alla.b c.& dalli duoi ponti.f.& g.tira le due linee f i.& g h.perpendicolari alla.b c.& cosi nel detto triangolo hauerai descritto il quadrilatero.i f g h.il qual il medesimo modo, che fu dimostrato nella prima del triangolo equilatero, dimostrarai anchora in questo, che tal figura quadrilatera.f g h i.e quadrato, cioe dicendo il triangolo.a d e.e simile al triangoletto.f i d.& perche il lato.a e.e la mita del lato.a d. anchora il lato.f i. sara la mita del lato.i d.e pero tutto il lato.f g.del quadrilatero sara eguale non solamente alla. i d. ma anchora al lato.h i.a lui contraposito, & similmente le due linee.g h.& f i.sono eguale, & equidistante alla medesima.k d.& li duoi angoli.h.& i.sono retti, & similmente li suoi contrapositi, e pero tal figura e quadrato, che e il proposito.

Anchora questo medesimo problema si puo risoluere per quella seconda regola, che fu data sopra il triangol equilatero. Essempi gratia sia per il triangolo.a b c. di duoi lati.a b.& a c.eguali, volendo descriuere in quello (per la seconda regola) vn quadrato, tirerai la perpendicolare.a d. & sopra il ponto.c.tirerai la.c e.eguale alla basa.b c.& perpendicolare sopra quella, & dal ponto.e. al ponto.d.tirarai la linea.e d.laqual segara il lato.a c.in ponto.f.& dal ponto.f.tirarai f g.equidistante alla.b c.& dalli duoi ponti.f.& g.segnarai le due linee g h.& f i. perpendicolari sopra la.b c.& sara risolto il problema, per dimostrar che tal quadrilatero.g f h i.sia quadrato, procederai come fu fatto sopra il triangolo equilatero, dicendo il triangolo.c e d.e simile al triangolo i f d.& perche il lato.e c.e doppio al lato.c d.anchora il lato.i f.sara doppio al lato.i d.e pero sara eguale a tutto il lato.i h. & li contrapositi saranno eguali alli medesimi, & perche li duoi angoli h.& i.(del quadrilatero) sono retti, & similmente li contrapositi saranno retti, e pero e quadrato, che e il proposito.

Et cosi per abbreuiar scrittura se nel detto triangolo di duoi lati eguali vorrai designare vn rettangolo dritto in piede, ouer disteso per longo sopra la basa, che la longhezza di quello sia treppia, ouer quadrupla, ouer quincupla (& cosi discorrendo) alla sua larghezza procederai precisamente secondo, che sopra il triangolo equilatero fu fatto, & si per la seconda, come per la prima regola, & hauerai l'intento.

In vn dato triangolo di tre lati inequali potemmo descriuere vno quadrato. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.di tre lati inequali, volendo in quello descriuere vn quadrato, dal angolo.a.(opposito al maggior lato.b c.) tirarai la perpendicolare. a d. & sopra li duoi ponti.b. & c. drizzarai le due linee.c e.& b k.talmente che l'una, & l'altra sia eguale alla basa.b c. & perpendicolari sopra



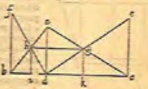
per quello, & da l'uno, et l'altro delli duoi ponti.e.& f. al ponto.d. tirarai le due linee e d. & f d. la.e d. segara il lato.a c. in ponto.g. & la.f d. segara il lato.a b. in ponto.h. hor dal ponto.h. al ponto.g. tirarai la.h g. & dalli detti duoi ponti.h. & g. tirarai le due linee.h i. & g k. perpendicolari sopra la.b c. & cosi sara formato il quadrilatero h g i k. qual dico esser quadrato. Perche egli e cosa manifesta (per la decimaquinta del primo di Euclide, & per la prima parte della vigesimanona del medesimo) il triangolo.c g e. esser equiangolo al triangolo.a g d. e pero sono simili, & per le medesime ragioni il triangolo.f b h. e simile al triangolo.a h d. adunque (per la quarta del sesto di Euclide) il lato.g c. al lato.c e. e si come il lato.g a. al lato.a d. Et lo lato f b. al lato.b h. e si, come il lato.a d. al lato.a h. ma perche.f b. & e c. sono equali, in luogo del.f b. ponemo.e c. dicendo, si come la.c g. alla.c e. cosi e la.g a. alla.a d. & si come che e la.c e. alla.b h. cosi e la.a d. alla.h a. onde (per la 22 del quinto di Euclide) la proportione della.c g. alla.b h. sara si, come quella della.g a. alla.a h. e per tanto (permutatamente) la proportione della.c g. alla.g a. sara si, come della.b h. alla.h a. adunque (per la seconda del sesto di Euclide) la linea.h g. sara equidistante alla basa.b c. E pero il detto quadrilatero e rettangolo, & li lati contraposti sono equali.

Ma che sia equilatero si dimostra in questo modo. Egli e manifesto che si come e il lato.c d. al. c e. cosi e il lato.d k. al.g k. onde (per la settima del quinto di Euclide) la prima, & quinta (cioe la.c d. & la.d b.) alla seconda (cioe alla.c e.) sara si come la terza, & sesta (cioe la.d k. & la.i d.) alla quarta (cioe alla.g k.) Et perche la prima, & quinta insieme, si eguagliano alla seconda, cioe alla c e. similmente la terza, & la sesta insieme si eguagliaranno alla quarta (cioe alla.g k.) cioe tutta la.i k. sara equale alla.g K. adunque il detto quadrilatero.h g i k. e rettangolo, & equilatero, e pero e quadrato, che e il proposito.

$\frac{cg}{ag}$ $\frac{ce}{ed}$ $\frac{bh}{ah}$

$\frac{cd}{dk}$ $\frac{ce}{gk}$ $\frac{bd}{id}$

9 Anchora in uno dato triangolo di tre lati inequali potemmo descriuere uno rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza. Essempi gratia sia il triangolo di tre lati inequali.a b c. & il suo lato maggior sia.b c. volendo in tal triangolo descriuere un rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla larghezza, tal inscrittione si puo far in duoi modi, l'uno e a far, che il detto rettangolo stia in piedi sopra la basa.b c. & l'altro a far, che stia stesuolto sopra la basa.b c. cioe riposando con la sua longhezza sopra quella, come che negli altri precedenti problemi e stato fatto. Hor facciamola prima che stia stesuolto per longo sopra la basa b c. dal angolo.a. (che e opposito al piu longo lato) sia tirata la perpendicolare.a d. & sopra li duoi ponti.b. & c. siano elevate le due linee.c e. & b f. perpendicolare alla.b c. & far che ciascheduna di dette due linee.c e. & b f. sia equale solamente alla mita della basa.b c. nel restante procede precisamente, come che nella precedente e stato fatto, perche questa operatione non e differente dalla precedente, eccetto che nelle dette due linee.c e. & b f. perche nella precedente ciascheduna di dette due linee vuol esser longa quanto, che e la basa.b c. & in questa ciascheduna di loro vuol esser longa solamente quanto che e la mita della detta basa.b c. E pero non staro abondar in parole, ma operando, come nella precedente trouarai, che ti venira il quadrilatero.h g i k. qual con le medesime argumentationi vsate nel dimostrar la precedente, dimostrarai anchora questa, cioe prima per la 22 del quinto di Euclide (permutatamente) concluderai la proportione del.c g. al.g a. esser si, come del.b h. al.h a. (come medesimamente si fece nella precedente) onde (per la seconda del sesto di Euclide) la linea.h g. sara equidistante alla basa.b c. e pero il detto quadrilatero e rettangolo, & li lati contraposti sono equali.



Similmente volendo dimostrar, che la longhezza.i k. sia doppia alla larghezza.k g. arguirai si, come nella precedente, concludendo (per la settima del quinto di Euclide) che la prima, & la quinta (cioe la.c d. & la.d b.) alla seconda (cioe alla.c e.) esser si, come la terza, & sesta (cioe la.d k. & la i d.) alla quarta (cioe alla.g K.) Et perche la prima, & quinta insieme, sono doppie alla seconda (cioe alla.c e.) Similmente la.i K. sara doppia alla.g k. adunque il detto quadrilatero.h g i k. e rettangolo, & la sua longhezza.i k. e doppia alla sua larghezza.g k. che e il proposito.

Da notare.

Nota che volendo, che la longhezza del detto rettangolo fusse treppia alla sua larghezza bisognaria, che ciascheduna delle sopradette due linee.c e. & b f. fusse solamente il terzo della basa b c. & volendo, che la detta longhezza fusse quadrupla alla detta sua larghezza tu farafti, che ciaschaduna di dette due linee . c e. & . b f. fusse solamente il quarto della detta basa . b c. & cosi discorrendo in infinito.

Ma volendo che tal rettangolo fusse in piedi sopra la basa . b c. tu designarai le dette due linee . c e. & . b f. che ciaschaduna di quelle fusse il doppio della detta basa , dico volendo, che la longhezza sia il doppio della sua larghezza , ma volendo che tal sua longhezza fusse treppia alla detta sua larghezza, tu doueresti designare ciascuna delle dette due linee . c e. & . b f. treppia alla detta basa . b c. & cosi discorrendo in infinito ; & la tua conclusione dimostrarai secondo l'ordine della precedente.

La costruttione con la dimostratione del sopra notato problema mi fu richiesta da Hieronimo Cardano con vna sua lettera quando eramo amici (come appare nel quesito ; 3 del nono libro delli miei quesiti, & inuentioni diuerse) & io per mostrarui che haueua fatto qualche buon discepolo qua in Venetia io proposi tal questione a duoi miei discepoli, l'uno fu messer Ricardo Ventuorti gentilhuomo Inglese, & l'altro fu messer Zuan'antonio di Rusconi a quel tempo pinachuorj poste, ma al presente architettore, i quali a concorrentia l'uno, & l'altro la mattina seguente mi portarono risolto tal problema, ma per due diuerse vie : onde volse che ciaschun di loro gli mandasse la sua risolutione scritta di sua mano , ma lui non puote intendere ne l'una , ne l'altra di dette due risolutioni, ma venendo il detto Hieronimo Cardano qua a Venetia con la eccellentia del Signor Marchese dal vasto, mi riferi lui non hauer potuto intendere ne l'una, ne l'altra di dette due risolutioni che gli mandai, & mi pregò (credo per ponerla nella sua opera) che gli la dichiarassi, onde commissi al detto messer Ricardo Ventuorti, che viua voce gli la dichiarasse, & dimostrasse, & cosi fece, & restò satisfatto, con laqual questione nella nostra publica disputa (credendo di confondermi con quella) me la propose a me, ma sotto vn'altra forma di parlare, & fu il sesto quesito delli 31 a me publicamente proposti, il qual sesto quesito dicea precisamente in questa forma.

20 PEr mezo di Euclide inscriuemi in vn penthagono equilatero, & equiangolo, vn quadrato di modo, che li quattro angoli tocchino quattro lati , & dimostrarmi la proportione delle aree loro fra se.

La prima parte di questo quesito non è altro , che il sopra notato problema , come di sotto s'intendera. Essempi gratia sia il dato penthagono equilatero , & equiangolo a b c d e. volendo in quello descriuere vn quadrato , diuideremo il lato . c d. in due parti equali in ponto . f. & tiraremo la . a f. & quella produremo rettamente insieme con li duoi lati . b c. & c d. del penthagono per fin che concorreranno tutte tre insieme in ponto . g. & cosi hauremo formato li duoi triangoli a e g. & a b g. di tre lati inequali , i quali triangoli per esser ambiduoi equali, se in ciaschaduno di quelli (per la precedente regola) descriueremo vn rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza, talmente che ciaschaduno di detti duoi rettangoli sia streuolto, & disteso con la sua longhezza sopra la basa . g a. ambiduoi li detti rettangoli congiunti insieme formaranno vn quadrato (come che ciascuno puo considerare, & veder in figura) cioe che il rettangolo . h i k l. descritto nel triangolo . a b g. congiunto insieme con il rettangolo . i n m l. descritto nel triangolo . a e g. formano il quadrato . h n k m. qual quadrato viene anchora a esser inscritto nel detto penthagono . a b c d e. perche li suoi quattro angoli toccano li lati del detto penthagono . Si che il detto Cardano, & Lodouico suo creato non si pensauano, che di tal sua magra cautella, ne douesse esser auertito. La dimostratione di questa nostra risolutione si fa secondo l'ordine detto nella precedente.

Volendo mo in quantita continua (cioe per linee) assignar la proportione dell'aria del penthagono all'aria del quadrato , bisogna risoluere il detto penthagono in triangoli , & sopra il lato del detto quadrato costituire (per la vndecima del secondo capo) vn rettangolo equale a l'uno di triangoli del penthagono, & fatto questo sopra quel lato di tal rettangolo , che e equale al lato del quadrato, costituirgli vn'altro rettangolo equale a vno de gli altri triangoli del detto penthagono, & cosi andar procedendo per fin che sopra il detto lato del quadrato vi se gli sia descritto vn rettangolo equale al detto penthagono, & cosi la proportione del piu longo lato del detto rettangolo al lato del detto quadrato (per la prima del sesto di Euclide) sara si come l'aria del penthagono all'aria del quadrato, che sara il proposito.

Ma volendo tal proportione per numeri in altro luogo piu conueniente si narrara, perche in questa quinta parte non intendo di mostrar di risoluere, saluo che con il compasso , & riga li problemi geometrici, & non per numeri.

21 IN vno dato triangolo equilatero potemmo descriuere duoi cerchij equali reposti sopra l'uno di lati del triangolo, & li maggiori, che possibil sia . Essempi gratia sia il triangolo equilatero a b c. ilqual volendo in quello descriuere duoi cerchij equali reposandoli ambiduoi sopra

pra il lato.b c. & li maggiori, che possibil sia. Divideremo li duoi angoli.b. &.c. in due parti eguali (per la regola sua) con le due linee.b d.&.c d.lequali concorreranno in ponto.d. formando il triangolo.b d c.& sopra li duoi lati.b d.&.c d.trouaremo li duoi ponti.g.&.h.secondo la medesima regola, che vsassimo a descriuere in quello vn rettangolo, che la longhezza fusse doppia alla larghezza, fermato con la longhezza sopra la basa, cioe elleuando le due linee.b f.&.c e. eguali alla mita della basa.b c. & dalli detti duoi ponti.f e. tirar le due linee al ponto.i.doue caderia la perpendicolare di tal triangolo, lequal linee tirandole segarebbono li detti duoi lati.d b.&.d c.nelli detti duoi ponti.g.&.h.lequal linee non ho voluto tirar con inchiostro per non offuscar la figura, hor dapoi che si hauera trouato li detti duoi ponti.g.&.h.da l'uno, & l'altro di quelli tiraremo le due linee.g K.&.h l. perpendicolari alla basa.b c.& similmente le due, cioe.g m.perpendicolare alla.b a.& la.h n.perpendicolare alla.a c.lequali quattro perpendicolari, dico, che sono eguali fra loro, perche l'angolo.m b g.del triangolo.m g b.e eguale al angolo.g b k.del triangolo.g b c.(per esser diviso l'angolo.b.in due parti eguali) & l'angolo.m. del detto triangolo . g b m. e eguale al angolo K. del triangolo.g b k. (per esser l'uno , & l'altro retto) & il lato . b g. e commune a l'uno , & l'altro di detti duoi triangoli, onde (per la vigesima sesta del primo di Euclide) gli altri duoi lati di l'uno sono eguali a gli altri duoi lati dell'altro, ciascheduno al suo relatiuo , cioe il lato.m g. e eguale al.g k.& il.b m.al.b K.adonque facendo centro il ponto.g. & descriuendo vn cerchio secondo la quantita di.g m. la circonferentia passara per il ponto. K. & tal cerchio sara toccante li duoi lati.b a.&.b c.nelli duoi ponti.m.&.k. (per il corrolario della decimasesta del terzo di Euclide da noi tradotto) il medesimo seguira descriuendo l'altro cerchio sopra il centro.h. & secondo la quantita della linea.h n.cioe che passara per il ponto.l. & perche le due linee.g k.&.h l. sono eguali (per le ragioni adutte nelle passate) seguita li detti duoi cerchij essere eguali, & toccanti fra loro, che e il proposito.

Hor per abbreuiar parole il medesimo potrai essequire in vn triangolo di duoi lati eguali , & di tre lati inequali, & farli riposar in su qual lato ti pare.

Nota che volendo inscriuere in vno di dette tre specie triangoli tre cerchij reposanti sopra di vno di suoi lati, qual ti pare, tu segnarai li sopradetti duoi ponti.g.&.h.come se volessi in descriuere vn rettangolo di longhezza quadrupla alla larghezza, & cosi fra l'uno, & l'altro di sopra descritti duoi cerchij, gli ne potrai descriuere vn'altro terzo, di quella medesima grandezza, et tutti tre toccaranno quel medesimo lato, & fra loro, & volendone inscriuere quattro cerchij, tu segnarestili detti ponti.g.&.h.come se vi volesti inscriuere vn rettangolo, che la longhezza fusse sestupla alla larghezza, & con tal ordine potrai procedere in infinito.

22 ANchora in vn dato triangolo equilatero potemmo descriuere tre cerchij eguali , & li maggiori, che si possa. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero.a b c. volendo descriuere in quello li tre maggiori cerchij eguali, che capir vi possa, divideremo ciascuno delli tre angoli.a. &.b. &.c.in due parti eguali, con le tre linee.a d.b d. &.c d. & tal triangolo.a b c.sara risolto nelli tre triangoli.a b d.b d c.&.c d a.onde in ciascheduna delle tre linee.a d.b d.&.c d.segnaremo li tre ponti.f.g.h.secondo l'ordine della precedente, cioe come se in ciascuno di detti tre triangoli volessimo descriuere vno rettangolo , che la longhezza fusse doppia alla sua larghezza, & che ciascuno di quelli stesse stesolo per longo secondo ciascuna basa, & trouati li detti tre ponti.f.g.&.h.da ciascuno di quelli condurò le perpendicolari.f i.f k. g l.g m.h n. &.h o.lequai perpendicolari (per le ragioni adutte nella precedente) saranno eguali, e pero facendo centro ciascuno di detti tre ponti, & descriuendo sopra ciascheduno vn cerchio secondo la quantita di vna di dette perpendicolari, la circonferentia di ciascheduno di quelli passara per la estremita dell'altra perpendicolare toccante ciascheduno li lati del triangolo, & fra loro, come che nella figura appare, che e il proposito.

Nota che si bene considerarai quello, che habbiamo auertito sopra la precedente tu potrai descriuere nel detto triangolo equilatero sette, & piu cerchij eguali.

23 IN vno dato triangolo di duoi lati eguali potemmo descriuere tre cerchij eguali , & li maggiori, che sia possibile, non dico reposanti sopra vn medesimo lato, ma alla similitudine della precedente, & perche vorria por fine a questa materia. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.di tre lati inequali , volendo descriuere in quello tre cerchij eguali, & li maggiori, che inscriuer vi si possa, bisogna notar che volendone inscriuere solamente duoi, volendo che fussero li maggiori , bisognaria inscriuere reposanti sul lato maggior del detto triangolo, cioe sul lato.b c.& sariano li duoi maggiori, perche quello sara maggior di duoi,

che con la medesima regola fussero descritti repossanti sopra il lato mezano .a c. & quelli repossanti sopra il detto lato mezano saranno maggiori delli duoi, che fussero descritti repossanti sopra il lato menore .a b. E per tanto volendo nel detto triangolo.a b c. descriuere tre cerchij eguali, & li maggiori, che sia possibile, egli è manifesto, che non ponno esser tutti tre di quella grandezza, che sarano li duoi soli descritti sopra il lato maggior. b c. ma infallante ponno esser tutti tre eguali a quelli duoi soli, che fussero descritti sopra il lato menore.a b. vero è che descritti li duoi repossanti sopra il lato menore.a b. li loro centri (per la regola data) cascaranno sopra le due linee .a d. & .b d. che diuidono li duoi angoli .a. & .b. in due parti eguali. Il terzo cerchio eguale a ciascheduno delli detti duoi il suo centro cascara per su la linea.c d. che diuide l'angolo .c. in due parti eguali, ma volendo che tal cerchio tocchi l'uno, & l'altro delli duoi lati .a c. & .b c. non toccara nel'uno, ne l'altro delli duoi descritti repossanti sopra il detto lato menor.a b. anzi stara alquanto lontano da l'uno, & l'altro di quelli, come nella figura appare, & piu, & manco secondo la qualita, ouer differentia di detti tre lati, & perche a voler dimostrar tutte queste differentie, vi andaria da dir assai, tal che dubito, che si veneria in fastidio, si che per non esser materia molto importante, non mi voglio stendere piu oltra, mi basta assai hauerti auuertito, auertendoti anchora, che molte volte, secondo la differentia di detti tre lati del triangolo, li detti tre cerchij eguali li maggiori, che inscriuere si potessono nel detto triangolo, sariano secondo la quantita di ciascuno delli duoi descritti repossanti sul lato mezano, come saria sopra il lato.a c. e pero auertirai.

Da questi sopra notati problemi si puo comprendere, come che le scientie vano continuamente augumentando, perche dalla solutione da me trouata per risoluere quella questione a me proposta da descriuere in un triangolo equilatero un quadrato, non solamente mi fece trouar la regola generale da essequire tal effetto in ogni specie di triangolo, ma anchora da inscriuere in ciascuna specie di triangolo diuerse specie di rettangoli in diuersi modi collocati, dallequali inuentioni habbiamo poi trouato la regola generale da inscriuere in ciascuna di dette specie di triangoli duoi, ouer tre, ouer piu cerchij eguali, & li maggiori che inscriuere si possa, dallequal cose infinite altre sottilita si poria trouare, e pero voglio por fine a questa materia.

Il modo, ouer regola di saper risoluere con il compasso, & regha geometricamente li problemi del sesto libro di Euclide. Cap. XI.

1 ADue proposte rette linee potemmo trouare una media proportionale. Essempi gratia sia le due proposte rettilinee.a b. & c. volendo fra quelle trouar una linea, che gli sia media proportionale, aggiongerai alla linea.a b. la linea.b d. eguale alla.c. & sopra tutta la.a d. descriuerai il mezo cerchio.a e d. fatto questo dal ponto. b. erigerai la linea.b e. perpendicolare alla.a d. hor dico la linea. b e. esser quella che cercamo, cioe esser media proportionale fra la.a b. & .b d. & questo si verifica per la trentesimaprima del terzo, & per la prima parte del correlario della ottaua del sesto di Euclide, perche tirando dal ponto.e. una linea al.a. & un'altra al.d. l'angolo causato da quelle in ponto.e. sara retto (per la detta trentesima prima del terzo di Euclide) & la perpendicolare.e b. che si parte dal detto angolo retto in ogni triangolo rettangolo (per la prima parte del detto correlario della ottaua del sesto di Euclide) è sempre media proportionale fra le due settioni, che fa della basa, e pero la proportione della linea.a b. alla.b e. & si come della b e. alla.b d. & la.b d. fu tolta eguale alla.c. e pero seguita il proposito. Questo problema non si poria risoluere naturalmente, cioe a tastoni.

2 ADue date rette linee potemmo ritrouare una terza a quelle in continua proportionalita. Essempi gratia siano le due date rette linee.a b. & .c. volendone trouar una terza (conseguente alla.c.) in continua proportionalita, congiongerai la.a d. angolarmente con la.a b. in ponto.a. et far che la detta.a d. sia eguale alla.c. poi tira la.d b. poi produrai la.a b. fino in.e. talmente che la.b e. sia eguale alla.a d. (cioe alla.c.) & dal ponto.e. sia dutta la.e f. equidistante alla.d b. & sia ancher protratta la.a d. per fino a tanto, che la concorra con la.e f. in ponto.f. hor dico la linea.d f. esser quella, che cercamo, perche (per la seconda del sesto di Euclide) la proportione della.a b. alla.b e. e si come della.a d. alla.d f. ma della.a b. alla.b e. è si come della detta.a b. alla.a d. (per esser la.a d. eguale alla.b e.) per laqual cosa della.a b. alla.a d. e come della.a d. alla.d f. & perche la.a d. fu tolta eguale alla.c. seguita il proposito.

Ma se tu volessi, che la detta terza fusse conseguente alla. a b. tu procederesti al contrario, cioe tu poneresti la.a b. in luogo della.a d. & della.b e. & procederesti, come hai fatto. Questo non si poria naturalmente risoluere.

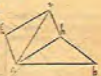
Atre

3 A Tre date rette linee potemmo trouare vna quarta proportionale. Essempi gratia siano le tre date rettelinee.a.b.c. volendo trouar vna quarta proportionale conseguente alla.c.congiongerai angolarmente le due linee.d e. & d f. & della.d e. tagliarai le due parti.d g.& g e.talmente che la.d g.sia eguale alla.a. & la.g e.alla.b. & dalla.d f.ne tagliarai la.d h.eguale alla.c.& dal ponto.e.protrarai la linea.e f.equidistante alla.g h. quala concorrera con la.d f.in ponto.f.hor dico che la.h f.e quella che si cerca, cioe la quarta proportionale alle dette tre linee.a.b.c.(per la seconda del sesto di Euclide) perche nel triangolo.d e f.a vn lato di quello, cioe al.e f.e protratta la.g h.equidistante, e pero si come della.d g. alla.g e.cosi e della.d h.alla.h f.& la.d g.fu tolta eguale alla.a.& la.g e.alla.b.& la.d h.alla.c.onde si come della.a.alla.b.cosi della.c.alla.h f.che e il proposito.

Nota che non e necessario in questo caso, che la.c.sia continua proportionale alle due.a.&.b. ma puo essere, & non essere, basta che nella conclusione, seguita che dalla.a.alla.b.sia si come dalla.c.alla.h f.come si ricerca, non si poteria questo naturalmente essequire.

4 D A vna data retta linea ne potemmo tagliare vna assignata parte. Essempi gratia sia la data linea.a b.volendo di quella tagliare vna data parte rationale, come saria a dire il terzo, congiongerai con quella angolarmente, come si voglia la linea.a c.d'indefinita quantita, dallaquale ne segarai tre equali parti, lequali siano.a d.d e.& e c.& dal ponto.c.tirarai la linea.c b.& dal ponto.d.tirarai la.d f.equidistante alla.c b.hor dico la.a f.esser quella, che si cerca, cioe la terza parte della.a b. perche la proportione della.c d.alla.d a.(per la seconda del sesto di Euclide) e si come della b f.alla.f a.per laqual cosa congiontamente della.c a.alla.d a.e si come della b a.alla.a f.concioria adonque, che la.c a.sia tripla alla.d a.seguita, che la.b a.sia tripla alla.a f.e pero la detta.a f.e la terza parte della.a b.che e il proposito, vn simil problema facilmente poteria esser risolto dal pratico naturalmente, perche a rasoni apprendo, & stringendo tante volte il compasso, che trouara sensibilmente in materia la terza parte di qual si voglia retta linea proposta, ouero qual si voglia altra parte proposta.

5 P Roposte due rette linee, vna diuisa in parti, & l'altra non diuisa. Potemmo diuidere la non diuisa al modo della diuisa, essempi gratia sia le due linee.a b.& a c.la.a b.diuisa in tre parti nelli duoi ponti.d.& e.& la.a c.non diuisa. Hor volendo diuidere la.a c.non diuisa al modo della a b.diuisa, congiongerai angolarmente le dette due linee (come di sotto si vede in ponto.a.) fatto questo tirarai la.b c.& dalli duoi ponti.d.& e.tirarai le due linee.d f.& e g.equidistanti alla.b c. hor dico le dette due equidistanti diuidere la.a b.in parti proportionali alle parti della.a b. nelli duoi ponti.f.& g.& tutto questo si dimostra sopra la 12 del sesto di Euclide, per mezo della seconda del medesimo, mediante anchora la 34 del primo, & la settima del quinto di esso Euclide. Questo problema non potra esser risolto naturalmente.

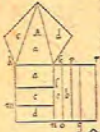


6 S Opra vna data retta linea potemmo descriuere vno rettilineo simile, & similmente posto a vno dato rettilineo. Essempi gratia sia la data linea.a b.& il dato rettilineo.c d e f g.volendo sopra la detta linea.a b.designare vno rettilineo simile, & similmente posto al dato rettilineo.c d e f g.risoluerai il detto rettilineo in triangoli, ducendo le linee.e g.& e c.& sopra il ponto.b.farai vn'angolo eguale al angolo.f.ducendo la linea.b h. & sopra il ponto a.costituirai vn'angolo eguale al angolo.f e g.dutta la linea.a h.quala s'interseccara con la.b h.in detto ponto.h.onde (per la 32 del primo di Euclide) l'angolo.h.sara eguale al angolo.e g f.e pero (per la quarta del sesto di Euclide) li detti duoi triangoli.g e f.&.h a b.saranno simili, & de lati proportionali, farai anchora in ponto.a.con la linea.h a.l'angolo.h a i.eguale al angolo.g e c.& sopra il ponto.h.farai l'angolo.a h i.eguale al angolo.e g c.dutta la linea.h i.laquale concorrera con la linea.a i.in ponto.i. onde (per le medesime ragioni dette di sopra) il triangolo.a i h.sara simile al triangolo.c e g c.similmente farai l'angolo.i a K.eguale al angolo.c e d.& similmente l'angolo.a i k.eguale al angolo.e c d.dutte le linee.a k.& i k.lequali concorreranno insieme in ponto.K.& cosi il triangolo.a i k.(per le ragioni dette) sara simile al triangolo.c d e.& tutto il rettilineo.a b h i k.(per la diffinitione delle figure simile) sara simile al dato rettilineo.c d e f g.perche gli angoli di l'uno sono eguali a gli angoli dell'altro (ciascuno al suo relatiuo) & li lati sono proportionali, per la similitudine di triangoli, che lo compongano, e pero seguita il proposito.

Nota che la data linea a b. si puo far esser relatiua a qual lato ti pare, domente che quello, che tu designerai tu lo facci esser similmente posto all'altro, cioe che l'uno, & l'altro habbia quella relatiua linea per basa.

Con questa regola si puo tirare ogni figura rettilinea granda in picciola, & vna picciola in granda. Et se per forte la data figura non fusse rettilinea, ma contenuta da linee curue, bisogna in tal caso con triangoli (da tal figura curuilinea) cauarne vna rettilinea accostandosi con detti triangoli piu vicino, che si possa alle curuita, & dapoi designar tal figura rettilinea inscritta, granda, ouer piccola, & dapoi aggiongerai per pratica quelle curuita gia lassate nella prima figura, & cosi hauerai l'intento tuo.

Li pratici naturali per tirare vna figura, che sia grande in picciola costumano a farlo con vna graticola.



7 Possiamo designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea, & a vn'altra proposta eguale. Essempi gratia siano proposte due superficie rettilinee. A. penthagona, & B. vno rettilineo di sei lati, volendo designare vna superficie simile alla a. & eguale al b. risoluerai l'una, & l'altra in triangoli, la. a. nelli triangoli. c. a. d. & la. b. nelli triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie. A. costituirai (secondo la dottrina della decimaquarta del secondo capo) vna superficie de lati equidistanti rettangola, eguale al triangolo. a. laqual sia. h l. & similmente la. l m. eguale al triangolo. c. & la. m n. eguale al triangolo. d. tal che tutta la superficie rettangola. h n. costituita sopra la. h k. sara eguale al penthagono. A. Et per il medesimo modo sopra la linea. x n. (laquale e il secondo lato di questa superficie) costituirai vna superficie rettangola eguale alla figura rettilinea. B. cioe faremo la. K o. eguale al triangolo. e. & la. o p. eguale al triangolo. b. & la. p q. eguale al triangolo. f. & la. q r. eguale al triangolo. g. onde tutta la superficie rettangola venira a esser eguale a tutto il rettilineo. B. dapoi (per la prima di questo capo) trouai la linea. s t. media proportionale, fra la linea. h k. & la x r. & sopra quella (per la precedente) costituirai la superficie. u. simile alla superficie. A. laquale dico esser quella, che cercamo, cioe simile alla data superficie. A. & eguale alla superficie. B. (come dimostra Euclide nella vigesima sesta del suo sesto libro) che e il proposito.

Nota che il penthagono. A. non e necessario, che sia equilatero, & equiangolo, ma puo essere, & non essere, perche tal problema e generale.

8 Proposta vna superficie trilatera potemmo designare sopra a qualunque data retta linea vno parallelogrammo eguale a quella, ilquale manchi a compir la linea vno parallelogrammo simile a vn'altro parallelogrammo proposto, vero e che bisogna, che la detta proposta superficie non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea, simile al proposito, & secondo l'esser suo, perche si lauoraria a l'impossibile (per la vigesimasettima del sesto di Euclide.) Essempi gratia sia l'assignata retta linea a b. & il proposito triangolo. c. & lo proposito parallelogrammo. d. volendo sopra la. a b. designare vno parallelogrammo eguale al triangolo. c. talmente che manchi a compir la linea. a b. vn parallelogrammo simile al. d. Et sia cosi conditionato, che lo triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. collocato sopra la mita della linea. a b. altramente essendo (come di sopra e stato detto) si lauoraria all'impossibile (per la detta 27 del sesto di Euclide) adunque diuiderai la linea. a b. in due parti eguali in ponto. e. & (secondo la dottrina della sesta di questo) sopra la. e b. mita di quella costituirai il parallelogrammo. e f. simile al. d. & compirai sopra tutta la linea. a b. lo parallelogrammo b g. hor perche il triangolo. c. non e maggiore del parallelogrammo. e f. ma eguale a quello, ouer menore si, come e stato detto, se'l sara a quello eguale, sara lo parallelogrammo. e g. quello che cercamo (per la 36 del primo di Euclide) aiutando con la prima parte della nota del quarto, & per la diffinitione delle superficie simili, & della 21 del detto sesto) ma s'egli e menore, sia menore in alcuna superficie, allaquale ne sia fatta vna eguale, & simile alla. d. (per la precedente) laquale supponemo, che sia la. h. e pero la. h. sara anchora simile al. e f. & sara equiangola a quello, & de lati proportionali, porrai adunque nel parallelogrammo. e f. il diametro. b k. & relegarai li lati. x f. & c. e i. della superficie. e f. alla misura di lati della superficie. h. tratte le linee. l m. & n o. equidistanti alle lati della superficie. e f. segandosi in ponto. p. talche la superficie. k p. sia eguale, & simile alla superficie h. & sara (per la 24 del sesto di Euclide) il ponto. p. nel diametro. b k. tirando adunque la o n.

lato

fino alla a g, dico che il parallelogrammo . a p . esser quello, che è stato proposto di fare, perche quel manca al compimento di tutta la linea a b. il parallelogrammo p b. il quale per la 25. & 21 del sesto di Euclide) è simile al parallelogrammo d. anchora tal parallelogrammo a p è eguale al triangolo c. (come dimostra Euclide sopra la 28 del suo sesto libro) & tal parallelogrammo . a p. manca a compire tutta la linea a b. il parallelogrammo . p b. il quale (per la 22. & 21 del sesto di Euclide) è simile al d. che è il proposito.

Quella particola, che in fine della soprascritta propositione, over problema, che dice simile al proposito, & secondo l'esser suo, vuol inferire, che sia simile al proposito, & similmente desoritto, della qual cosa nella rissolutione di tai problemi, bisogna molto avertire, altramente si poria tal volta conchiudere non rettamente il proposito, perche tal hora vn tal problema si poteria conchiudere in duoi diversi modi, & talhora per vn modo sara solubile, & per l'altro impossibile, come essempi gratia sel dato triangolo c. fusse di superficie poniamo piedi 32 superficiali, & che la data linea a b. fusse piedi 12 lineali, & lo proposito parallelogrammo d. fusse rettangolo, & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza, & volendo conchiudere il soprascritto problema, dico che descrivendo sopra la mita della data linea a b. (cioe sopra la b e.) vno parallelogrammo simile al d. & ponendo la detta linea b e. per longhezza di quello, saria impossibile di conchiudere tal problema (per la 27 propositione del sesto di Euclide) perche essendo la sua longhezza la linea b e. laquale è piedi 6. (dal presupposito) la sua larghezza bisogneria esser piedi 3. dovendo esser simile al d. onde l'aria sua verria a esser piedi 18 superficiali, laqual saria menore di quella del triangolo c. la quale è 32. (dal presupposito) ma ponendo la detta linea b e. per larghezza del detto parallelogrammo, ben si poria conchiudere tal problema, perche essendo la sua larghezza piedi 6. la sua longhezza bisogneria esser piedi 12. (dovendo esser simile al d.) onde l'aria sua verra a esser piedi 72 superficiali, laquale sara molto maggiore dell'aria del detto triangolo c. come si conviene, & conchiudendo tal problema, per li modi dati di sopra, la superficie h. vera a esser 40 (cioe longa piedi 10. & larga 4. per ilche la k l. verria a esser pur piedi 4. & k n. piedi 10. & perche la e m. è eguale alla K l. (per la 34 del primo di Euclide) seguira, che la a m. sia piedi 2. & la m p. verria a restar piedi 2. & l'aria del parallelogrammo a p. verria a esser 32, che saria eguale all'aria del detto triangolo c. si come fu proposito di fare, e pero nella rissolutione di tai problemi (volendoli conchiudere rettamente) bisogna che il parallelogrammo, che si descrive sopra la mita della linea data, non solamente sia simile al dato, ma bisogna, che sia anchora similmente posto, altramente la conclusione si poria reprobar per falsa, & massimamente quando che il dato parallelogrammo fusse di duoi lati non eguali, e pero quando che ti fusse proposto vn tal problema, bisogna che tu ti facci chiarire dal proponente, come vuole che tal parallelogrammo sia collocato, se non vuoi che si possa opponere alla tua conclusione, perche se io potessi collocarlo a vn modo, & lui dira, che lo vuole a vn'altro modo, come costumano alcuni cavillosi, che propongano alcuni casi, che si ponno intendere in duoi modi per potervi opponere sola, come si voglia, come fece a me il Cardano, & Lodovico Ferraro suo creato, che nel primo suo quesito mi proposero nella nostra publica disputa (come in altri luoghi habbiamo detto) fu questo, egli e vn triangolo, del quale vno di suoi lati è lato d'uno epagono, & il secondo lato è sottoposto a duoi lati del medesimo epagono dimostratemi, non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno fra loro tutti i tre lati di detto triangolo.)

Nel qual quesito cavillosamente, non dicono, che vogliano, che tal epagono sia equilatero, & equiangolo, con intentione se io non dava la rissolutione a tal quesito per non haversi fina hora la scientia di tal figura, come in altri luoghi habbiamo detto, loro haveriano qualche particolar modo di rissolvere tal quesito in qualche epagono non equilatero, over non equiangolo, & perche io gli diedi rissolutione a tal quesito secondo vn condicionato epagono non equiangolo, laqual mia rissolutione vista da loro, risposero che la mia rissolutione era falsa, perche volevano che il detto epagono fusse equilatero, & equiangolo, & quando andai a sua presentia a Milano fra le altre cose, che io gli dissi, gli dissi, che mi rissolvessero loro tal quesito, ma feciono orecchie sorde a tal mia proposta. Cavillosita di Hieronimo Cardano, & di Lodovico ferraro suo creato.

Siche voglio inferire, che da persone cavillose si costuma di questi tratti, e pero te ne ho voluto avertire nel sopra notato problema.

Il modo di mostrare geometricamente sel parallelogrammo e f. sia menore, over maggiore, ovvero eguale al triangolo c. & di quanto fu mostrato nella duodecima del secondo capo. Il modo poi di fare la superficie h. eguale al quadrato della detta differentia, & simile alla superficie d. si fa per la precedente propositione, over problema.

9 SOpra vna data retta linea potremo costituir vno parallelogrammo eguale a vna data superficie trilatera, il quale aggionga, ouer soprabondi al compimento della data linea vna superficie di equidistanti lati simile a vna superficie di equidistanti lati. Essempi gratia sia la data retta linea. a b. & il dato triangolo. c. & il dato parallelogrammo. d. volendo sopra la linea. a b. costituire vno parallelogrammo eguale al triangolo. c. il quale aggionga, ouero che soprabondi a tutta la linea. a b. vn parallelogrammo simile al. d. diuiderai la linea. a b. in due parti eguali in ponto. e. & sopra. e b. mita di quella, farai il parallelogrammo. e f. simile al. d. secondo il modo dato nella sesta di questo, & secondo poi la settima di questo farai il parallelogrammo. k l. del quale il diametro. e g h. simile al. d. & eguale alle 2 superficie. e f. & c. & sara (per la vigesima prima del sesto di Euclide) k l. simile al. e f. soprposta adunque la superficie. k l. alla superficie. e f. talmente, che ambedue communicano nel angolo, sara (per la 26 del sesto di Euclide) la superficie. e f. stante intorno al diametro della superficie. K l. onde il ponto. b. e nel diametro. g h. compirai adunque lo parallelogrammo. a h. il quale dico esser quello, che è stato proposto, come dimostra Euclide nella 29 del suo sesto libro, cioe che il detto parallelogrammo. a h. è eguale al triangolo. c. & tal parallelogrammo soprabonda la linea. a b. nel parallelogrammo. n m. qual è simile al. d. (per la 22. & 24. del sesto di Euclide) che è il proposito. Et con tal ordine procederesti quando che in luogo del triangolo. c. fusse posto ogn'altra sorte di figura rettilinea.

Per summar insieme il triangolo. c. con il parallelogrammo. e f. procederai secondo l'ordine dato nella nona del quinto capo, & hauerai vn quadrato eguale a tai due superficie, il qual quadrato per farne vn parallelogrammo simile al. d. procederai per la settima di questo, & per la sesta, & hauerai l'intento.

10 POtemo diuidere qualunque proposta linea terminata secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi.

Essempi gratia sia la proposta linea. a b. la quale volendola diuidere secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, & per altra via di quella, che fu mostrata sopra la seconda del quarto capo, sopra della detta linea. a b. descriue il quadrato. b c. & al lato. a c. di quello descriue (secondo la regola della precedente) lo parallelogrammo. c d. eguale al quadrato. b c. il qual parallelogrammo soprabondi al compimento della linea. a c. il parallelogrammo. a d. il quale sia simile al. b c. (cioe che sia quadrato) & sia il lato del detto parallelogrammo. c d. che è equidistante al lato. a c. il. d e. & seghi la linea. a b. in ponto. f. hor dico la linea. a b. esser diuisa in ponto. f. secondo la detta proportione hauente il mezo, & duoi estremi, perche. a d. è quadrato, per esser simile al. b c. onde il lato. a f. eguale al. f d. & lo lato. f e. e eguale ala. a b. per esser eguale al. a c. (per la 34 del primo di Euclide) & perche. c d. è eguale al. b c. leuando via communamente a l'uno, & l'altro lo rettangolo. c f. (per commune scientia) lo restante. a d. sara eguale al restante. e b. & l'angolo. f. de l'uno sara eguale al angolo. f. de l'altro, adunque (per la decima quarta del sesto di Euclide) li lati sono mutui, e per tanto del. e f. al. f d. sara si come del. a f. al. f b. & perche lo. e f. è eguale ala. a b. & lo. f d. al. a f. sara dal. a b. al. a f. si come dal. a f. al. f b. adunque (per la diffinitione) è diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, che sara il proposito.

Seguita il modo, ouer regole di saper risoluere con il compasso, & rega geometricamente varii, & diuersi problemi non posti da Euclide, & prima circa il trouar, et segar vna, ouer piu linee con diuerse conditioni. Cap. XII.

1 A Qualunque proposta retta linea potremo trouare due altre rette linee da quella continue proportionali in tal specie di proportione, che il quadrato della prima proposta sara eguale alli quadrati delle altre due.

Essempi gratia la data linea. a b. volendo trouarne due altre da quella continue proportionali in tal specie di proportione, che il quadrato della detta. a b. sia eguale alli quadrati delle altre due. Diuide la detta linea. a b. secondo la proportione hauente il mezo, et duoi estremi, onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, ouer per la seconda del quarto capo trouarai la sua maggior parte essere eguale alla. b d. & la menore alla. a d. hor dico che la b d. sara la terza linea proportionale delle dette 2. che si ha da trouare, fatto questo fra la. a b, et la. b d. truoua vna media proportionale, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del precedente capo) trouarai quella esser eguale alla. b c. & questa sara la seconda delle dette tre

continue

continue proportionali, dellequali il quadrato della prima (cioe della.a b.) dico esser eguale alli quadrati delle altre due, cioe della.b c.& della.c d. Perche egliè manifesto (per la seconda del secondo di Euclide) che il quadrato di tutta la.a b.è eguale a quelli duoi rettangoli, che saranno fatti dal dutto della medesima.a b.nelle due parti.d b.&.a d. & perche il dutto della detta.a b.nella sua menor parte.a d.e eguale al quadrato della sua maggior parte, cioe al quadrato della.b d. (quale e la terza linea delle tre continue proportionali) & il dutto della medesima linea.a b.nel l'altra sua parte (cioe nella.d b.maggiore) e eguale al quadrato della.b c. (per esser tolta media proportionale fra la.a b.&.d b.) seguita adunque il detto quadrato della linea.a b.essere eguale alli quadrati delle dette due continue proportionali, cioe delle due.b c.&.b d. che è il proposito.

Nota che da questa propositione si puo formar molte altre sottilissime questioni, dellequali per auertimento ne pongo solamente le due seguenti.

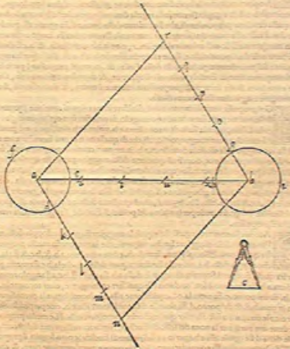
2 OGni proposta retta linea potemmo segare in tre parti continue proportionali di tal qualita, che il quadrato della maggior parte sia eguale alli quadrati delle altre due. Essempi gratia sia la detta retta linea.a b. volendo di quella farne tre parti continue proportionali, con la sopradetta conditione, pigliarai vn'altra linea longa, come ti pare (ponemo la.c d.& a questa (secondo la regola data nella precedente) trouarai le due.d e.& e f. di quella continue proportionali, che il quadrato della detta.c d.sia eguale alli quadrati delle dette due.d e.&.e f. mettare queste tre linee continuale direttamente in longo ordinatamente, come in margine vedi, & cosi tu hauerai due linee, cioe la.a b.non diuisa, & la.c f. diuisa in tre diuerse parti nelli duoi ponti.d.&.e. E per tanto diuidendo la.a b non diuisa (per la regola data nella quinta del precedente capo) al modo della diuisa, & hauerai il proposito (per la seconda del decimoquarto libro di Euclide) nelqual si approua, & dimostra ciascuna cosa, che interuenghi a vna linea diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, il medesimo interuenire a ogni altra similmente diuisa.

3 OGni proposta retta linea potemmo diuidere in tre tai parti continue proportionali, dellequai tre parti facendone vn triangolo, di necessita sara orthogonio, cioe rettangolo. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. volendola diuidere in tre parti (come è detto) cioe continue proportionali, che di quelle tai tre parti facendone vn triangolo, quel sia rettangolo, sia diuisa la detta linea.a b. in tre parti continue proportionali, secondo l'ordine dato nella precedente, cioe che il quadrato della maggior parte, sia eguale alli quadrati delle altre due parti, onde operando (come è detto) secondo la regola data nella precedente, si trouara la maggior parte esser eguale alla.a c.& la media alla.c d.& la minima alla.d b. dellequai tre parti formandone il triangolo.c e d. quel di necessita sara rettangolo, perche essendo la c e.eguale alla.a c.& la.d e. alla.d b. seguita, che il quadrato della.c e. sia eguale alli quadrati de gli altri duoi lati.c d.&.d e.onde per la vltima del primo di Euclide, l'angolo.d.sara retto, e pero seguita il proposito.

4 DAte due linee rette inequali, dellequali la maggior sia piu che doppia della menore. Potemmo della maggiore far due tai parti, che la menore sia media proportionale fra quelle parti. Essempi gratia siano le due date rette linee.a b.&.b c.& sia la.a b.piu che doppia della.b c.volendo far due tai parti della.a b. che la.b c.sia media proportionale fra queste due parti. Sopra la estremita.b. della.a b. sia posta la.b c.ad angolo retto, & sopra la detta.a b.sia descritto il semicerchio.a d b.qual sara contingente, ouer toccante la.c b. in ponto.b. & dal ponto.c. sia tirata la.c d. equidistante alla.a b. laqual segara la circonferentia del cerchio in ponto.d.& dal ponto.d.sia tirata la.d f.equidistante alla.c b. cioe perpendicolare alla a b.hor dico le due parti.a f.&.f b.esser quelle, che ricercamo, perche la.d f.e media proportionale fra le dette due parti (per la nona del sesto di Euclide, registrata nella prima del precedente capo) & la detta.d f.e eguale alla.c b. (per la 34 del primo di Euclide) e pero seguita il proposito.

5 POtemmo diuidere ogni data retta linea in quante parti eguali ne pare, & con qual si voglia apprirtura di compasso, proposta dallo auersario, il qual problema trouai insieme con molte altre simili particolarita al tempo, che giostraua con cartelli con Hieronimo Cardano medico milanese, et con Lodouico Ferraro suo creato. Et questo tal problema (quando andai a Milano per vincimar viua voce con loro la nostra publica disputa) fu da me proposto al detto Lodouico alla presentia della eccellentia del Signor Nicolo Secco, a quel tempo Capitano di giustitia in Milano, ma il detto Lodouico non lo seppe realmente risoluere, saluo con certi longhi presuppositi gia per otto mesi auanti studiati per risoluer parte delli miei 31 questi in tal materia a lor proposti, & io per gentilezza gli mostrai publicamente il modo da risoluere tal problema, laqual cosa vista, & intesa dalla eccellentia del detto

Signor Nicolo Secco (in tal facultà perfettissimo) disse queste parole. Se io non imparasse mai altro da questa vostra disputa, mi contento di questo. Hor per tornare al nostro proposito, esempi gratia sia la proposta retta linea .a b. volendola dividere ponemo in cinque parti equali, & con qual si voglia appritura di compasso proposta dallo auersario. Supponiamo che l'appritura del detto compasso proposta dall'auersario sia quanto, che è la linea .c. volendo con tal appritura dividere la detta linea .a b. nelle dette cinque parti equali, farai centri li duoi ponti a. & b. & sopra ciascheduno di quelli descriuerai vn cerchio secondo la quantità di tal appritura, delliquali l'uno sia il cerchio .d e f. & l'altro .g h i. & secondo la medesima appritura segnarai il ponto .d. lontano dal ponto .e. (doue la circonferentia sega la linea .a b.) & il medesimo farai nella circonferentia dell'altro cerchio .g h i. cioe nella circonferentia di quello segnarai il ponto .g. lontano dal ponto .h. (doue sega la linea .a b.) quanto che è l'appritura del detto compasso, per ilche se la circonferentia dal .e. al .d. come quella dal .h. al .g. sara la sesta parte della circonferentia di tutto il cerchio, e pero saranno equali fra loro, fatto questo dal ponto .a. al ponto .d. sia tirata la li-



nea .a d. & quella sia allongata in diretto tanto, che se ne possa far tante parti equali all'appritura del nostro compasso in quanto vogliamo dividere la linea .a b. lequali per esser 5. ne segnaremo le 5 parti .a d. d k. k l. l m. & m n. ciascheduna equale alla appritura del nostro compasso, similmente dal ponto .b. al ponto .g. sia tirata la linea .b g. & quella prolongata in diretto tanto, che ne potremo far le cinque parti .b g. g o. o p. p q. q r. pur equali alla detta appritura del nostro compasso, fatto questo giustarai la riga, ouer regola alli duoi ponti .q. & .d. & trouarai, che tal riga segara la data linea .a b. in ponto .t. & in tal luogo farai vn ponto, ouero vn poco di segatura, & cosi giustarai la detta riga alli duoi ponti .p. & .k. & trouarai, che tal riga segara la detta linea .a b. & in ponto .u. & tu vi segnarai pur in tal luogo vn poco di segatura, & dapoi giustarai

la detta

la detta rega alli duoi ponti.o.& l.& trouerai che la segara la detta linea.a b. in ponto.u. nelqual luogo tirarai secondo il solito vn poco di segatura, finalmente giustarai la detta rega alli duoi ponti.g.&.m. & trouerai che tal rega segara la detta linea.a b. in ponto.x. nelqual luogo tirarai la solita segatura,& cosi hauerai diuisa la detta linea.a b.nelle cinque parti.a s. s t. t u. u x. &.x b. lequai cinque parti (se sarai stato diligente nel operar manuale) trouerai sensibilmente esser equale fra loro.

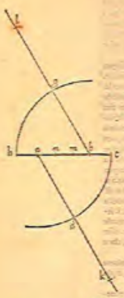
Ma volendo geometricamente dimostrare tal linea.a b.esser diuisa in cinque parti equali,bisogna ria tirare le linee rette da ponto a ponto, cioe si come che e tirata la linea dal ponto.a.al ponto.r. & dal ponto.n.al ponto.b.cosi bisognaria tirarne vna dal ponto.d. al ponto.q. & dal ponto.k. al ponto.p. & dal ponto.l. al ponto.o. & dal ponto.m. al ponto.g. lequal linee diuideranno la detta linea.a b.nelli detti ponti.s.t.u.x.in le dette cinque parti,lequal linee non le ho voluto tirare per non offuscar la resolutione, ma tirate che le hauerai saranno equidistanti tra loro, & anchora a l'una, & l'altra linea.a r.&.n b.e per tanto il parallelogrammo.a r b n.sara resolto dalla linea.a b.nelli duoi triangoli.a r b.&.a n b. onde con qual si voglia di detti duoi triangoli puoi dimostrar il proposito,hor voglio che lo dimostriamo con il triangolo.a n b.diuiso in parti,cioe essendo tirata la linea.k t.&.la.d s.chiaueremo il triangolo.a k t.la basa delquale poneremo che sia la.k t.alla quai basa sera tirata la equidistante.d s.onde (per la seconda del sesto di Euclide) la proportione della.d s.alla.s t.cosi sara la.a d.alla.d k.et perche la.a d.e equale alla.d k.anchora la.a s. sara equale alla.s t. dimostrato queste due parti esser equali arguiremo con il triangolo.a l u. & perche la.k t.sara per equidistante alla basa.l u.(per la medesima seconda del sesto di Euclide) la proportione della.a t.alla.t u.sara si come della.a k.alla.k l. & perche la.a k. e doppia alla.k l. seguita,che la.a t.sia doppia alla.t u. e pero la. t u. (per commona scientia) sara anchora lei equale alla.a s. ouer alla.s t. & con tal modo dimostrarai la.a u. esser treppia alla.u x. & cosi la.a x. esser quadruppia alla.x b.e pero le dette cinque parti.a s.s t.t u.u x. & x b.sono fra loro equali, che e il proposito.

Nota che'l non accade a descriuere integralmente li duoi cerchi.d e f.& g h i.ma basta a descriuere li duoi archi.g h.&.d e.del essagono, cioe quanto sopra tende all'appritura del compasso,et piu breue sara la resolutione.

Anchora nota non volendo far la dimostratione geometrica, bastaria a signar solamente le quattro parti.a d.d k.k l.&.l m.& similmente le quattro.b g.g o.o p.&.p q. come da se puoi considerare,perche non ti accaderia a tirare le due linee.a r.&.n b. ma si tirano per far la dimostratione.

Dapoi che hebbi mostrato al sopra narrato eccellente signor Nicolo Secco, & a Lodouico Ferraro il modo da risoluere tal problema, duoi giorni dapoi il predetto eccellente signor Nicolo Secco,me disse hauer detto di questo tal problema a vn certo grande architettore, che era in Milano, & dice che gli rispose questo esser impossibile,perche in vn simel caso,che lui daria l'appritura del compasso maggiore di quello che fosse longa la data linea, & la eccellentia del detto signor Nicolo,come persona peritissima,gli mostro che tal cautella niente gli impediua, & accio che dal mio le ne habbia notitia,si propongo la sono scritta.

6 Gni data retta linea potemmo diuider in quante parti equali ne pare,con vn'appritura di compasso maggiore della longhezza di tal linea.Essempi gratia sia la data linea.a b.& la data appritura di compasso sia quanto che e la linea.c.volendo con tal appritura diuidere la linea.a b.(poniamo in tre parti equali) procederai pur, come nella precedente,cioe farai centri li duoi ponti.a.&.b.& sopra ciascheduno descriuerai vn cerchio secondo la quantita de l'appritura del compasso, delliquali l'uno sia il cerchio.d e f.& l'altro il cerchio.g h i. vero e che non ti ho compiti li detti cerchi per le ragioni adutte nella precedente,ma solamente vna parte,dellequali l'una e la.d e.& l'altra la.g h. fatto questo allonga la linea.a b.da l'una,& l'altra banda per fin che sega la circonferentia de l'uno in ponto.h.& quella de l'altro in ponto.e.& secondo l'appritura del compasso ne segarai la parte.h g.& la parte.d e. & dal ponto.a.al ponto.d.tira la linea.a d.& quella produrai in longo,tanto che (non volendo far la dimostratione) se ne possa cauar le due parti.a d.&.d x. ciascuna equale all'appritura del nostro compasso, il medesimo farai da l'altra banda,cioe tira la linea dal ponto.b.al ponto.g.& quella produrai tanto direttamente in longo,che tu ne possi(non volendo far la geometrica dimostratione) cauare le due parti.b g.&.g l.ciascheduna equale all'appritura del nostro compasso,fatto questo giustarai la rega alli duoi ponti.x.&.g.& trouarai che tal rega segara la data linea.a b.in ponto.m.nelqual luogo farai vn ponto,ouer vn puoco di segatura,dapoi giustarai la detta rega alli altri duoi ponti.d.&.l.& trouarai che tal rega segara la detta linea. a b. nel ponto n.nelqual luogo farai vn ponto,& cosi hauerai diuisa la data linea.a b.nelle tre parti.a n.n m.&



m b.sequali (essendo tu stato diligente nel operar manuale) trouarai ser l'hi mente eguali fra loro. Ma volendo di tal operatione farne la geometrica dimostratione bisognaria hauer tanto prolongato le due linee a d. & b g. tanto che di ciascuna di quelle tu ne hauessi potuto cauare tre equali dal terzo passo, & dapoi procedere come fu fatto nella precedente, arguendo con l'uno di duoi triangoli, & conchiuderai la parte a n. esser eguale alla n m. et tutta la a m. esser doppia alla m b. che sara il proposito.

Anchora con le sole due parti a d. & d x. & le due b g. & g l. tu potrai mostrar il proposito, cioe tirando le due linee dal d. al l. & dal k. al g. onde con il triangolo a k n. di sotto tu dimostrarai secondo l'ordine della precedente, la parte a n. esser eguale alla n m. & con il triangolo. b l m. di sopra tu dimostrarai (con li medesimi argumenti) la parte b m. esser eguale alla medesima m n. onde per commune sententia, le dette tre parti a n. n m. & m b. saranno eguali, che sara il proposito.

Regole di saper geometricamente diuidere un triangolo in parti per piu vie. Cap. XIII.

1 OGni triangolo potemmo da l'uno di suoi angoli diuidere geometricamente in due, ouer piu parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. volendo tal triangolo, pogiemo dal angolo a. diuidere in due parti eguali, diuiderai il lato opposito a quel tal angolo (cioe il lato b c. in due parti eguali in ponto d. & dal detto angolo a. al detto ponto d. tira la linea retta a d. & hauerai lo intento tuo, cioe che con tal linea. a d. hauerai diuiso il detto triangolo a b c. in due parti eguali, (per la 38. del primo, ouer per la prima del sesto di Euclide) perche la basa. b d. del triangolo a b d. e eguale alla basa d c. del triangolo. a d c. e pero li detti duoi triangoli. a b d. & a d c. sono fra loro eguali, il medesimo si potria essequir da qual si voglia delli altri duoi angoli b. ouer c. diuidendo il lato a quel opposito in due parti eguali, & tirar dal angolo al ponto diuidente pur vna linea retta.

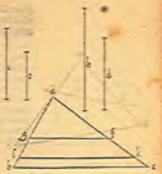
Similmente volendo diuidere in tre, ouer piu parti eguali da l'uno di suoi angoli, diuiderai il lato opposito a quel tal angolo in tante parti eguali, in quante vuoi diuidere il detto triangolo, & dal detto angolo a ciaschaduno di quelli ponti diuidenti il lato opposito, tirarai vna linea retta, & hauerai il proposito (per la detta 38. del primo di Euclide.

2 OGni proposito triangolo con vna linea equidistante alla basa potemmo diuidere in due parti eguali. Essempi sia gratia il proposito triangolo a b c. volendolo con vna linea equidistante alla basa b c. diuidere in due parti eguali, sia trouata vna linea, che il quadrato di quella sia la mita del quadrato del lato a c. onde operando (secondo la regola data nella sesta, ouer nella ottaua del terzo capo) trouarassi quella esser eguale alla d. Similmente ne sia trouata vn'altra, che il quadrato di quella sia la mita del lato a b. onde (per la detta regola) trouarassi quella esser eguale alla e. fatto questo nel lato. a c. ne signaremo la parte a f. eguale alla d. & similmente nel lato a b. ne signaremo la parte a g. eguale alla e. dapoi tiraremo la g f. laqual dico esser equidistante alla basa b c. (per la seconda parte della seconda del sesto di Euclide) & diuidere il detto triangolo a b c. in due parti eguali, perche li duoi triangoli a b c. & a g f. sono simili (come piu volte e stato detto, & dimostrato) e pero la proportione de l'uno a l'altro (per il correlario della decimanona del sesto di Euclide) e si come il quadrato del lato a c. al quadrato del lato a f. ouer del quadrato del lato a b. al quadrato del lato a g. & perche la proportione di tali quadrati e doppia, seguita il triangolo a b c. esser doppio al triangolo a f g. e pero il detto triangolo a f g. vien a esser la mita del triangolo a b c. che e il proposito.

3 OGni proposito triangolo, potemmo con due linee rette equidistanti alla basa diuidere in tre parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. volendolo con due linee rette equidistanti alla basa. b c. diuidere in tre parti eguali, sia trouata vna linea, che il quadrato di quella sia il terzo del quadrato della linea (ouer lato. a c. onde operando secondo la regola data nella nona del terzo capo) trouaremo tal linea esser eguale alla. d. & con tal ordine trouaremo anchora la linea e. che il suo quadrato sia eguale alla terza parte del quadrato della linea, ouer lato a b. & cosi del lato a c. ne signaremo la parte a f. eguale alla d. & del lato a b. la parte a g. eguale alla. e. & dal ponto g. al ponto f. tiraremo la linea. g f. hor dico (per le medesime ragioni adutte nella precedente) la linea g f. esser equidistante alla basa b c. & il

triangolo

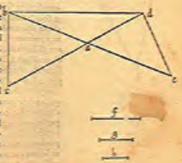
triangoletto . a g f . esser la terza parte del triangolo . a b c . fatto questo trouaremo vn'altra linea, che il quadrato di quella sia li duoi terzi del quadrato del lato . a c . onde (operando secondo la regola data nella decima del terzo capo) trouaremo quella esser eguale alla linea . h . & con il medesimo modo trouaremo anchora la linea . i . che il suo quadrato sia li duoi terzi del quadrato della linea, ouer lato . a b . & fatto questo dalla linea, ouer lato . a c . ne segaremo la parte . a k . eguale alla . h . & cosi dalla a b . ne segaremo la parte . a l . eguale alla . i . & tiraremo dal . l . al . k . la linea . l k . laqual linea . l k . (per le ragioni narrate nella precedente) sara equidistante alla basa . b c . & il triangolo . a l k . esser li duoi terzi del triangolo . a b c . & di sopra fu dimostrato il triangoletto . a g f . esser il terzo di tal triangolo . a b c . seguita adunque, che il quadrilatero g f l k . esser pur vn terzo del detto triangolo . a b c . & vn'altro terzo il quadrilatero l k b c . e pero tal triangolo . a b c . vien a esser diuiso in tre parti eguali dalle due linee g f . & l k . equidistanti alla basa . b c . che e il proposito. Et con tal ordine potrai diuidere ogni triangolo in quanti parti eguali ti pare con linee equidistanti alla basa, auertendoti che le questioni le propongo sopra il triangolo di tre lati inequali per esser piu difficultosa la sua rissolutione, ma nelli triangoli equilateri, & in quelli di duoi lati eguali non ti adduco questione alcuna, perche non dubito, che facilmente dalle medesimo senza alcun mio auiso le saprai rissoluere per mezzo della regola data sopra quello di tre lati non eguali.



20 Nchor che pensso, & credo, che meglio saprai rissoluere le simili alle due soprascritte per numeri, per esser piu facile la sua rissolutione per numeri che geometricamente per linee, nondimeno a buona cautela voglio che rissoluiamo la precedente, supponemo adunque che'l lato a b . sia 12 . misure, & il lato a c . 18 . & il . b c . 24 . per trouar li duoi ponti f k . sul lato . a c . da diuidere tal triangolo . a b c . in tre parti eguali con linee equidistanti alla . b c . quadraremo . 18 . fa 324 . ne pigliaremo il terzo, che sara 108 . & R 108 . sara a f . poi pigliaremo li duoi terzi di 324 . che sara 216 . et R 216 . sara a k . & per lo lato . a b . il quadraremo fara 144 . ne pigliaremo il terzo che sara 48 . & R 48 . sara . a g . pigliaremo anchora li duoi terzi di 144 . che sara 96 . & R 96 . sara a l . & per saper quanto sono le linee . g f . & . l k . quadraremo . b c . fara 576 . ne pigliaremo il terzo che sara 192 . & R 192 . sara . g f . & cosi R 384 . sara l k .

Di alcune speculatiue propositioni necessarie per dimostrare alcuni problemi accadenti sopra le diuisioni di triangoli.

4 El sara duoi triangoli, delliquali vn'angolo di l'uno sia eguale a vn'angolo de l'altro, la proportione di detti duoi triangoli sara composta delle proportioni di lati continenti li detti angoli eguali. Essempi gratia siano li duoi triangoli a b c . & a d e . delli quali l'angolo . a . di l'uno supponemo che sia eguale a l'angolo . a . dell'altro . Dico la proportione del triangolo . a b c . al triangolo . a d e . esser composta dalla proportione del lato . b a . al lato . a e . & di quella del lato . c a . al lato . a d . cioe che la proportione del detto triangolo . a b c . al detto triangolo . a d e . e quanto che e la summa di quelle due proportioni di detti lati, che in la pratica si geometrica, come con numeri, non vuol inferire altro, che il dutto delli duoi lati . b a . & . c a . al dutto delli duoi lati a d . & . a e . hauer quella medesima proportione, che ha il detto triangolo . a b c . al detto triangolo . a d e . & per dimostrar questo, poneria l'angolo . a . de l'uno toccante talmente l'angolo . a . dell'altro che la linea . b a . si faccia directamente vna con la linea . a e . onde (per il conuerso della decimaquinta del primo di Euclide) necessariamente la linea . c a . sara fatta vna con la linea . a d . fatto questo dal ponto . b . al ponto . d . sia tirata la linea . b d . Et perche la proportione del triangolo a b c . al triangolo . a b d . (per la prima del sesto di Euclide) e si come la proportione della basa . c a . alla basa . a d . (per esser ambiduoi sotto a vna medesima altezza, laqual e il ponto . b .) laqual proportione (per esser meglio inteso) supponemo, che la sia si, come della linea . f . alla linea . g . & perche la proportione del triangolo . a b d . al triangolo . a d e . (per la medesima prima del sesto di Euclide) e si come la basa . b a . alla . a e . (per esser ambiduoi sotto a vna medesima altezza, laqual e il ponto . d .) Laqual proportione poniamo che la sia, come della linea . g . alla linea . h . seguita adunque (per la vigesimaseconda propositione del quinto di Euclide, cioe per la equa proportionalita) che la proportione del triangolo . a b c . al triangolo a d e . esser si come la linea . f . prima alla . h . terza, & perche la proportione della . f . alla . h . (per la



quinta diffinitione del sesto di Euclide) è composta della proportione della. f. alla. g. & della. g. alla. h. lequal due proportioni sono quelle di lati, che contengono li duoi angoli eguali, e pero se guita il proposito.

5 Se vna linea retta segara qual si voglia duoi lati di vn triangolo, la proportione del detto triangolo al triangolo tagliato via da quella linea, sara eguale alla proportione del dutto delli duoi lati del primo triangolo (continenti quell'angolo commune) al dutto delli duoi lati del triangolo via tagliato, continenti il medesimo angolo. Essempi gratia sia il triangolo. a b c. del quale la linea. d e. sega li duoi latia. b. & a c. nelli duoi ponti. d. & e. dico la proportione del triangolo. a b c. al triangolo. a d e. esser si come quella del dutto del lato. a b. nel lato. a c. al dutto del lato. a d. nel lato. a e. laqual cosa (per le ragioni adutte nella precedente) è manifesto per la proportione del triangolo. a b c. al triangolo a d e. è composta della proportione del lato. a b. al lato. a d. & della proportione del lato. a c. al lato. a e. Et perche la proportione del rettangolo contenuto sotto alli detti duoi. a b. & a c. al rettangolo contenuto sotto alli detti duoi lati. a d. & a e. (per la vigesima quinta del sesto di Euclide) è composta delle due proportioni di medesimi lati, e pero (per commune scientia) la proportione di detti duoi triangoli. a b c. a d e. è simile delli detti duoi dutti, cioe del dutto della. a b. nella. a c. al dutto della. a d. nella a e. & che è il proposito.

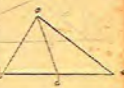
6 Se da duoi angoli d'un triangolo saranno tirate due linee alla mità del lato opposito all'uno, & all'altro di detti duoi angoli, quelle tai due linee s'interfecaranno talmente fra loro di dentro del triangolo, che la parte, che sara verso l'angolo di ciascuna di quelle sara doppia a l'altra. Essempi gratia sia il triangolo. a b c. dalli duoi angoli. a. & b. del quale alla mità (cioe al ponto medio) delli duoi lati oppositi, liquai mità, over ponti medii, l'uno è il ponto. d. & l'altro il ponto. e. siano tirate le linee. a d. & b e. lequai due linee s'interfecano in ponto. f. hor dico, che la parte a f. (che è verso l'angolo. a.) esser doppia alla f d. & similmente la parte. b f. (che è verso l'angolo. b.) esser doppia alla parte. f e. & per dimostrar questo dal ponto. a. sia tirata la. a g. equidistante alla. b c. & sia allongata la. b e. per fin che la concorri con la. a g. in ponto. g. & perche l'angolo. e. del triangolo. a g e. (per la decimaquinta del primo di Euclide) è eguale al angolo. e. del triangolo. e b c. & l'angolo. g a e. (per la vigesimanona del primo di Euclide) è eguale al angolo. c. (per esser alterni) & cosi l'angolo è eguale. e b c. (alterni) e pero li detti duoi triangoli sono fra loro simili, e per tanto egli cosi. a e. al. e c. si come. g e. al. e b. & a g. al b c. & perche. a e. è eguale al. e c. seguita che la. g e. sia eguale al. e b. & cosi il lato. a g. al. b c. Anchora il triangolo. a f g. (per le medesime ragioni) è simile al triangolo. b f d. perche l'angolo. f. di l'uno (per la detta decimaquinta del primo di Euclide) è eguale al angolo. f. dell'altro, & gli altri sono per coalterni, e per tanto si come il lato. a g. al lato. b d. cosi sara il lato. a f. al lato. f d. & perche il lato. a g. (come di sopra fu dimostrato) è eguale al. b c. e pero sara doppio al. b d. seguita adunque che anchora il lato. a f. sia doppio al lato. f d. che è la prima par del nostro proposito, per dimostrar la seconda, cioe che la parte. b f. sia doppia alla parte. f e. procederai al medesimo modo, cioe dal ponto. b. tirarai la. b h. equidistante alla. a c. & protrarai la. a d. per fino che la concorra con la. b h. in ponto. h. & cosi per le medesime ragioni adutte di sopra il triangolo. b h d. sara simile al triangolo. a d c. e pero si come è il lato. b d. al lato. d c. cosi sara il lato. h d. al. d a. & il. b h. al. c a. & perche il lato. b d. è eguale al lato. d c. seguita il lato. h d. esser eguale al. d a. & il. b h. al. a c. Et anchora per le dette ragioni di sopra adutte, li duoi triangoli. b h f. & f a e. sono simili, e pero si come è il lato. b h. al lato. a e. cosi sara il lato. b f. al lato. f e. & lo. h f. al. f a. & perche il lato. b h. (come di sopra fu dimostrato) è eguale al lato. a c. e pero sara doppio alla mità di quello, cioe al. a e. e per tanto seguita che anchora, che il lato. b f. sia doppio al lato. f e. che è la seconda parte del nostro proposito. Et che tirasse anchora dal angolo. c. vna linea nella mità, overo al ponto medio del lato a b. quella s'interfecara con qual si voglia delle altre servando il medesimo ordine, cioe che la parte, che sara verso l'angolo di ciascheduna di quelle sara doppia all'altra, e pero seguita che anchora lei necessariamente passi per lo medesimo ponto. f. Onde si manifesta anchora il contrario, cioe che se dal angolo. c. al ponto. f. sara tirata vna linea, & quella produtta directamente in

longo

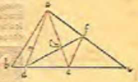
quella diuidera (di necessita) il lato.b a.in due parti equali.

Regola da saper diuidere in parti uno triangolo da un ponto dato in uno di suoi lati.

Da un ponto dato in uno di lati di un triangolo, potemmo diuider tal triangolo in due parti equali. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.nel lato.b c.delquale sia dato il ponto.d.volendo dal detto ponto.d. diuidere il detto triangolo in due parti equali, se per sorte il detto ponto.d.sara nella mita del lato.b c. (come nella prima figura appare) non vi occorre altro, che tirar dal detto ponto.d.al ponto.a.la linea.d a.laqual linea (per le ragioni adutte nella settima di questo capo) diuidera il detto triangolo in due parti equali.



Ma se tal ponto.d.non sara nella mita di tal linea, ma poniamo che sia piu appresso al ponto.b. (come nella seconda figura si vede) prima tira la linea.a d.dapoi diuide il lato.b c. in due parti equali in ponto.e.& tira la linea.a e.& dal ponto.e.tira la linea.e f.equidistante alla .a d. & dal ponto.d.al ponto.f.tira la linea.d f.laqual linea.d f.dico, che diuide il detto triangolo.a b c. in due parti equali, & per demostrar questo tira la linea.a e.laquale (per le cose dette) diuide anchor lei il detto triangolo in due parti equali, talche il triangolo.a b e.e equale al triangolo.a e c.& perche li duoi triangoletti.a g f.& d g e.sono equali (come che in fine dimostraremo) se adunque dal triangolo.a b e.ne leuaremo il triangoletto.g d e. & similmente se dal triangolo.a e c.ne leuaremo l'altro triangoletto.a g f. (per commune scientia) li duoi rimanenti saranno equali, i quali rimanenti, l'uno e il quadrilatero .a g d b.& l'altro sara il quadrilatero .f g e c. hor se a questi duoi quadrilateri gli aggiongeremo equalmente (per commune scientia) le due summe saranno anchora equale, giongēdo adunque al quadrilatero.g e f c.il triāgoletto.g e d. tal summa sara il triangolo.d f c. similmente giongendo al quadrilatero . a g d b. il triangoletto.a g f. tal summa sara il quadrilatero.d f a b.adunque il detto quadrilatero.d f a b.sara equale al triangolo.d f c.seguita adunque la detta linea.d f. hauer diuiso il detto triangolo.a b c.in due parti equali, che e il proposito.



Per dimostrare che li detti duoi triangoletti.a g f.& d g e.sono equali, egli e manifesto (per la decima quinta, & vigesima ottaua del primo di Euclide) li duoi triangoli.a g d.& e g f. esser simili, e pero la proportione del lato.d g.al lato.g f.esser si come quella del lato.a g. al lato.g e. liquali lati sono anchora lati delli duoi triangoletti.a g f.& . d g e. liquali lati in quelli vengono a essere mutui, ouer reciproci, ouer Mutichefia, perche si vede, che la proportione del lato.g d.del triangolo.d g e.al lato.g f.del triangolo.a g f.e si come quella del lato.a g. del triangolo . a g f. al lato g e.del triangolo.d g e.e l'angolo.g.dil'uno (per la decimaquinta del primo di Euclide) e equale a l'angolo.g.dell'altro, e pero (per la decimaquinta del sesto di Euclide) sono equali , e per tanto seguita il proposito. Et questo fu il primo modo da me trouato , per dimostrar le simili diuisioni, ma dapoi trouai, che per vn'altro piu breue modo si puo dimostrare, che la detta linea.d f.diuide il detto triangolo.a b c.in 2. parti equali, il qual modo e questo, li duoi triāgoli . a d f.& . a d e.sono equali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa, che e la. a d . & fra le due linee.a d.& e f.equidistanti , e per tanto aggiongendo communamente a ciaschaduno di quelli, il triangolo.a b d. (per commune scienza) li duoi resultanti saranno equali, delliquali duoi resultanti, l'uno e il triangolo.a b e.& l'altro e il quadrilatero.a f d b.& perche il triangolo.a b e.e la mita del triangolo.a b c.seguita che anchora il quadrilatero. a f d b. sia la mita del medesimo triangolo.a b c.che e il proposito. Et cosi con questi duoi modi si puo dimostrare non solamente la sopranotata conclusione, ma anchora la maggior parte di quelle, che seguitano in questa materia di diuidere le superficie in parti , come nel nostro processo intenderai, ma questo secondo e molto piu ispediente del primo, perche sempre le prime inuētioni hanno sempre del rustico, ma con tempo si vanno limando.

8 Da vn ponto dato in vno di lati di vn triangolo potemmo tagliar la terza parte di tal triangolo. Sia essempi gratia il triangolo.a b c.& nel lato.b c.di quello sia dato il ponto.d.volendo dal detto ponto.d.con vna linea retta tagliar la terza parte di tal triangolo, se per sorte il ponto.d.fusse nella terza parte della . b c. tirando vna linea dal detto ponto.d.al ponto.a. (per le ragioni adutte sopra la settima di questo capo) saria risolto il problema.

Ma se'l non e nella terza parte, ouer che sara lontano dal.b. piu , ouer meno della detta terza parte, hor poniamo, che la.b d.sia meno della terza parte , tiraremo pur si come nella precedente la linea.a d.& trouaremo la terza parte della.b c. laqual sia la.b e.& dal ponto. e. tiraremo la e.f. equidistante alla.a d.& dal ponto.d.al ponto.f.tiraremo la.d f. laqual.d f. dico che taglia la terza parte del detto triangolo.a b c.laqual terza parte veniria a esser il quadrilatero.a b d f.& il triangolo.d f c.veniria a esser li duoi terzi del detto triangolo a b c. & per dimostrar questo, tiraremo la linea.a e.& dapoi arguiremo, per qual si voglia di sopradetti duoi modi, cioe volendo arguir per il primo modo da me trouato diremo, che (per le ragioni piu volte dette) il triangolo.a e b.sara il terzo del triangolo a b c.& il triangolo.a e c.sara li duoi terzi.Et per le ragioni adutte in fine della precedente) li duoi triangoletti.a g f.&.d g e.sono eguali,& anchora (per commune scientia) egli e manifesto,che se a vna linea,ouer a vna superficie,ouer a vn corpo da vna banda, egli se ne togli qualche parte, & che quella medesima parte olta la se gli restituisca da vn'altra banda,la sua quantita sara quella medesima, ch'era per auanti, e per tanto leuando dal triangolo.a b e.il triangoletto d g e. & in luogo di quello restituirgli il triangoletto.a g f. a quello equale, senza dubbio il quadrilatero. a b d f. sara medesimamente il terzo (come prima) del detto triangolo.a b c.& (per le medesime ragioni) il triangolo.d f c. sara li duoi terzi del detto triangolo.a b c.si come che prima era il triangolo.a e c.e pero la detta linea.d f.taglia la terza parte del detto triangolo.a b c.come fu proposito di fare.

Ma volendo dimostrar la medesima conclusione per quell'altra seconda regola, diremo che li duoi triangoli.a d f.&.a d e.sono eguali (per la 37 del primo di Euclide) e pero dando communamente a ciaschedun di quelli il triangolo.a d b.(per commune scientia) il quadrilatero.a f d b. sara equale al triangolo.a e b.& perche il detto triangolo.a e b.e la terza parte del triangolo.a b c. seguita che anchora il detto quadrilatero.a f d b.sia la terza parte del medesimo,che e il proposito.

9 MA se il proponente volesse, che tal terza parte del detto triangolo.a b c. gli fusse tagliata dal detto ponto.d. ma verso l'angolo.c. si procedera per secondo la precedente, cioe tiraremo pur la linea.a d.& trouaremo la terza parte della.b c. dalla banda verso l'angolo.c.qual sia la.e c.& dal ponto.e.tiraremo la. e f. equidistante alla. a d. & dal ponto.d.al ponto.f.tiraremo la linea.d f.laqual dico,che taglia la terza parte del triangolo.a b c.dalla banda verso.c.laqual terza parte sara il triangolo.d f c.& per dimostrar questo tiraremo la linea.a e.onde (per le ragioni piu volte dette) il triangolo.a e c. sara la terza parte del detto triangolo. a b c. & il restante triangolo.a e b.sara li duoi terzi del tutto, anchora (per le ragioni adutte in fine della decimaterza) li duoi triangoli.a g f.& d g e. sono eguali, onde (per quella commune sententia adutta nella precedente) leuando dal triangolo.a e c.il triangoletto.a g f.& in luogo di quello restituirgli, l'altro triangoletto. d g e. seguira, che il triangolo. d f c. sia medesimamente il terzo del triangolo.a b c. si come che prima era il triangolo.a e c.& (per le medesime ragioni) il quadrilatero.a b d f.sara li duoi terzi del detto triangolo.a b c. che e il proposito.

Ma volendo dimostrar tal conclusione, per quel secondo modo detto nelle due precedenti, diremo che li duoi triangoli.f e a.&.f e d.esser fra loro eguali (per la 37 del primo di Euclide) onde dando communamente a ciascuno di quelli il triangolo.f e c.seguira (per commune scientia) che il triangolo.d f c.sia equale al triangolo.a e c.& perche il triangolo.a e c. e la terza parte di tutto il triangolo.a b c.seguita che anchora il triangoletto.d f c.sia la terza parte del medesimo, che e il proposito, & perche questo secondo modo di dimostrar tai diuisioni e molto piu ispediente dall'altro, e per tanto (per breuita) nelle simili occorrentie costumaremo questo solo.

10 ANchora da vn ponto dato nel lato di vn triangolo appresso a vno de gli angoli del triangolo men della terza parte di quel tal lato, potemmo con due linee rette diuidere il detto triangolo in tre parti eguali.

Essempi gratia sia il medesimo triangolo.a b c. & nel medesimo lato.b c. sia dato il ponto.d. appresso al angolo .b. men della terza parte del lato.b c.hor volendo dal detto põto.d.con due linee rette diuidere il detto triangolo.a b c.in tre parti eguali, prima secondo la regola data nella precedente ne tagliaremo la terza parte di quello dalla banda verso.c. laqual sia il triangolo. d f c. fatto questo dalla linea.a f.ne tagliaremo la parte.f g. equale alla . f c. & dal ponto.d.al ponto.g.tiraremo la linea.d g.hor dico le dette linee d f.&.d g. diuidere il detto triangolo.a b c.in tre parti eguali, perche il triangolo.d f c.essendo la terza parte (per le ragioni adutte nella precedente) del triangolo.a b c.

Seguita

Seguita (per la prima del sesto di Euclide) che il triangolo. d g f. sia eguale al detto triangolo. d f c. per esser in su base equali (lequali sono c f. & f g.) & sotto la medesima altezza del ponto. d. e pero il detto triangolo. d g f. viene a esser anchora lui la terza parte del medesimo triangolo. a b c. onde necessariamente il quadrilatero. d g a b. conuien esser l'altra terza parte del detto triangolo. a b c. e pero seguita il proposito.

Nota che se per caso dalla linea. a f. non se ne potesse segare vna parte equale alla. f c. cioe che la fusse menore di quella, saria euidente segno il detto ponto. d. esser lontano dal angolo. b. piu della terza parte del lato. b c. come da te puoi considerare.

Anchora da vn ponto dato nel lato di vn triangolo, che da l'uno, & l'altro termine di tal lato sia lontano piu di vn terzo di tal lato, potemmo diuidere il detto triangolo in tre parti equali. Essempi gratia sia il medesimo triãgolo. a b c. & nel medesimo lato b c. sia il ponto. d. lontano dal ponto. b. piu della terza parte del lato. b c. & meno di duoi terzi. Hor volendo dal detto ponto. d. diuidere il detto triangolo. a b c. in tre parti equali, tiraremo secondo il solito la linea. a d. dapoi diuideremo la linea, ouer lato. b c. in tre parti equali nelli duoi ponti. e. & g. & dalli detti duoi ponti tiraremo le due linee. e f. & g h. equidistanti alla linea. a d. & dal detto ponto. d. tiraremo le due linee. d f. & d h. lequal due linee dico diuidere il detto triangolo. a b c. in tre parti equali, l'una dellequai tre parti e il triangolo. d f b. l'altra il quadrilatero. d f a h. la terza il triangolo. d h c. & tutto questo si dimostrara secondo l'ordine della settima, & ottaua, cioe tirando dal ponto. a. due linee, cioe vna dal. a. al. e. & l'altra dal. a. al. g. & dapoi arguir (come fu fatto nella detta settima, & ottaua) lequal linee non le ho voluto tirare per non offuscar la figura.

Da vn ponto dato doue si voglia nel lato di vn triangolo, potemo diuidere il detto triangolo in quinte parti equali ne pare. Essempi gratia sia il dato triangolo. a b c. & doue ne pare nel lato. b c. sia dato il ponto. d. dico che dal detto ponto. d. potemo diuidere il detto triangolo. a b c. in quinte parti equali ne pare. hor per abbreuiar parole, & scrittura voglio, che dal detto ponto. d. diuideremo tal triangolo in cinque parti equali, dal ponto. a. (secondo il solito) tiraremo la linea. a d. & verso l'angolo piu lontano dal ponto. d. qual in questo caso saria l'angolo. c. ne taglieremo la quinta parte di tal lato. b c. laqual sia la. c e. & dal detto ponto. e. tiraremo la. e f. equidistante alla. a d. & dal detto ponto. d. tiraremo la. d f. laqual. d f. dico tagliar la quinta parte del detto triãgolo. a b c. laqual 5 parte, saria il triãgoletto. d f c. & questo potrai dimostrar per quelli medesimi modi della 4. cioe tirando dal. a. al. e. vna linea, & arguir con quelli duoi triangoletti, fatto questo dalla linea. a f. taglieremo la. f g. eguale alla. f c. & dal ponto. d. al ponto. g. tiraremo la. d g. hor dico che il triangolo. d g f. (per la prima del sesto di Euclide) e eguale al triangolo. d f c. e pero vien anchora lui a esser il quinto del nostro triangolo. a b c. & se per caso dalla restante linea. a g. ne potessimo segare vn'altra, ouer due altre, ouero tre altre parti equali alla. f c. ouero alla. f g. noi le segaressimo, & dal detto ponto. d. a ciascuno di detti ponti segati tiraressimo vna linea retta, & tante quante fussero le parti della linea. a c. equali alla. f c. tante quinte parti hauressimo tagliate dal detto triangolo. a b c. Et se per sorte le dette parti del detto lato. a c. fussero cinque, saria segno il ponto. d. esser lontano del ponto. b. meno di vna quinta parte del lato. b c. Et se per sorte fussero precisamente quattro parti equali alla. f c. saria segno il ponto. d. esser lontano precisamente la quinta parte del lato. b c. dal detto ponto. b. & cosi discorrendo, ma perche in questa positione dalla. a c. ne habbiamo potuto segare solamente le due parti. c f. & f g. & vi sopr'auanza anchora la. a g. e pero diremo, che il detto ponto. d. e lontano dal ponto. b. a quanto piu di 2 quinte parti del lato. b c. E per tanto trouaremo verso il detto põto. b. vna 5 parte del detto lato. b c. laqual sia la. b h. & dal detto põto. h. tiraremo la. h i. equidistante alla. a d. & dal ponto. d. al ponto. i. tiraremo la. d i. laqual. d i. dico che taglia la 5 parte del triangolo. a b c. laqual 5 parte saria il triangoletto. d i b. & questo potrai dimostrare secondo l'ordine dato nella 7. & 8. fatto questo dalla restante. i a. ne segaremo la. i k. eguale alla. i b. & dal nostro ponto. d. tiraremo la. d k. laquale forma il triangolo. d k i. quale (per la prima del sesto di Euclide) e eguale all'altro triangolo. d i b. per esser in su base equali, & sotto a vna medesima altezza, quale e il ponto. d. e pero il detto triangolo. d

K i. viene anchora lui a essere il quinto del nostro triangolo . a b c. Se adunque li quattro triangoli. d c f. d f g. d k i. & d i b. sono li quattro quinti del nostro triangolo. a b c. Seguita di necessita, che il restante quadrilatero. d K a g. sia la restante quinta parte di tutto il nostro triangolo. a b c. che è il proposito. Et cosi con tal regola potrai diuidere geometricamente vn dato triangolo da vn ponto dato in vno di suoi lati in quante parti eguali ti pare.

Il modo da risoluere li sopra notati problemi per numeri.

13 TVtti li sopra notati sei problemi da saper diuidere geometricamente vn triangolo in diuerse parti da vn ponto dato in vno di suoi lati, hauendo ben intesa la dimostratione della decima, & vndecima di questo capo, molto piu facilmente le sapra risoluere con numeri, per esser molto piu speculatiue tai rissolutioni geometricamente, che per numeri, ma considerando, che molti pratici non sono cosi capaci delle rissolutioni geometricamente fatte, come di quelle fatte con numeri, & quantunque in questa quinta parte, la intention mia non era di voler parlare, ne essemplificare cosa alcuna con numeri, ma il desiderio, che ho di voler satisfare ogni qualita di persone mi ha fatto, & fara alle volte mutar proposito, ma sotto breuita. Supponeremo adunque (per schiuar rotti) che il lato. b c. del triangolo della precedente sia 25 misure (ponemo passa) & il lato a c. 22. & il lato. a b. 10. & supponeremo, che il ponto. d. sia lontano dal ponto. b. 12. di quelle misure (digamo 12 passa) cioe che la. b d. sia 12 passa, & la. d c. ne sia 13. hor volendo trouar per numero quanto sono. c f. e g. g a. b i. i k. K a. Per la sopra allegata 10. & 11 di questo, tu sai che la proportione del dutto del lato. b c. nel lato a c. al dutto del. d c. nel. f c. sara si come quella del triangolo. a b c. al triangolo. d f c. qual proportione voltando, che la sia quincupla, cioe volendo che'l triangolo. d f c. sia la 5 parte del detto triangolo. a b c. multiplicaremo. b c. ch'è 25 fia a c. che è 22. fara 550. & di questo ne toremo il $\frac{1}{5}$, che fara 110. & questo partiremo per. d c. cioe per 13. ne venira $8\frac{6}{13}$, & tanto sara f c. & cosi il triangolo. d f c. sara la quinta parte del triangolo. a b c. per trouar mo li duoi quinti del detto triangolo. a b c. Vero è che quanto. c f. altro tanto saria. f g. ma voglio che lo trouiamo per la medesima regola, cioe del detto 550. pigliaremo li duoi quinti, che fara 220. & questo partiremo per per 13. ne venira $16\frac{12}{13}$, tanto sara c f. si che tutto il triangolo. d g c. sara li duoi quinti di tutto il triangolo. a b c. Hor per veder se dalla medesima banda verso. a. ne potemmo tagliarne vn'altro quinto, pigliaremo li tre quinti del sopra detto dutto della. b c. nella. a c. cioe di quel 550. che fara 330. & questo partiremo per per 13. ne venira $25\frac{5}{13}$, & tanto saria necessario, che almeno fusse longo il lato. c a. ma el nõ è saluo, che 22. e pero non e possibile a tagliar vn'altra quinta parte del detto triangolo. a b c. dalla banda verso. c. e pero bisogna, che si riuoltamo sopra il lato a b. & multiplicaremo li duoi lati. a b. & b c. l'uno fia l'altro, cioe 10. fia 25 fa 250. & di questo ne pigliaremo il quinto, che fara 50. & questo 50. lo partiremo per. b d. cioe per 12. ne venira $4\frac{1}{6}$, & tanto sara il lato. b i. & il triangolo. d i b. venira a esser per la quinta parte del detto nostro triangolo. a b c. hor per tagliarne vn'altro quinto, vero è che potessimo segnar la. i K. eguale alla. i b. ma voglio, che lo trouiamo per questa medesima regola. cioe del dutto di. a b. in. b c. ch'è 250. ne pigliaremo li duoi quinti, che fara 100. & quello partiremo per. b d. cioe per 12. ne venira $8\frac{1}{3}$, et tanto sara. b k. & tutto il triangolo. d K b. venira a esser li duoi quinti del detto nostro triangolo. a b c. & altri duoi quinti n'è tutto il triangolo. d g c. e pero seguita, che il quadrilatero. d K a g. sia l'altro quinto, che manca al compimento del tutto, & cosi haueremo distintamente trouato la. c f. esser $8\frac{6}{13}$, & la. f g. altri $8\frac{6}{13}$. & la. g a. $5\frac{1}{13}$ (cioe il compimento di tutto il lato. a c. che fu supposto esser 22) & la. b i. esser $4\frac{1}{6}$, & la. i K. altri $4\frac{1}{6}$. & la. K a. $1\frac{2}{3}$ (cioe il compimento del lato. a b.) che è stato supposto esser 10. & cosi haueremo con numeri, & linee, fatto le ricercate cinque parti eguali del detto triangolo. a b c. come fu proposto, & questo essempio voglio che ti basti per l'altre cinque passate, & per tutte le altre simili.

Regola da diuidere un triangolo in parti da un ponto dato di dentro di tal triangolo.

14 DA vno ponto dato di dentro di vno triangolo potemmo con vna linea retta passante per quello diuidere il detto triangolo in due parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo. a b c. nel quale sia dato il ponto. d. volendo diuidere il detto triangolo. a b c. in due parti eguali con vna linea retta, che passi per il detto ponto. d. prima bisogna sapere, che il dato ponto puo essere in tal luogo, che molte linee da diuerse bande condotte si potranno trouare, che passaranno per il detto ponto, & diuideranno per il detto triangolo in due parti eguali, come si propone, & questo mi è parso di auertirti, acioche tu intenda il tutto.

Hor

Hor per ritornare al nostro proposito volendo dal dato ponto .d. dividere il detto triangolo .a b c.in due parti eguali con vna linea retta passante per il detto ponto .d. tira dal detto ponto .d.la linea.d c.equidistante al lato b c.fatto questo bisogna trouare vna linea,che ducta in.d c.in quel la faccia la mita del dutto del lato.a c.nel lato.b c. laqual cosa geometricamente si faria pigliando la mita del rettangolo contenuto sotto della.a c.& della.b c. & di tal mita assettarla ad angoli retti sopra la. d a. secondo la regola data nella 13 del secondo capo, & la longhezza di tal rettangolo fara la detta linea, che ducta nella.d e.fara la mita del dutto della.a c.nella.b c.ma per far tal cosa per numeri bisogna partire la detta mita del dutto della detta a c.nella.b c per la.d e. & lo auenimento fara la quantita della ricercata linea,laqual linea alle volte puo esser menore,& alle volte maggiore del la linea,ouer lato.a c.& alle volte puo esser eguale a quella, ma secondo questa positione fara maggiore, qual linea posta sopra la.c a. giustandola in ponto.f.fara la.c f.cioe fara piu longa della.a c.per tanto quanto e la.a f.e per tanto il dutto della d e. nella.c f. fara eguale alla detta mita del dutto della.a c.nella.b c.fatto questo (volendo procedere geometricamente) bisogna desegnare sopra la.c f.vna superficie rettangola, eguale al dutto della.e c.in tutta la.c f. mancante al compimento di tutta la linea.c f.vna superficie quadrata, secondo la regola data nella ottaua del vndecimo capo,che in sostantia per numeri non vuol dir altro, che far di tutta la quantita della.c f. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia il dutto della detta e c.nella.c f.onde procedendo,& con diligenza operando,& facendo la menor parte verso.c.trouarasse la detta menor parte esser la.c g.& la maggiore esser la.g f.Hor bisogna saper essendo la detta.c g. maggiore della mita del lato a c. ouero eguale alla detta mita, tirando dal ponto.g.al ponto.d. vna linea retta, & quella protraendola direttamente in longo quella passara sopra il lato.b c.& segara il detto triangolo.a b c.in due parti eguali.

Ma se per sorte la.c g.fusse men della mita del lato.a c.ouer piu di tutto il detto lato. a c. saria impossibile di trouar alcuna linea segante li duoi lati a c.& b c.passante per il ponto.d.che dividesse il detto triangolo.a b c.in due parti eguali,& questo piu a basso si dimostrara.Ma perche in questa positione,& operatione la detta.c g. e precisamente la mita del lato.a c.tirando dal detto ponto.g. al ponto.d. vna linea retta, & quella continuata direttamente in longo, quella passara precisamente per il ponto h. e pero in tal caso (tirata la detta.g d h.) sensibilmente si vede (per la prima del sesto di Euclide) quella dividere il detto triangolo. a b c.in due parti eguali.Ma perche lo auuersario in questo caso potria dubitare, che tal linea passi cosi precisamente per il ponto.h.e pero questo chiariremo con ragioni euidenti, se tal linea non passa per il ponto.b. supponiamo per lo auuersario, che la passi (e possibil e) per il ponto.h. & perche il dutto della.c f.nella.c e.e eguale al dutto della. c g. nella. f g. le dette quattro linee sono proportionali (per la decimasesta del sesto di Euclide) e pero la proportione della. c f.alla.f g.fara si come della.c g.alla.c e. euersimente anchora la proportione della.c f.alla.g c.fara si come della.g c.alla g e.& anchora si come la.c g.alla.g e. (per la similitudine di triangoli) fara cosi la.h c.alla.d e. & il medesimo fara della.c f.alla.g c.onde (per la decimasesta del sesto di Euclide) il dutto della.h c.nella.g c.fara eguale al dutto della.d e.nella.c f.& perche il dutto della d e.nella.c f.e eguale alla mita del dutto del lato.a c. nel lato.b c.seguita che il dutto della.c g.(mita del lato.a c.)nella.c h.sia eguale alla detta mita del dutto del lato.a c.nel lato.b c.Et perche anchora il dutto della medesima.c g.(mita del lato.a c.) nel lato.b c.e medesimamente eguale alla mita del detto dutto del lato.a c. nel lato.b c.seguita di necessita,che la.c h.sia precisamente eguale al lato.b c.che e il proposito.

Le quattro linee proportionali.

c f. — alla. f g.
c g. — alla.c e.

Euersimente.

c f. — alla.g c.
g c. — alla. g e.

Et anchora per la similitudine di triangoli.

c g. — alla. g e.
h c. — alla. d e.
c f. — alla.g c.

E pero per duoi modi egli e manifesto, che la linea.g d h. divide il detto triangolo.a b c. in due parti eguali,il primo modo e per la prima del sesto di Euclide, cioe che la linea. b d g. che si parte dal angolo.b.& va alla mita del lato a c.divide tal triangolo.a b c.in due parti eguali,il secondo modo (qual e piu generale a queste specie di divisioni) e perche habbiamo dimostrato, che il dutto del lato.b c.nella.c g.e eguale alla mita del dutto del lato.b c.nel lato.a c.onde seguita che (per la duodecima di questo capo) il triangolo.b g c.sia la mita del triangolo.a b c.ch'e il proposito.

Correlario.

Dalla soprascritta argumentatione si manifesta, che se la.c g. fusse meno della mita del lato.a c. che la linea.g d.protratta direttamente in longo non segaria in luogo alcuno il lato.b c. anzi andaria

ria a segare l'altro lato.a b.e pero non poria segare la mita del detto triangolo.a b c.verso l'angolo.c.perche il dutto del lato.b c.nella.c g.(men della mita del lato.a c.) non poria arrivare alla mita del dutto di tutto il lato.a c.nel lato.b c. Ma se la detta.c g. sara piu della mita del detto lato.a c.non vi e dubbio,che la detta.g d.produtta direttamente in longo segara il detto lato.b c.& ne segara tal parte verso il.c.che il dutto di quella via la.c g.(per le ragioni di sopra adutte) sempre sara la mita del detto dutto del lato.a c.nel lato.b c.e pero sempre segara la mita del detto triangolo.a b c.come si propone.

Il modo da risolvere la soprascritta con numeri.

Le quantita di lati del triangolo.a b c.

ab. — 13

bc. — 14

ca. — 15

La quantita delle parti.

de. — $4\frac{2}{3}$

ce. — 5

cf. — $22\frac{1}{2}$

cg. — $7\frac{1}{2}$

Linee proportionali.

cf. $22\frac{1}{2}$. alla.fg.15

cg.$7\frac{1}{2}$.alla.ce.5

Evertamente.

cf.$22\frac{1}{2}$.alla.gc.$7\frac{1}{2}$

gc.$7\frac{1}{2}$.alla.ge.$2\frac{1}{2}$

Per la similitudine di triangoli.

cg.$7\frac{1}{2}$.alla.ge.$2\frac{1}{2}$.

bc.14.alla.de.$4\frac{2}{3}$.

cf.$22\frac{1}{2}$.alla.gc.$7\frac{1}{2}$.

15 MA accio che meglio sia intesa la soprascritta risolutione geometricamente fatta voglio che risolviamo anchora la medesima con applicationi di numeri, hor ponemo (per schivar rotti) che il lato.a b.(del sopra notato triangolo.a b c.)sia 13 misure, & b c.14.& a c.15.& il ponto.d.sia talmente situato,che tirando da quello la.d e.equidistante alla.b c.tal.d e.sia $4\frac{2}{3}$, & la.c e.sia 5.& il dutto di.a c.nel.b c.(cioe 15 via 14) fa 210.la mita e 105.hor partendo 105.per $4\frac{2}{3}$(cioe per.d e.)ne veniria $22\frac{1}{2}$, & tanto sara la.c f.& perche il detto.5.via $22\frac{1}{2}$(cioe di.c e.via.c f.)fara $112\frac{1}{2}$.Onde facendo della.c f.(cioe di $22\frac{1}{2}$)due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia $112\frac{1}{2}$.e per tanto operando(secondo la regola piu volte detta)si trovara la menor parte esser $7\frac{1}{2}$,& la maggiore 15.a ponto,onde segnando la menor parte verso.c.quale sia la.c g.la.c g.veniria a esser $7\frac{1}{2}$,cioe precisamente la mita del lato.a c. e per tanto(perche la detta.c g.non e meno della mita del.a c.)tirando dal detto ponto.g.al ponto.d.la linea.g d.& protraendola direttamente in longo,quella diuidera il detto triangolo.a b c.in due parti eguali(per le ragioni generali,che di sotto si dira)allongando adunque la detta.g d.(non hauendo errato nell'operar manuale)quella transira precisamente per il ponto.b.et quantunque per tal accidente siamo chiari(per la prima del sesto di Euclide) tal linea diuidere il detto triangolo.a b c.in due parti eguali,nondimeno voglio,che lo dimostriamo per l'altra regola piu generale a tai specie di diuisioni.Perche adunque il dutto della.c f.nella.c e.(cioe di $22\frac{1}{2}$ via 5) e eguale al dutto della.c g.nella.g f.(cioe di $7\frac{1}{2}$ via 15)perche l'uno,e l'altro fa $112\frac{1}{2}$. la proportione del.c f.al.f g.(cioe di $22\frac{1}{2}$ a 15)sara si come del.c g.al.c e.(cioe di $7\frac{1}{2}$.a 5.) evertimente cosi sara del.c f.al.g c.(cioe di $22\frac{1}{2}$ a $7\frac{1}{2}$)come del.g c.al.g e.(cioe da $7\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{2}$)& per la similitudine di triangoli.g b c.& g d e.quella medesima proportione,che e del.c g.al.g e.(cioe da $7\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{2}$)quella medesima sara della basa.b c.alla basa.d e.(cioe da 14 a $4\frac{2}{3}$) & perche quella medesima e anchora della.c f.alla.g c.(cioe da $22\frac{1}{2}$ a $7\frac{1}{2}$) e pero a multiplicar la prima via la quarta (cioe 14 via $7\frac{1}{2}$) fara quanto che a multiplicar la seconda via la terza (cioe $22\frac{1}{2}$ via $4\frac{2}{3}$) perche l'una,& l'altra fara 105.(cioe la mita del dutto del lato.c b.che e 14.via il lato.a c.che e 15.)che fa 210.la cui mita e 105.come e detto,e pero (per la duodecima di questo capo) il triangolo.g b c.e la mita del triangolo.a b c.che e il proposito.

Da notare.

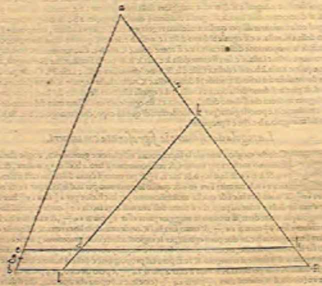
PEr avertirti del tutto bisogna notare, & avertire nel far della linea.c f.quelle due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia il dutto della.c e.nella.c f.se segnando la menor parte verso.f.& la maggiore verso.c.se per sorte il ponto di tal diuisione cascasse sopra del lato.a c.seguiria,che anchora da quel medesimo ponto tirando una linea al ponto.d.& quella protratta direttamente in longo diuiderebbe il medesimo triangolo.a b c.in due parti eguali.Essempi gratia di sopra(se ben ti aricordi)la parte menore della detta linea.c f.quale fu la.c g.fu segnata verso.c.& fu $7\frac{1}{2}$ per numero,& la maggior parte fu la.g f.& fu 15 per numero,hor dico che segnando la detta parte menore (cioe quel $7\frac{1}{2}$) dalla banda verso.f.& la parte maggiore,cioe quel 15 dalla banda verso.c.il ponto di tal diuisione veniria a cascar precisamente nel termine del lato.c a.in ponto.a.perche dal ponto.a.al ponto.f.vi e apponto $7\frac{1}{2}$(cioe quanto che e la parte menore)& dal ponto.a.al ponto.c.vie apponto 15.(cioe quanto che e la parte maggiore.) E per tanto dico in questo caso,che tirando dal ponto.a.al ponto.d.una linea retta,& producendola direttamente in longo quella diuidera il medesimo triangolo.a b c.in due parti eguali,& tutto questo si dimostra secondo l'ordine dato.E pero si manifesta,che alle volte si puo trovar duoi ponti sopra un medesimo lato d'un dato triangolo,che tirando da ciaschaduno di quelli una linea retta a quel ponto dato di dentro del triangolo,& ciaschaduna di quelle produtta direttamente in longo diuidera tal triangolo in due parti eguali.

Da notare.

ANchora bisogna notare quando che il ponto diuidente la detta linea.e f.non cascasse sopra il lato.a c.ma cascasse sopra la parte, ouer linea . a f. non si poria da quello conchiudere il proposito, e pero bisogna che la parte.e g.non solamente, che la non sia menore della mita del lato . a c. (come di sopra e stato detto) ma che anchora la non sia maggiore di tutto il lato.a c. E pero quando che per sorte ti accascasse questi duoi accidenti bisognaria negotiar di conchiudere il problema con uno de gli altri lati, cioe tirando dal detto ponto.d.la.d e.verso il lato a b per equidistante al lato.b c.ouero al lato.a c.ouero verso il lato.b c.equidistante al lato.b a.ouero al lato.a c.ouero anchora verso il medesimo lato.a c. ma equidistante al lato.a b.& dapoi procedere (come di sopra e fatto) perche il dato ponto.d.puo essere proposto in tal luogo di dentro del detto triangolo che non si pora cosi da ogni lato.del detto triangolo essequire tal problema, come da te naturalmente poi considerare, che a volerti essemplificare tutti li varij accidenti, che nella rissolutione di un tal problema poria accascare vi andaria da ragionar assai, ma per le annotationi date, & per quelle, che nelle sequenti si dara ti saranno manifesti.

6 SIa anchora il triangolo.a b c.& in quello sia dato il ponto.d.volendo diuidere il detto triangolo . a b c. in due parti eguali con una linea retta transiente per il detto ponto.d.

Prima voglio, che vediamo s'egli e possibile di trouar un'altro ponto sopra il lato a b . che tirando da quello una linea retta al dato ponto. d. & quella allongata direttamente in longo verso il lato.b c.(segante quello) diuida il detto triangolo.a b c.in due parti eguali, per certificarsi di questo dal detto ponto.d.tiraremo la linea.d e.equidistante al lato.b c.& dapoi seguiremo, secondo l'ordine della passata, cioe trouar una linea, laqual dutta nella . d e . faccia la mita del dutto del lato.a b.nel lato.b c.che geometricamente si fara (per la decimaotaua del secondo



capo) facendo sopra la linea.e d.un rettangolo eguale alla detta mita del dutto del lato . a b. nel lato.b c.& cosi la longhezza di tal rettangolo fara la ricercata linea, ma per numeri si trouara tal linea partendo la quantita della detta mita del detto dutto del lato.a b.nel lato.b c. per il me-

mero della linea. e d. & lo auenimento sara il numero della detta linea, laqual linea posta sopra il lato. a b. giustandola in ponto. b. trouaremo, che eccedera la. a b. per piu del doppio della. a b. la qual linea non l'ho voluta segnar per la longhezza sua, ma in parole la intenderemo per la. b f. Onde per seguir l'ordine bisognaria far di tal linea. b f. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra facesse il dutto della. b c. nella detta. b f. onde essequendo tal operatione realmente geometricamente si trouara la menor parte di tal linea esser quanto la. b g. & la maggiore quanto la. g f. & perche la detta. b g. è manco assai della mita del lato. a b. tal ponto. g. non poteria seruire per diuidere il detto triangolo. a b c. in due parti equali per vna linea retta tirata dal ponto. g. al ponto d. (come nella precedente fu detto) & similmente, che segnasse tal parte menore verso il ponto f. il ponto di tal diuisione non cascaria sopra il lato. a b. ma fuora di quello. Et pero egli è impossibile di poter trouare sul lato. a b. vn ponto, che da quello si possa diuidere il detto triangolo. a b c. in due parti equali, con vna linea retta tirata da quello al dato ponto. d. & allongata direttamente in longo. Et pero in tal caso a noi è necessario di essequir tal effetto sopra l'uno de gli altri lati, & questa frusta operatione ho voluto fare, accioche meglio s'intenda il tutto, nondimeno in fine si dara vn'altra regola da schiuar tai fruste operationi, cioe di saper conoscere il lato del triangolo non atto a dar il ricercato ponto.

Hor per negotiare da essequir tal problema (se possibil e) sopra il lato. a c. dal medesimo ponto. d. tiraremo la. d h. per equidistante al medesimo lato. b c. & dapoi trouaremo la sola linea, che dutta nella. d h. faccia la mita del dutto del lato. a c. nel lato. b c. onde procedendo con diligentia (secondo che di sopra è stato detto) trouaremo quella essere eguale alla. c i. (cioe sara menore del lato. a c.) dapoi bisogna far della. c i. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia il dutto della. h c. nella. c i. onde procedendo geometricamente si trouara la menor parte esser eguale alla. i k. & la. c K. la maggiore, & perche la. i K. è menore della mita del lato. a c. segnando tal menor parte verso. c. il termine suo non seruiria per diuidere il detto triangolo. a b c. in due parti equali con vna linea retta tirata da quello al ponto. d. & direttamente protratta in longo (come di sopra fu detto) e pero segnaremo la detta parte menore verso. i. laqual sia la. i K. & la maggiore verso. c. qual sara la. c K. laqual. c K. (per esser maggiore della mita del lato. a c. tirando dal detto ponto K. al dato ponto. d. la linea. k d l. quella diuidera il detto triangolo. a b c. in due parti equali, la qual cosa dimostrarassi per quella medesima regola generale di sopra adutta, cioe perche il dutto della. i K. nella. K c. è eguale al dutto della. i c. nella. h c. le dette quattro linee sono proportionali, & la proportione della. i c. alla. i k. è si come della. c k. alla. h c. Euersamente anchora la proportione della. c i. alla. K c. sara si come della. k c. alla. k h. & per la similitudine di triangoli, si come della. c k. alla. k h. cosi è della. c l. alla. d h. & il medesimo sara della. c l. alla. h c. Onde (per la decima sesta del sesto di Euclide) il dutto della. c K. nella. c l. sara eguale al dutto della. c i. nella. h d. & perche il dutto della detta. c i. nella. h d. è eguale alla mita del dutto del lato. a c. nel lato. b c. seguita anchora che il dutto della. k c. nella. c l. sia eguale alla medesima mita del dutto del lato. a c. nel lato. c b. e pero seguita (per la duodecima di questo capo) che il triangolo. k l c. sia la mita del triangolo. a b c. che è il proposito.

le quattro linee proportionali.
c i. alla. i k.
c K. alla. h c.

Euersamente
c i. alla. K c.
c K. alla. k h.

Et anchora per la similitudine di triangoli.
c k. alla. k h.
c l. alla. h d.
c i. alla. K c.

La regola da risoluere la sopra scritta con numeri.

17 ACcioche meglio s'intenda la sopra notata risolutione geometrica, voglio che la risoluiamo anchora per numeri, & cosi poneremo il lato. a b. esser 13. misure, & b c. 14. & a c. 15. & la. d h. 10. & la. c h. $1\frac{1}{4}$. Et per tanto il dutto del lato. a c. in il lato. c b. sara 210. la cui mita sara 105. & questo lo partiremo per la. d h. (cioe per 10) & ne venira $10\frac{1}{2}$, & tanto sara la. c i. & questa multiplicaremo per la. c h. cioe per $1\frac{1}{4}$ fara $13\frac{1}{8}$. hor bisogna mo far della. c i. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia $13\frac{1}{8}$. onde procedendo (per la regola piu volte detta) si trouara la maggior parte esser $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$, & tanto sara la. c k. & la menore sara $5\frac{1}{4}$ men R $14\frac{7}{16}$, & tanto sara la. i K. onde tirando la linea retta. K d l. quella diuidera il triangolo. a b c. in due parti equali (per le ragioni adutte nella precedente) ma se ne vorrai far la proua pratica, trouarai quanto sia la. l c. laqual poi trouar per piu vie, per esser il triangolo. x d h. simile al triangolo. K l c. Et pero tal proportione è della. d h. alla. c l. laqual è della. K h. alla. K c. & perche la. K h. vien a esser 4 piu R $14\frac{7}{16}$, e pero dirai, se 4 piu R $14\frac{7}{16}$ mi da 10 (cioe la. d h.) che mi dara $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$ (cioe la. c K.) opera che trouarai, che ti dara 42 men R 924. & tanto sara la detta. l c. laqual multiplicandola sia la. c k. fara 105. cioe la mita del dutto del lato. a c. nel lato. b c. e pero il triangolo. K l c. vien a esser la mita del dato triangolo. a b c. (per la duodecima di questo) che è il proposito.

Le quantita di lati
a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

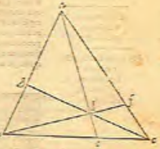
La quantita delle parti.
d h. — 10
c i. — $10\frac{1}{2}$
c h. — $1\frac{1}{4}$
c K. $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$
i K. $5\frac{1}{4}$ men R $14\frac{7}{16}$
h K. 4 piu R $14\frac{7}{16}$
l c. 42 men R 924

Alcun poria dubitare in quanto alla pratica, dicendo il triangolo. a b c. (come in piu luoghi habbiamo hiamo visto) è di superficie 84. talche la mita di 84. sarebbe 42. et tanto douerebbe esser la superficie del triangolo. k l c. & di sopra nella argumentatione fatta con numeri trouamo che il dutto delli duoi lati. a c. et. b c. fa 210. et il dutto del lato. k c. nel lato. l c. fa 105. talche questi duoi numeri. 210. & 105. sono molto maggiori delle sopradette superficie di detti duoi triangoli, delliquali vna è 84. & l'altra douería esser 42. A questo si risponde, che il dutto del lato. a c. nel lato. b c. al dutto del lato. k c. nel lato. l c. ne notifica solamente la proportione, che è dal triangolo. a b c. al triangolo. k l c. & non la quantita superficiale di tai triangoli, & perche il dutto del lato. a c. nel lato. b c. fa. 210. & il dutto del lato. k c. nel lato. b c. fa. 105. qual p esser la mita de 210. diceamo (per la duodecima di questo) che il triãgolo. k l c. è la mita del triangolo. a b c. ma per questo non diceamo che l'aria superficiale del triangolo a b c. sia. 210. ne manco diceamo che quella del triangolo. k l c. sia 105. ma ben diceamo che la proportione, che è da 210. a 105. quella medesima è de l'aria del triangolo. a b c. (laqual in questo caso saria. 84.) a l'aria del triangolo. k l c. e pero l'aria del detto triangolo. k l c. conuien esser 42.

Vn modo di saper conoscere li lati d'un triangolo, non atti a darne un ponto

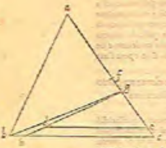
da poter diuidere il detto triangolo in due parti eguali con vna linea retta passante per quel ponto dato di dentro di tal triangolo.

12 Sia dato il triangolo. a b c. nelqual sia dato il ponto. d. volendo trouare quai lati del detto triangolo siano atti, ouer non atti a darne vn ponto, dal quale tirando da quello vna linea retta al dato ponto. d. & quella procurata direttamente in lungo, diuida il detto triangolo. a b c. in due parti eguali. Tirarai da ciaschaduno angolo del triangolo al lato a quello opposito vna linea senza colore, che transisca per il dato ponto. d. & se per caso ciaschaduna di dette linee diuidesse ciaschaduno de detti lati oppositi in due parti eguali, ciaschaduna di quelle diuidera il detto triangolo in due parti eguali (per la prima del sesto di Euclide) e pero dellaqual ti parera di quelle ti potrai seruire per risoluere tal problema, & quella tale tirarla poi apparente. Et se per sorte ne trouassi vna sola di dette linee, che facesse tal effetto, cioe che diuidesse il lato opposito in due parti eguali, con quella sola potrai risoluere il detto problema. Ma se per sorte niuna di quelle diuidera il detto suo lato opposito al angolo in due parti eguali, come nella presente figuratione appare. Sempre in tal caso seguita questo, che vn'angolo sara contenuto da due delle parti maggiori di detti lati, & vno sara contenuto da due delle parti menori. Et vno sara contenuto da vna delle parti maggiori, & da vna delle menori, (come nella presente figura si vede) che tirate le tre linee. a d e. b d f. & c d g. l'angolo. a. è contenuto da due delle parti maggiori, quali sono le. a g. & a f. & l'angolo. c. è contenuto da due delle parti menori, lequali sono le. c f. & c e. & l'angolo. b. è contenuto da vna delle parti maggiori, laqual è la. e b. & da vna delle menori, laqual è la. g b. Hor dico che li duoi lati. c a. & c b. che formano l'angolo contenuto dalle due parti menori (cioe l'angolo. c.) non sono atti a darne il detto ponto, che tirando da quello al ponto. d. vna linea retta, & quella produtta per fino a l'altro di detti duoi lati, che diuider possa il detto triangolo. a b c. in due parti eguali, cioe che non si poria trouar vn ponto sul lato. a c. & vn'altro sul lato. b c. che tirando da l'uno a l'altro vna linea retta passante per il ponto. d. che diuidesse il detto triangolo. a b c. in due parti eguali, anzi la maggior parte, che di tal triangolo. a b c. tagliar si possa, vno è il triangolo. a e c. che taglia la linea. a d e. & l'altro è il triangolo. b f c. che taglia la linea. b d f. l'uno, & l'altro di detti duoi triangoli è manco della mita del detto triangolo. a b c. (per la prima del sesto di Euclide). E pero in questo caso non accade a star a ricercar con le regole passate se tal problema si possa essequire dal lato. a c. al lato. b c. anzi bisogna ricercar di essequir tal problema verso il lato. a b. cioe con li duoi lati. a b. & b c. ouer con li duoi. a b. & a c. cioe dal ponto. d. verso il lato. a b. tirare vna linea equidistante al lato. b c. & dapoi procedere secondo le regole date, & trouarai di essequir tal problema con vna linea segante li duoi lati. a b. & b c. & transiste per il dato ponto. d. anchora dal detto ponto. d. verso qualche altro lato tu potresti tirare alle volte vna linea equidistante ad alcuno delli altri lati, & trouarai da essequire tal problema con vna linea segante tal hora li duoi lati. a b. & a c. & transiendo per il detto ponto. d. E pero sarai aduertente, che longo sarei a voler narrare ogni minimo accidente, anzi dubito di esserti venuto fin'hora in fastidio, ma il tutto ho fatto, & detto per esser tanto piu breue in quelli, che si poria dire, perche tutte dependono da questa.



19 DA vn ponto dato dentro di vno triangolo potemmo tagliar la terza parte di tal triangolo, con vna linea retta passante per il detto ponto dato.

Essempi gratia sia il triangolo. a b c. & di dētro da quello sia dato il pōto. d. hor volendo tagliare la terza parte del detto triangolo. a b c. con vna linea retta, che passi per il detto dato ponto. d. Tu dei procedere si, come nelle passate, cioe dal ponto. d. tira la. d e. equidistante al lato. b c. fatto questo troua vna linea, che il dutto della. d e. in quella faccia la terza parte del dutto del lato. a c. nel lato. b c. onde operando (si come nelle passate e stato detto) trouarai (assettandola sopra la. c a.) quella essere eguale alla. c f. dapoi (secondo il solito) farai della c f. due tai parti, che il rettangolo contenuto da quelle sia eguale al rettangolo della. c e. nella. c f. onde procedendo secōdo la sollta 28 del 6 di Euclide) trouarai la menor parte essere eguale alla. f g. & la maggiore alla g c. ma perche la. g f. e menore della terza parte del lato. a c. la non si segnira ponendola dalla banda verso. c. e pero tu gli ponerai in tal caso la maggior parte, cioe la. c g. & cosi dal detto ponto. g. al dato ponto. d. tirarai la linea. g d. & quella prolonga per fin che sega il lato. b c. in ponto. h. & cosi il triangolo. g h c. sara la terza parte del triangolo. a b c. & tutto questo dimostrarai secondo l'ordine dato nelle passate, cioe perche il dutto della. c f. nella. c e. e eguale al dutto della. c g. nella. g f. e pero (per la 14 del sesto di Euclide) la proportione della. c f. alla. g c. sara si come della. c g. alla. c e. & euersimente della. c f. alla. g e. sara si come della. g c. alla. g e. Et per la similitudine di duoi triangoli. g h c. & g d e. la proportione della. c g. alla. g e. tala sara della. h c. alla d e. & perche anchora la. c f. alla. g e. (come di sopra fu dimostrato) cosi era dalla. c e. alla. g e. E pero si come della. h c. alla. d e. cosi sara della. c f. alla. g c. e per tanto il produtto della. c g. nella h c. sara eguale al produtto della. d e. nella. c f. & gia sai che'l produtto della. d e. nella c f. e eguale alla terza parte del produtto del lato. a c. nel lato. b c. Seguita adūque il produtto della. h c. nella c g. essere eguale alla detta terza parte del produtto del lato. a c. nel lato. b c. e pero (per le ragioni adutte nella 12 di questo capo) il triangolo. g h c. esser la terza parte del triangolo. a b c. ch'e il proposito, & con tal ordine porrai tagliarne non solamente la quarta, quinta, sesta, ouero altra simil parte, ma anchora (se bene auertirai) ne porrai tagliare li duoi terzi, litre quarti, li quattro quinti, & altre parti simili, che longo sarei a volerti in tutte dar particolar essempio.



le quattro linee proportionali.
c f. alla. f g.
c g. alla. c e.

Euersimente
c f. alla. g e.
g c. alla. g e.

Per la similitudine di triangoli.
c g. alla. g e.
h c. alla. d e.
c f. alla. g e.

Il modo da risoluere la soprascritta con numeri.

20 ACcio meglio sia intesa la sopra notata risolutione forse breuita quiui la voglio di nouo replicar cō numeri. Essempi gratia sia il medesimo triangolo. a b c. & sia il lato a b. 13 misure. b c. 14. & a c. 15. & sia il medesimo ponto. d. & per schiuar rotti sia la linea. d e. 10. & la. e c. 1 $\frac{1}{7}$. Et perche il dutto del lato. a c. (che e 15) nel lato. b c. (che e 14.) fa 210. la terza parte, del quale sara 70. qual partendolo per. d e. qual e 10. ne venira 7. & tanto sara la. c f. qual multiplicata per la. c e. (laqual e 1 $\frac{1}{7}$) fa 8 $\frac{1}{7}$. onde facendo della. c f. (cioe di 7) due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia 8 $\frac{1}{7}$. procedendo (per la regola piu volte detta) si trouara la menor parte esser 3 $\frac{1}{2}$ men ℞ 9 $\frac{1}{14}$. & la maggiore 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$. & perche la menore e meno della terza parte del lato. a c. la segnaremo dalla bāda verso. f. laqual sara la. g f. dala parte maggior verso. c. laqual sara la. c g. si che la. c g. sara 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$. & la. g f. sara 3 $\frac{1}{2}$ mē ℞ 9 $\frac{1}{14}$. onde tirando la linea. g d. h. il detto triangolo. g h c. (per le ragioni di sopra adutte) sara la terza parte del triangolo. a b c. & per farne la proua praticale, o vuoi dir naturale, trouarai quāto sia la h c. & per trouarlo per esser. g c. 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$. la. g e. venira a esser 2 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$. & per essere li triangoli. g h c. & g d e. simili, tu dirai (per la regola) se 2 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$ di lato (cioe. g e.) mi da di basa 10 (cioe. d e.) che me dara 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$ di lato (cioe. g c.) opera che trouarai, che ti dara 31 $\frac{1}{3}$ mē ℞ 338 $\frac{2}{9}$, & tanto sara la basa. h c. laquale se la multiplicarai per il lato. c g. (cioe per 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$) trouarai, che (se operarai con diligentia) sara precisamente 70. cioe la terza parte del dutto del lato. a c. nel lato. b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il detto triangolo. g h c. viene a esser il terzo del dato triangolo. a b c. che e il proposito. Et con tal ordine procederai volendone pigliar il quarto, ouero il quinto, & similmente li tre quarti, li quattro quinti, li tre quinti, li duoi quinti, & ogni altra parte, ouer parti simili.

La quantita di lati del triangolo. a b c.

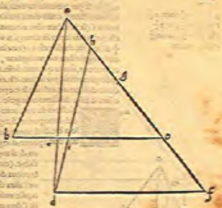
a b. —— 13
b c. —— 14
a c. —— 15

Le quantita delle parti.
d e. 10
c f. 7
c e. 1 $\frac{1}{7}$
c g. 3 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$
g f. 3 $\frac{1}{2}$ men ℞ 9 $\frac{1}{14}$
g e. 2 $\frac{1}{2}$ piu ℞ 9 $\frac{1}{14}$
h c. 31 $\frac{1}{3}$ mē ℞ 338 $\frac{2}{9}$

Regola di saper pigliar una parte di uno triangolo da uno ponto dato di fuora da quello.

21 DA vn ponto dato fuora di vno triangolo potemmo diuidere tal triangolo in due parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo.a b c.& sia di fuora di quello dato il ponto.d.volendo dal detto ponto.d.menare vna linea retta, che diuida il detto triangolo in due parti eguali. Dal detto ponto.d.al angolo.a.a lui opposito, tiraremo la linea.d e a.& se per sorte la detta linea diuidesse il lato.b c.in due parti eguali in ponto.e.cioe che.c e. fusse eguale a.b e. (come che in questa prima figuratione si vede essere accaduto) saria essolto il problema, perche tal linea.d e a.(per la prima del sesto di Euclide) diuidera il detto triangolo.a b c.in due parti eguali, come fu proposito di fare.

22 MA se per caso la linea tirata dal ponto.d.al angolo a lui opposito nō diuidesse il lato opposito a quel angolo in 2 parti eguali, come nella secōda figura.a b c.si vede, che tirando dal pōto.d.al angolo.a.la linea.d a.quella diuide il lato.b c.in due parti non eguali in ponto.e. per esser la parte.e c.maggiore della parte.b e.hor volendo in vn simil caso dal detto pōto.d.con vna linea retta tirata da quello diuidere il detto triangolo.a b c.in due parti eguali dal detto ponto.d.tira la linea.d f. equidistante alla parte maggiore.e c.& protrarai lo lato.a c.per fin che cōcorrera con quella in ponto.f.fatto questo bisogna per trouare (si come nelle passate) vna linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della.d f.sia eguale alla mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati.a c.& b c.laqual linea geometricamente si trouara (come nelle passate e stato detto) cioe costituendo sopra la.d f. (per la decimaterza del secondo capo) il detto rettangolo, onde procedendo con diligenza, secondo che nella detta decimaterza del secōdo capo si dichiara, si trouara il secōdo lato di quello esser eguale alla.c g.cioe che il dutto della.c g.nella.d f.sara eguale alla mita del detto dutto del lato.a c.nel lato.b c.hor trouata tal linea, & quella segnata dal lato.a c.verso il ponto.c.come si vede esser la.c g.bisogna poi sopra la detta.c g.costituire vn rettangolo, eguale al rettangolo contenuto sotto della.c f.& della.c g.il qual rettangolo aggionga, ouer soprabondi al compimento della linea.c g.(dalla banda verso.g.) vna superficie quadrata, laqual cosa non vuol inferire altro, che aggiongere alla.c g.vna linea verso.g.che il dutto di quella in tutto il cōposito, sia eguale al dutto della.c f.nella.c g. onde operando) secondo la regola data nella nona dell'vndecimo capo) si trouara la linea soprabondante alla detta.c g.essere eguale alla.g h. dapoi dal ponto.d.al pōto.h.sia tirata la linea.d i h.laqual dico a diuidere il detto triāgolo.a b c.in due parti eguali (come si propone) perche il rettangolo contenuto sotto delle due linee.c h.&.g h. e eguale al rettangolo contenuto sotto delle due.c f.&.c g.e pero le dette quattro linee sono proportionali, cioe si come che e la.h g.alla.c g.cosi sara la.f c.alla.c h.& congiontamente, cosi sara tutta la.c h.alla.c g.si come tutta la.f h.alla.c h. Et per la similitudine di duoi triangoli.h d f.&.h i c.la proportione del lato.h f.al lato.c h.cosi sara la basa.d f.alla basa.i c.& perche di sopra fu dimostrato, che si come che era la.f h.alla.c h.tal era la.c h.alla.c g.e seguita, che si come che e la.d f.alla.c i.tal sia la.c h.alla.c g. E pero (per la decimasesta del sesto di Euclide) il rettangolo contenuto sotto della.d f.& della.c g.sara eguale a quello contenuto sotto della.c h.& della.c i. Et perche il rettangolo contenuto sotto della.d f.& della.c g. (come fu) e eguale alla mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati.a c.&.b c.e pero seguita, che medesimamente il rettangolo contenuto sotto delli duoi lati.h c.&.c i.(del triangolo.h i c.) esser eguale alla mita del sopradetto rettangolo contenuto sotto di duoi lati.a c.&.b c.onde (per la duodecima di questo capo) il detto triangolo.h i c.vien a esser la mita del triangolo.a b c.che e il proposito.



le quattro linee proportionali.
h g.alla.c g.
f c.alla.c h.

Congiontamente.
c h.alla.c g.
f h.alla.c h.

Et per la similitudine di triangoli.h d f.&.h i c.
f h.alla.c h.
d f.alla.c i.
c h.alla.c g.

23 ACcioche meglio s'intenda la sopranotata geometrica operatione, di nuouo la voglio replicar con numeri. Supponemmo adunque che il lato.a b.del medesimo triangolo sia 13 misure (come saria a dir piedi 13) & b c.14.& a c.15.& supponemmo che il ponto.d.sia talmente situato, che tirata la linea.d f.equidistante alla.e c.& pro-

longata la a c talmente che la concorra con la detta d f. in ponto f. che la d f. sia 15. & la c f. sia 7. & perche la mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. saria 105. qual partendolo per la d f. ch'e 15. ne vien 7. & questo segnaremo nella a c. verso c. qual sia la c g. fatto questo multiplicaremo la c f. sia la c g. & perche l'una, & l'altra (per sorte) si pur 7. sara 49. hor bisogna collocare questa superficie, over rettangolo 49. sopra la linea c g. ma con condicione talmente che soprabondi alla detta linea c g. dalla banda del g. vna superficie quadrata (come e'insegnato geometricamente nella nona del precedente capo) che in numeri non vuol inferire altro, che aggiongere alla detta linea g c. vn'altra linea dalla banda verso g. di tal quantita, che il quadrato di quella, insieme con il dutto di quella medesima nella c g. facia il sopradetto 49. ouero che il dutto di detta linea aggionta in tutta la linea composta di ambedue facia per 49. laqual cosa volerla trouare bisogna per (a chi non ha Algebra) seguir la regola data nella detta nona del precedente capo, cioe piglia la mita della detta c g. che fara $3\frac{1}{2}$, quadrala fara $12\frac{1}{4}$, aggiongela a quel 49. fara $61\frac{1}{4}$, & la radice di $61\frac{1}{4}$ men la mita di 7 (cioe men $3\frac{1}{2}$) sara la detta linea da aggiongere alla detta c g. dalla banda del g. laqual sara la g h. onde che tutta la c h. veniria a esser R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$, e per tanto tirando dal ponto d. al ponto h. la linea d h. tal linea dividera il detto triangolo a b c. in due parti equali, cioe il triangoletto h i c. sara la mita del triangolo a b c. la qual cosa volendola prouare praticalmente, bisogna trouare quanto sia il lato c i. del triangolo h i c. & per trouarlo tu vedi, che li duoi triangoli h i c. & h f d. sono simili, e pero la proportione del lato h c. alla detta basa c i. e si come quella del lato h f. alla basa d f. & perche tutto lo lato h f. (se sara ben ditto trouarsi) esser R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$, & la basa d f. (come e ditto) e 15. & il lato c h. (come di sopra fu detto) e R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$. hor per trouar la basa i c. tu dirai, se R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$ di lato, mi da di basa 15 (cioe la d f.) che mi dara R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$ di lato (cioe c h.) operando secondo le regole date nel multiplicar, & partir de binomij, & residui, & quello che si venira di tal operatione, sara la quantita della c i. laqual quantita (se non hauerai errato nella tua operatione) multiplicandola per lo lato c h. cioe per R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$, fara precisamente 105. cioe la mita del dutto del lato a c. nel lato b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il detto triangoletto h i c. sara la mita del detto triangolo a b c. come si propone.

La quantita di lati del triangolo a b c.

a b.	13
b c.	14
a c.	15

La quantita delle parti.

d f. 15

f c. 7

c g. 7

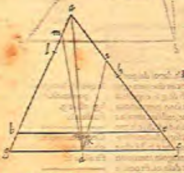
g h. R $61\frac{1}{4}$ men $3\frac{1}{2}$

c h. R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$

f h. R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$

c i. R men

24 Anchora da vn ponto dato fuora di vn triangolo, potemmo con vna linea retta dal detto ponto d. tagliare la terza parte di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo a b c. & il ponto dato fuora di quello sia d. volendo con vna linea retta condutta dal detto ponto d. tagliare la terza parte del detto triangolo a b c. tira dal detto ponto d. al angolo a la linea d e a. & se per sorte tagliasse il terzo della basa b c. (cioe che la e b. ouer la e c. fusse la terza parte della basa b c. (per la prima del sesto di Euclide) saria risolto tal problema. Ma se ne l'una, ne l'altra delle due parti, cioe la b e. ouer la e c. non fara la detta terza parte, alle volte puo occorrere, che l'una sia menore della detta terza parte, & l'altra maggiore delli duoi terzi della detta basa. Et alle volte puo accadere, che l'una, & l'altra parte sia maggiore della detta terza parte.



Hor poniamo prima che l'una, & l'altra parte sia maggiore della detta terza parte (come che nella presente positione si vede) che la parte b e. e maggiore della terza parte della b c. & il medesimo e la e c. e per tanto in vn simil caso potemmo tagliare la terza parte del detto triangolo a b c. dalla banda verso c. & anchora dalla banda verso b. hor tagliamola dalla banda verso c. & per far questo dal detto ponto d. tiraremo la d f. equidistante alla e c. & allongaremo il lato a c. per fin che quel concorra con quella in ponto f. & fatto questo procederemo alla similitudine della antiposita alla precedente, cioe trouaremo vna linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della d f. sia equale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. & tal linea la segnaremo (secondo il solito) nella a c. verso c. onde procedendo secondo la regola data nella antiposita alla precedente, trouaremo tal linea esser equale alla c h. fatto questo sopra alla c h. constituiremo vno rettangolo equale al rettangolo contenuto sotto della c f. & della c h. talmente che aggionga oltra al ponto h. vna superficie quadrata, onde procedendo secondo la regola data nella nona del precedente capo, trouaremo tal rettangolo andara a terminare in ponto i. da poi tiraremo dal ponto d. al ponto i. la linea d k i. laqual dico, che taglia la ricercata terza parte del triangolo a b c. cioe che il triangoletto i k c. e la terza parte del detto triangolo a b c. & questo si dimostra secondo l'ordine, che si dimostro la vigesimanona. Dicendo, perche il rettangolo contenuto sotto delle due

Le quattro linee proportionali.

f h. alla b e.

f c. alla c i.

Congiontamente.

f c. alla h c.

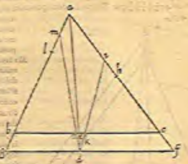
f i. alla c i.

linee

linee. i h. & c i. è eguale al rettangolo contenuto sotto alle due f c. & h c. le dette 4 linee sono proportionali, cioe la proportione della i h. alla h c. e si come quella della f c. alla c i. & congiontamente della f c. alla c h. sara si come della f i. alla c i. Et per la similitudine di duoi triangoli. i d f. & i K c. la proportione del lato. f i. al lato. c i. e si come la basa. d f. alla basa. K c. & perche si come la f i. alla c i. di sopra fu dimostrato, che cosi era la i c. alla h c. e pero si come la d f. alla K c. cosi sara la i c. alla h c. onde il rettangolo contenuto sotto della prima, & della quarta (cioe della d f. & della h c.) sara eguale a quello, che è contenuto sotto della seconda, & della terza, cioe sotto della i c. & della K c. Et perche il rettangolo contenuto sotto della. d f. & della h c. gia fu che egli e eguale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. e per tanto seguita anchora che il rettangolo contenuto sotto di i c. & i c. sia eguale alla detta terza parte del rettangolo contenuto sotto di detti duoi lati a c. & b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il triangoletto i K c. vien a esser la terza parte del triangolo. a b c. ch'è il proposito.

Et per la similitudine di triangoli. f i. alla c i. d f. alla k c. i c. alla h c.

Et se con tal ordine vorrai tagliare pur la detta terza parte del medesimo triangolo. a b c. verso l'angolo. b. tirarai dal ponto. d. la linea. d g. equidistante alla c b. & protongarai il lato. a b. per fin che concorra con quella in ponto. g. & dapoi procedere secondo il solito, cioe trouare vna linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della d g. sia eguale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a b. & b c. & tal linea trouata, che sia segnata nel la b a. verso b. onde (procedendo secondo la regola data nelle passate) si trouara quella essere eguale alla b l. & fatto questo sopra la. b l. sia costituito vno rettangolo eguale al rettangolo contenuto sotto le due linee g b. & b l. talmente che soprabondi alla linea b l. dalla banda verso l. vna superficie quadrata, onde (operando secondo la regola data nella nona del precedente capo) si trouara tal rettangolo andar a terminar nel ponto m. dapoi tirando dal ponto d. al ponto. m. la linea d n m. quella taglierà la terza parte del triangolo. a b c. cioe che il triangoletto. m n b. sara la terza parte del triangolo. a b c. & tutto questo si puo dimostrare per il medesimo ordine, che fu dimostrato dell'altro triangoletto i K c. che fara il proposito. Et cosi dal detto ponto d. veniremo hauer diuiso con due linee tutto il detto triangolo. a b c. in tre parti eguali, delle quali vna e il triangoletto i K c. l'altra è il triangoletto. m n b. l'altra necessariamente vien a esser il quadrilatero. m a i d. Et con tal regola sorta, che piu oltra mi stendo poterai da vn ponto dato fuora di vn triangolo tagliare, con vna linea retta condotta da quello, non solamente qual altra sorte parte di tal triangolo ti parera, ma anchora piu parti, come sarebbe li $\frac{2}{3}$, ouero li tre quarti, ouer li duoi quinti, ouer tre quinti, & cosi discorrendo.



Sopra questa materia mi fu proposto un quesito da Hieronimo Cardano

dico milanese, & da Lodouico ferraro suo creato. & fu il decimo quarto di 31 quesiti a me proposti, nella nostra publica disputa, il qual quesito parlaua precisamente in questa forma.

Reposito che sia vn triangolo, & vn ponto di fuori, tirarme da quel ponto vna linea, che taglia vn terzo del triangolo verso la ponta.

Questo tal quesito fu da loro mandato senza figura, cioe il triangolo, & senza il ponto, e pero tal sua propositione è sitigosa, perche il triangolo (come si sa) ha tre ponte, che sono li tre angoli di quello, e pero non specificando in figura di qual angolo, ouer ponta parli, la questione vien a restar litigosa, & colui che litigatoriamente interroga (come dice Aristotile nella seconda parte della Topica) prauamente disputa.

Nondimeno perche fra Luca ne pone vna tale, cioe da diuidere vn triangolo in due parti eguali da vn ponto dato fuora di quello, ma non fa la dimostratione di tal operatione, onde per dimostrargli, che in tal materia non era ignorante gli feci la dimostratione di quella, che fra Luca manca per non perder tempo a star a far intagliar figure da imprimere.

15 ANchora acciochè la geometrica operatione della precedente meglio sia intesa, qui al sotto breuita la voglio replicar con numeri, & sopra la medesima figura.

E per tanto supponeremo che il lato a b. del detto triangolo sia 13 misure, & il lato. b c. 14. & il lato. a c. 15. & supponeremo, che il ponto d. sia talmente situato,

La quantita di lati del triangolo. a b c.
a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

La quantita delle parti.
d f. 10
c f. $2\frac{1}{2}$
c h. 7
c i. R 29 $\frac{3}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$.

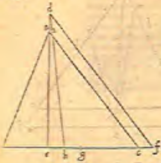
La quantita delle parti verso .b.
d g. $6\frac{1}{4}$
b g. $2\frac{1}{4}$
b i. $9\frac{1}{4}$
Im. R 45 ... men $4\frac{1}{4}$
b m. R 45 ... piu $4\frac{1}{4}$.

che la linea. d f. sia 10. c f. 2. e mezo. Et perche il rettangolo compreso sotto alli duoi lati. a c. & b c. sara 210. la terza parte del quale sarebbe 70. laqual partendola per. d f. (cioe per 10.) ne venira 7. & tanto sarebbe la. c h. & perche il dutto della. c f. nella. c h. sara 17. e mezo, onde per trouar la linea. h i. di tal qualita, che il quadrato di quella gionto con il dutto di quella medesima nella. c h. faccia $17\frac{1}{2}$. (a chi non ha li termini dell'algebra, bisogna seguir la regola data nella nona del precedente capo, cioe pigliar la mita della. c h. che sara 3. e mezo, & quadrarla fara $12\frac{1}{4}$. & a questo aggiongerai quel $17\frac{1}{2}$. fara $29\frac{3}{4}$. & la radice $29\frac{3}{4}$ men quel 3. e mezo, fara la detta linea. h i. onde tutta la. i c. veniria a essere radice $29\frac{3}{4}$. piu 3. e mezo, onde tirando poi dal ponto. d. al ponto. i. la linea. d i. quella taglira la terza parte del triangolo. a b c. verso l'angolo. c. cioe il triangoletto. d i c. sara la terza parte del triangolo. a b c. come nella precedente fu dimostrato.

Il medesimo ordine osseruarai dall'altra banda verso l'angolo. b. perche stante il primo supposito, la linea. d g. necessariamente sara $6\frac{1}{4}$. & la. b g. $2\frac{1}{4}$. il restante trouarai mo da te medesimo, che se non errarai nella operatione, trouarai la. I m. esser radice 45 ... men $4\frac{1}{4}$. & tutta la. b m. esser R 45 ... piu $4\frac{1}{4}$.

26 Et non vi resta alcuna difficulta in questa materia di saper diuidere vno triangolo in parti da vn ponto dato fuora di quello, sia il triangolo. a b c. & il ponto dato fuora di quello sia pur. d. ma sia tal ponto di sopra all'angolo. a. (come nella figura appare, hor volendo con vna linea retta menata dal detto ponto. d. tagliare vna parte (poniamo la mita) del detto triangolo. a b c.

Tirarai dal detto ponto. d. al ponto. a. la linea. d a. & quella prolongarai per fin che seghi il lato opposito. b c. in ponto. e. & se per sorte tal linea in questo caso segasse il detto lato. b c. in due parti equali sarebbe risolto il problema (per la prima del sesto di Euclide) per hauer diuiso il detto triangolo. a b c. in due parti equali, come si propone.



Ma se tal linea diuidera il detto lato. b c. in due parti non equali (come che nella presente figuratione accade) che la parte. e c. e maggiore della. e b. dal detto ponto. d. tirarai la. d f. equidistante al lato. a c. & prolongarai il lato. b c. per fin che concorra con quella in ponto. f. fatto questo procederai secondo l'ordine dato nelle passate, cioe trouarai vna linea, che il rettangolo compreso sotto di quella, & della. d f. sia equale alla mita del rettangolo compreso sotto di duoi lati. a c. & c b. & questa tal linea segnarai nella. b c. verso il ponto. c. onde (procedendo secondo la regola piu volte detta) si trouara tal linea essere equale alla. c g. fatto questo sopra la. c g. costituirai vn rettangolo, equale al rettangolo compreso sotto delle due linee. c f. & c g. talmente che tal rettangolo sopr'auanzi la detta linea. c g. verso il. g. vna superficie quadrata, onde (procedendo secondo la regola data nella nona del precedente capo) trouarai il detto rettangolo descritto con tal condicione sopra la. c g. procedere per fin al ponto. h. onde tirando dal ponto. d. al ponto. h. la linea. d i h. quella diuidera il detto triangolo. a b c. in due parti equali, cioe il triangoletto. i h c. e la mita del triangolo. a b c. & tutto questo si dimostrara secondo il medesimo ordine, che si e dimostrate le precedenti, & con questa medesima regola procederesti volendo dal detto triangolo. a b c. tagliarne il terzo, ouero il quarto, ouero qual si voglia altra parte, ouer parti.

La quantita di lati del triangolo. a b c.
a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

Le quantita accidentali.
d f. $17\frac{1}{2}$
c f. $2\frac{1}{2}$
c g. 6
h g. R 25 men 3
c h. R 25 piu 3

27 Anchor che mi para cosa superflua a replicarti questa operatione con numeri, non dimeno a tua satisfattione supponendo per li lati del triangolo. a b c. che. a b. sia tredici misure, & b c. 14. & a c. 15. & che la. d f. sia 17. e mezo, & la. c f. 2, e mezo il trouara la. c g. esser 6. & la. h g. esser radice 25 men 3. & tutta la. c h. esser radice 25 piu 3.

28 Anchora potemmo trouare vn ponto di dentro, di vno dato triangolo cosi conditionato, che tirando da quello a ciascheduno de gli angoli del triangolo, vna linea retta, diuideranno il dato triangolo in tre parti equali, talche ciascheduna di dette parti possedera vno di lati di tal triangolo.

Sia essempi gratia il triangolo. a b c. volendo trouare di dentro di tal triangolo vn ponto con la sopradetta condicione, diuideremo la basa. b c. in due parti equali in ponto. d. & tiraremo la. a d. & della detta. a d. ne segnaremo la terza parte verso la basa con il ponto. e. il qual ponto e. c questo quello, che habbiamo proposto di mostrare, perche tirando da quello le linee . e b. & . e c. quelle insieme con la . a e. ne diuidono il detto triangolo . a b c. in tre parti eguali, perche per essere la retta . a e. il doppio della retta . e d. (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo . a b e. e doppio al triangolo . b e d. & (per le medesime ragioni) il triangolo . a e c. e doppio al triangolo . e d c. Et perche li duoi triangoli . b e d. & . e d c. sono eguali (per la prima del sesto di Euclide) seguita (per commune scientia) che li duoi triangoli . a b e. & . a e c. & anchora tutto il triangolo . b e c. siano fra loro eguali, perche tutti tre li detti triangoli sono doppi alla mita del triangolo . b e c. laqual mita l'una e il triangolo . b e d. & l'altra il triangolo . e d c. che e il proposito.

Il modo, ouer regola di saper diuidere geometricamente le figure parallelogramme, cioe di lati equidistanti, & in diuersi modi. Cap. XIIII.

Le specie delle figure parallelogramme, ouer di lati equidistanti sono quattro, la prima e il quadrato, la seconda e il tetragono longo, la terza e il rhombo, ouer helmuaim, la quarta, & vltima e il rhomboide, ouer simile helmuaim. Et perche con quel modo, che si diuide vna di queste quattro specie, con quel medesimo si diuide anchora tutte le altre, e pero le questioni, che s'indura faranno generali a tutte le dette quattro specie, e per tanto cominciaremo dalle attioni piu note, & cognite.

Ogni dato parallelogrammo, ouero superficie di equidistanti lati, potemmo diuidere in due, ouer piu parti eguali. Essempi gratia sia la superficie di lati equidistanti . a b c d. volendo diuidere quella in due parti eguali, & non essendo astretto a far tal diuisione piu per vn verso, che per vn'altro, ne sotto ad alcuna conditione, tu puoi essequir tal problema in piu modi, delliquali vno e a tirare il diametro . b c. di tal figura, & harrai essequito il proposito (per la trigesimaquarta del primo di Euclide) perche il triangolo . a b c. sara eguale al triangolo . b c d.

Anchora diuidendo l'uno, & l'altro delli duoi lati . a c. & . b d. (contraposti) in due parti eguali, nelli ponti . e. & . f. & tirar la linea . e f. (come nella seconda figura appare) et haueria essequito il detto problema (per la prima del sesto, ouer per la trentesimasesta del primo di Euclide) il medesimo seguiria diuidendo l'uno, & l'altro de gli altri duoi lati . a b. & . c d. (contraposti) pur in due parti eguali, & tirare medesimamente dall'una diuisione all'altra vna linea retta, laqual cosa per essere di facile cognitione non te la essemplificaro altramente. Et cosi volendo diuidere il detto parallelogrammo . a b c d. in tre parti eguali, diuide l'uno, & l'altro delli duoi lati . a c. & . b d. in tre parti eguali (come nella terza figura appare) nelli ponti . e. f. g. h. & dapoi tirando le linee . e f. & . g h. sara risolto il problema (per la detta prima del sesto, ouero trentesimasesta del primo di Euclide) il medesimo seguiria diuidendo medesimamente l'uno, & l'altro delli duoi lati . a b. & . c d. (contraposti) pur in tre parti eguali, & tirar le medesime linee da ciascun ponto diuidente al suo contraposto, & cosi con tal regola potrai diuidere ogni figura superficiale di lati equidistanti quante parti eguali ti parera, come che da te medesimo puoi considerare.

Il modo, ouer regola di saper tagliare vna parte da vna data superficie di lati equidistanti, da vn ponto dato in vno di lati di quella, & talhora di saper diuidere quella in parti eguali.

Da vno ponto dato sopra vno di quattro lati di vna superficie di lati equidistanti, potemmo diuidere quella in due parti eguali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti . a b c d. & nel lato . c d. sia dato il ponto . e. volendo dal detto ponto . e. con vna linea retta diuidere la detta figura . a b c d. in due parti eguali. Se per caso il detto ponto . e. fusse precisamente nella mita del detto lato . c d. non vi occorreria altro, che dal detto ponto . e. tirare vna linea equidistante a l'uno, & l'altro delli duoi lati . a c. & . b d. per fino al l'altro lato opposito . a b. & saria risolto il problema (per le ragioni adutte nella precedente) ouer altramente diuidere anchora il lato . a b. pur in due parti eguali, & dal detto ponto al ponto . e. tirare vna linea retta, & seguiria il medesimo.

Ma se il detto ponto . e. non sara nel mezo del lato . c d. (come nella presente figura appare) ma sia piu propinquo al ponto.d.di quello è al ponto.b. sia diuiso il detto lato.c d.in due parti equali in ponto.f.& il medesimo far del lato a lui opposito , cioe del lato.a b.in ponto.g.& tirarai la linea.f g.& fra il ponto.g.& il ponto.a.si douera segnar il ponto.h. tanto lontano dal ponto.g. quanto che è il ponto.e.lontano dal ponto.f.& dal ponto.e. al ponto.h.tirare la linea.e h.la quale dico diuidere la detta figura.a b c d.in due parti equali,perche essendo le due linee,ouero lati.a b.& c d.equidistanti dal presupposito, li duoi angoli.i h g.& i e f. (per la vigesimanona del primo di Euclide) sono equali (per essere coalterni) similmente l'angolo.i g h. (per la medesima vigesimanona) sara equale al angolo.i f e.& li duoi angoli contraposti, che sono al.i.sono equali, e pero (per la quarta del primo di Euclide) il triangolo.i g h.& .i f e. sono equali , & perche li duoi parallelogrammi.a g f c.& g b f d.sono equali,ne de leuando dal.a g f c. il triangolo.i h g.& in luogo di quello restituendoli l'altro triangolo. i f e. (per commune scientia) il quadrilatero.a h e c.sara equale al medesimo parallelogrammo.a g c f.& (per le medesime ragioni) seguita, che medesimamente il quadrilatero . h e d b . sia equale al parallelogrammo . g f b d . e per tanto l'uno , & l'altro di duoi quadrilateri . a h c e.& . h b e d . esser la mita di tutta la figura . a b c d. e pero la detta linea . e h . diuide quella in due parti equali , come fu proposito di fare.

7 DA vn ponto dato in vno di lati di vna superficie di lati equidistanti potemmo sempre tagliare la terza parte di quella , & tal hora potemmo anchora diuidere quella in tre parti equali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti.a b c d.& nel lato.a c.sia dato il ponto.e.& se per sorte il detto ponto.e.sara nella terza parte del detto . a c.(cioe che la.a e.sia il terzo del lato.a c. (come nella prima figura accade) non solamente dal detto ponto.e.potremmo tagliare la terza parte della detta superficie.a b c d. ma anchora potremmo diuidere quella in tre parti equali,& per far questo dal detto ponto.e.tirarai la.e f.equidistante al lato.a b.& cosi (per la prima del sesto di Euclide) la superficie.a f. sara la terza parte della detta superficie.a b c d.& perche l'altra parte , cioe la superficie.e d. viene a essere li duoi terzi della medesima.a b c d.e pero tirando dal detto ponto.e.la.e d.quella diuidera la detta superficie.e d.in due parti equali, delle quai due parti, l'una sara il triangolo . e d f . & l'altra il triangolo.e c d.& cosi dal detto ponto.e. hauerai diuisa la detta superficie . a b c d . in tre parti equali, delle quali la prima e il parallelogrammo a f la seconda e il triangolo.e f d.la terza è il triangolo.e c d.che e il proposito.

Ma se il detto ponto.e.non sara nella detta terza parte del lato.a c.ouero che.a e.sara piu della detta terza parte del lato.a c.ouero che sara meno,hor ponemo primeramente, che sia meno, come che nella seconda figura appare,in tal caso per tagliar la terza parte di detta superficie.a b c d.trouaremo la terza parte del detto lato.a c.verso.a laqual sia la.a f.& similmente trouaremo la terza parte del lato.b d.verso.b.laqual sia la.b g.& tiraremo la.f g.onde (per la prima del sesto di Euclide) la superficie.a f g b.sara la terza parte della superficie.a b c d. fatto questo segnaremo il ponto.h.tanto lontano dal ponto.g.quanto che il ponto.e.e lontano dal ponto.f.& tiraremo la linea.e i h.laquale dico,che taglia la terza parte della figura.a b c d. cioe che il quadrilatero.a e h b.e la terza parte della superficie.a b c d.perche (per le ragioni adute anchora nella precedente) il triangolo.e f i.è equale al triangolo.i h g.e per tanto leuando via dalla superficie.a b f g. il triangolo.e f i. & al restante dall'altra banda restituendoli il triangolo.i h g. (per commune scientia) il quadrilatero.a e h b. sara equale alla medesima superficie.a f b g. e pero il detto quadrilatero.a e h b. sara la terza parte della superficie.a b c d. che e il proposito.

Tu poterai anchora diuidere per mita la . f g . in ponto . i . & tirare la linea . e i h . & faria il medesimo.

Ma se il detto ponto.e.fusse lontano dal ponto.a.alquanto piu della terza parte del lato.a c. (come nella terza figura appare) in tal caso da l'una, & l'altra banda dal detto põto.e.tu puoi tagliar la ricercata terza parte della superficie.a b c d.talche in questa positione tu puoi diuider la detta figura.a b c d.in tre parti equali dal detto ponto.e.& che sia il vero, diuide il lato.a c. in tre parti equali nelli ponti.f.& .h.& similmẽte il lato opposito.b d.nelli duoi ponti.g.& i.& tira le linee f g.& h i.& cosi ciascuna delle tre superficie.a g.g h.& h d.sara (per la prima del sesto di Euclide) la terza parte della data superficie.a b c d.e per tanto segnarai il ponto.m.tanto lontano dal ponto.g.quanto che è il ponto.e.lontano dal ponto.f.onde tirando la linea.e m. quella taglara la terza parte della detta superficie.a b c d.cioe che il quadrilatero.a e m b.(per le ragioni adutte nelle passate) sara equale alla superficie.a g.e pero sara la terza parte, similmente se segnarai il ponto.n.tanto lontano dal ponto.i.quanto che il ponto.e.e lontano dal ponto.h.& tirar la li-

nea

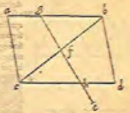
nea.e n.quella medesimamente tagliara la terza parte della medesima superficie.a b c d. cioe che il quadrilatero.e n d c.sara (per le ragioni piu volte dette) eguale alla superficie.b d. quale e la terza parte della superficie.a b c d.e pero seguita il proposito, cioe che dal detto ponto.e. habbiamo divisa la detta superficie.a b c d.in tre parti eguali, dellequali una e il quadrilatero. a e m b.l'altra e il quadrilatero.e n d c.l'altra necessariamente sara il triangolo.e m n.Et cosi senza che piu oltra mi stenda, con tal regola son certo, che da te medesimo dal medesimo ponto dato in uno di quatro lati di una superficie di lati equidistanti, saprai non solamente tagliare qual si voglia altra parte di quella, ma anchora quai si voglia parti, come saria li tre quarti, over li duoi quinti, over li tre quinti, & cosi discorrendo in infinito.

Da notare.

Nota quando che haverai inteso le divisioni di capi, & doppi capi tagliati, & similmente quella di quadrilateri in generale, non solamente saprai tagliare una parte di una superficie di lati equidistanti da un ponto dato in uno di suoi lati, ma la saprai dividere in quante parti vorrai, & in ogni positione di tal ponto, laqual cosa in questo luogo non te la posso dimostrare per le regole fin hora date.

Il modo, over regola di saper tagliare una parte di una superficie di lati equidistanti da un ponto dato fuora di quella, & tal hora saper dividere quella in parti eguali.

DA un ponto dato di fuor di una superficie di lati equidistanti, potemo divider quella in 2 parti eguali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti a b c d. & il ponto dato fuori di quella sia.e. volendo con una linea retta condutta dal ponto.e. dividerla detta superficie.a b c d.in due parti eguali, tal atto si puo essequir per due vie. La prima e questa, tira l'uno di diametri di tal figura qual ti pare, hor tiramo quello dal.b. al.c. & quello dividemolo in due parti eguali in ponto.f. & dal pōto.e.al ponto.f.tiraremo la linea.e f.& quella continuaremo per fin che sega il lato.a b.in ponto.g. hor dico la detta linea.e h f g. dividere la detta superficie.a b c d. in due parti eguali, perche l'angolo.f g b.del triangolo g f b.e eguale (per la vigesimanona del primo di Euclide) al angolo.f h c.del triangolo f h c.(per esser coalterni) & similmente l'angolo.g b f.al angolo.f c h.sara eguale, & similmente li duoi angoli, che sono al.f.(per la decimaquinta del primo di Euclide) & perche il lato.f b.e eguale al lato f c.seguita il triangolo.g f b.esser eguale al triangolo. f c h. & perche anchora li duoi triangoli.a b c.& d b c.sono fra loro eguali, & ciascun di loro e eguale (per le ragioni piu volte dette) alla mita della superficie. a b c d. e pero levando a l'uno il triangolo.g f b.& l'altro il triangolo.f h c. (per commune scientia) li duoi restanti



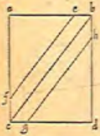
saranno eguali, quali restanti l'uno e il quadrilatero.a g f c.& l'altro e il quadrilatero. b f h d. & se al quadrilatero.a g f c.gli aggiongeremo il triangolo.f c h.& al quadrilatero.b f h d.gli aggiongeremo il triangolo.f g b.(per commune scientia) le due summe saranno anchora eguali, dellequal due summe, l'una e il quadrilatero. a g h c. & l'altra il quadrilatero.b g h d.e pero la detta superficie.a b c d.vien a esser divisa in due parti eguali dalla linea.e g. che e il proposito. La seconda via da essequir tal problema e questa. divide la detta superficie.a b c d. in due parti eguali, con una linea tirata dal ponto di mezo di l'uno di suoi lati (qual ti pare) al ponto di mezo del suo contraposito (come nella prima di questo capo ti dimostrai) hor trova il ponto di mezo del lato.c d.qual sia il ponto.f. (della seconda figura) & similmente quello del.a b.qual sia il ponto.g.onde tirando la.f g.sara divisa la detta figura a b c d.in due parti eguali dalla linea.f g.(per le ragioni adutte nella prima di questo capo) laqual linea. f g. dividela in due parti eguali in ponto.h.& fatto questo dal ponto.e.al ponto. h. tira la linea.e h. & quella va continuando per fin che sega la.a b.in ponto.i.& cosi la detta linea.e k h i.dico che divide la detta superficie.a b c d.in due parti eguali (per le medesime ragioni adutte nell'altra) perche (per le medesime ragioni) il triangolo.i h g.e simile, & eguale al triangolo.f h k. onde levando da l'uno, & l'altro di duoi parallelogrammi.a f.& b f.eguali li detti triangoli eguali, & dapoi restituendoli anchora a ciascheduno di loro dall'altra banda, cioe l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro, seguira (per commune scientia) che il quadrilatero.a i k c.sia eguale al quadrilatero.i b d k.e pero il detto parallelogrammo.a b c d.vien a esser diviso in due parti eguali dalla linea.e i.che e il proposito, & questa seconda regola (per li problemi, che in questa materia seguitano) e piu generale della prima, pure e bello, & utile a saper navicar per piu vie.

5 ANchora da un ponto dato fuora da una superficie di lati equidistanti, potemmo tagliare la terza parte di quella, & tal hora potemmo dividere quella in tre parti equali. Essempi gratia sia la superficie di lati equidistanti.a b c d.& il ponto dato fuora di quella sia.e. volendo dal detto ponto.e. tagliare la terza parte della detta superficie a b c d. divideremo lo lato.c d.in tre parti equali, nelli ponti.f.& g. & similmente il lato opposito.a b.nelli ponti.h.& i.& tiraremo le linee.f h.& g i.onde (per le ragioni piu volte dette) ciascheduna delle tre superficie.a f.f i.& i d. sara la terza parte della nostra superficie.a b c d. hor per tagliare la terza parte di quella, divideremo la.f h.in due parti equali in ponto.K.& dal ponto.e.al ponto.k.tiraremo la linea.e K.& quella prolongaremo per fin che sega lo lato.a b.in ponto.m. & cosi la detta linea.e o K m taglLiara la ricercata terza parte della detta superficie.a b c d. perche (per le ragioni piu volte allegate) il triangolo.K h m.e simile,& equale al triangolo.K o f.e pero levando, over togliendo il triangolo.k f o. dalla superficie.a f. & al restante dandogli il triangolo.K h m,la summa sara anchora equale alla detta superficie.a f. la qual summa verra a esser il quadrilatero.a m o c.e per tanto il detto quadrilatero a m o c.(per essere equale alla superficie.a f.) sara la terza parte del nostro parallelogrammo.a b c d. che e il proposito.

Anchora dividendo la linea.g i.in due parti equali in ponto.l. & tirado dal detto ponto.e.al ponto.l.la linea.e l. & quella prolongandola direttamente in longo, se per sorte segara la linea.i b.(come che in questa positione accade) in ponto.n.la detta linea.e p l n. segara medesimamente la terza parte della detta superficie.a b c d. dalla banda verso il lato.b d.perche il quadrilatero.p n b d.(per le medesime ragioni allegate nell'altra divisione) sara equale alla superficie.i d. e pero sara medesimamente la terza parte della detta superficie.a b c d.talche in questa positione, dal detto ponto.e. haveremo divisa la detta superficie.a b c d.in tre parti equali, delle quali una e il quadrilatero.a m o c.l'altra e il quadrilatero.p n b d.la terza necessariamente sara il quadrilatero.o p m n.che e il proposito.

Ma se per sorte la linea.e l.segara la linea.c f.cioe che il ponto.p.cascasse nella linea.c f.in tal caso (per questa regola) non seguiria il secondo proposito, perche tal linea.e l.prolongata in diretto non segaria la linea.i b.anzi segaria il lato.b d.& di questo te ne ho voluto avertire. Et cosi con questa regola data, non solamente in ogni positione dal dato ponto.e.di fuora di tal superficie di lati equidistanti, poterai tagliare qual si voglia altra parte di quella, & alle volte si potra dividere in piu parti equali.

6 ANchora potemmo dividere ogni data superficie di lati equidistanti, con due linee rette tirate equidistantemente al diametro di quella in tre parti equali. Sia la data superficie di lati equidistanti.a b c d.& in quella sia tirato il diametro.b c. Hor volendo dividere tal superficie in tre parti equali con due linee rette tirate equidistantemente al diametro.b c.tal atto, overo attione essequirai secondo la regola data nella terza del decimoterzo capo, cioe taglierai li duoi terzi di ciascheduno di duoi triangoli.a b c.&.b c d. verso l'angolo.a.& l'angolo.d.con due linee equidistanti alla basa.b c.& haverai il proposito.



Ma perche forsi ti haverai scordata tal regola, te la voglio di nuovo replicar in questo luogo. Truova una linea, che il quadrato di quella sia li duoi terzi del quadrato del lato.a b.over.c d.onde operando diligentemente secondo la regola data nella decima del terzo capo, trovarai tal linea essere equale alla.a e.& dal ponto.e.tirarai la.e f.equidistante al diametro.b c.& cosi il triangolo.a e f.sara li duoi terzi del triangolo.a b c.onde vien a esser il terzo di tutta la superficie.a b c d. vero e che tu poterai anchora trovar un'altra linea, che il qdadrato di quella fusse li duoi terzi del quadrato del lato.a c.onde operando per la detta regola data nella detta decima del terzo capo, si trovara medesimamente quella esser equale alla.a f.& tirando poi la linea.e f.seguira il medesimo, fatto questo dal lato.d c.ne segarai la.d g.equale alla.a e.& dal lato.d b.ne segarai la.d h.equale alla.a f.& dapoi tirarai la.g h.onde il triangolo.g d h. per le medesime ragioni sara li duoi terzi del triangolo.d b c.e per tanto venira a essere il terzo di tutta la superficie.a b c d.onde seguita necessariamente li duoi quadrilateri.e f b c.&.b c g h.che sono intorno al diametro.b c.gionti insieme esser per il terzo di tutta la detta superficie.a b c d.e per tanto tal superficie vien a esser divisa in tre parti equali dalle due linee.e f.& g h.che e il proposito.

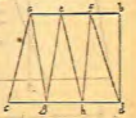
Et cosi per non abondar in parole,& scrittura, volendo dividere tal superficie al medesimo modo in quattro parti equali con tre linee rette equidistanti, l'una di quelle saria il diametro.b c.& quello la dividera prima in due parti equali, che sariano li duoi triangoli.a b c.&.b c d.onde dividendo ciascheduno di detti duoi triangoli in due parti equali, con una linea equidistante alla sua basa b e. (secondo la regola data nella seconda del decimoterzo capo) & haverai il proposito, & con tal ordine senza che piu oltra m'istenda, non dubito, che da te medesimo saperai come governarti volendola diuidere per tal verso in quante parti eguali ti parera.

Il modo, over regola di saper diuidere geometricamente in parti le figure dette capi tagliati, & doppi capi tagliati. Cap. XV.

Anchora che le specie di capi tagliati, & doppi capi tagliati siano diverse, come nelle misurationi di quelli si e dimostrato, ma perche la regola da diuidere vna di dette specie, serue anchora in tutte le altre, e pero le questioni & regole, che in tal materia poneremo, saranno generali per qual si voglia specie. Aricordarotti solamente, come li duoi lati equidistanti di ogni capo, & doppio tagliato sono non eguali, onde protraendo gli altri duoi lati non equidistanti dalla banda del menor lato equidistante, sempre concorreranno, & formaranno vn triangolo, come che nelle seguenti questioni meglio s'intendera, e pero alcuni vogliono, che questo nome di capo tagliato sia tolto da vno triangolo, al qual sia tagliato via vna parte verso la cima, con vna linea equidistante alla basa, laqual sua openione non la biasimo anchor che altramente gli habbiamo diffiniti, ma perche questo non importa in quanto al fatto ti lascio accostar a qual openion ti pare.

1 Ogni dato capo, & doppio capo tagliato, lo potemmo diuidere in due parti eguali. Essempi gratia sia il capo, over doppio capo tagliato . a b c d . volendo senza altra conditione diuidere in due parti eguali. Diuideremo l'uno, & l'altro delli duoi capi equidistanti (cioe a b. & c d.) in due parti eguali, nelli duoi ponti e. & f. & tiraremo la linea e f. laqual linea e f. dico che la diuide il detto quadrilatero a b c d. in due parti eguali, & per dimostrar, che cosi sia, tiraremo le due linee e c. & e d. & perche le due base c f. & f d. delli duoi triangoli e c f. & e f d. sono eguali (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo e c f. sara eguale al triangolo e f d. & perche anchora le due base a e. & e b. delli duoi triangoli . a e c. & e b d. sono pur eguali, seguita (per la medesima prima del sesto di Euclide) li detti duoi triangoli esser fra loro eguali, onde giongendo al triangolo e f c. il triangolo a e c. & al triangolo . e f d. il triangolo b e d. (per commune scienza) le due summe saranno anchora eguali, delle quai due summe, l'una e il quadrilatero a e c f. & l'altra il quadrilatero e b f d. e pero il detto quadrilatero a b c d. vien a esser diuiso in due parti eguali dalla linea e f. che e il proposito.

2 Ogni capo, & doppio capo tagliato lo potemmo diuidere in tre, & piu parti eguali. Sia essempi gratia vn capo, over doppio capo tagliato a b c d. volendolo senza altra conditione diuidere in tre parti eguali, diuideremo l'una, & l'altra delle due teste, cioe a b. & c d. in tre parti eguali nelli ponti e f. & g h. & tiraremo le due linee e g. & f h. lequali dico haver diuisa la detta superficie a b c d. in tre parti eguali, & per dimostrar questo tiraremo le linee a g. & e h. & f d. onde li tre triangoli a c g. e g h. & f h d. sono fra loro eguali (per la trigesimaottaua del primo di Euclide) per esser in su base eguali, & fra le due linee a b. & c d. equidistanti, & (per le medesime ragioni) gli altri tre triangoli a g e. e h f. & f d b. sono pur fra loro eguali, onde giongendo a ciaschaduno di tre primi, vno di questi tre secondi (per commune scienza) le tre summe saranno anchora fra loro eguali, delle quai tre summe l'una e il quadrilatero a e c g. l'altra il quadrilatero e f g h. la terza, & vltima il quadrilatero . f b h d . e pero il detto doppio capo tagliato a b c d. vien a esser diuiso in tre parti eguali dalle dette due linee e g. & f h. che e il proposito, & cosi con tal regola lo potemmo diuidere in quante parti ne parera.

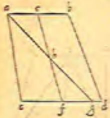


Il modo, over regola di saper diuidere geometricamente in parti ogni capo, & doppio capo tagliato da vn ponto dato nel menor capo di quello.

3 Da vn ponto dato nel menor lato (di duoi equidistanti) di ogni capo, & doppio capo tagliato, potemmo diuider quello in due parti eguali. Sia essempi gratia il capo, over doppio capo tagliato a b c d. & nel menore di duoi lati a b. & c d. equidistanti (cioe nel lato a b.) sia dato il ponto e. da qual ponto e. volendo diuidere il detto quadrilatero a b c d. in due parti eguali, se per sorte il detto ponto e. fusse nel ponto di mezo del detto lato a b. diuideressimo anchora il lato opposito c d. in due parti eguali, & (secondo l'ordine della precedente) da l'uno all'altro di detti duoi ponti tiraressimo vna linea retta, & saria risolto il problema, per le ragioni adutte nella precedente.

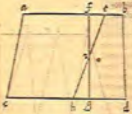
Ma se il detto ponto e. non sara il ponto di mezo del lato . a b. (come nella figura appare) che è piu propinquo al.b. di quello, che è al ponto.a. in tal caso divideremo (secondo l'ordine della precedente) l'uno, & l'altro delli duoi capi.a b.&.c d.in due parti eguali nelli duoi ponti.f. &.g.& tiraremo la.f g.laquale dividera il detto quadrilatero.a b c d.in due parti eguali (per le ragioni adutte nella precedente) fatto questo divideremo la.f g.in due parti eguali in ponto.h. & dal ponto.e.al ponto.h. tiraremo la.e h. & quella prolongaremo direttamente in longo per fin che sega la.c d.in ponto.i.& cosi la linea.e h i.dico che divide il dato quadrilatero. a b c d.in due parti eguali, perche (per le ragioni piu volte allegate nelle passate) li duoi triangoli.f e h.& i g h.sono simili,& anchora eguali (per esser il lato.f g.dell'uno eguale al lato.h g.dell'altro, & perche li duoi quadrilateri.a f c g.&.f b g d.sono eguali, onde levando al quadrilatero. a f c g. il triangolo.h i g.& restituendoli poi da l'altra banda il triangolo.f e h.il resultante (che è il quadrilatero.a e i c.) sara anchora eguale al quadrilatero.a f c g.cioe alla mita del quadrilatero.a b c d.& il medesimo seguita (per le medesime ragioni) del quadrilatero.e b i d.e pero la detta linea e h i.viene ad haver diviso il dato quadrilatero.a b c d.in due parti eguali, che è il proposito.

Anchora dapoi tirata la linea.f g.potiamo segnar il ponto.i. tanto lontano dal ponto.g. quanto che il ponto.e.è lontano dal ponto.f.& dapoi dal ponto.e.al ponto.i.tirar la linea.e i.& seguiria il medesimo effetto.

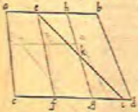


4 Similmente da uno di duoi angoli formati nelle estremita del menor capo, potemo dividere qual si voglia capo,& doppio capo tagliato in due parti eguali. Essempi gratia sia la detta figura.a b c d.volendo da l'angolo.a.dividere con una linea retta in due parti eguali, tal figura procederemo secondo la regola data nella precedente, cioe divideremo l'uno,& l'altro di capi.a b.&.c d.in due parti eguali, nelli duoi ponti.e.&.f. & tiraremo la linea.e f.laquale (per le ragioni adutte nella prima) divide la detta figura.a b c d. in due parti eguali, fatto questo sia segnato il ponto.g.tanto lontano dal ponto.f.quanto, che l'angolo.a.è lontano dal ponto.e.dapoi tirare la linea.a h g.laqual dico, che divide la detta superficie.a b c d.in due parti eguali (per le medesime ragioni) che fur adutte nella precedente, per che li duoi triangoli.a h e.&.g h f.sono simili,& eguali, e per tanto levandone uno da una banda,& ritornandoui l'altro da l'altra, li resultanti saranno eguali, li quali resultano l'uno è quadrilatero.a g d b.& l'altro il triangolo.a c g.e pero seguita il proposito.

5 Ogni capo, & doppio capo tagliato, da uno ponto dato nel capo menore, potemo tagliare la terza parte di quello. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.a b c d.& nel menor capo (cioe nella.a b.) sia il dato ponto.e. volendo dal detto ponto e.tagliare la terza parte della superficie.a b c d.se per sorte la linea.e b.fusse la terza parte della.a b.non vi occorreria altro, che segar la parte della.c d.verso.d.& dal ponto.e.al detto ponto.d.tirar una linea, & faria risolto il problema (per le ragioni adutte nella seconda di questo capo) ma essendo la.b e.meno della terza parte della a b.trouaremo la detta terza parte, laqual sia la.b f.& similmente trouaremo la terza parte della.c d.verso.d.laqual sia la.d g.& tiraremo la f g.& cosi il quadrilatero.f d.sara la terza parte della superficie.a d.fatto questo segnaremo il ponto.h.tanto lontano dal ponto.g.quanto che il ponto.e.è lontano dal ponto.f.& tiraremo la.e h.laquale dico che taglia la terza parte della detta superficie a b c d.laqual terza parte saria il quadrilatero.b e h d.& questo si demostrara secondo l'ordine delle passate, perche il triangolo.f i e.(per le ragioni piu volte dette) è simile,& eguale al triangolo.i h g.e pero levando il triangolo.f i e.dal quadrilatero.f b g d.& al resultante dandoui il triangolo.i h g.la summa sara anchora eguale al detto quadrilatero.f b g d.laqual summa sara il detto quadrilatero.e b h d.e pero seguita il detto quadrilatero.e b h d.esser la terza parte della detta superficie.a b c d.che è il proposito.



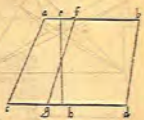
6 Anchora ogni capo, & doppio capo tagliato, da un ponto dato nella menor linea delle due equidistanti, lo potemo dividere in tre parti eguali. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.a b c d.& nel menor capo a b.sia dato il ponto.e.volendo dal ponto.e.dividere la detta superficie a b c d.in tre parti eguali. Se per sorte il detto ponto.e.sara lontano dal ponto.a precisamente la terza parte del lato.a b. divideremo la basa, over capo.c d.in tre parti eguali nelli duoi ponti.f.&.g.& similmente segnaremo il ponto.h.lontano dal ponto.e.over dal ponto.b.pur la terza parte della.a b.& tiraremo le due linee.e f.&.h g.lequali (per le ragioni piu volte dette) dividono la superficie.a b c d.in tre parti eguali, fatto questo segnaremo il ponto.i.tanto lontano dal ponto.g.quanto che il ponto.h.lontano dal ponto.e.& dapoi tiraremo la linea.e i.laquale dico, che di-



uide

uise il quadrilatero.e b f d.in due parti eguali (per le ragioni adutte nella quarta) ouer che diremo, che la taglia la terza parte della superficie.a b c d.verso il lato.b d. perche il quadrilatero e f d b.vien a esser eguale al quadrilatero.h g b d.(per le ragioni piu volte dette)per esser li duoi triangoli.e K.h.& g K i.simili, & eguali, per laqual cosa dal ponto.e. habbiamo diuiso la superficie.a b c d.in tre parti eguali, dellequal il vno e il quadrilatero.a c e f.l'altra il quadrilatero.e i d b.l'altra necessariamente sara il triangolo.e f i.che e il proposito.

Ma se per sorte il detto ponto.e.sara lontano dal ponto.a alquanto piu della terza parte della.a b.& manco di duoi terzi (come nella seconda figura appare) in tal caso diuideremo per l'una, & l'altra delle due teste, ouer capi.a b.& c d. in tre parti eguali, nelli pōti.f g.& h i.& tiraremo le due linee.f h.& g i.& cosi ciascheduno di tre quadrilateri.a h. f i.& g d.sara la terza parte del doppio capo tagliato a b c d.(per le ragioni piu volte dette)fatto questo segnaremo il ponto.K. tanto lontano dal ponto h.quanto, che il ponto.e.e lontano dal ponto.f.onde tirando la linea.e K.seguita (per le ragioni piu volte dette)che il quadrilatero.e K c a.sia la terza parte della data superficie. a b c d. similmente segnaremo il ponto.l. tanto lontano dal ponto.i. quanto che il ponto.e.e lontano dal ponto.g.& tiraremo la linea.e l.onde (per le ragioni piu volte dette)seguita che il quadrilatero.e l d b.sia medesimamente la terza parte della detta nostra prima superficie.a b c d.e pero dal detto ponto.e. veniamo hauer diuisa la detta superficie.a b c d.in tre parti eguali, dellequali la prima e il quadrilatero.e K c a.la seconda il quadrilatero.e l d b.la terza necessariamēte sara il triangolo.e K l.che e il proposito.



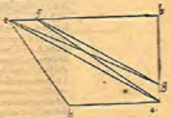
Ma se il detto ponto.e.sara lontano dal ponto.a. men della terza parte della linea.a b. (come nella terza figura si vede) & volendo pur dal detto ponto.e.diuidere la detta superficie.a b c d.in tre parti eguali, segnaremo il ponto.f.talmente che la.a f. sia la terza parte della.a b. & segnaremo anchora il ponto.g. talmente che la.c g. sia la terza parte della.c d.& tiraremo la.f g.& dapoi segnaremo il ponto.h.tanto lontano dal ponto.g.quanto che il ponto.e.e lontano dal ponto.f.& tiraremo la.e h.onde (per le ragioni piu volte dette) il quadrilatero.e h c a.sara la terza parte della nostra superficie.a b c d.& il restante quadrilatero.e h d b.saria li duoi terzi della detta superficie.a b c d.e pero bisognaria dal detto ponto.e.diuidere tal quadrilatero.e h d b.in due parti eguali, il qual quadrilatero.e h d b.se ben lo consideri e pur vn doppio capo tagliato, & quando che la.e b.fusse il menor capo, tu potresti diuidere tal doppio capo tagliato in due parti eguali (per la regola data nella quarta del presente capo) & saria risolto il problema.

Ma perche il capo.e b.non e il menore, anzi e maggiore della.h d.e pero (per le regole fin hora date) non ti posso dimostrare in questa di esequir tal effetto, ma nel seguente problema ti sara fatto manifesto.

Ma piu quando hauerai inteso la seguente, insieme con le altre, che vanno seguitando, non solamente in tre parti eguali lo saperai diuidere, ma in quante parti eguali ti parera.

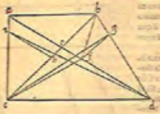
Il modo di saper geometricamente diuidere in parti eguali ogni capo, & doppio capo tagliato da vn ponto dato nella maggior testa, ouero capo di quello, ouer da vno delli duoi angoli terminanti il detto maggior capo.

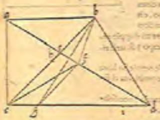
7 Ogni capo, & doppio capo tagliato lo potemmo diuidere in due parti eguali da qual si voglia delli duoi angoli, terminanti il maggior capo, cioe terminanti la maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.e b h d.qual (accio sia meglio intesa questa parte, che fu interlasciata nel fine della precedente) lo hauemo notato dalle medesime lettere, che era quel medesimo restante nella precedente. Hor volendo dal angolo.e.diuidere la detta superficie.e b h d. in due parti eguali, & perche la.e b.e maggiore della.h d.(per le regole passate) non lo potemmo fare, e per tanto faremo tal effetto dal angolo.d.a lui opposito, terminante il menor capo, onde procedendo (per la regola data nella quarta di questo capo) trouaremo che la linea.d f.fara tal effetto, cioe che la diuidera il detto doppio capo tagliato.e b h d.in due parti eguali, fatto questo tiraremo la.e d.& dal pōto.f.tiraremo la.f g.equidistāte alla.e d.& cosi dal ponto.e.al ponto.g. tiraremo la.e g.laqual



dico che divide la detta superficie. e b h d. in due parti eguali, perche li duoi triangoli. f e g. & f d g. sono fra loro eguali (per la trentesimaottaua del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa (che è la. f g.) & fra le due linee. e d. & f g. equidistanti, aggiongendo adunque a ciascheduno di detti duoi triangoli, il triangolo f b g. (per communa scientia) le due summe resultanti saranno anchora eguali, delle quai due summe vna sara il triangolo. e g b. & l'altra il triangolo. f d b. & perche il detto triangolo. f d b. e la mita del doppio capo tagliato. e b h d. (come di sopra fu diuiso) e pero anchora il triangolo. e g b. sara la mita del medesimo doppio capo tagliato. e b h d. ch'è il proposito, & cosi con tal ordine bisogna procedere nella precedente, volendo diuidere quel restante doppio capo tagliato. e b h d. in due parti equali, & che facendo dal detto ponto. e. si venira ad hauer diuiso il sopradetto doppio capo tagliato a b c d. in tre parti eguali, come che in quella si propone di fare.

8 Anchora per vn'altro modo si puo diuidere ogni capo, & doppio capo tagliato in due parti eguali da qual si voglia delli suoi angoli. Sia per gratia il doppio capo tagliato. a b c d. volendolo diuidere (per vn'altra regola) in due parti equali dal angolo. c. Tiraremo li duoi diametri a d. & b c. i quali s'intersegano nel ponto. e. onde li duoi triangoli. a e b. & c e d. vengono a esser equiangoli (per la vndecima nona, & decimaquinta del primo di Euclide) e pero sono simili, & di lati proportionali, & perche la. c d. e maggiore della. a b. anchora il lato. d e. sara maggiore del. e a. & cosi del. e b. e per tanto diuideremo il diametro. a d. in due parti equali in ponto. f. & tiraremo la. f g. equidistante alla. c b. & dal angolo. c. tiraremo la. c g. laqual dico che diuide la superficie. a d. in due parti equali, & per dimostrar questo tiraremo le due linee. f b. & f c. onde le duoi triangoli. f b d. & f a b. sono fra loro eguali (per la prima del sesto di Euclide) & similmente gli altri duoi triangoli. d f c. & a f c. (per le medesime ragioni) sono fra loro eguali, e per tanto (per communa scientia) il quadrilatero. a b f c. sara equale al quadrilatero. b f c d. e pero ciascheduno di loro sara la mita del nostro capo tagliato a d. o vuoi dire. a b c d. & perche (per la trentesima settima del primo di Euclide) li duoi triangoli. c f b. & c g b. sono fra loro eguali, onde dando communamente a ciascheduno di detti duoi triangoli, il triangolo. a b c. li duoi residuanti (per communa scientia) saranno eguali, delli quali duoi residuanti l'uno e il quadrilatero. a b f c. & l'altro e il quadrilatero. a b g c. & perche il quadrilatero. a b f c. (come di sopra fu dimostrato) e la mita del nostro doppio capo tagliato. Seguita anchora che il quadrilatero. a b g c. sia la mita del medesimo, e pero la detta linea. c g. diuide il detto doppio capo tagliato in due parti eguali, che è il proposito.





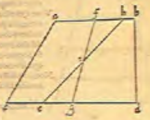
Similmente si procederia volendolo cosi diuidere dal angolo. d. cioe si diuideria il diametro. b c. in due parti eguali in ponto. h. & si tiraria la. h i. equidistante al diametro a d. & dal angolo. d. si tiraria la. d i. laqual linea d i. diuiderebbe la medesima figura in due parti eguali, laqual cosa si dimostrara con li medesimi argomenti, con liquali fu dimostrata l'altra conclusione.

Ma volendo diuidere tal figura in due parti eguali, dal angolo. b. diuideremo pur il diametro a d. in due parti eguali in ponto. f. & dal ponto. f. tiraremo la. f g. per equidistante all'altro diametro. b c. alla banda opposita dell'altra (come nella seconda figura appare) & dal detto angolo b. tiraremo la. b g. laqual dico, che medesimamente diuide la detta figura in due parti eguali, laqual cosa si dimostra secondo l'altra, cioe tiraremo le due linee. f b. & f c. & cosi li duoi triangoli a b f. & b f d. sono eguali (per la prima del sesto di Euclide) per esser in su basi eguali, & sotto a vna medesima altezza, il medesimo seguita anchora delli duoi triangoli. a f c. & c f d. cioe che sono fra loro eguali (per le medesime ragioni) onde (per communa scientia) il quadrilatero a b f c. viene a esser eguale al quadrilatero. b f c d. & perche li duoi triangoli. b f c. & b g c. sono eguali (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde aggiongendo a ciascheduno di quelli il triangolo. a b c. li duoi residuanti (per communa scientia) saranno eguali, delli quali duoi residuanti l'uno e il quadrilatero. a b f c. & l'altro e il quadrilatero. a b g c. & perche il quadrilatero a b f c. (come di sopra fu approuato) è la mita della nostra figura. a b c d. Seguita adunque, che anchora il quadrilatero. a b g c. sia la mita della medesima figura. a b c d. che sarebbe il proposito.

Et cosi

Et cosi per abreviar scrittura volendo essequir tal effetto dal angolo.a. si doverebbe dividere l'altro diametro.b c. in due parti eguali in ponto.h. & dal ponto.h. si doverebbe tirare vna linea equidistante al diametro.a d. dalla banda verso. d. laqual equidistante non l'ho voluta tirare, per non offuscar l'altra operatione, ma tirandola veniria a terminare in ponto.i. onde tirando poi dal detto angolo.a. al detto ponto.i. vna linea retta, quella similmente dividera la medesima figura.a b c d. in due parti eguali, & tutto questo si dimostrara secondo li medesimi argomenti adutti nell'altra, che superfluo mi pare a replicarli.

9 Anchora potemmo dividere in due parti eguali qual si voglia capo, over doppio capo tagliato da vn ponto dato nel maggior capo, cioe nella maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.a b c d. & nella.c d. (suo maggior capo) sia dato il ponto.e. hor volendo dal detto ponto.e. dividere la detta superficie.a b c d. in 2 parti eguali, prima divideremo l'una, & l'altra delle due linee equidistanti (cioe.a b. & c d.) in due parti eguali nelli duoi ponti.f. & g. & tiraremo la. f g. laquale (per le ragioni piu volte dette) divide la detta superficie a b c d. in due parti eguali, hor se per sorte la linea. e g. e menore della linea.f b. (come che in questa prima figura accade) segnaremo il ponto.h. tanto lontano dal ponto. f. quanto che e il ponto.e. lontano dal ponto.g. & tiraremo la linea.e h. laqual dico che divide la detta superficie a b c d. in due parti eguali, & tutto questo si dimostra secondo che fu dimostrata la terza, & quarta, cioe li duoi triangoli.f i h. & e i g. (per la 29. & 15 del primo di Euclide) sono simili, & eguali, e pero se ciascuno di duoi quadrilateri.a g. & g b. levaremo via vno di detti duoi triangoli, da vna banda, & restituendoli l'altro triangolo dall'altra di duoi resultanti saranno anchora eguali tra loro, & alli medesimi.a g. & g b. i quali resultanti l'uno e il quadrilatero.a h e c. & l'altro il quadrilatero.h b e d. e per tanto l'uno, & l'altro vien a esser la mita della detta superficie.a b c d. & perche sono fatti dalla linea.e h. seguita il proposito, & al medesimo modo si procederebbe quando che la.e g. fusse precisamente eguale alla.f g. cioe si tirarebbe vna linea dal.e. al.b. & sarebbe risolto il problema per le medesime ragioni.



Ma se per sorte la.e g. fusse maggiore della.f b. (come nella seconda figura appare) in tal caso bisogna dal angolo diametralmente contraposito al detto ponto.e. cioe dal angolo.b. dividere la detta superficie.a b c d. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella quarta) si trovara, che la linea.b h. fara tal effetto, fatto questo dal ponto.e. al ponto.h. bisogna tirare la linea.e h. & dal ponto.h. tirar la linea.h i. equidistante alla.e b. fatto questo dal ponto.e. al ponto.i. bisogna tirar la linea.e i. laqual linea.e i. dico che ne divide la detta superficie.a b c d. in due parti eguali, laqual cosa si dimostra secondo l'ordine, che fu dimostrata la precedente, perche medesimamente li duoi triangoli.b h i. & i h e. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) per essere ambiduoi sopra la basa.h i. & fra le due linee equidistanti.e b. & h i. onde aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli il triangolo. i h d. (per commune scientia) le due resultanti summe saranno eguali tra loro, dellequal due resultanti summe vna e il triangolo.b h d. & l'altra e il triangolo.e i d. & perche il triangolo.b h d. e la mita della superficie. a b c d. (come di sopra fu fatto) e pero similmente il triangolo.e i d. vien a esser la mita della detta superficie.a b c d. che e il proposito.

10 Anchora ogni capo, & doppio capo tagliato potemo dividere in tre parti eguali da vn ponto dato nel maggior capo, cioe nella maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.a b c d. & nel maggior capo. c d. sia dato il ponto.e. volendo dal detto ponto.e. dividere il detto doppio capo tagliato.a b c d. in tre parti eguali, prima divideremo quello in tre parti eguali con le due linee. f h. & g i. (secondo la regola data nella seconda) & se per sorte la.h e. e menore della a f. segnaremo il ponto. k. tanto lontano dal ponto.f. quanto ch'e lontano il ponto.e. dal ponto.h. & dapoi tiraremo la linea

e k. la quale (per le ragioni piu volte allegate) il quadrilatero. a k e c. sara la terza parte della detta superficie. a b c d. & quando che per sorte la. e i. fusse menore della. g b. similmente seguiressimo vn ponto nella. g b. tanto lontano dal ponto. g. quanto che è il ponto. e. lontano dal ponto. i. & cosi dal. e. a quel tal ponto tiraressimo vna linea retta, & sarebbe risolto il problema (per le medesime ragioni) ma perche la. e i. (in questo caso) è maggior della detta. g b. & il capo. e d. è maggiore della. x b. & perche il quadrilatero. k e b d. eli duoi terzi del. a b c d. e pero bisogna in questo caso dividerlo in duoi parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella sesta) trouaremo, che la linea. e l. fara tal effetto, cioe che diuide il quadrilatero. x b e d. in due parti eguali, dellequali vna è il triangolo. e l d. & l'altra è il quadrilatero. e l b x. & cosi dal detto ponto. e. veniamo ad hauer diuiso il doppio capo tagliato. a b c d. in tre parti eguali, dellequali la prima è il quadrilatero. e k a c. la seconda è il quadrilatero. e x b l. la terza è il triangolo. e l d. che è il proposito.

Vero è, che la risolutione di questo problema puo variar in diuersi modi, secondo la varia positione, che puo hauer il dato ponto. e. sopra la linea. c d. ma hauendo ben in memoria le regole fin hora date, non dubito che da te medesimo saprai, come procedere in ogni altra positione del detto ponto. e. & similmente non dubito, che dal detto ponto. e. saprai diuidere ogni capo, & doppio capo tagliato, non solamente in quattro, ouer cinque parti eguali, ma in quante parti eguali vorrai, che troppo longo sarei a volerti in tutte dar particolar essempio.

Nota che nella sopra scritta seconda operatione non vi ho tirate tutte le linee colorate, che vi occorre in tal seconda risolutione, per non offuscar la figura.

Il modo, & regola de saper diuidere ogni capo, & doppio capo tagliato

in parti eguali, con linee equidistanti a l'uno, & l'altro di duoi lati equidistanti, cioe a l'uno, & l'altro capo.

11 Ogni capo, & doppio capo tagliato potemmo diuidere in due parti eguali con vna linea equidistante a l'una, & l'altra delle due linee equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato. a b c d. volendolo diuidere in due parti eguali con vna linea equidistante alla. c d. ouero alla. a b. (che è il medesimo) protraremo directamente in longo li duoi lati. c a. & d b. i quali (come fu detto nel principio di questo capo) necessariamente concorreranno insieme in ponto. e. hor bisogna trouar vna linea, che il quadrato di quella sia eguale alla mita delli duoi quadrati delle due linee. d e. & b e. onde (procedendo secondo le regole date sopra la quarta del quarto capo, & sopra la sesta del terzo capo) si trouara la detta linea esser eguale alla. e f. cioe che il quadrato della. e f. sara eguale alla mita della summa del quadrato della. d e. & della. b e. & fatto questo dal ponto. f. tiraremo la. f g. equidistante alla. c d. la qual. f g. dico che la diuide il detto doppio capo tagliato. a b c d. in due parti eguali, perche li tre triangoli. e c d. & e g f. & e a b. sono simili, & la proportion loro è si, come quella di quadrati delli loro lati, & perche il quadrato del lato. e f. è la mita delli quadrati delli duoi lati. e d. & e b. e pero il triangolo. e f g. vien a esser la mita delli duoi triangoli. e c d. & e a b. hor se del triangolo. e c d. ne leuaremo il triangolo. e f g. & il restante quadrilatero. g f c d. insieme con il triangolo. e a b. saranno eguali al detto triangolo. e f g. hor se da l'uno, & l'altra banda communemente leuaremo il triangolo. e a b. (per commune scientia) li duoi restanti saranno eguali, i quali restanti l'uno è il quadrilatero. a b f g. & l'altro è il quadrilatero. g f d c. e per tanto la detta linea. f g. vien ad hauer diuiso il detto doppio capo tagliato. a b c d. in due parti eguali, che è il proposito.

Il medesimo si poteria far con li lati. c d. & c a. trouando il ponto. g. & tirar la linea. g f. & seguiria il medesimo proposito.

12 Anchora ogni capo, & doppio tagliato potemmo diuidere in tre parti eguali con due linee rette equidistanti a l'una, & l'altra delle due basi. a b. & c d. equidistanti. Essempi gratia sia il medesimo doppio capo tagliato. a b c d. volendolo diuidere in tre parti eguali con due linee equidistanti alla basa. c d. prima protraremo direttamente in longo (si come nella precedente) li duoi lati. c a. & d b. per fin che concorrano insieme in ponto. e. fatto questo bisogna trouar, ouer tagliar la terza parte del detto doppio capo tagliato. a b c d. pur con vna linea equidistante alla. a b. & dalla banda verso la detta. a b. & per far tal effetto bisogna trouar vna linea, che il quadrato di quella sia eguale alla terza parte della summa del quadrato della. d e. insieme con il doppio del quadrato della. e b. onde operando (prima per quella regola data sopra la sesta del quarto capo, & dapoi per la nona del terzo capo) trouaremo tal linea esser eguale alla. e f. e per tanto tiraremo poi dal ponto. f. la linea. f g. equi

distante

distante alla a b. laqual linea f g. dico che taglia la terza parte della detta figura a b c d. laqual terza parte saria il quadrilatero a f. perche egli e cosa manifesta, che (el quadrato del lato d e. insieme col doppio del quadrato del lato e b. sono treppij al quadrato del lato e f. (per la similitudine di triangoli) seguita che il triangolo e c d. insieme con il doppio del triangolo e a b. esser treppij al triangolo. e g f. hor se dal triangolo. e c d. ne leuaremo il triangolo e g f. seguita che il quadrilatero g d. insieme con il doppio del triangolo. e a b. stano solamente doppij al detto triangolo e g f. hor se dal antecedente di questi duoi termini, ne cauaremo il doppio del triangolo e a b. & che dal consequente ne cauaremo simplicemente il detto triangolo e a b. li duoi rimanenti (per la quinta del quinto di Euclide) saranno medesimamente doppij, delliquali duoi rimanenti, quello del antecedente saria il quadrilatero g d. & quello del consequente saria il quadrilatero a f. e pero il quadrilatero g d. saria il doppio del quadrilatero a f. e per tanto il detto quadrilatero a f. veniria a esser la terza parte di tutto il quadrilatero a d. che saria il proposito. Et perche il quadrilatero g d. e li $\frac{2}{3}$ di tutto il detto doppio capo tagliato. a d. & perche il nostro primo proposito fu di voler divider il detto doppio capo tagliato a d. in tre parti eguali con due linee equidistanti alla basa c d. Et perche il quadrilatero g d. e pur vn'altro doppio capo tagliato, & e li duoi terzi del primo, e pero bisogna che lo dividiamo in due parti eguali, onde procedendo secondo la regola della precedente, trouaremo che la linea h i. fara tal effetto, & cosi hauaremo diviso il detto quadrilatero a d. in tre parti eguali con le due linee f g. & h i. equidistanti alla basa c d. che e il primo proposito, & con tal regola lo potremo dividere in quante parti ne parera.

Nota che la medesima conclusione si potria anchora fare con li lati e c. & e a. & si trouaria li ponti g. & i.

La regola di saper dividere ogni capo, & doppio capo tagliato in parti eguali da vn ponto dato in vno di duoi lati, che non sono equidistanti.

25 Ogni capo, & doppio capo tagliato, potemmo dividere in due parti eguali da vn ponto dato in vno di duoi lati non equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato a b c d. hor volendo da vno ponto dato nel lato. a c. dividere la detta figura a b c d. in due parti eguali, tale operatione puo variar in piu modi secondo la positione, ouero situatione del dato ponto, perche sel dato ponto fusse dato nel supremo termine del lato a c. cioe in ponto a. bisognaria procedere (come si fece nella quarta di questo capo) & se il dato ponto fusse nel termine inferior del detto lato a c. cioe nel angolo c. in tal caso bisognaria procedere secondo la regola data nella settima di questo capo, & se dividendo tal figura a d. in due parti eguali dal angolo d. & la linea dividente andasse a segare la detta a c. nel proprio luogo del dato ponto, la medesima linea saria quella, che anchora dal dato ponto divideria la detta figura a d. in due parti eguali, similmente che dividesse la detta figura in due parti eguali con vna linea equidistante alla c d. secondo la regola data nella decima, & che il dato ponto fusse per sorte nel luogo, doue terminasse tal linea nel lato. a c. senza dubbio tal linea saria quella, che dal dato ponto divideria il detto doppio capo tagliato a d. in due parti eguali. Ma poniamo che il dato ponto sia il ponto e. & che'l no sia in alcuno di detti luoghi, hor volendo dal detto pōto e. divider la detta superficie a d. in due parti eguali, prima divideremo quella in due parti eguali con vna linea equidistante alla basa. c d. onde procedendo secondo la regola data nella decima trouaremo tal distione procedere secondo la linea f g. fatto questo dal ponto e. al ponto g. tiraremo la linea e g. & dal ponto f. tiraremo la f h. equidistante alla e g. finalmente tiraremo la e h. laqual dico divider il detto doppio capo tagliato a d. in 2. parti eguali, perche li 2 triangoli e h g. & e g f. sono fra loro eguali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa (ch'e la e g.) & fra 2 medesime linee equidistanti, che sono le 2 linee e g. & f h. e per tanto giongendo communamente a ciascuno di detti triangoli il quadrilatero e g c d. (per communa scientia) li duoi resultanti saranno anchora eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero. e h d c. & l'altro il quadrilatero f g d c. & perche il detto quadrilatero. f g d c. e la mita del detto doppio capo tagliato a d. seguita anchora che il quadrilatero. e h d c. sia la mita del medesimo doppio capo tagliato a d. ch'e il proposito.

Ma sel detto ponto e. fusse fra il ponto f. & ponto a. (come nella seconda figura appare) in tal caso tiraremo pur la e g. & dal ponto f. tiraremo senza color vna equidistante alla detta e g. laquale equidistante se per sorte andara a terminare nella g d. ouero nel termine di quella, cioe nel ponto d. tirarai tal linea colorata, perche tal problema si potra eseguire per questa medesima regola. Ma se per sorte tal equidistante andasse a terminare nella basa c d. in tal caso, per questa rego-

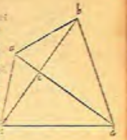
gola non si poteria risoluere, ma per vn'altra (come di sotto s'intendera) hor ponimo che la detta equidistante in questa positione vada a terminare precisamente nel angolo .d. come si vede nella .f d. in tal caso tiraremo la .e d. laqual dico che diuide il detto capo tagliato .a d. in due parti eguali, laqual cosa si dimostra, si come l'altra, perche li duoi triangoli .f g d. & .f e d. sono fra loro eguali (per la detta trentesimasettima del primo di Euclide) onde aggiongendo a ciascuno di loro il triangolo .f d c. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero .f g c d. & l'altro il triangolo .e d c. & perche (per le cose dette, & fatte) il quadrilatero .f g c d. e la mita del detto doppio capo tagliato .a d. seguita che il detto triangolo .e d c. sia medesimamente la mita del detto doppio capo tagliato .a d. che e il proposito, & cosi in questo caso si manifesta, che il detto ponto .e. per sorte si e imbattuto a essere doue, che va a terminare la linea diuidente la detta superficie .a d. dal angolo .d. & nota che con tal regola medesimamente si operaria quando che la equidistante .f d. andasse a terminare fra il ponto .d. & ponto .g. cioe nella linea .d g.

Ma quando che il detto ponto .e. fusse piu propinquo al ponto .a. (come nella terza figura appare) non accade in tal caso a diuidere tal figura con vna equidistante alla basa .c d. anzi bisogna diuiderla in due parti eguali dal angolo diametralmente opposito al ponto .e. cioe dal angolo .d. onde procedendo secondo la regola data nella settima, trouaremo che la linea .d f. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la .e d. & dal ponto .f. tiraremo la .f g. equidistante alla .e d. & finalmente tiraremo la .e g. laquale e quella, che ne diuide il detto doppio capo tagliato in due parti eguali, perche li duoi triangoli .f g e. & .f g d. sono fra loro eguali (per la trentesima settima del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra la basa .f g. & fra le due .e d. & .f g. equidistanti, onde dando a ciascheduno di quelli, il triangolo .f c g. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno fra loro eguali, delliquali resultanti l'uno e il triangolo .f d c. & l'altro e il triangolo .e g c. & perche il triangolo .f d c. e la mita del nostro doppio capo tagliato .a d. seguita adunque che il triangolo .e g c. sia anchora lui la mita del medesimo, e pero seguita il proposito, al medesimo modo si operaria quando che il dato ponto .e. fusse sul lato .b d.

24 Anchora ogni capo, & doppio capo tagliato lo potemmo diuidere in tre parti eguali da vn ponto dato in vno di duoi lati non equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato .a b c d. volendolo diuidere in tre parti eguali da vn ponto dato nel lato .a c. bisogna saper, che questa operatione puo variar in piu modi (come fu detto anchora della precedente) secondo la positione del dato ponto, & tal hora la questione si potra risoluere in diuersi modi, che a volerla essemplificare, & risoluere in tutte le diuersita di modi, & diuersita della position del dato ponto, son certo che si veniria in fastidio, e pero ai desemplicaro sotto breuita il piu sostantiale, & fondamentale, con loquale facilmente da te medesimo saprai, come gouernarti in ogni altra positione. Poniamo adunque, che il dato ponto sia .e. hor volendo dal detto ponto .e. diuidere il detto doppio capo tagliato .a d. in tre parti eguali in tal positione diuideremo quello nelle dette tre parti eguali con due linee equidistanti alla basa .c d. onde procedendo secondo la regola data nella vndecima, trouaremo le due linee .f g. & .h i. far tal effetto, fatto questo dal ponto .e. tiraremo la .e i. & dal ponto .h. tiraremo la .h k. equidistante alla .e i. & dapoi tiraremo la .e k. laqual dico, che taglia la terza parte della detta figura .a d. dalla banda verso la .c d. perche li duoi triangoli .e h i. & .h k i. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide piu volte allegata) onde giongendo communamente a l'uno, & all'altro di detti duoi triangoli, il quadrilatero .h k c d. (per commune scientia) li duoi resultanti saranno anchora eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero .e K c d. & l'altro e il quadrilatero .h i c d. & perche il detto quadrilatero .h i c d. (per le cose dette, e fatte) e la terza parte della detta superficie .a d. seguita che anchora il quadrilatero .e k c d. sia la terza parte di quella medesima. Fatto questo anchora dal ponto .e. tiraremo la .e g. & dal ponto .f. tiraremo la .f l. equidistante alla .e g. & dal ponto .e. finalmente tiraremo la .e l. laqual dico che taglia la terza parte della detta figura .a d. dalla banda verso la .a b. perche li duoi triangoli .e l f. & .f g l. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde dandoui communamente il quadrilatero .f l b a. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero .f g a b. & l'altro e il quadrilatero .e l a b. & perche il quadrilatero .f g a b. e la terza parte della detta figura, ouer doppio capo tagliato .a d. seguita che anchora il quadrilatero .e l a b. sia la terza parte del medesimo, & perche di sopra fu trouato, che anchora il quadrilatero .e k c d. era vn'altra terza parte del medesimo, e pero necessariamente il triangolo .e k l. sara vn'altra terza parte, & cosi dal ponto .e. veniamo hauer diuiso il nostro doppio capo tagliato in tre parti eguali, che e il proposito.

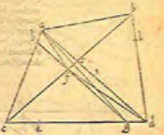
Il modo

Il modo, over regola di diuidere in due parti eguali ogni quadrilatero delqual niun lato sia equidistante ad alcun de gli altri. Cap. XVI.



1 OGni quadrilatero non hauente alcun lato equidistante ad alcuno de gli altri da vno di suoi angoli potemmo diuider quello in due parti eguali.

Sia essempi gratia il quadrilatero.a b c d.delquale niun di suoi quattro lati sia equidistante all'altro, volendo dal angolo.a.diuider quello in due parti eguali, tiraremo li duoi diametri.a d.&.b c.i quali s'intersegano in ponto.e.hor se per caso la.b e.fusse eguale alla.c e.(come nella prima figura accade)la linea, ouer diametro.a d. ne rissolueria tal problema, cioe diuideria il detto quadrilatero.a b c d.in due parti eguali, perche essendo la.b e. eguale alla e c.(per la prima del sesto di Euclide)il triangolo.a e b.saria eguale al triangolo .a e c. & similmente il triangolo.c e d.saria anchora eguale al triangolo.b e d.onde(per commune scientia)la summa di duoi triangoli.a b e.&.b e d.sara eguale alla summa de gli altri duoi,cioe.a c e.&.c e d.e pero tutto il triangolo.a b d.sara eguale a tutto il triãgolo.a c d. per laqual cosa il detto quadrilatero vien a esser diuiso in due parti eguali dalla linea.a d.che e il proposito.



Ma se per caso la.e b.fusse menore della.e c. (come nella seconda figura si vede) in tal caso diuideremo la.c b.in due parti eguali in ponto.f. & dal ponto.f. tiraremo la.f g.equidistante alla.e d.& dal angolo.a.tiraremo la.a g.laqual dico, che diuide il detto quadrilatero.a b c d. in due parti eguali, & per dimostrar tal effetto dal ponto.f.tiraremo le due linee.f a.&.f d. onde li duoi triangoli.a f b.&.a f c.(per la prima del sesto di Euclide)sono fra loro eguali,& similmente gli altri duoi triangoli.d f c.&.d f b. (per le medesime ragioni) sono fra loro eguali, e per tanto (per commune scientia) il quadrilatero a f d c. e eguale al quadrilatero a f d b.Et perche li duoi triangoli.a f d.&.a g d. (per la trentesimasettima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, dando a ciascheduno di loro il triangolo.a b d.(per commune scientia) li duoi resultanti saranno eguali, delliquali duoi resultanti, l'uno e il quadrilatero.a f d b.& l'altro il quadrilatero a g d b.& perche il quadrilatero. a f d b. e la mita del nostro quadrilatero.a b c d. (come di sopra fu dimostrato) e pero anchora il quadrilatero.a g d b.vien a esser la mita del detto nostro quadrilatero.a b c d.che è il proposito.

Ma volendo far tal diuisione dal angolo.d.dal medesimo ponto.f.tiraremo la.f h. equidistante al la.a e.& dal angolo.d. tiraressimo vna linea al ponto.h. laqual linea diuideria medesimamente il detto nostro quadrilatero.a b c d.in due parti eguali,laqual diuisione si dimostrara con li medesimi argomenti,con i quali fu dimostrato l'altra,laqual linea.d h.non mi e parso di tirare per non offuscar la figura dell'altra conclusione.

Et cosi per abreuiar parole, & scrittura, volendo far la sopradetta diuisione da vn de gli altri duoi angoli,cioe dal angolo.b. ouero dal angolo.c. si doueria diuidere l'altro diametro.a d. in due parti eguali in ponto.i.& dapoi dal ponto.i.produre vna linea equidistante al diametro.b c.laqual linea non l'ho voluta tirare(per la ragione di sopra detta)ma che la tirasse, & prolongasse da l'una, & l'altra banda, quella andaria a terminar da vna bãda nel põto.k. & dall'altra nel ponto.l.onde tirãdo poi vna linea dal angolo.b.al ponto. k.quella diuideria il detto nostro quadrilatero.a b c d.in due parti eguali.Il medesimo si faria,che ne tirasse vna dal angolo.c.al ponto.l.& l'una, & l'altra di queste due conclusioni si dimostrara secondo il medesimo ordine,colqual fu dimostrato la prima rissolutione.

2 OGni quadrilatero di lati non equidistanti potemmo diuidere in due parti eguali, da vn ponto dato in vn di suoi lati. Essempi gratia sia il quadrilatero.a b c d.di lati non equidistanti, & nel lato. a b. sia dato il ponto.e. hor volendo dal ponto.e. diuidere il detto quadrilatero in due parti eguali, la operatione di vn tal problema puo variar in piu modi secondo la positione del ponto.e.(come di sotto intenderai) ma in questa tal positione, prima lo diuideremo in due parti eguali dal angolo.b. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo che la linea.b f.fara tal effetto, fatto questo tiraremo la.e f. & dal ponto.b. tiraremo la.b g.equidistante alla.e f.Et ultimamente tiraremo la.e g.laqual dico, che ne diuide il detto nostro quadrilatero in due parti eguali,perche li duoi triangoli.b e g.&.b f g.(per la trentesimasettima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, onde leuando communamente dall'uno, & dall'altro il triangolo . b h g. la

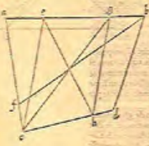
duoi residui (per communa scientia) saranno eguali, delli quali duoi residui l'uno è il triangolo b h e. & l'altro è il triangolo g h f.

Hor se a ciascheduno di questi duoi residui gli daremo quella figura di cinque lati. a e h f c. li duoi resultanti (per communa scientia) saranno eguali, de liquali duoi resultanti, l'uno è il quadrilatero. a b f c. & l'altro è il quadrilatero. a e g c. & perche il quadrilatero. a b f c è la mita (se ben ti aricordi) del nostro quadrilatero. a b c d. Seguita adunque che il quadrilatero. a e g c. sia medesimamente la mita di quello, che è il proposito.

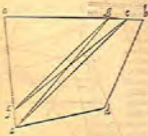
Anchora si puo dimostrar in quest'altro modo, perche il triangolo. f g e. è eguale al triangolo. f b e. (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde gion gendo a ciascheduno il quadrilatero. a e f c. (per communa scientia) il quadrilatero. a b f c. sara eguale al quadrilatero. a e g c. & perche il quadrilatero. a b f c. è eguale alla mita del nostro quadrilatero. a b c d. Seguita anchora, che il quadrilatero. a e g c. sia la mita del medesimo, che è pur il proposito.

Il medesimo si poria dimostrar da l'altra banda, dicendo li duoi triangoli. g e h. & g f h. sono per eguali, onde giongendo a l'uno, & l'altro il triangolo. h g d. seguita che il triangolo. h f d. sia eguale al quadrilatero. e g d h. & perche il triangolo. h f d. è la mita del nostro quadrilatero. a b c d. seguita che il quadrilatero. h e g d. sia anchora lui la mita di quel medesimo, e pero seguita anchora il medesimo proposito, & tutti questi modi si puo usar quasi in tutte queste conclusioni anchor che non le costumo per breuita.

Ma se per caso la diuisione fatta dal angolo. h. non cascasse sul lato. c d. (opposito al lato, doue è il ponto. e.) ma cascasse sopra il lato. a c. (come appar nella seconda figura in ponto. f.) in tal caso si douera far tal diuisione dal angolo. c. onde (procedendo secondo la regola data nella precedente) il trouara, che la linea. c g. fara tal effetto, cioe che diuidera il detto nostro quadrilatero in due parti eguali. Hor per far tal diuisione dal ponto. e. tiraremo la linea e c. & dal ponto. g. tiraremo la linea. g h. equidistante alla detta. e c. & finalmente dal detto ponto. e. tiraremo la. e h. laqual dico, che diuide il detto nostro quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, perche li duoi triangoli. e c g. & e c h. (per la trentesima settima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, onde aggiongendo a ciascheduno di quelli il triangolo a e c. (per communa scientia) il quadrilatero. a e h c. sara eguale al triangolo. a g c. & perche il detto triangolo. a g c. (come di sopra è stato dimostrato) è la mita del nostro quadrilatero. a b c d. Seguita adunque che anchora il quadrilatero. a e h c. sia la mita del medesimo nostro quadrilatero. a b c d. che è il proposito, la dimostratione di questa conclusione si poria far per due altre vie si, come fu fatto dell'altra conclusione, ma per abreuiar scrittura, le pretermetto, mi basta hauerti auertito, si per questa, come per le passate, & per quelle, che si ha da dire.



Ma sel ponto. e. fusse dato fra l'angolo. b. & il ponto. g. (come nella terza figura appare) in tal caso tiraremo la linea. e c. & dal ponto. g. tiraremo la. g f. equidistante alla. e c. finalmente dal detto ponto. e. tiraremo la. e f. laquale dico che diuide il detto quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, perche li duoi triangoli. f g c. & f g e. (per la trentesimasettima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, onde aggiongendo communamente a l'uno, & l'altro di quelli il triango. a g f. (per communa scientia) il triangolo. a g c. sara eguale al triangolo. a e f. & perche il triangolo. a g c. (come di sopra è stato dimostrato) è la mita del nostro quadrilatero. a b c d. e pero il triangolo. a e f. sara la mita del medesimo, che è il proposito.

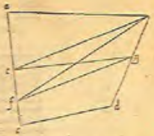


Ma sel ponto. e. fusse dato nel lato. a c. (come nella quarta figura appare) diuideremo il detto quadrilatero. a b c d. in due parti eguali dal angolo b. onde (procedendo secondo la regola data nella decimaquinta) trouaremo, che la linea. b f. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la. e b. & dal ponto. f. tiraremo la. f g. equidistante alla detta. e b. & finalmente dal ponto. e. tiraremo la. e g. laquale dico che diuide il quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, laqual conclusione si dimostra secondo le passate, cioe li duoi triangoli. b e f. & b e g. sono eguali (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde dando a ciascheduno di quelli il triangolo. a b e. (per communa scientia) il quadrilatero. a b e g. sara eguale al triangolo. a b f. & perche il detto triangolo. a b f. è la mita del quadrilatero. a b c. seguita, che il detto quadrilatero. a b e g. sia la mita del medesimo, che è il proposito.

Nota

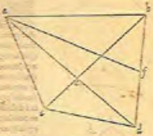
Nota che anchora dal angolo.d. potemmo far la prima diuisione, come fu fatto dal angolo.b.& tirar poi dal.e.al.d.vna linea,& nel restante seguendo,secondo la medesima regola, & trouarassi,che medesimamente la linea.e g.fara il medesimo effetto, si che voglio inferire,che spesse volte si puo risoluere, & anchora dimostrare vn problema per piu vie, che per abreuiar scrittura non stimo a narrarle.

Il medesimo modo si osseruarebbe quando che il ponto.e. fusse dato sopra il lato.b d.



Regola di saper diuidere un quadrilatero in tre parti eguali da vno delli suoi quattro angoli.

2 OGni quadrilatero potemmo diuidere in tre parti eguali da qual si voglia di suoi quattro angoli. Essempi gratia sia il quadrilatero. a b c d. volendolo diuidere in tre parti eguali dal angolo.a.tiraremo li duoi diametri. a d. & .b c. i quali s'intersegano fra loro in ponto.e. se per sorte l'uno di detti diametri segasse la terza parte dell'altro (come che in questa prima figura accade) che la.c e.è la terza parte del diametro. b c. in tal caso il diametro a d. taglia anchora la terza parte del detto quadrilatero. a b c d. laqual terza parte sarebbe il triangolo. a c d. perche se la basa.b e.è doppia alla basa. e c. (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo. a b e. sara doppio al triangolo. a e c. & (per la medesima ragione) il triangolo. b d e. sara doppio al triangolo.d e c. & (per communa scientia) tutto il triangolo. a b d. sara doppio a tutto il triangolo. a c d. e per tanto il triangolo.a b d.sara li duoi terzi del quadrilatero. a b c d. & il triangolo. a c d. sara solamente vn terzo, onde se diuideremo il detto triangolo. a b d.in due parti eguali dal angolo. a. sara risolto il problema. Per diuidere adunque il detto triangolo. a b d. in due parti eguali dal angolo.a. (se ben ti aricordi della prima del decimoterzo capo) diuideremo la.b d. in due parti eguali in ponto.f.& tiraremo la.a f.& sara risolto tutto il proposito, cioe dal angolo. a. hauaremo diuiso il detto quadrilatero in tre parti eguali, delle quali vna e il triangolo.a c d.l'altra e il triangolo.a f d.l'altra e il triangolo.a b f.



Ma se ne l'uno, ne l'altro diametro segara la detta terza parte dell'altro (come nella seconda figura si vede) in tal caso diuideremo il diametro. b c. in tre parti eguali nelli duoi ponti.e.& f. & dal ponto.e.tiraremo la.e g.equidistante al diametro.a d. & similmente dal ponto.f.tiraremo la.f h.pur equidistante al medesimo diametro.a d.& finalmente dal angolo.a. tiraremo le due linee a g.& a h.lequal due linee diuidono il detto quadrilatero in tre parti eguali, dellequal tre parti l'una e il triangolo.a g c.& l'altra e il triangolo.a h b.l'altra necessariamente e il quadrilatero. a g d h.& per dimostrar che il triangolo. a g c. sia la terza parte del nostro quadrilatero. a b c d. tiraremo dal ponto.e.le due linee.e a.& e d.& perche la.e b.e doppia alla.e c.seguita (per la prima del sesto di Euclide) che il triangolo.b a e.sia doppio al triangolo. a e c. Et similmente che il triangolo.d e b.sia doppio al triangolo.g e c.onde (per la prima del 5 di Euclide) il quadrilatero.a e d b.sara doppio al quadrilatero.a e d c.e pero il detto quadrilatero.a e d c. vien a esser il terzo del nostro quadrilatero.a b c d.& perche li 2 triangoli.e a g.& e d g.sono tra loro eguali (per la 37 del primo di Euclide) e per tto dando a ciascun di loro il quadrilatero.a c g e (per commune scientia) il triangolo.a g c.sara eguale al quadrilatero.a e d c.& perche il detto quadrilatero.a e d c.e la terza parte del nostro quadrilatero.a b c d. seguita, che il detto triangolo.a g c.sia la terza parte del medesimo quadrilatero.a b c d. che e il proposito. Et con li medesimi argomenti si dimostrara il triangolo a h b.esser la terza parte del medesimo quadrilatero. a b c d. e pero necessariamente il quadrilatero.a g d h.conuien esser l'altra terza parte del medesimo.

Et cosi volendo far la detta diuisione dal angolo d. dalli medesimi duoi ponti.e.& f. tiraressimo le due linee.e i.& f k. equidistanti dal diametro.a d. & dal detto angolo d. tiraressimo due linee, l'una dal d.al i.& l'altra dal d.al k.lequal due linee tirate, che fussero saria diuiso il detto quadrilatero.a b c d.pur in tre parti eguali dal detto angolo. d. lequal due linee non le ho voluto tirare (per non offuscar la figura) & tal seconda diuisione si dimostrara secondo l'altra, & cosi con tal regola si faria tal diuisione dal angolo.b.ouero dal angolo.c.cioe diuidendo il diametro a d. in tre parti eguali, & dapoi seguir, si come nell'altra. Et cosi con tal regola potrai diuidere vn quadrilatero in quante parti eguali ti parera da qual si voglia di suoi quatro angoli.

Il modo, ouer regola di diuidere le figure di cinque lati in piu parti eguali sotto diuerse conditioni. Cap. XVII.

1 OGni penthagono equilatero, & equiangolo da vno di suoi angoli lo potemmo diuidere in due parti eguali. Sia essempi gratia il penthagono a b c d e. volendolo dal angolo a. diuidere in due parti eguali diuideremo il lato opposito a tal angolo, cioe il lato d c. in due parti eguali in ponto f. & tiraremo la a f. laquale dico che diuide il detto penthagono in due parti eguali, & per dimostrar questo tiraremo le due linee a c. & a d. & perche li duoi triangoli a e d. & a b c. (dal presupposito) sono simili, & eguali (per esser equilateri, & equiangoli fra loro, & perche anchora li duoi triangoli a f c. & a f d. sono pur eguali (per commune sciencia) il quadrilatero a f c b. sara eguale al quadrilatero a f d e. e pero seguita il proposito.

2 ANchora ogni penthagono equilatero, & equiangolo, lo potemmo diuidere in due parti eguali da vn ponto dato in vno di suoi lati.

Sia essempi gratia il penthagono a b c d e. equilatero, & equiangolo, & nel lato a b. sia dato il ponto f. volendo dal ponto f. diuidere tal penthagono in due parti eguali, se per sorte il detto ponto f. fusse nel mezzo del lato a b. tirassemo dal detto ponto f. al angolo d. a lui opposito vna linea retta, & sarebbe risolto il problema (per le ragioni adutte nella precedente) ma se'l detto ponto f. non sia nel mezzo di tal lato a b. (come che nella figura appare) che e piu propinquo al angolo a. che al b. in tal caso diuideremo il detto lato a b. in due parti eguali in ponto g. & tiraremo la g d. laquel (per le ragioni dette nella precedente) diuide il detto pentagono in due parti eguali, fatto questo dal ponto f. al ponto d. tiraremo la f d. & dal ponto g. tiraremo la g h. equidistante al la f d. & finalmente dal ponto f. al ponto h. tiraremo la f h. laquale dico, che diuide il detto penthagono in due parti eguali, perche li duoi triangoli h g f. & h g d. sono fra loro eguali (per esser sopra la medesima basa h g. & fra le due linee d f. & h g. equidistanti, onde dando communamente a ciaschaduno di loro il quadrilatero g b c h. (per commune sciencia) li duoi resultanti saranno eguali, delliquali resultanti, l'uno e il quadrilatero d g b c. & l'altro il quadrilatero f h c b. & perche il quadrilatero d g b c. e la mita del penthagono a b c d e. (per la precedente) adunque seguita, che anchora il quadrilatero f h c b. sia la mita di quel medesimo, che e il proposito.

Anchora per vn'altra via potemmo esequir tal effetto, cioe diuidere il detto penthagono in due parti eguali dal angolo a. onde (procedendo secondo la regola della precedente) trouaremo, che la linea a g. (come appar nella seconda figura) fara tal effetto, fatto questo tiraremo la f g. & dal ponto a. tiraremo la a h. equidistante alla f g. & finalmente tiraremo la f h. laquale medesimamente diuide il detto penthagono in due parti eguali, perche medesimamente li duoi triangoli f g h. & f g a. sono fra loro eguali, per esser sopra vna medesima basa, che e la f g. & fra le due linee f g. & a h. equidistanti, onde aggiongendo communamente a ciaschaduno di loro il quadrilatero f g c b. (per commune sciencia) il quadrilatero a g c b. sara eguale al quadrilatero f h c b. & perche il quadrilatero a g c b. e la mita del penthagono, seguita anchora che il quadrilatero f h c b. sia la mita del medesimo, che e il proposito.

3 OGni penthagono, che non sia equilatero, ne equiangolo da qual si voglia angolo di quello, lo potemmo diuidere in due parti eguali. Essempi gratia sia il penthagono non equiangolo a b c d e. volendo dal angolo a. diuidere in due parti eguali, tiraremo la linea b e. & dal detto angolo a. diuideremo il triangolo a b e. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del decimosesto capo) trouaremo che la linea a f. fara tal effetto, fatto questo dal ponto f. diuideremo il quadrilatero b c d e in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella seconda del decimosesto capo) trouaremo, che la linea f g. fara tal effetto, hor se per caso la detta linea f g. fusse directamente vna con la linea a f. cioe che la linea a f g. fusse vna sola linea, saria risolto il problema perche la detta linea a g. (per commune sciencia) hauerebbe diuisa la detta figura di cinque angoli in due parti eguali, come si propone.

Ma se per sorte la.f g. non fusse in diretto con la.a f.(come nella seconda figura appare) tiraremo la.a g.& dal ponto.f.tiraremo la.f h.equidistante alla.a g.finalmente tiraremo la.a h.laqual dico, che divide la detta figura di cinque angoli . a b c d e . in due parti eguali,perche li duoi triangoli.f h g.&.f h a.sono fra loro eguali, per esser sopra vna medesima basa,laqual e la.f h. & fra le due linee.a g. &.f h. equidistanti, onde aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli , la figura.a f b d e. di cinque lati(per communa scientia)li duoi residuoi saranno eguali, delliquali duoi residuoi,l'uno è la figura di cinque lati.a f g d e.& l'altro è il quadrilatero. a h d e. & perche la figura di cinque lati.a f g d e.(per le cose supposte) è la mita del nostro pentagono.a b c d e.e pero seguita, che anchora il quadrilatero. a h d e. sia la mita del medesimo,che è il proposito.

Nota che la linea.f g. l'habbiamo segnata molto piu obliqua del douere verso il ponto.c. accio sia meglio vedute tutte le linee , che con parole nella rissolutione narramo,perche tirandola realmente secondo che richiede il ponto.g.cascaria tanto propinquo al ponto.h.che malamente si potria discernere le linee.a h.&.g f.dalle altre, & questa cautella costumaremo in molti luoghi simili,e pero nō te ne maravigliare.

4 Da vno ponto dato in vno di lati di vna figura di cinque lati , potemmo diuider quella in due parti eguali.Essempi gratia sia la figura di cinque lati . a b c d e.& nel lato.a e.sia dato il ponto.f.hor volendo dal detto ponto.f. diuidere la detta figura.a b c d e.in due parti eguali, diuideremo prima quella in due parti eguali dal angolo.a. ouero dal angolo.c.ouero dal angolo opposito a quel lato.a e. cioe dal angolo.c.perche sempre vno di detti angoli ti seruira.& tal hora duoi,& tal hora tutti tre ti potranno seruire,secondo la qualita di tal figura , & la situation del ponto dato.Hor diuidemola in due parti eguali dal angolo.a.onde procedendo secondo la regola data nelle due precedenti,trouaremo che la linea . a g . fara tal effetto , fatto questo dal ponto.f.tiraremo la.f g.& dal ponto.a.tiraremo la linea.a h.equidistante alla.f g.& finalmente dal ponto.f.tiraremo la.f h.laqual dico che diuide la detta figura . a b c d e . in due parti eguali,& tutto questo si dimostra secondo l'ordine delle passate , cioe li duoi triangoli.a h g.&.a h f. sono eguali per esser ambiduoi sopra vna medesima basa,che e la.a h. & fra le due linee.f g.&.a h. equidistanti , e per tanto aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli il quadrilatero.a b c h.(per communa scientia)il quadrilatero.a b c g . sara eguale alla figura di 5 lati.f a b c h.& perche il quadrilatero.a b c g.è la mita della nostra figura.a b c d e. seguita,che la figura.f a b c h.pur di cinque lati sia la mita della medesima.a b c d e.che è il proposito.

Da notare.

Per abreuiar parole bisogna notare , che se la.a h.non fusse venuta a cascar fra la.c g.ma fusse andata a segare la.b c.in tal caso bisognaria far tal prima diuisione dal angolo.e.ouer dal angolo.c.perche bisogna,che la prima linea, che diuide la detta figura (che in questo essempio saria la.a g.) & la linea equidistante alla.f g.(che in questo essempio saria la.a h.)caschino sopra vna medesima linea per far nascere li 2 triangoli.a h g.&.a h f.eguali,e pero quādo che questo non seguisi dalla diuisione fatta da vn di detti tre angoli bisogna far tal prima diuisione da l'uno degli altri duoi angoli,perche la maggior parte delle volte si trouara , che duoi di detti tre angoli te seruira,& accioche meglio m'intendi voglio che in questa medesima figura , & positione del ponto.f.che dal angolo.c.opposito al pōto.f.la diuidiamo in 2 parti eguali, onde procedendo secondo la regola data nella precedente trouaremo(come nella secōda figura appare)che la linea.c g.fara tal effetto, fatto questo tiraremo la.f c.& dal ponto.g. tiraremo la.g h.equidistante alla . f c. & dal ponto.f. finalmente tiraremo la.f h. laquale dico che diuide la detta figura . a b c d e . in due parti eguali ,laqual conclusione si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo che li duoi triangoli.f c h. &.f c g.esser eguali (per le ragioni piu volte dette)& giōto communamente a ciascheduno di quelli il quadrilatero.f a b c.(per communa scientia) il quadrilatero.g a b c.sara eguale al cinquelatero.f a b c h.& perche il quadrilatero.g a b c.e la mita della nostra figura. a b c d e . e pero seguita che anchora la figura.f a b c h.di cinque lati sia la mita della medesima , che saria pur il proposito,lequai due sorti di rissolutioni non dubito (se ben le considerarai) che

da te medesimo in ogni altra strana figura di cinque lati, & in ogni altra positione del dato ponto saprai essequire vn tal problema.

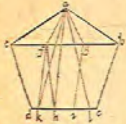
Del modo, ouer regola di diuidere un penthagono, ouer figura di cinque angoli in tre parti equali da vno delli suoi angoli.

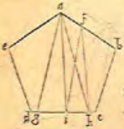
5 Ogni penthagono, ouer figura di cinque angoli, o sia equilatera, & equiangola, ouer non equilatera, ne equiangola, la potemmo diuidere in tre parti equali da vno delli suoi angoli. Essempi gratia sia la figura. a b c d. di cinque lati, o sia equilatera, & equiangola, ouero non equilatera, ne equiangola. Volendola dal angolo. a. diuidere in tre parti equali, tiraremo la. e b. & dal detto angolo. a. diuideremo il triangolo. a b e. in tre parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo (diuidendo la. e b. in tre parti equali) trouaremo che le due linee. a f. & a g. faranno tal effetto. Fatto questo dal ponto. f. tagliaremo la terza parte del quadrilatero. e b d c. dalla banda verso la. e d. & cosi dal ponto. g. tagliaremo per la terza parte del medesimo quadrilatero verso la. b c. onde (procedendo secondo la regola data nella diuision di capi tagliati, ouero di quadrilateri in generale) trouaremo che le due linee. f h. & g i. faranno tal effetto, tal che la detta figura. a b c d e. l'haueremo diuisa in tre parti, lequali sono li tre penthagoni. a f h d e. & a f h i g. & a g i c b. i quali tre penthagoni vengono a esser equali (per communa scientia) perche se li tre angoli. a e f. & a f g. & a g b. sono fra loro equali, & similmente li tre quadrilateri. e f d h. & f h g i. & g i b c. sono fra loro equali, e pero ciaschaduno di detti tre penthagoni, per essere ciaschaduno composto di vno di detti triangoli, & di vno di detti quadrilateri vengono a esser equali. Ma perche l'intento nostro e di far tal diuisione dal detto angolo. a. con due linee rette, tiraremo la linea. a h. & dal ponto. f. tiraremo la. f k. equidistante alla. a h. & finalmente tiraremo la. a k. laqual dico, che taglia il terzo del penthagono. a b c d e. cioe che il quadrilatero. a k d e. e la terza parte della detta figura. a b c d e. perche li duoi triangoli. f k a. & f k h. sono fra loro equali (per le ragioni piu volte dette) onde dando communamente a ciaschaduno di quelli, il quinquangolo. a f K d e. (per communa scientia) la figura. a f h d e. di cinque lati sara equale al quadrangolo. a k d e. & perche gia sappiamo, che la detta figura. a f h d e. di cinque lati e la terza parte del nostro penthagono. a b c d e. e pero seguita, che anchora il detto quadrilatero. a k d e. sia la terza parte del medesimo, che e il primo proposito.

Et con tal modo tagliaremo vn'altra terza parte del detto penthagono. a b c d e. dall'altra banda verso. b c. onde procedendo per la medesima regola, trouaremo che la linea. a l. fara tal effetto, & cosi dal angolo. a. con due rette linee. a k. & a l. habbiamo diuiso il detto penthagono. a b c d e. in tre parti equali, dellequali l'una e il quadrilatero. a K d e. l'altra il quadrilatero. a l c b. l'altra necessariamente sara il triangolo. a K l. & con tal regola si potra diuidere ogni dato penthagono (o sia, ouer non sia equilatero, ne equiangolo) in quante parti equali, ne parera con linee rette da vno di suoi cinque angoli, che e il proposito.

6 Anchora ogni data figura di cinque lati da vn ponto dato in vno di lati di quella la potemmo diuidere in tre parti equali. Sia essempi gratia la figura di cinque lati. a b c d e. o sia equilatera, ouer non equilatera, & nel lato. a b. sia dato il ponto. f. hor volendo dal detto ponto. f. diuidere la detta figura in tre parti equali, prima diuideremo quella in tre parti equali dal angolo. a. onde procedendo per la regola data nella precedente, trouaremo che le due linee. a g. & a h. faranno tal effetto, fatto questo tiraremo la. f h. & dal ponto. a. tiraremo la. a i. equidistante alla. f h. & finalmente tiraremo la. f i. laqual dico che taglia la terza parte del detto penthagono. a b c d e. laqual terza parte e il quadrilatero. f i c b. laqual cosa si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo li duoi triangoli. f h a. & f h i. sono equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde giongendoui communamente il quadrilatero. h f b c. seguita (per communa scientia) che il quadrilatero. f i c b. sia equale al quadrilatero. a h c b. & perche il detto quadrilatero. a h c b. e la terza parte del penthagono. a b c d e. seguita che anchora il quadrilatero. f i c b. sia la terza parte del medesimo, che e luna parte del proposito.

Hor per abreuiar parole, se dal angolo, ouer ponto. f. diuideremo la figura. f i d e a. in due parti equali, secondo la regola data nella terza di questo capo, sara risolto tutto il proposito, & questa seconda parte non mi e parso di essequire attualmente, perche sarebbe seguito gran confusione nella figura. Et se ben auertirai a questa regola, potrai diuidere ogni data figura di cinque lati in quante parti vorrai da vn ponto dato in vno di lati di



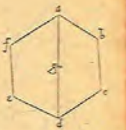


quella materia non piu audita in alcuno auttore di queste scientie.

Anchora ci sarebbe da dire, come che da vn ponto dato di dentro, ouer di fuora di vna tal figura si poria tagliare vna condecente parte di quella, ma dubito di non venirui in fastidio.

Il modo, ouer regola di saper diuidere le figure di sei lati in piu parti sotto diuerse conditioni. Cap. XVIII.

1 Gni essagono equilatero, & equiangolo potemmo diuidere in due parti eguali da qual si voglia angolo di quello. Essempi gratia sia lo essagono equilatero, & equiangolo. a b c d e f. volendo dal angolo. a. diuiderlo in due parti eguali, basta a tirare dal detto angolo. a. al contraposito angolo. d. la linea. a d. laqual dico che diuide il detto essagono in due parti eguali, laqual cosa per esser naturalmente da se chiara non staremo a far altra dimostratione, ma se pur delliderarai di far tal dimostratione, puoi arguire per piu vie, ma la piu breue e che li duoi quadrilateri. a b c d. & a f e d. sono equiangoli, & equilateri, e per tanto sono anchora simili, & eguali, per il che seguita il proposito.



2 Gni dato essagono equilatero, & equiangolo da vn ponto dato in vno di lati di quello lo potemmo diuidere in due parti eguali. Essempi gratia sia il dato essagono equilatero, & equiangolo a b c d e f. & nel lato. a b. sia dato il ponto. g. volendo dal ponto. g. con vna linea retta diuiderlo in due parti eguali, se per sorte il detto. g. sara nel mezzo del lato. a b. tirando da quello vna linea al ponto di mezzo del lato. d e. a lui contraposito, & sara esseguito il proposito, cioe che tal linea diuidera il detto essagono in due parti eguali, & questo si dimostrara secondo l'ordine detto nella precedente.

Ma se il detto ponto. g. non sara nel mezzo del lato. a b. si puo procedere per piu vie, ma la piu commune e a diuidere il detto essagono in due parti eguali dal angolo. a. ouer dal angolo. b. ma diuidemolo dal angolo. a. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo, che la linea. a d. fara tal effetto, laqual. a d. la diuideremo in due parti eguali in ponto. h. & tiraremo la. g h. & quella la produremo in longo per fin che sega il lato. e d. in ponto. i. & cosi la detta linea. g i. dico che diuide il detto essagono in due parti eguali, perche il lato. a b. e equidistante al lato. e d. onde l'angolo. d i h. del triangolo. h i d. e eguale al angolo. a g h. del triangolo. a g h. (per esser coalterni) & similmente l'angolo. h d i. sara eguale al angolo. h a g. & similmente li. 2. angoli, che sono al. h. (per la decimaquinta del primo di Euclide) sono eguali, e per tanto li detti duoi triangoli. a g h. & d i h. sono simili, & eguali, onde dando communemente a ciaschedun di loro la figura. g h d c b. di cinque lati, seguira (per commune scientia) che la figura. g i d c b. di cinque lati sia eguale al quadrilatero. a d c b. & perche il detto quadrilatero. a d c b. e la mita del nostro essagono, seguita che anchor la figura. g i d c b. di cinque lati sia la mita del medesimo essagono, e pero seguita il proposito.

Per altre vie si poria dimostrar la detta conclusione, ma per al presente voglio che questa basti.

Da notare.

Bisogna notare, che da poi, che si hauera inteso la regola delli duoi seguenti problemi, non solamente saperemo anchora diuidere vno dato essagono equilatero, & equiangolo in tre parti eguali da vno di suoi angoli, ouer da vn ponto dato in vno di suoi lati, ma in quante parti ne parera.

3 Ata vna figura di sei lati non equiangola, equilatera, o non equilatera da vno di suoi angoli, la potemmo diuidere con vna linea retta in due parti eguali. Sia essempi gratia la figura. a b c d e f. di sei lati non equiangola, e sia equilatera, ouer nõ equilatera, volendo dal angolo. a. con vna linea retta diuiderla in due parti eguali, tiraremo la. f b. & dal detto angolo. a. diuideremo il triangolo. a b f. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo) trouaremo che la linea. a g. ne fara tal effetto. Fatto questo dal ponto. g. diuideremo la figura. f b c d e. di cinque lati in due parti eguali, onde procedendo secondo la regola data nella quarta del precedente capo, trouaremo che la linea. g h. fara tal effetto, onde (per commune scientia) la figura. a g h d c b. di sei lati, sara eguale alla figura. a g h e f. di cinque lati, tal che ciascheduna sara la mita della nostra figura. a b c d e f. di sei lati, ma perche lo intento nostro e di far tal diuisione con vna linea retta, e per tanto tiraremo la linea. a h. & dal ponto. g. tiraremo la. g i. equidistante alla. a h. & finalmente tiraremo la. a i. laqual dico che diuide la detta nostra figura a b c d e f. in due parti eguali, perche li duoi triangoli. g i a. & g i h. (per la trentesima settima del primo di Euclide) sono eguali, per esser sopra vna medesima basa (che e la. g i.) & fra le due linee. a h. & g i. equi-

distanti, e per tanto aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli, la figura di sei, a b c d i g.(per communa scientia) la figura a i d c b. di cinque lati sara eguale alla figura a g h e c b. di sei lati, ma perche la detta figura a g h e c b. di sei lati e la mita della nostra figura a b c e f. pur di sei lati (come di sopra fu dimostrato) per il che seguita, che anchora la figura a i d c b. di cinque lati sia la mita della medesima figura a b c d e f. che e il proposito.

Questa medesima regola ne servira quando la detta figura fusse equilatera, & non equiangola.

Da notare.

PEr abreviar scrittura bisogna notare, che con la sopra data regola potremmo dividere vna figura di sei lati non equiangola, ne manco equilatera, non solamente in tre parti eguali da vno di suoi angoli con linee rette, ma in quante parti ne parera, perche dividendo il triangolo a b f. in tre parti eguali da l'angolo a. con il dividere la basa b f. in tre parti eguali, & dalli detti tre ponti dividere poi la figura f b c d e. di cinque lati pur in tre parti eguali, & dapoi dal angolo a. seguir (come di sopra fu fatto) & haveremo l'intento, & cosi volendolo dividere in piu di tre parti.

4 DA vn ponto dato in vno di lati di vna figura di sei lati non equiangola, equilatera, o non equilatera, la potremmo dividere in due parti eguali, con vna linea retta. Essempi gratia sia la figura a b c d e f. di sei lati non equiangola, ne manco equilatera, & nel lato e d. sia dato il ponto g. hor volendo dal detto ponto g. dividere tal figura in due parti eguali cō vna linea retta, prima la divideremo in due parti eguali, dal angolo d. overo dal angolo e. overo dal angolo contraposito al ponto g. cioe dal angolo a. (perche quasi sempre duoi di detti angoli ne servira (come fu detto sopra la quarta del precedente capo) dividemola adunque dal angolo a. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trovaremo che la linea a h. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la g a. & dal ponto h. tiraremo la h i. equidistante alla a g. & finalmente dal ponto g. tiraremo la g i. laqual linea g i. dico che la divide la detta nostra figura a b c d e f. in due parti eguali, il che si dimostrara secondo l'ordine delle passate, dicendo li duoi triangoli h i a. & h i g. sono eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) e per tanto aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli la figura i b d c b. di cinque lati (per communa scientia) la figura g i b c d. di cinque lati, sara eguale alla figura h a b c d. pur di cinque lati, & perche la detta figura h a b c d. e la mita della nostra figura a b c d e f. seguita, che anchora la detta figura g i b c d. sia la mita della medesima nostra figura a b c d e f. che e il proposito, & cosi con tal ordine la potrai dividere, non solamente in tre parti eguali, ma in quante parti ti parera, mediante le regole date.

Vero e, che alle volte vi porria occorrere alcune di queste, che nel seguente capo si ha da dire, cioe che ti porria occorrere da dividere vna figura di sette, over di otto lati, dellequali sin hora non e stato parlato.

Il modo, over regole di dividere una figura di sette lati in parti sotto diverse conditioni. Cap. XIX.

1 DAto vno eptagono, cioe vna figura di sette lati equilatera, & equiangola da vno angolo, facilmente la potremmo con vna linea retta dividere in due parti eguali. Essempi gratia sia la figura a b c d e f g. di sette lati equilatera, & equiangola, volendo dal angolo a. dividere in due parti eguali, divideremo il lato opposito al angolo a. (cioe il lato e d.) in due parti eguali in ponto h. & tiraremo la a h. laqual linea a h. te divide la detta figura a b c d e f g. in due parti eguali, perche la figura a h d c b. di cinque lati (per la diffinitione delle figure simili) e simile, & eguale all'altra figura a h e f g. (pur di cinque lati) e per tanto seguita il proposito.

2 DA vn ponto dato nel lato di vna figura di sette lati equilatera, & equiangola la potremmo dividere in due parti eguali. Essempi gratia (per abreviar figure) sia la medesima figura a b c d e f g. della precedente questione, & nel lato e d. sia dato il ponto i. hor volendo dal detto ponto i. dividere la detta figura in due parti eguali, se per sorte il detto ponto i. fusse nel mezzo del lato e d. non vi accaderia altro, che tirar vna linea retta da quello al angolo a. & saria risolto il problema, ma sel detto ponto i. non sara nel mezzo del detto lato e d. divideremo prima la detta figura in due parti eguali dal angolo opposito al detto lato e d. cioe dal angolo a. onde operando secondo la regola data nella precedente, troveremo che la linea a h. fara tal effetto. Vero e che in piu modi si porria compir il nostro problema,

blema, ma per seguir la regola delle passate, tiraremo la .i a. & dal ponto .h. tiraremo la .h k. equidistante alla .a i. & finalmente dal ponto .i. tiraremo la .i k. laquale dico, che ne divide la data figura .a b c d e f g. in 2 parti equali (per le ragioni piu volte dette) cioe perche li 2 triangoli .a i k. & .a i h. sono equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) e pero dando communamente a ciascheduno di quelli, la figura .a i d c b. di cinque lati, seguira che la figura .i k a b c d. di sei lati, sia equale alla figura .a h d c b. di cinque lati, & perche la detta figura .a h d c b. di cinque lati e la mita della data nostra figura .a b c d e f g. di sette lati, seguita anchora che la detta figura .i k a b c d. di sei lati sia la mita della medesima, che e il proposito.

Nelle seguenti si apprendera il modo generale di saper dividere le simili figure, si equilatere, & equiangole, come non equilatere, ne equiangole in tre, & piu parti equali, si da uno di suoi angoli, come da un ponto dato in uno di suoi lati.

3 DA uno de gli angoli di una figura di sette lati non equiangola, sia poi equilatera, over non equilatera, la potemmo dividere in due parti equali con una linea retta. Essempi gratia sia la figura .a b c d e f g. di sette lati non equiangola, ne manco equilatera, volendo dal angolo .a. dividerla in due parti equali con una linea retta, tiraremo la .g b. & dal angolo .a. divideremo il triangolo .a b g. in due parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo, trovaremo che la linea .a h. fara tal effetto, & fatto questo dal ponto .h. divideremo la figura .g b c d e f. (di sei lati) in due parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella quarta del precedente capo, trovaremo che la linea .h i. fara tal effetto. Siche fin hora habbiamo diviso la detta figura .a b c d e f g. in due parti equali, con le due linee .a h. & .h i. ma perche l'intento nostro e di far tal effetto cō una sola linea retta, e per tanto tiraremo la .a i. & dal ponto .h. tiraremo la .h k. equidistante alla .a i. et finalmente dal detto angolo .a. al ponto .k. tiraremo la .a k. laqual linea .a k. dico che ne divide la detta nostra figura .a b c d e f g. in due parti equali, & tutto questo si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo, li duoi triangoli .h k a. & .h k i. sono fra loro equali (per la 37 del primo di Euclide) onde dando communamente a ciascheduno di quelli, la figura .a h k d c b. di sei lati, seguira (per communa scientia) che la figura .a k d c b. sia equale alla figura .a h i d c b. & perche la detta figura .a h i d c b. e la mita della nostra figura .a b c d e f g. seguita che anchora la detta figura .a k d c b. sia la mita della medesima, che e il proposito. Et con tal regola potessimo dal detto angolo .a. divider la detta figura .a b c d e f g. in 3, & piu parti equali cō linee rette.

4 DA un ponto dato in uno di lati di una figura di sette lati non equiangola, equilatera, overo non equilatera, potemmo divider quella in due parti equali. Essempi gratia sia la figura .a b c d e f g. di sette lati non equiangola, & nel lato .a b. sia dato il ponto .h. dalquale volendo con una linea retta dividere la detta figura .a b c d e f g. in due parti equali, prima divideremo la detta figura in due parti equali dal angolo opposito al detto lato .a b. cioe dal angolo .e. onde procedendo per la regola data nella precedente, trovaremo che la linea .e i. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la .h e. & dal ponto .i. tiraremo la .i k. equidistante alla .h e. finalmente tiraremo la .h k. laquale dico, che divide la detta nostra figura .a b c d e f g. in due parti equali, laqual cosa si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo che li duoi triangoli .h e i. & .h e k. esser fra loro equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli la figura .h e d c b. (per commune scientia) la figura .h k e d c b. sara equale alla figura .i e d c b. & perche la detta figura .i e d c b. e la mita della nostra figura .a b c d e f g. Seguita che anchora la detta figura .h k e d c b. sia la mita della medesima, che e il proposito, & cosi con tal regola (se ben la considerarai) potrai dividere una tal figura, non solamente in tre parti equali da un ponto dato in uno di suoi lati (con linee rette) ma anchora in quante parti ti parera.

Sopra di questa materia mi fu proposito un quesito da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodovico ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il 5 quesito delli suoi 31 a me proposti, il qual suo quinto quesito parlava precisamente in questa forma.

Proposto che sia qual si voglia eptagono equilatero, ma non equiangolo, partirlo per mezo con una retta linea. Et perche fin hora non era stato data regola da essequir un tal problema, & a volerlo rissolvere secondo le sopra notate regole generali da noi ritrovate, a mi era necessario a dar prima una regola da essequir tal effetto in una figura di cinque lati non equiangola, & dapoi in un'altra di sei lati, & dapoi con quelle far il medesimo in una tal figura di sette lati (come di sopra s'e visto) onde non era possibile a dar tal rissolutione figuratamente in stampa, nel termine da loro limitato, qual era di quindeci giorni doppo il ricevere di quelli, e pero non mi curai di far a perder tempo a dar general rissolutione a tal quesito, ma solo a quelli, che con

simplice parole (cioe senza formar figura) poteua risoluere auanti, che spirasse il termine da esso gia limitato, perche sperauo che fusse quello, ogni mia rissolutione saria stata nulla. Ma perche dubitaua, che non volessero intendere lo detto eptagono secondo, che intesi dal suo primo quesito, sopra di quello lo risolsi in parole, per non lasciar tal suo quesito senza risposta.

Da notare.

PEr abreuiar parole, & scrittura, bisogna notar, che con il medesimo ordine possemo diuidere non solamente vna figura di otto lati, si non equiangola, ne equilatera, come equiangola, & similmente vna di noue lati, ma si potria procedere gradatamente in infinito, si da vn ponto dato in vno di suoi lati, come da vno di suoi angoli, perche si vede nelle passate, che con le regole date nel diuidere vn capo tagliato, gradatamente ascendendo cauammo la regola di diuidere generalmente ogni specie di quadrilateri, & da tal regola, trouammo poi la regola di diuidere ogni specie di figura di cinque lati, & da quella di 5 lati trouammo quella di diuidere ogni specie di figura di sei lati, & cosi da quella di sei trouammo quella di sette. Et pero chi ben vi considera da quella di sette potemmo trouar quella di otto, & da quella di otto quella di noue, & cosi discorrendo di mano in mano, e pero voglio che facciamo fine a questa diuisione delle figure rettilinee.

Il modo, ouer regola di diuidere un cerchio in piu parti sotto diuerse conditioni. Cap. XX.

1 DA vno ponto dato nella circonferentia di vn cerchio, ouer di dentro, ouer di fuora di tal cerchio lo potemmo diuidere in due parti eguali. Sia essempi gratia il cerchio a b c. il centro del quale sia il ponto. d. hor volendo dal ponto. a. (dato nella circonferentia) diuider quello in due parti eguali, tiraremo dal ponto. a. al centro. d. la linea. a d. & quella prolongaremo direttamente in longo per fin che sega la circonferentia in ponto. c. & cosi la detta linea. a d c. vien a esser il diametro di tal cerchio (per la diffinitione del diametro) e pero diuide quello in due parti eguali, che saria il proposito.

Et per abreuiar figure sel ponto fusse dato di dentro del cerchio, come saria a dire il ponto. e. nel medesimo cerchio. Et volendo da tal ponto. e. diuidere il detto cerchio in due parti eguali, tiraremo medesimamente dal detto ponto. e. al centro. d. vna linea retta, & quella prolongaremo dall'una, & l'altra banda per fino alla circonferentia, & quella ne diuidera il detto cerchio in due parti eguali, per la detta diffinitione del cerchio, laqual linea non l'ho tirata per essere di facile apprensione.

Al medesimo modo si procederia, quando che'l ponto fusse dato fuora del cerchio, come saria a dire il ponto. f. cioe tiraressimo vna linea retta dal ponto. f. al centro. d. & quella prolongaressimo per fino alla circonferentia, & cosi tal linea tirata che fusse (per le medesime ragioni) diuideria il detto cerchio in due parti eguali, che per essere tal conclusione da se chiara, altramente non la essemplifico.

2 ANchora potemmo senza altra conditione diuidere vn cerchio in tre parti eguali. Essempi gratia sia il cerchio. a b c. il centro del quale sia. d. volendo diuidere tal cerchio in tre parti eguali, diuideremo la circonferentia di quello in tre parti eguali nelli tre ponti a b c. il che facilmente si fa, perche ogniuna di dette terze parti si compone di duoi archi del lato del essagono, e pero ogniuna di dette terze parti vien a esser l'arco sopracadente al lato del triangolo equilatero inscritto nel detto cerchio, e per tanto dal centro. d. tiraremo le tre linee. d a. d b. & d c. le quali dico, che diuidono il detto cerchio in due parti eguali, lequal parti vengono a essere li tre settori. d a b. d a c. & d c b. li quali settori (per la vigesima del terzo di Euclide) vengono a esser eguali, che e il proposito.

Per non abondar in scrittura, & in figure per il medesimo ordine potremo diuidere vn cerchio, non solamente in quattro, ouero in cinque parti eguali, ma in quante parti ne parera, cioe diuidendo la circonferentia in tante parti quante vorremo far di quello, & dal centro di tal cerchio a ciascheduno di quelli ponti diuidenti la detta circonferentia, tirar vna linea retta, & haremo il proposito.

3 DIna hora non habbiamo potuto trouare di diuidere geometricamente vn cerchio in tre parti eguali con due linee equidistanti, vero e che tal problema si puo essequire, & concludere naturalmente, cioe propinquo alla verita, cioe senza error, che sia di momento. Essempi gratia sia il cerchio. a b c d. il centro del quale sia il ponto. e.

Hor

Hor volendo diuidere tal cerchio naturalmente in tre parti eguali, con due linee rette, prima trouaremo la sua terza parte dal centro .e. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo tal terza parte essere il settore .e a f b. fatto questo tiraremo la corda .a b. & prolongaremo l'uno, & l'altro delli duoi lati .a e. & .b e. per fin che concorreno con la circonferenza nelli duoi ponti .c. & .d. & tiraremo la corda .c d. & perche li duoi lati .a e. & .b e. del triangolo .a b e. sono eguali alli duoi lati .c e. & .d e. del triangolo .e c d. perche tutti vanno dal centro alla circonferentia, & l'angolo .e. dell'uno (per la 15 del primo di Euclide) e eguale al angolo .e. dell'altro, onde (per la quarta del primo di Euclide) la basa .a b. dell'uno e eguale alla basa .c d. dell'altro, & gli altri angoli, a gli altri angoli, & tutto il triangolo a tutto il triangolo sara eguale, per il che seguita che anchora la corda .a b. sia equidistante alla corda .c d. et che la portione .a f b. sia eguale alla portione .c g d. et (per communa sciencia) il settore .e c g d. esser eguale al settore .e a f b. e pero il detto settore .e c g d. vien anchora lui a esser vn'altra terza parte del detto nostro cerchio. E per tanto dal centro .e. tiraremo il diametro .h e i. equidistante a l'una, & l'altra delle due corde, ouer base .a b. & .c d. & fatto questo tiraremo le due linee .b h. & .c i. lequai due linee dico, che diuidono il cerchio quasi in tre parti eguali, & sono fra loro equidistanti, perche eglie manifesto, che li duoi triangoli .a e b. & .a b h. sono fra lor eguali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa, che la .a b. & fra le due linee .a b. & .h i. equidistanti, onde dando communamente a ciascuno di quelli, la portione .a f b. seguira che la figura cōpresa sotto delle due rette .a h. & .h b. & del arco .a f b. esser eguale al settore .a e b f a. & perche il detto settore e la terza parte del cerchio (come di sopra fu dimostrato) e pero anchor la detta figura compresa sotto alle dette due linee rette .a h. & .h b. & l'arco .b f a. sara la terza parte del medesimo cerchio. Et cosi (per le medesime ragioni) l'altra figura opposita cōpresa sotto alle due linee rette .d i. & .i c. & l'arco .d g c. sara medesimamente il terzo del detto cerchio, e per tanto la portione compresa sotto della corda .b h. & del arco .h a f b. saria tanto piu della terza parte del cerchio, quanto che e quella portioncella cōtenuta sotto alla retta .a h. & al archetto .a h. e pero trouando la superficie di tal portioncella secondo le regole sue (lequai regole in fine replicaremo) & tal superficie collocarla ad angoli retti sopra la corda .h b. dalla banda verso .f. il che facendo la portione compresa sotto il secondo lato di quella, qual supponiamo, che sia la .k l. (come nella seconda figura si vede esser fatto) & l'arco .k a f l. sara (naturalmente parlando) la terza parte del cerchio, perche non errara di cosa di momento. Il medesimo facēdo nell'altra portione contraposita, supponemo che la corda .m n. faccia tal effetto, e pero (per la medesima ragione) la portione compresa sotto della corda .m n. & del'arco .m g d n. (naturalmente parlando) sara vn'altra terza parte del detto cerchio, per il che la figura cōpresa sotto le due rette .k l. & .m n. & li duoi archi .k m. & .l n. sara vn'altra terza parte del detto cerchio, & perche le due linee .K l. & .m n. sono equidistanti, seguita il proposito.

Anchor che (per le regole piu volte dette) credo, che tu sapessi geometricamente trouar la superficie dell'una, & dell'altra di quelle due portioncelle, & collocare l'una di quelle ad angoli retti sopra la linea .h b. verso .f. & l'altra sopra la .c i. verso .g. nondimeno ti voglio replicare sotto breuita tal operatione.

Per trouar geometricamente l'aria della portioncella .a h. della prima figura, trouaremo prima l'aria del settore .e a h. il che faremo (trouando con vna mesurera) che si possa torcere, & dirizzare quanto sia per retta linea la mita del arco .a h. & con quello, & con la mita del diametro del cerchio, formaremo vn rettangolo, & quel rettangolo lo tiraremo in vn quadrato secōdo la regola data nella quarta del quarto capo, fatto questo (p la medesima) formaremo vn'altro quadrato eguale al triangolo .e a h. & questo secondo quadrato lo sottraremo del primo (per la regola data nella decima del quinto capo) & il restante lo collocaremo ad angoli retti, sopra la .h b. dalla banda verso .f. & questo faremo (per la regola data sopra la 12 del secondo capo) & questa e quella, che supponemmo esser la superficie rettangola .h b k l. vero e, che per esser rettangola li duoi angoli .K. & .l. transiranno alquanto fuora del cerchio, per laqual cosa tal conclusione appresso del mathematico saria reprobata per falsa, ma appresso del naturale sara giudicata ottima, per non errare in cosa di momento, & questo che e detto di questa si debbe intendere anchora per l'altra contraposita.

POtemmo anchor diuider naturalmente vn cerchio in 4 parti eguali con 2 linee rette. Essempi gratia sia il cerchio .a b e dal centro del quale sia il ponto .e. volēdolo diuidere naturalmente in 4 parti eguali con 2 linee equidistanti, prima trouaremo la quarta parte della circonferentia, quale sia l'arco .a f b. & tiraremo la .a b. che verra a esser il lato del quadrato inscritto in tal cerchio, & dal centro .e. tiraremo le due linee .e a. & .e b. talche il settore .e a f b. verra a esser la quarta parte del detto cerchio, fatto questo dal centro .e. tiraremo la .h e i. equidistante alla .a b.

dapoi tiraremo le due linee.b h.& a h.onde che il triangolo.a b h.(per la 37 del primo di Euclide)sara eguale al triangolo.a b e.e per tanto dando communamente a ciascuno di quelli la portione.a b f.(per commune scientia)la figura cōpresa delle due linee rette.h a.& h b & del arco a f b.sara eguale al settore.e a f b.e pero sara anchora lei tal figura eguale alla quarta parte del detto cerchio, similmente allongando la linea.a e.(per fin in.d.& la.b e.per fin in.c(per le medesime ragioni dette nella precedente)il settore.e c g d.sara eguale a l'altro settore.e a f b.e pero sara anchora lui vn'altra quarta parte del detto cerchio,& tirando la.c d.quella sara equidistante alla.a b.& similmente tirando le due linee.c l.& d l.(per le medesime ragioni)la figura cōpresa sotto le dette 2 linee rette.l c.& l d.& l'arco.d g c.sara eguale al detto settore.e c g d.& conseguentemente sara anchora eguale alla quarta parte del nostro cerchio, hor se dalla detta figura cōpresa sotto delle 2 rette.h a.h b.& de l'arco.a f b.ne cauaremo l'aria della portioncella compresa sotto della retta.h a.& del arco.h a.secondo la regola data nella precedente, cioe collocando tal area sopra la retta.h b.dalla banda verso l'arco.a f.qual pongo sia il rettangolo.h K l b.seguira,che la portione.l K a f.(naturalmēte)sia la quarta parte del nostro cerchio,& per il medesimo modo facendo della portioncella cōtenuta sotto della retta.d i.& del arco.d i.collocandola sopra la retta.c i.verso l'arco.g d.qual supponiamo,che sia il rettāgolo.c i m n.seguira che la portione.m n g d.sia medesimamente vn'altra quarta parte del detto nostro cerchio, e pero la figura cōpresa fra le due rette.K l.& m n.& li duoi archi.k m.& l n.vien a esser naturalmente la mita del cerchio,onde diuidendo ciascuno di detti duoi archi.K m.& l n.in due parti equali nelli duoi ponti.o.& p.& ciascuna di dette due parti vien a esser la quarta parte del cerchio,e perche le 4 linee.l k.o p.& m n.sono equidistante seguita,che noi habbiamo diuiso il detto nostro cerchio naturalmēte in 4 parti equali con le tre linee equidistāti.K l.o p.& m n.ch'e il proposito.

5 POtemmo dar,ouero assignar geometricamente fra 2 linee equidistanti qual parte si voglia di vn dato cerchio,dommēte che tal parte sia menor della mita di quello. Essempi gratia sia il dato cerchio.a b c.il centro delquale sia il ponto.d.volendo assignar geometricamente la terza parte di quello,fra 2 linee equidistāti,prima dal cētro.d.secōdo la regola data nella secōda ne assignaremo il settore.d a e b.eguale alla terza parte del detto cerchio, & tiraremo la retta.a b.& dal centro.d.tiraremo la.d f.equidistante alla.a b.& dapoi tiraremo la.b f.onde p le argumentationi fatte nella 3.& 4.la portione.b f a e.sara piu della terza parte del detto cerchio,tanto quanto e l'aria della portiōcella contenuta sotto della retta.f a.& del arco.f a.e per tanto diuideremo l'arco.a e b.in 2 parti equali in pōto.e.talche l'arco.a e(in questo caso)saria la sesta parte della circonferentia di tal nostro cerchio,onde segnaremo l'arco.f g.eguale al detto arco.a e.et tiraremo la retta.e g.hor dico che la detta.e g.e equidistāte alla retta.f a.che per esser da se chiara, nō staremo a far dimostratione di tal conclusione,dico anchor che la superficie cōpresa fra le dette 2 linee.a f.& e g.equidistāti,& li 2 archi.a e.& f g.eguali esser precisamente la 3 parte del detto nostro cerchio,pche l'arco.f a e b.e eguale al arco.e a f g.p esser ciascū di lor cōposti di due seste parti della circōferentia,et del arco.f a.e po la portione cōpresa sotto alla corda.f b.& l'arco.f a e b.e eguale alla portione cōpresa sotto alla corda.g e.& a l'arco.g f a e.e p tanto leuando cōmunemente a ciascuna la portioncella,cōpresa sotto alla retta.f a.& al arco.f a.(per cōmune scientia)li 2 rimanenti saranno eguali,delliquali 2 rimanēti l'uno e la figura cōpresa sotto alle 2 rette.f a.et f b.& l'arco.a e b.laqual figura(se ben si aricordi)e precisamente la terza parte del cerchio,& l'altro sara la superficie cōpresa fra le 2 linee rette.f a.& g e.equidistanti,& li 2 archi.a e.& f g.e pero tal superficie sara anchor lei precisamēte la terza parte del detto cerchio, ch'e il proposito.

Et cō questa regola potrai dar,ouer assignar geometricamēte fra 2 linee equidistāti, qual si voglia altra parte,ouer parti d'vn dato cerchio,che sia,ouer siano menor della mita di tal cerchio, cioe nō solamēte potrai dar,ouer assignar la 4,ouer 5 parte d'vn dato cerchio,& cosi discorrēdo,ma anchor li $\frac{2}{7}$,ouer li $\frac{3}{8}$,et altre parti simili,che siano mē della mita del cerchio,pche non e impedita la via di poter dal cētro di tal dato cerchio formar vn settore, che cōprēda,ouer abraccia li $\frac{2}{7}$, ouer li $\frac{3}{8}$,& altre parti simili della circōferētia di tal cerchio,ilqual settor verra a esser quelle parti del dato cerchio, poi tirar tal settore fra 2 linee equidistāti secōdo la regola della positione.

Anchora con la medesima regola si potra geometricamente dare,ouer assignar fra due linee equidistanti in vn dato cerchio vna superficie eguale alla superficie di qual si voglia settore rationale,ouero irrationale del detto cerchio,dommente che tal settore sia meno del mezo cerchio, perche dato,che sia il settore.d a e b.(anchor che non sappiamo,che parte, ouer parti sia del dato cerchio,con la medesima regola si dimostrara la superficie compresa fra le due linee rette.f a.& g e.equidistanti,& li medesimi duoi archi.a e.& f g.esser eguali al medesimo settore.d a e b.anchor che non sappiamo,che parte,ouer parti sia tal settore del detto cerchio, perche possemo sempre tirar la corda.a b.di tal settore,& dal centro.d.tirar la.d f.equidistante alla detta.a b.&

diuider

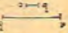
diuider l'arco.a e b.in due parti eguali in ponto.e.& segnar l'arco.f g.eguale al arco.a e.& tirar le tre linee.f a.& f b.& e g.& arguire (come di sopra fu fatto) & hauremo il proposito.

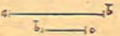
Delli uarij modi, ouer regole inuestigate da nostri antichi philosophi da trouare, parte geometricamente, & parte naturalmente a due proposte linee, due medie proportionali in continua proportionalita, per duplicar il cubo. Cap. XXI.

Il modo inuestigato da Platone.

Siano le 2 proposte linee.a b.& b c.volendo fra queste due linee trouarui (per il modo inuestigato da Platone) due medie in continua proportionalita, siano congionte ad angolo retto le dette due linee (come piu a basso si vede) formando l'angolo.b.retto, & siano l'una, & l'altra protratta indiffinitamente in longo la.a b.verso.e.& la.c b.verso.f.(come nella seconda figura si vede) fatto questo bisogna hauer vno instromento al modo dello antelarico, che le due gambe.i l.& i k.siano ad angolo retto sopra la basa.l k.& la.b m.sia mobile, talmente che si possa eleuar quanto sia bisogno, ma sia talmente comesso quando che si eleua in suso, sempre si eleui equidistantemente alla basa.l K.hor fatto questo platonico instrumento, volendo con quello trouar le dette due medie in continua proportionalita fra la.a b.& b c.procederai in questo modo, ponerai il ponto.c.(termine della linea.b c.) sopra la linea.l K.della basa del instromento, talmente che il ponto.a.(termine della linea.a b.) tocchi ponctalmente la mobil linea.m n.(stante l'angolo.b.in aria) fra li duoi ponti.m.& n.& fatto questo spingerai li detti duoi termini.a.& c.(in tal positione) tanto verso li duoi ponti.n.& k.ouero verso li duoi.m.& l.talmente che tu venghi a far capitare la linea.b e.sopra l'angolo.l.ma con tal condicione, che la linea.b f.in quel instante venghi a capitare nel ponto, ouer angolo, doue s'intersegano le due linee.l k.& m n.stante pero sempre la.m n.equidistante alla.l k.accordata adunque questa particolarita (come nella figura appare) dico le due linee.b x.& b z.esser quelle due, che cercamo, cioe sono le due medie in continua proportionalita fra le due.b a.& b c.perche eglie manifesto, che essendo.m n.equidistante al.l k.(dal presupposito) sara anchora l'angolo.l x n.ouer.l x a.retto, adunque il triangolo.a x l.e rettangolo, & la perpendiculare.x b.che vien dal detto angolo.x.retto (per il corellario della ottaua del sesto di Euclide) quella sara media proportionale fra le due settioni.a b.& b z.della basa, & (per le medesime ragioni) nel triangolo.x z c.rettangolo, la perpendiculare.z b.sara media proportionale fra le due settioni.x b.& b c.della basa, adunque si come la.a b.alla x b.cosi sara la.x b.alla z b.& anchor si, come la.x b.alla.z b.cosi sara la.z b.alla.b c.ch'e il proposito. Nota che il ponto.l.& il ponto.z.sono vn medesimo ponto nel instrumento.

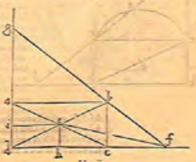
Si vede adunque, che la rissolutione di tal problema e naturale, per quel procedere a tastoni, ma la probatione, ouer dimostratione e Mathematica, perche la si dimostra rationalmente, & non sensibilmente, & anchora la inuentione di tal operare fu ritrouato per ragion geometrica, & non naturale anchor che geometricamente non si possa totalmente essequire.





Il modo di Herone nelle introduttioni mechanice.

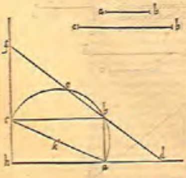
Siano anchora le proposte due linee rette.a b.& b c.alle quali volendo costituire due altre linee rette medie in continua proportionalita, per il modo trouato da Herone, disponerai ambedue quelle, talmente che contengano l'angolo retto in ponto.b.& sia compito il parallelogrammo rettangolo.b d.& siano tirati li duoi diametri.a c.& b d.i quali diametri eglie manifesto, che sono eguali, & che si diuidono fra loro in due parti eguali in ponto.e.perche descriuo vn cerchio sopra il centro.e.secondo la quantita di vno di detti mezi diametri, quel tal cerchio transira per li termini de gli altri, concio sia che il detto parallelogrammo e rettangolo, siano adunque produtti.d c.& d a.per fino al.f.& g.& sia intesa vna regola, ouer rega, come saria la.f b g.mobile, circa a vn chiodo fisso in ponto.b.& sia mouesta, che la seghi da vna banda la linea.a g.& da l'altra la linea.c f.ma bisogna girar la detta rega, che la seghi talmente le



dette due linee.a g.&.e f.che tirando dal centro.e. due linee alle dette due segationi, sieno tai due linee eguali, hor sia l'una di dette due segationi il ponto.g.& l'altra il ponto.f.alliquali due ponti.g.&.f.tirandoui dal ponto.e.le due linee.e g.&.e f.sensibilmente si trouarano esser eguali(come è detto)hor dico le due linee.a g.&.e f.esser quelle, che si cerca, cioè le 2 medie in continua proportionalità fra le e.a b.&.b c.proposite,& per dimostrar, che cosi sia dal põto.e.sia tirata la.e h.perpendicolare alla.d c.laquale è manifesto quello segar la detta.d c. in 2 parti eguali in ponto.h. E per tanto perche la.d c.è segata in 2 parti eguali in ponto.h.& a quella vi e aggionta direttamente in longo la.c f.(per la 6 del secondo di Euclide)il rettangolo contenuto sotto di tutta la.d f.& della aggionta.c f.col quadrato della.c h.sara eguale al quadrato della.h f.& aggionendoui communamente il quadrato della.e h.seguira,quello ch'è contenuto sotto la.d f.& la.c f.insieme con i quadrati della.h c.& della.e h.esser eguale alli quadrati delle due linee.h f.&.e h.ma li quadrati delle due.h f.&.h e.sono eguali (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della.e f.& similmente li quadrati delle due.e h.&.h c.sono eguali al quadrato della.e c.Adunque quello,che è contenuto sotto della.d f.&.f c.con il quadrato della.e c.si eguaglia al quadrato della.e f.& similmente(tirando la.e i.perpendicolare sopra la.a d.)si dimostrara,che quello che è contenuto sotto delle due linee.d g.&.g a.con il quadrato della.a e.esser eguale al quadrato della.e g.& la.a e.è eguale alla.e c.& la.e g.alla.e f. Adunq; quello,ch'è contenuto sotto della.d f.& della.f c.si eguaglia a quello, che è contenuto sotto della.d g.& della.a g.& se quello, che è contenuto sotto delli estremi sara eguale a quello, che è contenuto sotto alli medij(per la seconda parte della decimasesta del sesto di Euclide) le dette quattro linee sarãno proportionali. Adunque si,come è la.f d.alla.d g.cosi è la.a g.alla.c f.ma si come la.f d.alla.d g.cosi è la.f c.alla.c b.& la.b a.alla.a g.perche nel triangolo.f d g.è dutta la.c b.equidistante alla.d g.similmente la.a b.equidistante alla.d f.adunque si,come la.b a.alla.a g.cosi è la.a g.alla.c f.& la.c f.alla.c b.adunque intra le due date linea.a b.&.b c.sono state fatte le due medie proportionali.a g.&.c f.che è il proposito.

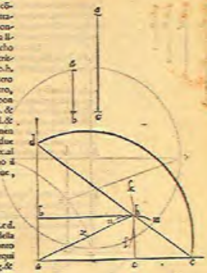
Il modo di Philone de Bisantio.

Siano anchora le due date rette linee.a b.&.b c.allequali volendo trouare due medie proportionali in continua proportionalità, per il modo inuestigato da Philone Bisantino, siano applicate le dette due linee ad angolo retto in põto.b.& vi sia tirata la hipotenusa.a c.& sia descritto sopra di quella il semicerchio.a b e c.& sia dutta la.a d.ad angolo retto sopra la.b a.& anchora la.c f.alla.b c.& sia applicata la regola, ouer riga mobile al ponto.b.segante la.a d.& la.c f.& sia girata circa al detto ponto.b.per fino a tanto,che la linea.b d.sia eguale alla linea.f e.che è fra la circonferentia del cerchio,& la.c f.e per tanto sia intesa la detta regola, ouer riga hauer tal positione, che la detta.b d.sia eguale alla detta.e f.(com'è detto) e per tanto dico le due linee.a d.&.c f.esser quelle che cerchiamo, cioè esser medie proportionali in continua proportionalità fra le due proposite.a b.&.b c. perche essendo intese le due.d a.&.f c.protratte, & concorrenti in ponto.h. E per tanto egli è manifesto quando che la.b a.&.f h.siano equidistanti,che l'angolo.h.è retto,& essendo compiuto perfettamente il cerchio.a b e c.transira per.h. Adunque perche la.d b.è eguale alla.e f.seguita che quello, che è contenuto sotto della.e d.&.d b.è eguale a quello, che è contenuto sotto della.b f.&.f e. Ma quello, che è contenuto sotto della.e d.&.d b. si eguaglia a quello,che è contenuto sotto della.h d.&.d a.perche l'uno,& l'altro) per la trentesima sesta del terzo di Euclide) è eguale al quadrato della dutta dal ponto.d.contingente, ouer toccante il cerchio. Ma quello,che è contenuto sotto della.b f.&.f e.si eguaglia a quello,che è contenuto sotto.h f.&.f c.perche l'uno,& l'altro similmente si eguaglia al quadrato della linea toccante il cerchio dutta dal ponto.f.per laqualcosa quello,che è contenuto sotto della.h d.&.d a.si eguaglia a quello, che è contenuto sotto della.h f.&.f c.e pero si come,che è della.d h.alla.h f.cosi è della.c f.alla.d a.ma si come della.h d.alla.h f.cosi è della.b c.alla.c f.&.& della.d a.alla.a b.perche nel triangolo.d h f.è dutta la.b c.equidistante alla.d h.& anchora la.b a.equidistante alla.f h. Adunque è si come la.b c.alla.c f.cosi la.c f.alla.d a.& la.d a.alla.a b.che era il proposito.



Il modo di Apollonio.

4 Siano anchora le due date rette linee.a b.a c.alle quali volendo trouare due medie proportionali in proportionalita cõtinua, per il modo trouato da Apollonio, siano per assettate le dette due linee, che contengano l'angolo retto in ponto.a.fatto questo sara il centro il ponto.b.& secondo la quantita della linea.a c.sia dessignata quella poca parte di circonferentia.k h l.& anchora sia fatto centro il ponto.c.& secondo la quantita della.a b.sia descritta la parte di circonferentia.m h n.laqual sega l'altra.K h l.in ponto.h.& dapoi siano tirate le due linee.h b.& h c. Adunque il quadrilatero b a c h.e parallelogramo, & rettangolo, delquale la.h a.e il suo diametro, sia diuiso il detto diametro.h a.in 2 parti eguali in ponto.x.il qual ponto.x.sia fatto centro, & sia descritto vn cerchio segante le 2 linee.a b.& a c.produtte nelli duoi ponti.d.& e.talmente che li detti 2 ponti.d.& e.siano in vna medesima retta linea con il ponto.h.laqual cosa facilmente sara fatto con vna regola mobile intorno al ponto.h.segante le due linee.a d.& a e.girata per fino a tanto, che le linee dutte dal ponto.x.alli detti duoi ponti.d.& e.siano eguale. Perche fatto questo hauremo il proposito, laqual operatione, & figuratione e come quella di Herone, & e manifesta per la medesima dimostratione di Herone.

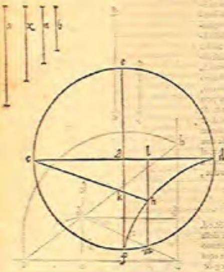


Il modo di Dioclis.

5 Se in vn dato cerchio siano tirati duoi li diametri.a b.& c d.seganddosi ad angoli retti, & siano separate due parti della circonferentia eguali, da l'una, & dall'altra banda dal ponto b.lequali siano.b e.& b f.& dal ponto.f.sia dutta vna equidistante alla.a b.laquale sia la.f g.& sia tirata la.d e.Dico che fra la.c g.& la.g h.vi sono le 2.f g.& g d.medie proportionali, perche essendo dutto dal ponto.e.la linea.e x.equidistante alla.a b.seguita adunque la.e k.esser eguale alla.f g.& la.K c.alla.g d.Et questo si manifesta, dutto dal ponto l.le 2 linee rette.l e.& l f.perche li 2 angoli.e l c.& f l d.sono eguali (per la vltima del sesto di Euclide) & quelli del põto.x.& põto.g.sono retti. Adunque, & tutti gli angoli, & tutti li lati del triangolo.k l e.sono egualli a quelli del triangolo.g l f.cioe ciascuno al suo relatiuo, per laqual cosa, perche l k.e eguale al l g.adunque il restante.e x.sara eguale al restante.g d.perche adunque e si come la.d K.alla.K e.cosi e la.d g.alla.g h.& anchora si come la.d K.alla.x e.cosi e la.e K.alla.K c.perche la.K e.e media proportionale fra le due parti.d K.& x c. Adunque si come la.d h.alla.x e.cosi e la.e K.alla.K c.& cosi la.d g.alla.g h.& la.d k.e eguale alla.c g.& la.e K.alla.f g.& la.K c.alla.g d.adunque si come la.c g.alla.g f.cosi e la.g f.alla.g d.& la.g d.alla.g h.

Anchora se da l'una, & l'altra banda dal ponto.b siano tolte eguali circonferentie, ponimo la.m b.& la.b n.& per il ponto.m.sia dutta la.n x.equidistante alla.a b.& sia tirata la.d m.vn'altra volta le due linee.n x.& x d.saranno medie proportionali fra la.c x.& la.x o.Et per tanto a questo modo puo esser trouate piu equidistanti continue produtte fra li duoi ponti.b.& d.& dalle circonferentie tolte da quelle verso il ponto.b.ponendone altre tante eguali verso il ponto.c.& a tali ponti facti giongendo, ouer tirando le linee rette dal ponto.d.talmente che facciano similmente, come fanno la.d e.et.d m.diuidendo le paralelle, che sono fra b.& d.secondo quelli ponti, come nella proposta descrittione sono li ponti.o.& h.alliquali applicata la regola tirãdo le rette linee haueremo vna certa linea descritta in cerchio, nellaquale se sara tolto in quella qual si voglia ponto, & per quello sia dutta vna equidistante alla.a b.saranno la detta dutta, & quella, che sara taglia ta dal diametro verso il.d.medie proportionali fra la linea tagliata dalla medesima dal diame-no verso il ponto.c.& la parte di quella contenuta dal ponto in questo segnato al diametro.

Costituite queste cose così. Siano le due date rette linee.a. & .b. alle quali sia di bisogno trovar (per



questa regola di Diocle) due medie proportionali, & sia il cerchio, nel quale li duoi diametri.c d. &.e f. si seghino ad angoli retti, & sia descritto in tal cerchio la linea curva.d h f. per li ponti continui (come di sopra è stato detto) & sia fatto sì come e la.a. alla.b. così sia la.e g. alla.g x. & tirata la.e x. & produtta divida la detta linea curva in ponto.h. & per il ponto.h. sia dutta la.l m. equidistante alla.e f. Adunque (per le ragioni di sopra adutte) fra la.c l. & la.l h. sono medie proportionali la.l m. et la.l d. Et perche sì come la.c l. alla.l h. così è la.e g. alla.g x. & sì come la.e g. alla.g x. così è la.a. alla.b. & se nella medesima proportione di quelle.c l. l m. l d. & l h. costituiremo fra la.a. & la.b. le due.n. & .x. quelle trovate, overo costituite, che siano saranno medie proportionali fra la.a. & la.b. che era da trovare.

Per trovare le due linee.x. & .n. bisogna procedere (per la 22 del sesto di Euclide) trovando prima la.x. alla.a. sì come che la.l m. alla.c l. & trovata la.x. trovar per la.n. alla.x. sì come è la.l d. alla.d l. onde havendo ben operato, seguira necessariamente, che la.n. alla.b. sia sì come della.l d. alla.l h. & se per sorte così non fusse saria segno tu haver errato nella operatione manuale.

Il modo de Pappo nelle introduttioni mecanice.

PAppo propose di trovare un cubo che havesse una data proportione a un'altro dato cubo, benche quelle cose, che occorre a dimostrare tal proportione di questo modo, ne manifesta noi haver trovato il proposito.

Perche date due rette linee, se di quelle due, che debbono esser medie proportionali, noi trovaremo la seconda, dapoi ancora facilmente trovaremo la terza. Et per tanto sia descritto il semicerchio.a b c. & dal centro.d. sia dutta la.d b. ad angoli retti, & sia girata la regola, over riga circa il ponto.a. talmente che un termine di quella sia ciroposto un certo chiodo in ponto.a. & l'altra parte di quella, come circa il centro circa il chiodo, sia mossa, over girata fra li duoi ponti.b. & .c.

Costituite queste particolarità. Sia proposito da trovare duoi cubi, che habbia tra loro una data proportione, & sia fatto la proportione della.b d. alla.d e. qual è la data proportione, & sia tirata la.c e. & quella produtta per fino in.f. hor sia menata la regola fra il ponto.b. & ponto.c. per fin che la parte di quella interposta fra le due rette.f c. & .e b. sia eguale alla retta, che è fra la retta.b e. & la circonferentia.b x c. laqual così tentando a tastone, girando la regola facilmente essequiremo, hor poniamo che tal cosa sia fatta, & che la regola habbia possitione poniamo, come la linea.a K. talmente che.g h. & .h K. siano eguali. Dico che il cubo della linea d b. al cubo della.d h. ha la proposta proportione, cioè quella, che è dalla.b d. over.d a. alla.d e. & per dimostrar questo, sia inteso il cerchio perfettamente compito, & sia tirata la.K d. & sia protratta per fino in.l. & sia tirata la.l g. alla quale è equidistante la.b d. perche la.K h. è eguale alla.g h. & la.K d. alla.d l. sia tirata la.a l. & la.l c. allhor perche l'angolo.a l c. è retto, perche egli è nel mezo cerchio, & la.l m. è perpendicolare, adunque sì come il quadrato della.l m. al quadrato della m a. (che è della.c m. alla.m a.) così sarà il quadrato della.a m. al quadrato della.m g. Adunque

la proportione

la proportione della a m. alla m g. (posta a commune) la proportione sara composta della proportione della c m. alla m a. & della proportione della a m. alla m g. che è la proportione della c m. alla m g. quella medesima è composta della proportione del quadrato della a m. al quadrato della m g. & della proportione della a m. alla m g. che è simile a quella, che ha il cubo della a m. al cubo della m g. Adunque la proportione della c m. alla m g. è simile a quella, che ha il cubo della a m. al cubo della m g. Ma si come la c m. alla m g. cosi è la c d. alla d e. & si come la a m. alla m g. cosi è la a d. alla d h. Adunque si come la b d. alla d e. (che è si come la data proportione) cosi è il cubo della b d. al cubo della d h. (perche la b d. è eguale alla a d.)

Adunque di queste due, che l'intento nostro era di trouare, medie proportionali; la seconda è stata la d h. & cosi se faremo si come la b d. alla d h. cosi la d h. a vn'altra sarà ritrouata ancho ra la terza.

Bisogna auertire, che il detto Pappo non assegna la causa di sopra, doue dice, che si come il quadrato della l m. al quadrato della m a. (che è della c m. alla m a.) cosi sara il quadrato della a m. al quadrato della m g. laqual cosa, ouer laqual causa si verifica per la dimostratione della precedente, cioe per il modo di Diocle, perche (per la dimostratione da lui adutta) le quattro linee c m. m n. m a. & m g. sono continue proportionali, e pero la proportione della c m prima, alla m g. quarta è come quella del cubo della a m. al cubo della m g. ma in luogo della m n. che è la seconda delle dette quattro, Pappo vi pone la m l. perche la m l. è eguale alla detta m n. il resto è chiaro.

Il modo di Sporo.

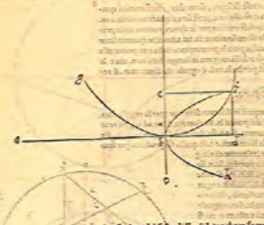
7 Siano le 2 date rette linee a b. & b c. alle quali intendiamo di trouar (per la regola data da Sporo) due medie proportionali, dal ponto b. sia dutta la d b e. ad angoli retti alla a b. & dal centro b. secondo la quantita di a b. sia descritto il mezo cerchio d a e. & dal ponto c. al ponto e. sia tirata la linea retta e c. & quella sia produtta per fino al ponto f. & dal ponto d. sia dutta vna linea retta, talmente che la g h. sia eguale alla h k. & questo si puo fare, & dalli 2 ponti g. & k. siano dutte 2 perpendicolari alla d e. lequali siano g l. & K m. Perche adunque si come la k h. alla h g. cosi è la m b. alla b l. & la h k. è eguale alla h g. adunque la m b. è eguale alla b l. per laqual cosa, & la restante m e. è eguale alla restante l d. Adunque tutta la d m. è eguale a tutta la l e. e pero si come la m d. alla d l. cosi è la l e. alla m e. ma si come la m d. alla d l. cosi è la m K. alla g l. & si come la l e. alla m e. cosi è la g l. alla m n. anchora perche si come la d m. alla m k. cosi è la K m. alla m e. (perche la K m. è media proportionale fra la d m. & la m e.) Adunque si come la d m. alla m e. cosi è il quadrato della d b. (che è il quadrato della a b.) al quadrato della h b. perche la d b. è eguale alla a b. anchora perche si come la m d. alla d b. cosi è la b l. e. alla e b. anchora si come la m d. alla d b. cosi è la K m. alla h b. & si come la l e. alla e b. cosi è la g l. alla c b. Adunque si come la K m. alla h b. cosi è la g l. alla c b. & permutatamente si come la K m. alla g l. cosi è la h b. alla c b. Ma si come la K m. alla g l. cosi è la m d. alla d l. (che è la d m. alla m e.) che è il quadrato della a b. al quadrato della h b. Adunque si come il quadrato della a b. al quadrato della h b. cosi è la h b. alla b c. Sia trouata la media proportionale delle dette a b. & b c. laqual sia la x. Perche adunque si come è il quadrato della a b. al quadrato del la h b. cosi è la h b. alla b c. ma il quadrato della a b. al quadrato della h b. ha la proportione, come della a b. alla b h. duplicata, & la h b. alla b c. ha la proportione, come della h b. alla x. duplicata. Adunque si come la a b. alla b h. cosi è la h b. alla x. ma si come la h b. alla x. cosi è la x. alla b c. adunque la a b. alla b h. e si come la h b. alla x. & la x. alla b c. e cosi è manifesto, che anchor questa è simile a quella, che fu detta da Diocle, & da Pappo.

Il modo di Menechmo.

IL modo inuestigato da Menechmo da trouar due medie continue proportionali, fra due linee proposte, io l'ho trouato talmente confuso, si nel suo longo dire, come nella sua figura, credo (per causa de scrittori, & traduttori) che piu volte dubitai di non potere cauar alcun costrutto, nondimeno per certe sue conclusioni da lui narrate in fine di vn certo istrumento trouato da vn Nasito mecanico, il quale si puo designare la settione del como rettangolo, chiamata Parabola, il qual strumento dice, che è detto Diabeto,

& che egli è simile alla lettera.λ. greca) mi ho immaginato tal suo modo, ma la soluteza di essequire tal effetto, consiste nella fabricatione del detto istrumento, e pero non mostrando io il modo da far tal istrumento incognito ogni sua instruttione vien a restar frusta, & vano ma facendo tal istrumento di poter designare generalmente ogni specie di parabola, dimostratiuamente si essequira tutte queste specie di problemi in questo modo.

Siano le due date rette linee.a b.& b c.congionte ad angolo retto in.b. volendo mo trouare fra quelle due medie continue proportionali allongaremo la.a b. indeterminatamente verso.d. & similmente la.c b.verso.e.fatto questo col detto nostro material istrumento descriueremo la parabola.f b g.del rettangolo cono di tal qualita, che la linea.a b.sia la sua linea, alla qual pono tutte le dutte perpendicolarmente al assis.b e.di quella, & dapoi designar anchor la parabola.f b h.di tal qualita, che la linea.b c.sia la sua linea.alla qual le pono tutte le dutte perpendicolari al diametro, ouero assis.b d.di quella, & perche queste due figure, oltra che s'interseguano fra loro in ponto.b.necessariamente s'interseguaranno anchora in vn'altro ponto, hor poniamo che s'interseguano anchora in ponto.f. dal qual ponto.f. tirando la.f d.perpendicolarmente sopra il diametro.b d.& similmente la.f e. perpendicolarmente sopra il diametro.b e. hor dico le dette due linee.f d.& f e.esser le sue contraposite.b e. & b d.esser le due ricercate medie continue proportionali fra le due date.a b.& b c.perche (come dimostra Apollonio Pergeo nella vndecima propositione del suo primo libro) il dutto della.a b.nella.b e. e eguale al quadrato della.f e. onde le tre linee.a b. e f.& b e. cioe le. a b. b d.& d f. (per la decimasettima del sesto di Euclide) sono continue proportionali, similmente perche il dutto della.b c.nella.b d.(per la medesima vndecima di Apollonio Pergeo) e eguale al quadrato della.f d.e pero (per la medesima decimasettima del sesto di Euclide) anchora le tre linee.b d. d f. & b c. sono continue proportionali. E pero le quattro linee.a b. b d. d f. & b c. vengono a esser continue proportionali, & cosi dimostratiuamente sariano state trouate le due linee.b d.& d f. ouero b e. medie in continua proportionalita fra le due proposte.a b.& b c.che e il proposito.

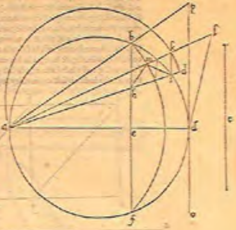


Questo medesimo problema, & altri simili si mandaria a essecutione formando vno istrumento, con il quale si potesse designare ogni specie di hiperbole, & similmente vno, con il quale si potesse designare ogni specie di elissione, i quali istrumenti se morte non interrompe i miei disegni mostraremo il modo da costruerli nelli nostri casi reseruati in geometria.

La inuentione di Archita.

Il modo inuestigato da Archita, per trouar due medie continue proportionali fra due linee proposte e questo.

Siano le due linee date.a d.& c.volendo fra quelle trouar le dette.2 medie continue proportionali, sia descritto sopra la maggiore (quala sia la.a d.) il cerchio.a b d f.& sia coattata nel detto cerchio la.a b.eguale alla.c. & sia produtta la detta.a b. per fin che la concorra in ponto.p.con quella, che tocca il cerchio in ponto.d. & sia dutta la.b e f.equidistante alla.p d o.& sia inteso vn mezo Cylindro eretto sopra il mezo cerchio.a b d.& sia anchora descritto sopra il diametro.a d.vn mezo cerchio eretto nel parallelogrammo del Cylindro gia descritto, & cosi questo mezo cerchio essendo circondutto dal ponto.d.verso il ponto.b.stante fermo il ponto.a.(termine del diametro) quel diuidera la cilindrica superficie nella sua circonuolutione, & in quella descriuera vna certa linea, anchora se stante ferma la linea.a d.fara motto intorno al triangolo.a p d.di vn moto contrario del mezo cerchio, quel fara vna superficie conica. E per tanto circonuoluta la retta.a p. insieme con il ponto.b. quella concorrera in vn certo ponto con la linea cylindrica, & il ponto.b.descriuera vn mezo cerchio nella superficie del cie del cono. Hor ponimo che il mezo cerchio mosso in luogo del concorso delle linee sia. d K a. & il triangolo nel moto contrario sia questo. d l a. & sia il ponto del detto concorso. K. anchora il mezo cerchio descritto per b. sia. b m f. & sia la commune settione di quello, & del cerchio. b d f a. la. b f. & essendo dutto del ponto. K. al piano del mezo cerchio. b d a. vna perpendicolare, quella cadera nella circonferentia del cerchio, conciosia che il cylindro e erretto, hor sia la. K i. & la dutta dal. l. alla. a. taglia la. b f. in ponto. h. & la. a l. taglia al mezo cerchio. b m f. in ponto. m. anchora sia congionta. k d. m i. m h. adunque perche l'uno, & l'altro di mezi cerchij. d K a. b m f. e erretto sopra il subiesso piano, sara la commune settione di quelli. m h. ad angoli retti sopra il piano del cerchio, per laqual cosa, & alla. b f. e erretta la medesima. m h. Adunque quello, che e contenuto sotto la. b h. & h f. (che e quello, che contenuto sotto della. h a. & h i.) e eguale al quadrato di. m h. E per tanto il triangolo. a m i. e simile a l'uno, & l'altro delli duoi. m i h. & m a h. & l'angolo. i m a. e retto, anchora l'angolo. d K a. e retto, adunque. K d. & m i. sono equidistanti, & si come la. d a. alla. a k. (che e la. K a. alla. a i.) cosi sara la. i a. alla. a m. (per la similitudine di triangoli, adunque le quattro linee. d a. a K. a i. & a m. sono consequentemente proportionali, & a m. e eguale alla. c. (per esser eguale alla. a b.) E per tanto alle due date rettilinee. a d. & c. sono state trouate le due. a K. & a i. medie proportionali, che e il proposito.



Dichiaratione del presente Auttore.

PErche alcuno potria dubitare, che l'angolo. a m i. sia retto (per la breue argumentatione adutta dallo inuentor Archita) intendo di dichiararla alquanto, per le positioni dette di sopra) egli e manifesto l'arco. b m f. esser mezo cerchio erretto sopra il cerchio. a b d f. posto in piano, & la. b h e f. vien a esser il suo diametro, adunque la linea. m h. la quale e perpendicolare sopra il detto diametro. b h. adunque la detta. m h. (per la nona del sesto di Euclide) tal linea. m h. vien a esser media proportionale fra le due parti. b h. & h f. e pero il dutto della. b h. nella. h f. vien a esser eguale al quadrato della detta. d h. Et perche le due linee. a i. & b f. s'intersegano nel cerchio. a b d f. in ponto. h. adunque (per la trentesimaquinta del terzo di Euclide) il dutto della. a h. nella. h i. e eguale al dutto della detta. b h. nella. h f. e però seguita che il dutto della detta. a h. nella. h i. sia medesimamente eguale al quadrato della detta m h. e pero la detta. m h. vien a esser anchora media proportionale fra le due parti. a h. & h i. onde (per il conuerso della ottaua del sesto di Euclide, & del corollario di quello) il triangolo. a m i. sara rettangolo, & l'angolo. m. sara il retto.

Che l'angolo. a K d. sia retto, egli e manifesto (per la trentesima prima del terzo del medesimo Euclide) per esser nel mezo cerchio. a K d. il restante e chiaro.

Il modo di Eratosthene.

ERatosthene per trouar due medie continue proportionali fra due linee inequali proposte, procede in questa forma.

Siano le due linee proposte. a c. & d h. inequali, alequali sia di bisogno di trouare due medie proportionali, situaremo la. a c. & d h. ad angoli retti sopra di alcuna retta linea, come saria a dire sopra la. e h. & sopra la. e h. siano descritti li tre parallelogrammi ordinatamente. a f. f i. & i h. & siano tirati in quelli li diametri. a f. i g. (li quali saranno equidistanti. Et stante fermo il parallelogrammo. f i. (di mezo) sia voltato lo. a f. sopra il detto medio, & lo. i h. di sotto (come nella seconda figura appare) per fino a tanto, che li ponti. a b c d. siano ridutti in vna linea retta, & fatto questo siano dutte per li detti ponti. a b e.d. vna linea retta, laquale concorra con la.e h. (produtta) in ponto.x. e per tanto si come la a K. alla. K b. (nelle parallele.a e. & .f b.) cosi sara la.e k. alla. K f. & nelle parallele.b f. b g. si come la f K. alla. K g. Adunque si come la.a x. alla. K b. cosi è la.e K. alla. x f. & la. k f. alla. k g. similmente perche la.b k. alla. x e. (nelle parallele.b f. & c g.) è si come la f x. alla. k g. & nelle parallele b g. c h. e si come la.g K. alla. K h. adunque si come la.b k. alla. x e. cosi sara la f x. alla. K g. & la k g. alla. x h. ma si come ch'è la f x. alla. x g. cosi è la.e x. alla. K f. adunque si come la.e x. alla. k f. cosi è la f k. alla. K g. & la. x g. alla. k h. ma si come la e k. alla. k f. cosi è la.a e. alla. b f. & si come la f K. alla. K g. cosi è la.b f. alla. c g. & la.c g. alla. d h. E per tanto sono trouate alle due proposte linee.a e. d h. le due.b f. & c g. medie proportionali.

Bisogna auertire, che con questa medesima regola fra due linee date, non solamente potremo trouar due linee medie proportionali in continua proportionalita, ma quante ne parera, cioe volendone trouar tre medie fra le dette due.a e. & d h. dapoi che le haueremo costituite perpendicolarmente sopra la linea.e h. & sopra la medesima.e h. costituiremo quattro parallelogrammi eguali ordinatamente (si come fu fatto li tre della prima figura) & in ciascheduno tiraremo medesimamente il suo diametro, & stante fermo il secondo gli vrtaremo sopra di lui il primo, & di sotto dall'altra banda gli vrtaremo sotto il terzo parallelogrammo, & sotto al terzo gli spingeremo il quarto, talmente che li tre ponti, doue s'interseg ano li diametri del secondo, terzo, & quarto, con il lato del antepostto parallelogrammo venghino in retta linea fra il ponto.a. & ponto.d. (si come delli tre nella seconda figura fu fatto) & si hauera il proposito.

Et cosi volendo trouar quattro linee medie continue proportionali fra due date, formaremo per il medesimo modo 5 parallelogrammi, & con tal ordine potremo trouarne quante ne parera.

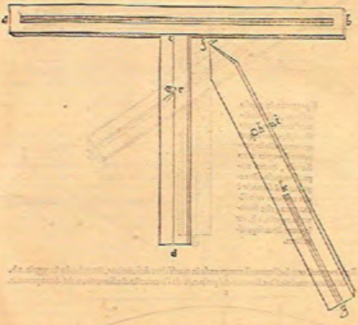
Li detti parallelogrammi si possono formare di lamine sottili di banda di ferro, ouer di ottone, ouero di tauolette sottilissime di legno, ouero di cartone ben lisso alla similitudine, che si fanno le carte, con che si gioca, accio siano agili nel spingersi l'un sotto l'altro, come di sopra fu detto.

Il modo di Nicomede narrato nel libro chiamato di linee conchoidi, ouero conchili.

Dicono alcuni auttori, che Nicomede in vn certo suo libro detto di Conchoidi, descriue la compositione di vn tal istrumento, con il quale supplisse a tal necessita, cioe per trouar due linee medie continue proportionali fra due linee date, laqual compositione (anchor che tal auttore sotto breuita la esprima) minutamente narraremo.

Bisogna costruere, ouer formare due regole, ouer reghe, ouer due liste di legno, ouero di alcun metallo

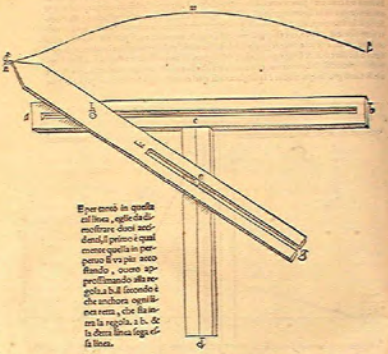
metallo, & quella con diligentia commettere insieme ad angoli retti, talmente che le superficie di quelle sia vna medesima, come sono la.a b.& la.c d.& nel mezo della larghezza della.a b. sia fatto vn canaletto penetrante dall'altra banda, per il quale possa discorrere vn cylindrico pironcino (come nella figura appare) & nella linea, che diuide per mezo la larghezza della superficie.c d.sia fitto perpendicolarmente il cylindrico pironcino.e.che auanzi tanto di sopra la detta superficie.c d.quanto, che è la grossezza della regola, ouer lista.c d. Fatto questo sia formata anchora vn'altra regola, ouer riga alla similitudine della.f g.della medesima larghezza, & grossezza delle altre due, & longa quanto sara dibisogno, & in questa terza regola sia fissato il cylindrico pironcino.h i.penetrante tanto da l'altra banda quanto che è la grossezza della regola a b.& tanto grosso quanto che è la larghezza di quel canaletto gia fatto nella regola.a b. cioe



che possa discorrere per quello saggiatamente. Sia anchora fatto in questa terza regola il canaletto.g K. penetrante da l'altra banda di tal regola, & di tal larghezza, che per quello possa discorrere saggiatamente il cylindrico pironcino.e. & sia tanto dal ponto.K.(fin del canaletto) al ponto.h.quanto che è dal ponto.c.al ponto.e.anchora sia accommodato, & fissato nella ponta.f. di questa terza regola, vn qualche stiletto appontato tendente al basso, che sia atto a designare vna linea materiale (come che di sotto meglio il apprendera il bisogno, & la qualita di far tal stiletto.

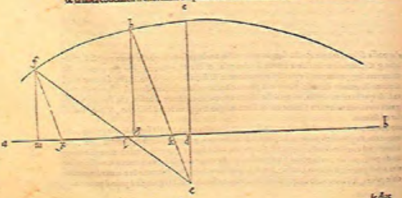
Fatto questo per compir tal instrumento assettaremo questa terza regola sopra le due prime, talmente che il cylindrico pironcino.e.entri nel canaletto.K g. & che l'altro cylindrico pironcino h i.entri nel canaletto della regola.a b.(come che nella figura appare) laqual terza regola assettando posta prima con la ponta.f.nel ponto.l.& dapoi girandola sopra il centro.e.verso.m.ve nira a designare col stiletto.f.la linea.l m n. laqual linea dal detto Nicomede è detta linea conchile prima, & l'interuallo di questa tal linea vien a esser.h f.della regola, & il polo il ponto.e.

linea conchile prima.



E per tantò in questa tal linea, egli è da dimostrare duoi accidenti, il primo è qualmente quella in perpetuo si va piu accostando, ouero approssimando alla regola. a b. il secondo è che anchora ogni linea retta, che sia intra la regola. a b. & la detta linea sega essa linea.

Il primo accidente facilmente si comprende in quest'altra descrittione, intendendo la regola. a b. & la linea conchile. f h e. formata dal polo. c. & da l'interuallo. d e. siano tirate dal detto ponto. c.



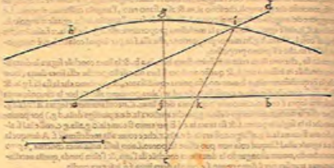
le due linee.c h. & c f. onde le due parti.x h. & l f. sarinno eguali, per essere ciascuna di quelle eguali allo internallo.d e. Hor dico, che la perpendicolare.f m. è menore della perpendicolare.h g. perche conciosia che l'angolo.m l f. essa maggiore del angolo.l K c. onde il restante, che va a compimento di dui retti, cioe l'angolo.m l f. del restante angolo.m K h. e menore. Per laqual cosa, conciosia che gli angoli, che sono al.m. & al.g. siano retti, l'angolo costituito al ponto.f. e maggiore del angolo costituito al ponto.h. Et essendo fatto l'angolo.m f x. eguale al angolo.h. la linea.K h. che è eguale alla.l f.) ha la medesima proportione alla.h g. che ha la.x f. alla.f m. per laqual cosa la.f l. alla.h g. ha menor proportione, che alla.f m. per laqual cosa la.h g. è maggiore della.f m. che è il primo proposito.

Il secondo fu, che vna linea retta in infinito dutta intra la.a b. & la linea conchile segara la detta linea conchile in infinito tirata, & questo anchora si fara manifesto, perche essa linea dutta, ouer che la è equidistante alla.a b. ouer no, sia prima equidistante, & poniamo che la sia la.f g h. & sia fatto si come la.d g. alla.g c. cosi sia la.d e. ad vn'altra, poniamo alla.K. hor la circonferentia descritta sopra il centro.c. secondo la quantita della linea.K. necessariamente segara la linea.f g. (per esser la detta.K. piu longa della.c g. perche anchora la.d e. è piu lõga della.d g.) hor poniamo che la la seghi in ponto.f. & sia tirata la.c l f. Et per tanto si come la.d g. alla.g c. cosi è la.l f. alla.f c. ma si come la.d g. alla.g c. cosi era la.d e. alla.K. che è come alla medesima.c f. Adunque la d e. è eguale alla.l f. laqual cosa non puo essere se il ponto.f. non fusse nella linea conchile, e pero procedendo, ouero allongando la detta linea conchile dal'una, & l'altra banda, quella necessariamente transira per il detto ponto.f. e pero la detta linea.f g h. segara quella.

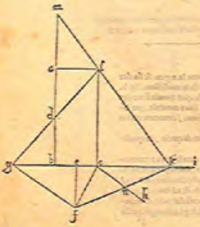
Ma non sia la detta linea dutta equidistante alla.a b. ma poniamo che sia, come la.n g m. & sia dutta dal ponto.g. vna linea equidistante alla detta.a b. quala poniamo, che sia la medesima.f g h. della precedente figura, & perche la detta equidistante.f g h. protratta da qual banda si voglia (per le ragioni di sopra adutte) è necessario, che la concorri con la detta linea conchile, per laqual cosa molto piu è necessario, che la detta linea.n m. (non equidistante) concorra con la medesima.

Hauendo narrati gli accidenti di questo strumento, la vtilita al proposito di quello, in questo modo si dimostrara.

Anchora dato l'angolo.a. & di fuora via sia dato il ponto.c. & anchora sia data la linea.e. porremo dal detto ponto.c. tirare vna linea, che seghi la.a d. con tal condicione, che la parte di tal linea segante, che sara fra la linea.a b. & il ponto del segamento sia eguale alla data linea.e. & per essequire tal problema dal ponto.c. tiraremo la.c f. perpendicolare alla.a b. & tal linea.c f. prolongaremo per fin in.g. talmente che la.f g. sia eguale alla data linea.e. & cosi dal polo.c. secondo lo internallo.f g. & la regola.a b. descriueremo la linea conchile prima.h g l. adunque quella (per le cose dimostrate) concorrera con la linea.a d.in ponto.i.e per tanto tirando la.c i.seguira la.i k.esser eguale alla.f g.& perche la.f g.fu fatta eguale alla data linea.e.seguira (per commune scientia) la detta.i k.esser eguale alla medesima data linea.e.che è il proposito.



Dimostrate queste cose, siano date le due rette linee.c l.& l a. componente l'angolo retto.a alle quali volendo trouar due medie continue proportionali, sia compito il parallelogrammo. a b c l.& sia diuisa l'una,& l'altra.a b.& b c.in due parti eguali nelli ponti.d.& e.& sia tirata la.d l. & quella produtta per fin che concorra con la.b c.produtta in ponto.g.& sia tirata la.e f.perpendicolarmente sopra la.c b.& sia anchora tirata la.c f.talmente che sia eguale alla.a d.& sia tirata la.f g.& a quella equidistante sia tirata la.c h.& sia produtta, ouero allongata la.g b c.indiffinitamente per lineo in ponto.i.& cosi haueremo l'angolo.h c i.& haueremo anchora di fora uia il ponto.f. Hor bisogna dal ponto.f.tirar una linea,che seghi la linea.c i.talmente che la parte di tal linea segante,che sara fra la linea.c h.& il ponto del segamento sia eguale alla linea.c f. onde procedendo (per la regola data di sopra) con la linea conchile,trouaremo che la linea.f n k.sara quella,che fara tal effetto, cioe che la parte.n k.sara eguale alla detta.c f.fatto questo dal detto ponto.k.al ponto.l.tiraremo la.K l.& quella produremo in longo per fin che quella concorra con la linea.b a.(produtta) in ponto.m.hor dico che le due linee.a m.& c K.esser le due cercate medie continue proportionali fra le due date.a b.& b c.ouer fra le due.c l.& l a.(ch'e le medesime) cioe che la proportione della.c l.alla.K c.è si come del la.K c.alla.a m.& della.a m.alla.a l.laqual cosa si dimostra in questo modo. Perche la.b c.e diuisa in due parti eguali in ponto.e.& vi habbiamo aggionto a quella la.K c.adunque il dutto di.b K.in K c.insieme cō il quadrato della.e c.& della.e f.(che vien a esser il quadrato della.c f.) si eguaglia alli quadrati della.K e.& della.e f.(che vien a esser il quadrato della.K f.)& perche si come la.m a.alla.a b.cosi e la.m l.alla.k l.& si come la.m l.alla.k l.cosi e la.b c.alla c K.Adunque si come la.m a.alla.a b.cosi e la.b c.alla.c k.et la.a d.è la mita della.a b.& la.c g.è doppia della.b c.perche, & la.l c.è doppia alla.a d.adunque si come la.m a.alla.d a.cosi sara la.g c.alla.K c.ma si come la.g c.alla.c K.cosi la.f n.alla.n K.conciosia che la.g f.& la.c n.siano equidistanti. Adunque componendo, si come la.m d.alla.d a.cosi e la.f K.alla.K n.& la.d a.e supposita eguale alla.n k.conciosia che la.c f.sia eguale alla detta.d a.adunque la m d.e eguale alla.f k.per laqual cosa il quadrato della.m d.e eguale al quadrato della.f K.ma quello, che è contenuto sotto della.b m.& della.m a.con il quadrato della.d a.e eguale al quadrato della.m d.& il quadrato della.f K.egli e dimostrato esser eguale a quello, che è contenuto sotto della.b K.& della.K c.con il quadrato della.c f.perche il quadrato della.a d.si eguaglia al quadrato della.c f.perche la.a d.e supposita esser eguale alla.c f.adunque quello, che è contenuto sotto della.b m.& m a.si eguaglia a quello,



cioe

che è contenuto sotto della b k. & della. c c. adunque si come la m b alla b k. cosi è la k c alla a l m. ma si come la b m alla b k. cosi è la c l alla c k. adunque si come la l c alla c k. cosi è la c k alla a m. ma si come la l c alla c K. cosi è la m a alla a l. adunque si come la l c alla c K. cosi è la c k alla a m. & la a m alla a l. laqual cosa era da dimostrare. Adunque a due date rette linee sono state trouate due medie continue proportionali, come fu proposito di fare.

La particular proprietà di questo problema si narrara nel secondo libro sopra li corpi.

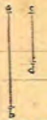
Il modo, over regola di saper conoscere geometricalmente se due quantità siano commensurabili, ouer amente non, & se sono commensurabili a saper trouare la lor massima communa misura, & la loro proportione. Cap. XXII.

1 Date due linee rette potemmo geometricamente trouare se sono fra loro commensurabili, ouer amente non, & se sono commensurabili potemmo trouar la lor massima communa misura, & la proportion di quelle. Essempi gratia siano le due linee a b. & c d. volendo trouare se sono commensurabili, ouer amente non, vsaremo la regola data da Euclide nella seconda, & terza propositione del suo decimo libro, cioe dalla a b. ne cauaremo con diligentia vna eguale alla c d. quante volte potemmo, & se per sorte tal sotratione venisse di ponto senza alcun sopr auanzo (come accade nel primo essempio, che sotratta la c d. due volte dalla a b. niente vi sopr auanzara) tai due linee saranno commensurabili, & la loro massima communa misura sara vna linea eguale alla c d. laqual misurara due volte la a b. & vna volta sola la c d. per il che si manifesta la proportione della a b. alla c d. esser doppia. Il medesimo si debbe intendere quando che sotratta la menore tre, ouer piu volte precise della maggiore, cioe che niente vi sopr auanzasse, le dette due linee saranno commensurabili, & la loro massima communa misura sara vna linea eguale alla menore, & la proportione della maggiore alla menore sara multiplice della menore secondo il numero delle volte, che tal linea maggiore contenira la menore.

Ma se per caso sotratta la detta c d. dalla a b. quante volte si puo, & che vi sopr auanzasse qualche parte menore della c d. come occorre nel secondo essempio, che sotratta 2 volte la c d. dalla a b. vi auanza la e b. quale è menore della c d. in tal caso sotraremo la detta e b. dalla menore, cioe dalla c d. quante volte sia possibile, & se per caso tal sotramento venisse di ponto, cioe senza alcun sopr auanzo (come occorre in questo secondo essempio, che sotratta due volte la detta e b. dalla detta c d. niente vi sopr auanza) in tal caso le dette due linee a b. & c d. saranno commensurabili, & la loro massima communa misura sara la detta e b. laquale in questo caso lei misura cinque volte la a b. & due la c d. onde la proportione della a b. alla c d. sara si come 5 a 2. che sara dupla sesquialtera.

Ma se per sorte sotratta quante volte si puo il primo rimanente e b. dalla c d. vi restasse, ouer rimanesse qualche parte menore del detto rimanente e b. come accade nel terzo essempio, che sotratta due volte la e b. dalla c d. vi rimane la f d. menore della detta e b. in tal caso sotraremo questo secondo rimanente f d. quante volte sia possibile dal primo, cioe dal e b. & se per sorte tal sotramento venisse di ponto, come che nel terzo essempio accade, che sotratta due volte la detta. f d. dalla. e b. non vi rimarra niente, In tal caso anchora la detta a b. sara commensurabile con la. c d. & la loro massima communa misura sara quel secondo rimanente f d. qual misurara cinque volte la. c d. & dodici volte la. a b. e pero la proportione della detta. a b. alla. c d. sara si come dodici a cinque, che saria dupla soperbipartiens quintas, cioe che la saria $2\frac{2}{5}$, & cosi per abreuiar parole se nella sotratione della. f d. (secondo rimanente) dalla. e b. (primo rimanente) vi restasse qualche parte menore della. f d. tal terzo rimanente sotraressimo quante volte fusse possibile, dal secondo, cioe dalla f d. & se per sorte tal sotratione venisse di ponto, cioe che niente vi rimanesse tai due linee a b. & c d. sariano commensurabili, & la loro massima communa misura saria quel terzo rimanente, & la proportione della detta linea a b. alla c d. sarebbe si, come il numero delle volte, che tal terzo rimanente misurasse la a b. al numero delle volte, che misurasse la c d. & cosi con tal continua sotratione, ogni volta, che sia trouato vn rimanente, che sotratto dal anciano rimanente quante volte sia possibile, & che tal sotratione venghi netta, cioe che niente vi rimanga, tai due linee saranno commensurabili, & la loro massima communa misura, sara quell'ultimo rimanente misurante nettamente l'anciano rimanente, & la proportione dell'una all'altra di dette due linee si notificara dal numero delle volte, che quell'ultimo rimanente, misurara la a b. al numero di quelle, che misurara la c d. & tutto questo si dimostrara secondo l'ordine, che si dimostra la seconda del settimo di Euclide, & della prima diffinitione del suo decimo libro.

Primo essempio.



Secondo essempio

Terzo essempio

Ma se per sorte dalla continua detrattione, ouer sottrattione fatta in tal modo, non sia trouato al cuno sensibil rimanente, che numeri, ouer misuri ponctalmente, lo antiano rimanente ta due proposte linee sariano necessariamente incommensurabile, & la proportione de l'una all'altra di quelle non sara, come da numero a numero, e pero tal sua proportione sara detta irrationale, & le dette linee saranno dette incommensurabili, & tutto questo si dimostrara secondo l'ordine, che si dimostra la prima del settimo di Euclide, & della seconda parte della prima diffinitione del decimo.

Primo

2 Date due superficie quadrate potemmo geometricamente conoscere, ouer trouare se tai due superficie siano commensurabili, ouer anchora non, & se sono commensurabili potemmo trouare la loro massima commune misura, & la proportione di quelle. Sia essempi gratia le due date superficie quadrate a b c d. & e f g h. per trouare, ouer conoscere praticalmente se sono commensurabili, ouer anchora non, prima vederemo se il lato dell'una di dette figure sia commensurabile, con il lato dell'altra, onde procedendo, secondo la regola data nella precedente, trouaremo, che li detti lati saranno commensurabili, & che la loro massima commune misura sara la linea. l. laqual misura il lato. a b. cinque volte, & il lato. e f. quattro, & quando che li lati di duoi quadrati sono commensurabili in longhezza (per il correlario della nona del decimo di Euclide) sono necessariamente commensurabili anchora in potenza, e pero la superficie quadrata. a b c d. sara commensurabile alla superficie quadrata. e f g h. & la loro massima commune misura sara il quadrato della detta lineetta. l. il qual quadrato misurara la superficie quadrata. a b c d. 25 volte, & la. e f g h. 16 volte, e pero la proportione della superficie. a b c d. alla superficie. e f g h. come 25. a 16. che e il proposito.

Ma se per sorte il lato. a b. fusse incommensurabile al lato. e f. come che trouaremo occorrere nel secondo essempio, per questo non potemmo dire, che tai due superficie siano incommensurabili, ne manco commensurabili, perche (per il sopradetto correlario della nona del decimo di Euclide) ponno essere, et non essere. Ma per certificarsi se sono commensurabili, ouer anchora non, sopra il lato. b d. sia descritta vna superficie rettangola equale al quadrato. e f g h. onde procedendo secondo la regola data nella decimaterza del secondo capo, trouaremo quella esser la. b i d k. fatto questo vederemo se le due basse. c d. & d k. sono commensurabili, ouer anchora non, onde procedendo secondo la regola data nella prima di questo capo, trouaremo che sono cōmensurabili, & che la loro massima cōmune misura sara equale alla lineetta. l. laqual lineetta. l. trouaremo che misura precisamente tre volte la bassa. c d. & due volte la bassa. d k. e per tanto la proportione della detta c d. alla detta. d k. sara come 3 a 2. cioe sesquialtera, onde (per la prima del sesto di Euclide) la proportione della superficie. a d. alla superficie. b k. sara pur sesquialtera, e pero saranno commensurabili (per la ottaua del decimo di Euclide) & la loro massima commune misura sara vna superficie rettangola larga quanto ch'e la lineetta. l. & longa quanto che e la linea. b d. & perche la detta superficie. b k. fu posta equale al quadrato. e h. seguita adunque che la superficie quadrata. a d. sia commensurabile alla superficie quadrata. e h. & essere sesquialtera a quella, cioe esser vn tanto, e mezzo di quella, ch'e il proposito.

Secondo essempio.

Ma quando che per sorte trouassimo in vn simil caso, che la linea, ouer bassa. c d. fusse incommensurabile con la bassa. d k. sarebbe certo la superficie quadrata. a d. esser incommensurabile alla superficie quadrata. e h. (per la settima del decimo di Euclide) perche tai superficie non hauer riano proportione, come da numero a numero, perche se le due basse. c d. & d k. essendo incommensurabili non haueranno proportione, come da numero a numero (per la detta settima del 10 di Euclide) e pero (per la prima del sesto di Euclide) manco le dette due superficie. a d. & b k. hauerāno proportione, come da numero a numero, e pero saranno incōmensurabili, & la loro proportione sara irrationale, & questo credo che sia bastante senza altro figurato essempio.

3 Date due superficie rettelinee potemmo geometricamente conoscere, ouer trouare se tai due superficie sia commensurabili, ouer anchora non, & se sono commensurabili potemmo trouare la loro massima commune misura, & la proportione di quelle. Essempi gratia siano le due date superficie rettelinee. a b c d e. & f g h i k l m. volendo trouare geometricamente se sono fra loro commensurabili, ouer anchora non, per abbreuiar parole, & essempij descriueremo (secondo la regola data nella 5 del quarto capo) duoi quadrati equali alle dette due superficie, & dapoi vederemo (per la precedente) se li detti duoi

quadrati

quadrati saranno commensurabili, oueramente non, & se saranno commensurabili, anchora le dette due date superficie rette linee saranno commensurabili, & la massima commune misura misurante li detti duoi quadrati, sara anchora la massima commune misura, misurante le dette due superficie, & similmente la proportione rationale, che sara da l'uno di detti duoi quadrati all'altro, quella medesima rationalmente sara dell'una di dette superficie all'altra, & cosi per il contrario se li detti duoi quadrati saranno incommensurabili, anchora le dette due superficie saranno incommensurabili, che è il proposito.

4 Dati duoi cerchij potremo geometricamente conoscere, ouer trouare se tali duoi cerchij sono commensurabili, ouer non, & se sono commensurabili potremo trouare, ouer conoscere la loro massima commune misura, & la proportione di quelli. Essempi gratia sia li duoi dati cerchij a b c d. & e f g h. volendo geometricamente conoscere se sono commensurabili, oueramente non, descriueremo li quadrati di loro diametri, & quel del diametro b d. sia il quadrato i k. & quello del diametro f h. sia il quadrato l m. fatto questo vederemo (secondo la regola data nella seconda) se questi duoi quadrati sono commensurabili, oueramente non, & se per sorte saranno commensurabili, anchora li detti duoi cerchij saranno commensurabili, & quella superficie, che sara la massima commune misura misurante li detti duoi quadrati, il cerchio che il suo diametro sara la linea potente in quella tal superficie, sara la massima commune misura misurante li detti duoi cerchij, & la proportione di detti duoi cerchij sara si come quella delli detti duoi quadrati di loro diametri, come che anchora dimostra Euclide nella seconda propositione del suo duodecimo libro.

Ma se per sorte li detti duoi quadrati i k. & l m. saranno incommensurabili, medesimamente li detti duoi cerchij saranno incommensurabili, & la proportione, si di duoi cerchij, come di duoi quadrati sara irrationale, ma ben sara vna medesima (per la detta seconda del duodecimo di Euclide, & con questa voglio che facciamo fine a questo libro.

Il fine del primo libro della quinta parte.

IL SECONDO LIBRO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE. NEL QVAL SI DICHIARA IL MODO, OVER REGOLA DI SAPER MANVALMENTE risoluere varij, & diuersi problemi sopra i corpi.

Il modo, ouer regola da risoluere geometricamente li cinque problemi del vndecimo libro di Euclide. Cap. I.

DA vno ponto in aria segnato potemmo condure vna perpendicolare a vna data superficie. Essempi gratia sia il ponto dato di sopra in aria.a. dalquale volendo condure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, in quella tal superficie tiraremo la linea.b c.come che ne parera, ma di indiffinita quantita, cioe che da l'una, & l'altra banda la possiamo allongare accadendo il bisogno, allaqual linea dal detto ponto.a. (secondo la regola della duodecima del primo di Euclide) tiraremo vna perpendicolare, la qual sia la.a d. & dapoi dal detto ponto.d. in quella superficie allaquale e da esser tirata la perpendicolare dal ponto.a.sia tirata la linea.d e.che sia pur perpendicolare alla detta linea.b c.(come insegna la vndecima del primo di Euclide) finalmente a questa linea.d e. sia tirata vn'altra perpendicolare dal ponto.a.laquale sia la.a f.laqual.a f.dico esser quella, che cercamo, cioe perpendicolare alla subgiacente superficie, & per dimostrar questo tiraremo la.f g.equidistante alla.b c.& perche l'uno, & l'altro di duoi angoli.b d a.& b d f e retto, (per la quarta del vndecimo di Euclide) la linea.b d.sara perpendicolare alla superficie, nellaquale e il triangolo.a d f.e pero anchora (per la ottaua del detto vndecimo di Euclide) la linea.g f.sara perpendicolare alla medesima superficie, adunque (per la seconda diffinitione del vndecimo di Euclide) l'angolo.g f a.sara retto, & conciosia cosa, che anchora l'angolo.d f a.sia retto, seguira (per la quarta del vndecimo di Euclide) la linea.a f. esser perpendicolare alla superficie, nellaquale sono le due linee.d f. & f g. che e il proposito.

Ma perche la soprascritta figuratione, parera forsi alquanto oscura, cosi astratta da ogni materia sensibile (come costuma Euclide) per far che sia meglio intesa dal pratico geometrico, la voglio replicare praticalmente in vna piramide di lati diuersi. Essempi gratia sia la piramide.a b c d. di lati diuersi, la basa dellaquale e il triangolo.b c d. & la vertice, ouer cima di quella e il ponto.a. hor volendo dal detto ponto.a.in aria elleuato, condure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, nellaquale e situata la basa.b c d. per accordar questa operatione con quella detta di sopra bisognaria tirare vna linea nella subgiacente superficie, come ne pare, e per tanto in questo caso supponeremo tal linea esser la.b c.(lato della piramide) & dal ponto.a.conduremo (secondo la regola data nella duodecima del primo di Euclide) la perpendicolare.a i.sopra quella, fatto questo dal ponto.i.tiraremo la.i h.nella subgiacente superficie, perpendicolare sopra il medesimo lato.b c.& finalmente dal detto ponto.a.conducendo vna perpendicolare sopra la detta linea.i h. quella sara anchora perpendicolare alla subgiacente superficie della basa di detta piramide per le ragioni di sopra adutte, che faria il proposito.

Ma accioche tal risolutione sia meglio intesa dal pratico geometrico la voglio replicar con numeri. Hor supponiamo che la detta piramide.a b c d.sia quella, che fu adutta nella decima del quarto capo del secondo libro della quarta parte, dellaquale i lati della sua basa.c d.e 13. b c.14. & b d.15.& delli 3 lati in aria elleuati, il lato.a b.e 10.a c.18.& a d.16. per trouar la perpendicolar, o vogliam dir l'assis di tal piramide, prima inuestigaremo la perpendicolar cadente dal ponto.a. sopra il lato.b c.basa del triangolo.a b c.delquale il lato.a b.e 10.a c.18.& la basa.b c.14. onde procedendo per le regole date, trouaremo tal perpendicolare.a i.essere R 305 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{9}$. poi per seruirsi della perpendicolare del triangolo.b c d. (basa di tal piramide) inuestigaremo tal perpendicolare, che per le sue regole trouaremo quella esser la.d e.& esser 12.per numero, fatto questo dal ponto.i.tiraremo la.i h.equidistante alla detta.d e. e pero la detta.i h. veniria a esser perpendicolare alla.b c.& per nostra commodita piglieremo la detta.i h.eguale alla.d e.e pero veniria a esser 12. anchor lei, onde tirando con la immaginatione la.a h.laquale.a h. procedendo (per la regola data sopra la predetta decima del quarto capo del secondo libro della quarta parte)

parte) trouaremo quella esser ℞ 2 5 1 [illegible], & cosi haueremo mentalmente formato il triangolo a i h. del quale il lato. a i. e ℞ 3 0 5 [illegible], & il lato. i h. e 1 2. & il lato a h. e ℞ 1 5 5 [illegible], e per tanto la perpendicolare di questo tal triangolo cascante dal angolo. a. sopra il lato. i h. sara la ricercata assis di tal piramide, e per tanto inuestigando tal perpendicolare, per le sue regole date, trouaremo quella esser ℞ 1 4 0 [illegible], & tanto sara la ricercata assis di tal piramide, che e il proposito. Io non ho tirato il detto assis per non offuscar la figura.

2 DA vno ponto signato in vna data superficie potemmo tirare vna perpendicolare sopra quella. Essempi gratia sia il ponto. a. dato in vna piana superficie, volendo da quello elleuare vna linea perpendicolare a tal superficie, Euclide vuole che sia preso un ponto a nostro piacere in aria, & che da quello sia tirata (secondo la regola data nella precedente) vna perpendicolare a quella tal subgiacente superficie, & se per sorte tal perpendicolare cascasse nel medesimo ponto. a. quella saria quella, che noi cerchiamo, e pero saria risolto il problema. Ma se tal perpendicolare non cadera nel ponto. a. in tal caso dal ponto. a. elleuaremo vna linea equidistante a quella, laquale (per la ottaua del vndecimo di Euclide) sara quella, che cerchiamo, che sara il proposito. Per molte altre vie praticali si poria essequir naturalmente l'uno, & l'altro di sopradetti duoi problemi, & massime doue che si possa manualmente operare.

3 DE proposti tre angoli superficiali, delliquali qualunque duoi di quelli tolti insieme siano maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano menori di quattro angoli retti, con altri tre a quelli eguali, potemmo costituir vn'angolo solido. Essempi gratia siano li tre proposti angoli a. b. c. con le conditioni sopra narrate, volendo costituir vno angolo solido con tre altri angoli a quelli eguali, prima dalle sei linee continenti li detti tre angoli, ne segaremo le sei parti. a d. a e. b e. b f. c f. & c d. tutte eguali fra loro, & tiraremo le tre base. d e. e f. & f d. & di tre altre a queste tre base eguali, costituiremo il triangolo. e f d. alquale circonscriueremo il cerchio. e f d. sopra il centro. g. & dal detto centro. g. tiraremo le linee. g d. g e. & g f. lequali conciosia che quelle siano fra loro eguali (per la diffinitione del cerchio) lete to questo dal quadrato di vno di quelli sei lati eguali (continenti li detti tre angoli. a. b. c. ne cauaremo (per la regola data nella decima del quinto capo del primo libro) il quadrato della. g d. & la linea potente nel residuo (quale pongo che sia la. g h.) dal ponto. g. la elleuaremo (per la precedente) perpendicolare alla superficie del cerchio. d e f. & dal ponto. h. tiraremo le tre hipotenuse. h d. h e. h f. lequali dico contener tre angoli superficiali eguali alli tre proposti, constituenti l'angolo solido in ponto. h. perche conciosia che il quadrato della linea. a d. sia eguale alli duoi quadrati delle due linee. d g. & g h. dal presupposito, & il quadrato della linea. d h. sia eguale alla medesima (per la penultima del primo di Euclide) e necessario la linea. a d. essere eguale alla linea. d h. & per il medesimo modo, anchora la linea. a e. alla linea. e h. adunque (per la ottaua del primo di Euclide) conciosia che le base siano anchora eguali l'angolo. a. sara eguale al angolo. d h e. e similmente l'angolo. b. sara eguale al angolo. e h f. & l'angolo. a. al angolo. f h d. che sara il proposito.

Et quantunque li tre angoli a. b. c. proposti, & similmente le tre base. d e. e f. & f d. possino variar in piu modi, talmente che il triangolo. d e f. da quelle formato il centro. g. del cerchio, che lo circonscriue non sempre cascara di dentro di tal triangolo, anzi alle volte poria tal centro. g. cascar sopra l'uno di lati di tal triangolo, & alle volte poria cascar fuora di tal triangolo, nondimeno caschi, come si voglia, sempre con la medesima regola conchiuderemo il proposito, perche la piramide. a. d e f h. puo esser di tal qualita, che l'assis. h g. puo alle volte cascar sopra vno di lati del triangolo. d e f. (sua basa) & tal volta di fuora di tal triangolo, ma caschi come si voglia, sempre le tre linee. g d. g e. g f. saranno eguali (per la diffinitione del cerchio) e pero anchora le tre hipotenuse. h d. h e. & h f. saranno eguali tra loro, & alle resecate linee. a d. a e. b e. b f. c f. & c d. & le tre base alle tre base delli tre triangoli circondanti la costrutta piramide, & cosi in ogni positione si hauera il proposito.

4 SOpra vn dato ponto di vna data retta linea potemmo costituire vno angolo solido eguale a vno proposto angolo solido. Essempi gratia sia il proposto angolo solido. a. qual sia contenuto dalle tre linee. a b. a c. a d. lequai tre linee contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono il detto angolo solido, & la proposta linea sia la. e f. laquale sia come si voglia, cioe

distesa in piano, ouero eleuata in suso, hor volendo nel ponto.e. di detta linea.e f. costituir vno angolo solido eguale al angolo a. nel ponto.e. faremo l'angolo.f e g. eguale al angolo.b a c. (secondo la regola data nella decima del secondo capo del primo libro) dapoi dalla linea.a d. ne tagliaremo la.a h. secondo la quantita, che ne parera, & dal ponto.h. produremo la perpendicolare.h K. alla superficie, nellaquale sono le due linee.a b. & a c. (secondo la regola data nella prima di questo) laqual perpendicolare, o cascara fra le due linee.a b. & a c. ouer di fuora di quelle, ouero in vna di quelle non importa, ma tiraremo dal ponto.a. al ponto.k. (del cadimento) la.a K. & segnaremo il ponto.l. nella.a b. doue ne parera, & tiraremo la.K l. & al la.h l. fatto questo faremo l'angolo.f e m. (nella superficie doue sono le due linee.e f. & e g.) eguale al angolo b a K. & la linea.e m. eguale alla.a K. & dalla linea.e f. ne tagliaremo la.e p. eguale alla.a l. & dal ponto.m. elleuaremo la linea.m n. (per la seconda di questo) perpendicolar alla superficie, doue sono le due linee.e f. & e g. & quella faremo eguale alla.h K. & tiraremo le linee.e n. n p. & p m. hor dico le tre linee.e f. e g. & e n. contener vn angolo solido in ponto.e. eguale al proposto angolo.a. laqual cosa si dimostra in questo modo, conciosia che (dal presupposito) le duoi lati a k. & K h. del triangolo.a K h. siano eguali alli duoi lati.e m. & m n. del triangolo.e m n. & gli angoli che sono al.k. & al.m. sono retti (per la diffinitione della linea perpendicolarmente erretta sopra vna superficie) saranno (per la quarta del primo di Euclide) le due linee a h. & e n. eguale, anchora (per la medesima) le due linee.K l. & m p. saranno eguali, e pero anchora (per la medesima) la.h l. & n p. saranno eguali, conciosia che.h K. & K l. siano eguali alle m n. & m p. & gli angoli.h K l. & n m p. retti (per la ottaua del primo di Euclide) adunque l'angolo.n e p. sara eguale al angolo.h a l. anchora (per le medesime ragioni) prouaremo l'angolo.g e n. esser eguale al angolo.c a d. e per tanto e manifesto noi hauer fatto quello, che desideraumo di fare, & con tal ordine (ponendoui ben cura) potremo costituir il detto angolo solido contenuto

2 da quanti angoli superficiali ne parera.

Sopra vna data retta linea potemo costituire vn solido simile a vno dato solido di superficie equidistanti. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. o sia in piano, ouero sia in alto eleuata, non importa, & sia il dato corpo solido di superficie equidistanti.c d. alquale volendo sopra la linea.a b. fabricarne vn'altro simile, sopra il ponto della detta linea.a b. fabricaremo l'angolo solido.a. contenuto dalle tre linee.a b. a h. & a k. (per la regola data nella precedente) eguale al angolo solido.c. & con la regola data da Euclide nella vndecima del suo sesto libro. Faremo che la proportione della.c e. alla.a b. & della c f. alla.a h. & della.c g. alla.a K. sia vna medesima, fatto questo dalli tre ponti.b. h. k. produremo le sei linee.b l. equidistante alla.a h. & b m. equidistante alla linea.a k. & la.h l. equidistante alla.a b. & la.h n. equidistante alla.a k. anchora sia tirata la.K n. equidistante alla.a b. & la.K m. equidistante alla.a h. & piu siano tirate la.m p. equidistante alla.h l. & la.p l. equidistante alla.k m. anchora sia tirata la.p n. & sara compito il solido parallelogrammo (cioe di superficie equidistante) a p. il quale dico esser simile al solido.c d. & tutto questo (per la diffinitione delle superficie simili) & di corpi simili facilmente si concludera il proposito.

Il modo, ouer regola da risoluere geometricamente li duoi problemi del duodecimo di Euclide. Cap. II.

1 Quando saranno proposti duoi cerchij circondutti sopra vno medesimo centro, potremo descriuer dentro del maggiore vna superficie di molti angoli, & di numero paro di lati eguali, che li lati di quella non tocchino il cerchio minore. Essempi gratia siano li duoi cerchij.a b c d. & e f. circondutti a vn commun centro, qual sia.g. volendo dentro del maggiore descriuere vna figura di molti angoli equilatera, & di numero paro di lati, talmente che niuno di detti suoi lati tocchi il cerchio minore, qual e il cerchio.e f. prima diuideremo l'uno, & l'altro di detti duoi cerchij in quattro parti eguali con li duoi diametri a b. & c d. segando orthogonalmente sopra il centro.g. fatto questo dal ponto.e. (qual e termine del diametro.f e. del minor cerchio) sia dutta da l'una, & l'altra banda vna linea orthogonalmente sopra del detto diametro.e f. lequali vadino per fino alla circonferentia del maggior cerchio, lequali siano le.e h. & e K. onde (per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide) tutta la linea.h e K. sara toccante il cerchio minore, fatto questo diuideremo il quadrante.a b. in due parti eguali in ponto.l. & dapoi diuideremo vn'altra volta l'arco.a l. pur in due parti eguali in ponto.m. & conciosia che facendo questo piu volte di necessita (per la prima del decimo di Euclide) peruenieressimo finalmente a vn'arco, il qual sara menore del arco.a k. cioe quando che il detto cerchio menore fusse molto piu maggiore di quello, che nella figura e con tal conti

non

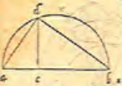
ma divisione necessariamente si perveniria a vn'arco menore del detto arco (per la detta prima del decimo di Euclide) a x. hor poniamo che in questo caso tal menor arco sia l'arco. a m. fatto questo segnaremo l'arco.a n. eguale al arco.a m. & tiraremo finalmente le due linee. a m. & a n. & anchora la. n m. hor perche l'arco.a x. e eguale al arco.a h. (per la terza del terzo, & quarta del primo, & vintesimaottaua del terzo di Euclide) & perche l'arco.a n. e eguale al arco.a m. (per communa scientia) l'arco.n h. sara eguale al arco.m x. adunque le due linee.n m. & h x. sono equidistanti, adunque la linea.n m. non puol toccar il cerchio.e f. per laqual cosa molto piu siamo certi, che la linea.a m. non puol toccar quello, & perche egli e manifesto il cerchio a b c d. esser divisibile, per archi eguali al arco.a m. e pero (per la vintesimaottaua del terzo di Euclide) insieme e manifesto dentro del detto cerchio, poter esser coaptado continuamente corde eguali alla cordetta.a m. cordante il detto cerchio di molti angoli, per il che anchora e manifesto dentro il cerchio maggiore poter essere inscritto vn poligonio (cioe vna figura di molti angoli) equilatero, delquale vn lato e la linea.a m. & perche la linea.a m. non tocca il cerchio menore, egli e manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo di Euclide) & per la diffinitione delle linee egualmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con alcuno di suoi lati non tocca il cerchio menore, che e il proposito.

5 Proposte due sphere, che habbiano vno medesimo centro potemmo dentro della maggiore di quelle costituir figuralmente vn solido di molte base, il quale non tocchi con alcuna delle sue base, la superficie della menor sphera, & fatto questo se nella menor sphera, ouer in qualunque altra sphera sia costituito intelligibilmente vn corpo simile, la proportione del corpo di molte base costituito dentro della maggior sphera, al corpo di molte base costituito dentro della menore sphera, ouero altra sara si, come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera, al diametro della menore, ouero d'altra sphera. Essempi gratia siano le due sphere. a b c d. & e f. che habbiano vno medesimo centro, qual sia. g. & sia la maggior di quelle la a b c d. volendo dentro della detta maggiore costituire vn corpo di molte base, delle quali non intendiamo, che quelle base siano eguali, ouer simili, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della menor sphera. Prima segaremo l'una & l'altra delle due proposte sphere con vna superficie piana, che transisca per il commun centro di quelle, onde (per la diffinitione della sphera, & del cerchio) le commune settioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere saranno linee continenti cerchij, siano adunque tai settioni li duoi cerchij a b c d. & e f. il centro di quali, & delle sphere e stato proposto, che sia il ponto g. divideremo adunque questi duoi cerchij in quattro parti eguali con duoi diametri fra loro segandosi da angoli retti sopra il commun centro. g. i quali diametri sia.a c. & d b. Fatto questo dentro del maggior cerchio (secondo la regola data nella precedente) inscriueremo vna figura di molti angoli equilatera, laquale con alcuno di suoi lati non tocchi il menor cerchio, hor poniamo che in questo caso sia sofficiente hauerui inscritto vna figura di dodici angoli equilatera, talmente che nel quadrante di quel maggior cerchio, poniamo l'arco c d. siano tre lati di tal figura di dodici angoli, i quali tre lati siano le tre corde d h. h x. & x c. lequali concio sia che le sono eguali, anchora (per la prima parte della vintesimaottaua del terzo di Euclide) gli archi di quelli saranno eguali, fatto questo dalli duoi ponti.h. & x. (che sono le estremita delle corde di mezzo) produremo duoi altri diametri, i quali siano.h m. & x l. & sopra il centro.g. tiraremo la.g n. perpendicolare alla superficie del cerchio.a b c d. & quella allongaremo per fina alla superficie della maggior sphera sopra il ponto.n. & dapoi intenderemo quattro superficie segar le due sphere proposte, delle quali ciaschaduna seghi quelle sopra la linea.g n. & la prima di quelle sopra la linea.g n. & sopra il diametro.d b. la seconda pur sopra la medesima linea.g n. ma sopra il diametro.h m. & la terza pur sopra la linea.g n. ma sopra il diametro.x l. & la quarta pur sopra la linea.g n. ma sopra il diametro.c a. onde (per la diffinitione della sphera, & del cerchio) le settioni di quelle superficie, & della superficie della sphera maggiore saranno linee continenti cerchij, & le parti inscritte fra il ponto.n. & li quattro ponti, che sono.d. h. x. c. saranno quadranti (cioe quarte parti di ciaschaduno di detti quattro cerchij) i quali quadranti sono.d n. h n. x n. & c n. & perche ciaschaduno di questi quattro cerchij e eguale al cerchio.a b c d. perche il diametro di ciaschaduno di quelli e il diametro della maggior sphera, e pero li detti quadranti di quelli sono eguali, per laqual cosa li cinque archi, che sono.d n. h n. x n. c n. & d c. sono eguali, e

per tanto in ciaschaduno di questi quattro quadranti di cerchij eretti assettaremo quattro cordette equali, cioe che ciaschaduna sia equale a ciaschaduna di quelle del cerchio. a b c d. lequali sono li lati di quella figura di dodici lati in quello nel principio inscritta, dellequali dodici lati vno ne e la cordetta. d h. & siano le dette cordette del primo cerchio. d q. q r. & r n. & quelle del secondo. h f. f t. & t n. & nel terzo. k e. e x. & x n. & nel quarto siano. c o. o p. & p n. & siano protratti li coraussi, congiongendo li capi delle dette cordette, lequali sono q f. f u. u o. & le. r t. t x. x p. & cosi vedemmo adonque, alla quarta parte della metta maggior sphera superiore (laqual quarta parte. c. d n c.) esser inscritto vn corpo di noue base, dellequali le tre, che si congiongono al ponto. n. sono triangole, & tutte le altre sono quadrangole, cioe sono doppi capi tagliati, dellequali li dui capi sono equidistanti, & non equali, & gli altri dui lati in tutti sono equali, ma non sono equidistanti, & perche tai triangoli, & doppi capi tagliati malamente si possono comprendere nella superior figura per la moltitudine delle linee, e per tanto a tua maggior intelligentia ti ho designata quest'altra figura nellaquale tu vedi, che tutte le base, che sono fra. f. & g. sono triangolari lequali compito che fusse il detto corpo fariano dodici, & il medesimo fariano le altre a quelle opposite, & tutte le altre fariano doppi capi tagliati, talche tutte le base di tal solido, compito che fusse verebbeno a esser 24 triangolari, & 48 doppi capi tagliati, che in tutto sarebbono 72 base, & niuna di queste 72 base toccaria la sphera menore (come dimostra Euclide nella decimaquarta del suo duodecimo libro) & finalmente dimostra, che essendo costrutto vn'altro simil corpo nella menor sphera, ouer in qual si voglia altra sphera, che la proportione dell'uno all'altro sara si, come la proportione treppiata del diametro del l'una sphera, al diametro dell'altra.

Vn'altro modo piu alla pratica pertinente di costruere materialmente questo corpo, & molti altri si dara nell'ultimo libro di questa parte.

Questo corpo nella pratica di geometria e detto il corpo di 72 base, & perche tal corpo e molto vago da vedere, da inarsiatori e stato introdutto nelle opere sue, come si puo vedere (insieme con altri corpi) nella sagrestia di santa Maria Organa in Verona, & come anchora nell'ultimo libro di questa quinta parte (nelquale mostraremo vn modo facilissimo da far li modelli di tutti li corpi geometrici, si regolari, come irregolari) si potra vedere.



Il modo, ouer regola da risoluere li sei problemi del decimoterzo libro di Euclide, quali sono la fabricatione de cinque corpi regolari. Cap. III.

1 Potemmo fabricare vna piramide di quattro base triangolare equilatere circonscriuibile da vna assignata sphera, & dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa piramide. Essempi gratia sia la linea. a b. il diametro della assignata sphera, volendo fabricare la detta piramide di quattro base triangolari equilatere circonscriuibile da tal sphera, diuideremo la detta linea. a b. in ponto. c. talmente che la parte. b c. sia doppia alla. c a. & sopra tutta la. a b. linearemo il mezzo cerchio. a d b. & dapoi produremo la. c d. perpendicolare alla. a b. & tiraremo anchora le due linee. d a. & d b. Fatto questo describeremo il cerchio. f g h. sopra il centro e. talmente che il semidiametro di tal cerchio sia equale alla linea. c d. & in quello describeremo il triangolo. f g h. equilatero, & dal centro. e. (per la regola data nella seconda del primo capo) tiraremo la. e k. perpendicolare alla superficie del cerchio, laqual perpendicolare. e k. la faremo equale alla. b c. & dal ponto. k. tiraremo le hipotenusse. k f. k g. k h. & sara compita la detta piramide di quattro base triangolari equilatere, & questa sara circonscriuibile da quella sphera quanto che e la linea. a b. & tutto questo dimostra Euclide nella decimaterza del suo decimo terzo libro. Et similmente dimostra, che la proportione del diametro della sphera al lato della fabricata piramide potentialmente esser sesquialtera, cioe se il diametro. a b. fusse 6. la sua potentia saria 36. e per tanto in tal caso la potentia del lato della piramide saria 24. onde il semplice lato veniria a esser R 24. & la perpendicolare, o vogliamo dir l'asse. k e. di tal piramide sarebbe quattro, cioe quanto che e la. b c. che sarebbe li duoi terzi della. a b. diametro della sphera, & il semidiametro. e f. sara radice 8.

l'asse della sphera 6.
lato del 4 base R 24.
l'asse del 4 base 4.
semidiametro. e f. R 8.

2 Potemmo fabricar vn cubo circonscriuibile da vna assignata sphera, & dimostrare che il diametro della medesima sphera esser potentialmente treppio al lato di quel tal cubo. Essempi gratia sia il diametro della assignata sphera la linea. a b. volendo fabricare vn cubo circonscriuibile dalla detta sphera, sopra di tal linea. a b. linearemo il mezzo cerchio. a d b. & diuideremo il detto diametro. a b. in ponto. c. secondo la conditione della precedente, cioe che la parte. b c. sia doppia alla parte. a c. & sia tirata la linea. c d. perpendicolare alla. a b. & sia anchor

drata

tiran la d a. & d b. fatto questo descriueremo vno quadrato, che ciascheduno lato di quello sia eguale alla linea a d. & questo sia il quadrato e f g h. & sopra li quattro angoli, delquale tiraremo (secondo la regola data nella seconda del primo capo) le quattro linee. e K. f L. g m. & h n. perpendicolari alla superficie del detto quadrato, & ciascuna di dette 4 linee faremo eguali alla linea a d. lequali 4 linee saranno (per la sesta del 11 di Euclide) equidistanti fra loro, & gli angoli, che contengono con li lati del quadrato sono retti (per la diffinitione delle linee perpendicolari ad vna superficie) dapoi siano cõgionte con le estremita di queste 4 perpendicolari protracendo le linee. K L. l n. m n. m K. & sara compito il detto cubo contenuto dalle sei superficie quadrate, & tutto questo dimostra Euclide nella 14 quarta del suo 13 libro, laqual dimostratione altramente non ad duco per le ragioni nel principio di questa quinta parte dette, & similmente dimostra tal cubo essere circonscrittibile dalla assignata sphera, il cui diametro è la linea a b. & anchora dimostra il diametro della detta sphera essere potencialmente treppio al lato del detto cubo, cioe se'l diametro della sphera fusse piedi sei di misura la potentia di quello saria 36. & la terza parte di 36 saria 12. & tanto saria la potentia del lato del detto cubo, onde il lato di tal cubo veniria a esser ℞ 12. & perche il diametro del detto cubo (cioe la linea l g.) è sempre eguale al diametro della sphera che lo circonscriue (cioe alla linea a b.) e pero seguita che anchora il diametro del cubo sia potentialmente treppio al lato di tal cubo (come che in altri luoghi habbiamo detto, & praticalmente prouato) perche chi ben vi considera il diametro del quadro g h m n. qual è la g m. (per la penultima del primo di Euclide) è eguale alli quadrati delli duoi lati g m. & m n. del cubo, e pero è doppio a vn solo di detti quadrati, & perche il quadrato della g l. (diametro del cubo) è eguale (per la medesima ragione) alli quadrati delle due linee g n. & l n. & perche il quadrato della g n. è doppio al quadrato della l n. (lato del cubo) è per tanto ambiduoi li detti quadrati insieme saranno treppi al quadrato del lato del cubo, & perche il quadrato della g n. (diametro del cubo) è eguale ad ambiduoi li detti quadrati, seguita, che medesimamente il quadrato del detto diametro del cubo sia treppio al quadrato del suo lato, che è il proposito.

3 Possiamo costituire vn corpo di otto base triangolari equilatere circonscrittibile da vna proposta sphera. Et sara manifesto il diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel tal corpo. Essempi gratia sia il diametro della data sphera la linea a b. volendo componere il detto corpo, che sia da quella circonscritibile, divideremo la detta a b. in due parti eguali in ponto c. & sopra quella linearemo il mezzo cerchio a d b. & produremo la c d. perpendicolare alla detta a b. & congiongiremo il ponto d. con il ponto a. & con b. tirando la linea d a. & d b. fatto questo descriueremo il quadrato e f g h. che ciascheduno lato di quello sia eguale alla linea a d. nelqual quadrato tiraremo li duoi diametri e g. & f h. i quali si segano insieme in ponto K. onde (per la quarta del primo di Euclide) egli è manifesto che l'uno, & l'altro di questi duoi diametri è eguale alla linea a b. cioe al diametro della sphera, conciosia che l'angolo d. sia retto (per la prima parte della trentesima prima del terzo di Euclide) & similmente tutti li suoi quattro angoli e. f. g. h. sono retti (per la diffinitione del quadrato) anchora egli è manifesto, che li medesimi duoi diametri e g. & f h. si diuidono fra loro in due parti eguali in ponto K. & tutto questo facilmente si manifesta (dalla quinta del primo, & trentesima seconda, & sesta del medesimo primo di Euclide) adunque sopra il ponto K. tiraremo la linea K l. perpendicolare alla superficie del quadrato, laquale ponoremo eguale alla mita del diametro e g. ouero f h. & tiraremo le hipotenusse l e. l f. l g. & l h. onde (per le cose, che sono sta poste, & per la penultima del primo di Euclide repetita quante volte bisognara) ciascheduna di queste hipotenusse saranno eguali fra loro, & anchora eguali alli lati del quadrato, & cosi hauremo vna piramide di quattro base triangolari equilatere costituta sopra il quadrato e f g h. e per tanto di sotto via dal detto quadrato formaremo vn'altra simil piramide, laqual faremo in questo modo, produremo la linea l K. preforando il quadrato e f g h. per fino a tanto, che dall'altra banda la sia quanto, che la K l. & congiongiremo la estremita di quella con ciascheduno di quattro angoli del quadrato con altre quattro hipotenusse, & cosi hauremo compito il ricercato corpo di otto base triangolari equilatere, & sara circonscrittibile dalla data sphera, il cui diametro sia la linea a b. & questa geometricamente dimostra Euclide nella decimaquinta del suo decimoterzo libro, & similmente dimostra che il diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di tal corpo, cioe se la linea a b. (diametro della sphera) fusse per sorte sei misure, ponemo piedi 6. la sua potentia saria 36. la mita dellaquale saria 18. & tanto saria la potentia del lato del detto corpo, onde il proprio lato di tal corpo verrebbe a esser ℞ 18.

Malamente si possono descrivere questi tai corpi in piano, che siano intelligibili, ma che li vorra perfettamente comprendere, & intendere, bisogna far uno modelletto materialmente fabricato, come dimostramo nell'ultimo libro della presente quinta parte, nelqual luogo si trouara un'altro modo pratticale di far con gran facilita li modelli di tutte le specie di questi corpi, & di molti suoi dependenti, oltra che si trouara anchora li detti corpi designati di rilevo facili da comprendere la sua qualita, & propria forma.

4 POtremo fabricare il corpo di vinti base triangolari equilatere, circonscrittibile da vna assignata sphera, che habbia il suo diametro rationale, & sara manifesto il lato del medesimo corpo essere vna linea irrationale, cioe quella che si chiama linea minore. Essempi gratia sia il diametro di vna assignata sphera la linea. a b. laqual sia posta rationale, hor volendo fabricare il detto corpo di vinti base, che sia circonscrittibile dalla detta sphera, divideremo la detta linea. a b. in ponto. c. talmente che la. b c. sia quadrupla alla. a c. & sopra di quella lineeremo il mezo cerchio. a d b. & produremo la. c d. perpendicolare alla a b. & protraremo la linea. d a. & la. d b. & secondo la quantita della linea. d a. lineeremo il cerchio. e f g h k. sopra il centro. l. alqual cerchio inscriueremo vno penthagono equilatero, qual sia lo annotato dalle medesime lettere. e f g h k. a gli angoli delqual penthagono dal centro. l. produremo le linee. l e. l f. l g. l h. l k. anchora inscriueremo nel medesimo cerchio vn decagono equilatero, & questo faremo in questo modo, divideremo tutti gli archi di quali li lati del penthagono sono corde, in due parti eguali, & dalli ponti di mezo tiraremo linee rette alle estremita di tutti li lati del penthagono inscritto, anchora sopra a ciascheduno delli cinque angoli del penthagono, tiraremo vno catheto, o vogliam dire vna perpendicolare al detto penthagono, & ciascheduno di detti catheti, ouer perpendicolari, faremo eguali alla linea. a d. dapoi congiongeremo le estremita di questi cinque catheti con cinque linee (lequal linee da greci si chiamano corausti) & perche li detti cinque catheti (per la sesta del vndecimo di Euclide) sono fra loro equidistanti, & perche sono anchora eguali fra loro, seguita (per la 33 del primo Euclide) che li cinque corausti (cioe quelle cinque linee, che congiongano le loro estremita) siano fra loro eguali, & eguali alli lati del penthagono, dapoi tiraremo dalla summita di ciascheduno di detti cinque catheti due hipotenusse alli duoi angoli circostanti del decagono inscritto, & le estremita di queste dieci hipotenusse, quali descendano, & terminano alli cinque ponti, che sono a ciascheduno de gli angoli di mezo del inscritto decagono, continuaremo con linee rette, inscriuendo vn'altra volta vn'altro penthagono in esso cerchio, il quale sara anchora equilatero (per la vintesimaquarta del terzo di Euclide) & fatto questo vederemo sensibilmente, che haueremo compito diece triangoli, i lati delliquali sono le diece hipotenusse, & li cinque corausti, & li cinque lati di questo secondo penthagono inscritto, che questi diece triangoli siano equilateri si dimostra in questo modo.

Perche il mezo diametro del descritto cerchio, con ciascheduno di catheti erretti e eguale alla linea a d. (dal presupposito) e pero (per il corrolario della decimaquinta del quarto di Euclide) ciascheduno di detti catheti sara eguale al lato del essagono equilatero inscritto nel cerchio, delquale il mezo diametro e eguale alla detta linea. a d. & perche (per la penultima del primo di Euclide) ciascheduna delle diece hipotenusse e tanto piu potente del catheto, quanto puo il lato del decagono (per la decima del decimoterzo di Euclide) anchora il lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo, quanto puo il medesimo lato del decagono (per commune scientia) ciascheduna di queste hipotenusse sara eguale al lato del penthagono. Di corausti poi anchora e manifesto, che di quelli sono eguali alli lati del penthagono. E per tanto tutti li lati di questi diece triangoli, ouer che sono lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) ouer che sono a quelli eguali, adunque li detti triangoli sono equilateri. Oltra di questo sopra il centro. l. tiraremo vn'altro catheto eguale alli primi, il quale sia. l m. & la superiore estremita di quello, che e il ponto. m. congiongeremo con ciascheduna estremita di primi, con altri cinque corausti, & (per la sesta del vndecimo di Euclide) questo central catheto sara equidistante a ciascheduno di catheti angolari, e pero (per la trentesimaterza del primo di Euclide) questi altri cinque corausti saranno eguali alla mita del diametro del cerchio, & (per il corrolario della decimaquinta del quarto di Euclide) ciascheduno di quelli e si come il lato dello essagono. Fatto questo aggiongeremo a questo catheto centrale, da l'una, & l'altra banda vna linea eguale al lato del decagono, dellequali quella aggionta di sopra sia la. m n. & quella aggionta di sotto dal cerchio sia la. l p. fatto questo dal ponto. n. tiraremo cinque hipotenusse alli cinque superiori angoli di dieci triangoli, che sono nel circuito, & dal ponto. p. ne tiraremo altre cinque a gli altri cinque angoli di sotto, & queste 10. hipotenusse saranno eguali fra loro, & alli lati

alli lati del inscritto pẽthagono (per la penultima del primo, & decima del decimoterzo di Euclide) si come delle altre dieci prime fu dimostrato, & cosi haueremo compito vn corpo di vinti base triangolari equilatere, del quale tutti li lati sono eguali alli lati del penthagono, & il diametro di quello è la linea. n p. & di questi vinti triangoli dieci ne restano nel circuito sopra il cerchio, & cinque si eleuano di sopra, i quali concorrono al ponto. n. & gli altri cinque restanti sono sommersi di sotto dal cerchio, & vanno a terminare insieme al ponto. p.

Questo tal corpo sara circonscrittibile dalla proposta sphera, che ha per diametro la linea. a b. come che certamente si dimostra sopra la decimasesta del decimoterzo libro di Euclide, & similmente si dimostra, che essendo il diametro della data sphera rationale in longhezza, ouer solamente in potentia, che necessariamente il lato di tal corpo sara irrationale, & sara quella linea chiamata linea menore, cioe se il diametro della sphera (che è la linea. a b.) fusse dodici misure (per la regola praticale data nella nona del sesto capo del secondo libro della quarta parte) si trouara il lato del detto corpo esser R v. (72 men R 1036 4/5), & perche 72 men R 1036 4/5 è il quarto residuo, cauandone la sua propria radice sara necessariamente la linea menore (come dimostra Euclide nella 94 del suo decimo libro) cioe cauando la radice di 72 men R 1036 4/5 (per la regola data nella seconda parte) trouaremo tal radice essere R v. (36 piu R 1036 4/5) men R v. (36 men R 1036 4/5), laqual quantita (se ben discordi) è detta linea menore, ma a voler ben intendere questa fabricatione, & l'argumentatione bisogna star piu intento alle parole, che alla figura, vero è che facendo vn modelletto di tal corpo secondo la regola praticale posta nel seguente libro facilmente si apprendera il tutto.

diametro della sphe. 12
lato del. 20 base. R v (36 piu R 1036 4/5) men R v (36. men R 1036 4/5) linea menore

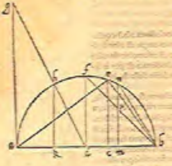
Correlario.

Anchora da questa operatione è manifesto, che il diametro della sphera (cioe la linea. a b.) è quintuplo in potentia al mezo diametro del cerchio, che circonscriue il detto corpo di vinti base (cioe al mezo diametro del cerchio. e f g h K.) perche il semidiametro di tal cerchio fu tolto eguale alla linea. a d. & il quadrato della a b. è quintuplo al quadrato della detta. a d. (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto di Euclide, & per il correlario della decimaottaua del medesimo) perche anchora la. a b. è quintupla alla. a c.

5 Possiamo costruere il corpo di dodici base penthagonali equilatere, & equiangole, circonscrittibile da vna assignata sphera, che habbia il diametro rationale, & sara palese il lato del medesimo corpo esser quella linea irrationale, che è detta residuo. Essempi gratia sia il diametro della data sphera qual linea si voglia, volendo fare il dodici base penthagonali equilatere, & equiangole da quella circonscrittibile, prima faremo il cubo da quella circonscrittibile, onde procedendo secondo la regola data nella seconda di questo capo) poneremo quello esser il cubo, del quale immaginiamo la superficie di sopra esser la a c. & vna di quelle di lati esser la. a b. & che la linea a d. sia il commun lato a quelle due superficie. Hor diuideremo li duoi lati opposti, nella superficie a b. in due parti eguali, cioe il lato. d b. in ponto. f. & il lato a quel opposito in ponto. e. & tiraremo la. e f. Anchora diuideremo il lato. a d. & anchora quello, che gli è opposito nella superficie. a c. in due parti eguali, & li ponti delle diuisioni siano cõtinuati cõ vna linea retta, la mita della quale sia la. g h. & sia il põto h. il ponto medio della linea. a d. similmẽte sia diuisa la. e f. in due parti eguali in põto. k. & sia tirata la. h k. & fatte queste cose diuideremo ciascheduna delle tre linee. e k. k f. & g h. secondo la proportione hauẽte il mezo, & duoi estremi nelli tre põti. l. m. q. talmẽte che le maggior parti di quelle siano. l k. k m. & g q. lequai parti è manifesto esser fra loro eguali, cõciosia che le 3 linee diuise sono eguali fatto questo dalli duoi põti. l. & m. eleuaremo le perpẽdicolari alla superficie. a b. delle quali l'una & l'altra faremo eguale alla linea. k l. & siano. l n. & m p. & similmẽte dal põto. q. tiraremo la. q r. per perpẽdicolarmẽte alla superficie. a c. & quella poneremo eguale alla. g q. dapoi tiraremo le cinque linee. a r. a n. n p. & p d. d r. formando il pẽthagono. a n p d r. il qual penthagono da Euclide nella decimasesta del suo decimoterzo libro, si dimostra esser equilatero, & equiangolo, & esser tutto in vna superficie, & il lato. a d. del cubo vien a esser la sua corda penthagonale, e per tanto se con tal regola, & con simili ragioni fabricaremo sopra ciascheduno de gli altri lati del cubo vno penthagono equilatero, & equiangolo sara compito il detto corpo di dodici superficie, o vuoi dir di dodici base penthagonali equilatere, & equiangole, perche il cubo ha dodici lati, come è manifesto, & ciascheduno di detti dodici lati in tal fabricatione venira a esser vna corda sottotendente a vno de gli angoli del penthagono in ciascheduna di dette dodici base penthagonali. Et tal corpo sara circonscrittibile dalla medesima assignata sphera circonscriuente il detto cubo, & tutto questo dimostra Euclide nella di sopra allegata

gana decimaseſtima del ſuo decimoterzo libro, & anchora dimoſtra, che eſſendo il diametro della ſphera rationale in longhezza, ouer ſolamente in potentia, che il lato del detto corpo di dodici baſe ſara irrationale, & ſara quella linea irrationale chiamata reſiduo, cioe ſe per caſo il diametro della ſphera fuſſe dodici miſure. Egliè manifeſto (per le regole date nella decimaſeſtima del ſeſto capo, & del ſecondo libro della quarta parte) che il lato del cubo da quella circonſcritto ſara R 48. & tanto ſaria in queſto caſo il lato.a d. qual diuidendolo ſecondo la proportione hauente il mezo, & duoi eſtremi, trouaremo che la ſua maggior parte ſara R 60 men radice 12. & tanto ſara il lato del detto dodici baſe penthagonali circonſcrittibile dalla data ſphera il cui diametro è dodici, il qual lato ſi vede, che egliè vn reſiduo, come che per il correlario ſi concluide.

6 Potiamo trouare li lati di predetti cinque corpi regolari da vna medeſima ſphera circonſcrittibili, & compararli fra loro, dellaqual ſphera ſolamente il diametro a noi ſia propoſto, cioe per la notitia ſola di tal diametro potemmo trouarli. Eſſempi gratia ſia il diametro di vna data ſphera la linea.a b. hor volendo trouar li lati di precedenti cinque corpi regolari circonſcrittibili dalla detta ſphera, il cui diametro è la linea.a b. prima diuideremo il detto diametro.a b. in ponto.c. talmente che la parte.a c. ſia doppia alla.c b. & lo diuideremo anchora in due parti equali ponto.d. & ſopra la detta linea a b. ſi ſcriueremo il mezo cerchio.a f b. & dalli duoi ponti.c. & d. tiraremo le due linee.c e. & d f. perpendicolari alla linea.a b. & dapoi congiongiemo il ponto.e. con li duoi ponti.a. & b. tirando le due linee.e a. & e b. & finalmente congiongiemo il ponto.f. con il ponto.b. cioe tiraremo la linea.f b. Et fatto queſto egliè manifeſto dalla dimoſtratione, & operatione della prima del preſente capo, che la linea a e. è il lato della figura del quattro baſe triangolari, & equilatere, & dalla dimoſtratione della ſeconda, che la linea.e b. è il lato del cubo, & dalla dimoſtratione della terza, che la.f b. è il lato della figura di otto baſe triangolari, & equilatere. Et per tanto dal ponto.a produremo la linea.a g. perpendicolare alla.a b. & equale alla medeſima.a b. & tiraremo la linea.g d. laqual ſega la circonferentia del mezo cerchio in ponto h. & dapoi tiraremo la linea.h k. perpendicolare alla.a b. onde tirando poi vna linea dal ponto.h. al ponto.a. quella ſaria (come dimoſtra Euclide nella vltima del ſuo decimoterzo libro) equale al lato del vinti baſe triangolari equilatere, ma per compararli piu facilmente inſieme, ſegnaremo il ponto.m. tanto lontano dal centro.d. quanto che è il ponto.k. lontano dal medeſimo centro.d. & tiraremo la.m n. perpendicolare alla.a b. & coſi tiraremo la.n b. quala (come dimoſtra Euclide nella detta vltima del ſuo decimoterzo libro) è equale al detto lato del corpo di vinti baſe triangolari equilatere, hor per trouare il lato del dodici baſe penthagonali, diuideremo la linea.e b. (che è il lato del cubo circonſcrittibile dalla aſſignata ſphera) ſecondo la proportione hauente il mezo, & duoi eſtremi in ponto.p. talmente che la.p b. ſia la ſua maggior parte. Adunque egliè manifeſto (per la dimoſtratione della precedente) che la detta maggior parte.p b. è il lato della figura del dodici baſe. Et coſi habbiamo trouato li lati di precedenti cinque corpi, per mezo del diametro della propoſta ſphera, delliquali il lato del quattro baſe è la linea.a e. & del cubo la linea.e b. & del otto baſe la linea.f b. & del vinti baſe, la linea.n b. & del dodici baſe la linea.p b. Oltra di queſto Euclide dimoſtra qualmente il lato.a e. è maggiore del lato.f b. & il lato.f b. è maggiore del lato.e b. & il lato.e b. è maggiore del.n b. & il lato.n b. eſſer maggiore del lato.p b.



lato del.4. baſe —— a e.
lato del cubo —— e b.
lato del.8. baſe —— f b.
lato del.20. baſe —— n b.
lato del.12. baſe —— p b.

Come non poſsino eſſer piu delli ſopradetti cinque corpi regolari.

7 Oueniente coſa mi pare di dimoſtrare la cauſa, come che li corpi regolari, cioe di lati & baſe equilatere, & equiangole nõ poſſino eſſer piu di ſopra narrati cinque. Dico adũque che alla cõſtitutiõe di vno angolo ſolido vi è neceſſario almeno tre angoli piani (come dimoſtra Euclide nella vigeſimaprima del ſuo vndecimo libro) perche di duoi angoli piani nõ ſi puo formare vn'angolo ſolido, & oltra di queſto egliè neceſſario, che la ſumma di tutti quelli angoli, con liquali pretendemo di formar vn'angolo ſolido, ſia menore di quattro angoli retti, & tutto queſto dimoſtra Euclide nella detta vigeſima prima del ſuo vndecimo libro. Perche adunque li tre angoli di vno eſſagono equilatero, & equiangolo (per la 32 del primo di Euclide) ſono equali a quattro angoli retti, non è poſſibile a poter con

tre angoli

tre angoli del detto essagono) formare vno angolo solido, e pero non e possibile a poter formare vn corpo contenuto de piu base essagonale equilatere, & equiangole, ne manco e possibile a poterlo formare, che sia contenuto da base settagonale, ouer ottogonale, ouer de piu angoli, equilatere, & equiangole, per che li 3. angoli del settagono, ouer ottagono, ouer de piu angoli, sono maggiori de 4. angoli retti, (per la 32 del primo di Euclide) e pero (p la 21 del 11 di Euclide) e impossibile a formar vn angolo solido, e per tanto e impossibile a poter formare vn corpo contenuto da base settagonale, ouer ottagonale, ouer de piu angoli equilatere, & equiangole, Ma perche li 3. angoli del penthagono equilatero, & equiangolo, sono menori di 4. angoli retti e per tanto con li 3. angoli del detto penthagono si puo formare vn angolo solido, ma cõ 4. ouer piu angoli del detto penthagono non e possibile di formare angolo solido, E pero solamente vn corpo contenuto da base penthagonale equilatere, & equiangole si puo formare, il quale e quello che e detto il corpo de. 12. base penthagonale, nel quale li angoli di penthagoni a. 3. a. 3 formano tutti li angoli solidi di tal corpo. Similmente perche li 3. angoli di vn quadrato sono menori di quattro angoli retti, si puo formare vn angolo solido, Ma nõ gia con li quattro angoli ouer piu del detto quadrato e possibile di formare angolo solido, perche li detti quattro angoli del quadrato sono precisamente equali a quattro angoli retti, & li piu de quattro sarano anchora piu di quattro angoli retti, E per tanto vn sol corpo si puo formare che sia contenuto da base quadrate, & questo e quello che di sopra habbiamo chiamato cubo contenuto da 6 superficie quadrate, E perche li sei angoli delli triangoli equilateri son precisamente equali a. 4. angoli retti (per la detta. 32. del primo di Euclide.) E per tanto con. 6. angoli del triangolo equilatero, ouer con piu de. 6. non e possibile di formar angolo solido, ma con men de. 6. ben e possibile di formar vn angolo solido, cioe con cinque & con quattro & con tre angoli del detto triangolo equilatero si puo formar vn angolo solido, perche in ogni positione sono menori de quattro angoli retti, & questa e la causa che si puo formare tre specie de corpi contenuti da base triangolari equilatere, l'uno di quali e di 4 base, cioe la pyramide di quattro base triangolari equilatere, della quale ogni suo angolo solido e contenuto da tre angoli piani del triangolo equilatero. L'altro e il corpo de otto base triangolari equilatere, del quale ogni suo angolo solido e contenuto da quattro angoli piani del triangolo equilatero, L'altro e il corpo de. 20. base triangolari equilatere, del qual corpo ogni suo angolo solido e contenuto da cinque angoli piani del triangolo equilatero, & perche de. 6. angoli piani del detto triangolo equilatero (come di sopra e stato detto) non si puo formar angolo solido, per esser equali a quattro angoli retti e pero seguita li corpi regolari cioe de base equilatere, & equiangole esser impossibile esser piu di detti cinque. E pero il diuin Platone meritamẽte nel suo thymeo li detti cinque corpi regolari attribui per figura alli cinque corpi simplici, (come in altro luoco habbiamo detto) cioe terra, acqua, aria, fuoco, & quinta essentia.

Delle forme, & dispositioni delle superficie, lati, angoli, si piani, come solidi contenenti li sopra detti cinque corpi regolari.

IL corpo di quattro base, e formato da quattro base triangolari equilatere, & da. 6. linee, ouer lati, & da. 12. angoli piani, & da quattro angoli solidi.

Il cubo e formato da. 6. base quadrate, & da. 12. linee, ouer lati, & da. 24. angoli piani, & da otto angoli solidi.

L'otto base e formato da otto base triangolari equilateri, & da dodici linee ouer lati, & da. 24. angoli piani, & da. 6. angoli solidi.

Il. 20. base e formato da. 20. base triangolari equilatere, & da. 30. linee, ouer lati equali, & da. 60. angoli piani, & da dodici angoli solidi.

Il 12. base e formato da. 12. base penthagonale equilatere, & equiangole, & da 30. linee, ouer lati equali, & da. 60. angoli piani, & da. 20. angoli solidi.

Il modo ouer regola da risoluere geometricamente li dodici problemi del. 14. di Euclide, che sono la inscrittion di cinque corpi regolari l'uno in l'altro con due altre inscrittioni dal presente Autore ritrouate, che dal campano & altri erano state giudicate impossibile. Cap. IIII.

A Voler ben intendere le seguente inscrittioni di cinque corpi regolari l'uno in l'altro & l'altro in l'uno, bisogna hauer li modelli ouer materialmente fatti di detti cinque corpi, & sopra de quelli con diligentia considerare quello che nelle sequente propositioni si narra.

1 DEntro a uno proposito cubo potemo inscriuere, il corpo di .4. base triangolari equilatere, Sia essempi gratia il cubo, del quale la sua basa sia il quadrato. a b c d. & la suprema superficie sia il quadrato. e f g h. volendo in tal cubo inscriuere il detto corpo di .4. base, in la detta basa, & in la superficie suprema di quello tiraremo li duoi diametri, di quali l'uno continui le due stremita infime di duoi lati perpẽdicolari, & l'altro continui le supreme delli altri duoi, & l'uno de quelli sia il diametro. a c. & l'altro sia il diametro. h f. & fatto questo, dalli duoi ponti. h. & f. che terminano lo diametro della supficie suprema tiraremo, ypothenusalmente duoi, & duoi diametri, che diuidano le .4. superficie laterale, delli quali li duoi siano. h a. & h c. & li altri duoi siano. f a. & f c. & fatto questo, in atto ouer consinimo vedaremo dalle .6. linee diagonale, che diuidono le .6. superficie del cubo, esser perfettamente fatta la piramide di .4. base triãgolare, la quale per la diffinitione e manifesto esser inscritta nel detto cubo, & le base di quella esser equilatere, impero che, (p la quarta propositione del primo di Euclide) tutte quelle .6. diagonale sono fra loro equale che è il proposito.

2 DEntro a vn dato corpo di .4. base triangolari equilatere potemo descriuere vn corpo di .8. base triangolari equilatere. Essempi gratia sia il detto dato corpo di .4. base triangolari equilatere. a b c d. volendo in tal corpo inchiudere, il corpo di .8. base diuideremo ciascaduno di .6. lati di tal piramide in due parti equali, cioe. a b. in ponto. f. & a c. in ponto. g. & a d. in ponto. h. & b c. in ponto. i. & c d. in ponto. k. & b d. in ponto. l. & fatto questo, continuaremo li detti ponti di mezo di ciascaduno di detti lati, con li põti di mezo di ciascaduno delli altri duoi lati con li quali esso contien angolo superficiale, cioe continuaremo il ponto. f. col ponto. g. & con. h. & con. i. & con. l. & similmente il ponto. k. con li medesimi. g h i & l. & cosi con il ponto. g. con. h. & i. & fatto questo vedaremo il perfetto corpo de .8. base triangolare contenuto da quelle .12. linee che congiongono li detti ponti di mezo, di lati della data piramide & questo .8. base (per la quarta propositione del primo di Euclide repetita quinte volte bisogna) e manifesto esser equilatero, anchora e manifesto (per la diffinitione esser inscritto nella proposta piramide il come fu proposito di fare.

3 DEntro a uno assignato cubo potemmo constituire il corpo di .8. base triãgolari equilatere, Sia essempi gratia il dato cubo a b c d. & e f g h i. volendo in quel formar il detto corpo de .8. base, primamente inscriueremo in quello (secõdo la regola data nella prima di questo) la pyramide di .4. base triãgolari equilatere & da poi dentro di tal pyramide (p la precedẽte) inscriueremo il detto .8. base, & fatto q̃sto, sara anchora insieme fatto q̃llo che volemmo, p che (p l'argumentatione della prima di q̃sto capo) tutti li lati di essa pyramide inscritta è manifesto esser diagonali delle base del cubo, & p l'argumentatione della precedẽte, e manifesto tutti li .6. angoli del .8. base distinti in essa pyramide esser nelli põti di mezo di lati di essa pyramide, Per la qual cosa e manifesto tutte le põte di tutti .6. angoli solidi di tal otto base esser nelli centri delle .6. base del proposito cubo, cõe nella figura appare, nella qual nõ ho voluto inscriuergli altramẽte il .4. basi p nõ la offuscare & p mostrare, che tal inscrittione se puo fare anchora senza inscriuergli il detto .4. base trouãdo li cẽtri delle .6. base del cubo, & q̃lli cõtinuar cõ .12. linee rette le quale formano li .12. lati di tal .8. base, che è pur il proposito.

4 DEntro a vn dato corpo di .8. base triangolari, & equilateri potemo fabricar vn cubo, Et per essequir tal problema secondo la regola data da Euclide bisogna che trouamo li centri di quelli .8. triangoli che circondano il detto corpo per la quinta del quarto di Euclide) & da poi che hauremo trouati quelli, li continuaremo con .12. linee in questo modo, che il centro di cadauno de quelli triangoli lo copularemo per linee rette con il centro di quelli tri triangoli, che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questo problema non è molto atta de depingere chiaramente in piano, E pero bisogna hauer vn modello materiale di detto corpo de .8. base, pur che bisogna vedere con l'occhio della mente quello, che con parole dicemo, & parendo poi metterlo in atto, ouer in opera, il che facẽdo vedaremo le .12. linee, che in tal modo continuano li centri di quelli triangoli con tener vn cubo, come che specialmente dimostra Euclide sopra la .4. propositione del suo .15. libro.

La sopra scritta inscrittione del cubo nel .8. base, secondo la regola di Euclide pateria oppositione, per che il cubo inscritto secondo tal regola non saria il maggiore, che inscriuer si puo in tal corpo de otto base, & in tal sorte di problemi a me mi pare, che sempre se intenda, & si debba intendere il maggiore che capir vi possa, Hor per inscriuerui il detto maggiore che capir vi possa diuideremo ciascuno di quattro lati superiori del dato .8. base, & similmente ciascuno di quattro lati di sotto in due tal parti inequali, talmente che la parte maggiore sia doppia impotentia alla minore, & che le parti maggiori delli lati superiori restino verso il ponto, ouer angolo solido supremo del detto. 8. base, & li ponti maggiori, delli lati di sacorreshino verso il ponto, ouer angolo solido sotto giacente del detto otto base, fatto questo congiongieremo ciascaduno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con vna linea retta, & da poi congiongieremo anchora cadauno di detti quattro ponti superiori con il ponto che gli e dalla destra, & anchora con quello che gli e dalla sinistra nella parte superiore, & fatto questo, congiongieremo similmente quelli quattro della parte inferiore & cosi trouaremo che le dette dodici linee congiongenti li detti ponti, hauemo formato vn cubo, il che hauendo tal corpo di otto base materialmente fatto sara cosi facile a dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora maggiore di quello inscritto secondo la regola data da Euclide di sopra addutta che è il proposito.

5 IN vno dato corpo di 8. base triangolari, & equilatere, gli potemo inscriuere vna pyramide di quattro base triangolari equilatere, & per far questo nel detto corpo di 8. base (secondo li precetti della precedente) inscriueremo vn cubo, & in el detto cubo inscritto inscriueremo la pyramide di quattro base che si propone (secondo la regola data nella prima di questo capo) & haueremo risolto il problema, perche li angoli di questa piramide se appoggiano nelli angoli del cubo, (si come nella detta prima di questo capo si manifesta) e pero tutti li angoli viengono a rappossarse nella superficie del dato otto base, al qual proponemo de inscriuere, onde per la diffinitione è manifesto il proposito.

6 DEnto a vno dato corpo di vinti base equilatere si puo componere singularmente vn corpo di dodici base penthagonali di lati & angoli eguali, & per risoluere tal problema egli e manifesto li vinti triangoli del detto corpo hauer sessanta angoli superficiali & per che alla costitutione di cadauno angolo solido del detto 20. base, gli conuiengono cinque angoli superficiali, si come si manifesta nella formatione di quello, e pero e manifesto tal corpo esser formato da dodici angoli solidi (come nella vltima del precedente capo fu determinato, E per tanto trouaremo li centri di tutti li detti vinti triangoli & quelli tai centri continuaremo con trenta linee rette, cioe congiongieremo cadaun centro con linee rette con tutti quelli centri, che gli stano intorno con li quali communica il lato, & cosi quando haueremo fatto questo vedaremo da quelle trenta linee esser costituito dodici penthagoni oppositi alli dodici angoli solidi del detto 20. base & tutti li detti dodici sopra la sesta del 15. libro di Euclide se dimostra esser equilateri, & equiangoli, e po haueremo il proposito.

7 SE in vno proposito corpo di dodici base pentagonale equilatere, & equiangole voremo formare il vinti base, trouaremo il centro delli suoi dodici penthagoni, che lo compongano, & quelli con trenta linee fra loro cõgiongieremo, le quai trenta linee in quello causarano 20. triangoli & 12. angoli solidi ognuno cõtenuto da cinque angoli superficiali di detti triangoli, delli quali le lor ponte terminarano nelli detti dodici centri di penthagoni, Et similmente queste tai trenta linee componerano il detto corpo de vinti base, & quelle tai linee hauendo il detto dodice base materialmente fatto facilmente si dimostrara esser equali che sara il proposito.

8 SImilmente volendo in vno proposito corpo di dodici base penthagonale, equilatere, & equiangoli fabricar vn cubo, tal problema facilmente potremo essequire, conciosia che il detto dodici base se formi sopra li dodici lati del cubo (come se manifesta nella costitution di quello) E per tanto se a ciascaduna delle soe dodici base penthagonale, secondo l'ordine della sua costitutione, tiraremo dodici corde penthagonale senza dubbio trouaremo hauer formato 6. superficie quadrangole equilatere formanti il detto cubo & ciascaduna di quelle sara opposito duoi angoli solidi del detto dodici base, & il tutto se dimostra nella ottaua del 15. di Euclide.

9 VOlendo anchora nel corpo di dodici base penthagonale formare il corpo di otto base triangolari equilatere, prima inscriueremo il cubo, secondo la regola data nella precedente, fatto questo ciascaduno di quelli 6. lati del dodici basi, che sopra stanno alli 6. superficie dello inscritto cubo diuideremo in due parti equali, & quelli 6. ponti medii continuaremo fra loro con dodici linee rette, le quale veniranno a causare 6. angoli solidi, contenuti ciascaduno de loro da quattro angoli superficiali, dalli otto triangoli del detto 8 base inscritto, & tutto questo se dimostra nella 9. del 15. di Euclide.

10 ANchora volendo nel corpo di dodici base pentagonali equilatere, & equiangole formare il corpo di quattro base triangolari equilatere, prima inscriveremo in quello (per la ottaua) vn cubo, & dapoi nel detto cubo inscriueremo (per la prima di questo capo) la detta piramide di quattro base triangolari equilatere, & fatto questo apparera chiaramente il nostro proposito concluso, perche li quattro angoli solidi del quattro base si appoggiano a quattro angoli solidi del cubo, & tutti gli angoli solidi del cubo si posano ne gli angoli solidi del detto dodici base penthagonali, e pero seguita il proposito, ma fabricando vn modelletto materiale del detto dodici base sensibilmente si apprendera il tutto.

11 IN vno proposto corpo di vinti base triangolari, & equilatere, volendo fabricar vn cubo, prima inscriueremo nel detto vinti base vn dodici base (secondo la terza data nella sesta di questo capo) & dapoi nel detto dodici base, formaremo (per la ottaua) vn cubo, il qual cubo (per le ragioni adutte nella sesta) e manifesto, che tutti gli angoli solidi del dodici base cascano sopra li centri delli vinti triangoli del vinti base, & gli angoli solidi del cubo sono ne gli angoli del dodici base, e per tanto gli angoli del cubo vengono a essere nelli centri delle base del detto corpo di vinti base, e pero seguita il proposito.

12 IN vno dato corpo di vinti base, volendoui costituire la piramide di quattro base triangolari equilatere, prima (per la precedente) vi inscriueremo vn cubo, & nel detto cubo (per la prima di questo) formaremoui la piramide, & fatto questo non vi sara da dubitare, che noi non habbiamo satisfatto al proposito, & questa e la duodecima, & vltima delle inscritioni date da Euclide nel decimoquinto libro di corpi regolari. Et quantunque Euclide non habbia a noi assignato, saluo che le sopradette dodici inscrittioni, & consequentemente alla sopradetta duodecimo si afferma (con varie ragioni) non potere esser piu di dette dodici. Nondimeno due altre ne ho ritrouate (come che in fine di Euclide da me tradutto appare.) La prima e a descriuere in vno proposto cubo, il corpo di vinti base. La seconda e a inscriuere nel vinti base il corpo di otto base, laqual inscrittione dal Campano e assolutamente negata (come che in esso Euclide appare) laqual sua openione da frate Luca e stata confirmata, hor venendo alla prima, dico.

13 IN vno proposto cubo egli e possibile a costituire vno corpo di vinti triangolari equilatere. Sia essempi gratia il cubo. a f. nelquale volendo inscriuere il corpo di vinti base, divideremo li duoi lati. a b. & c d. (della superficie superiore) in due parti equali, nelli duoi ponti. h. & i. il medesimo faremo de gli altri duoi lati a quelli oppositi, & equidistanti della superficie sottogiacente, qual e la basa del detto cubo, & quelli congiongeremo con due linee rette, l'una dellequali e la linea. h i. & l'altra a lei equidistante vien a restar occulta, & coperta dal cubo. Fatto questo divideremo anchora li duoi lati. d e. & c l. & similmente gli altri duoi a quelli oppositi, & equidistanti, pur in due parti equali, & li congiongeremo pur medesimamente con due linee rette, dellequali l'una sia la linea. K l. l'altra vien a restare occultata dal detto cubo. Similmente faremo delli duoi lati. b c. & g f. tirando la linea. m n. & il medesimo faremo nella superficie a quella opposita, laqual superficie e occultata dal cubo, per esser di dietro a quello, fatto questo divideremo ciaschaduna delle tre linee. h i. K l. & m n. in due parti equali nelli ponti. o. p. q. il medesimo faremo delle altre tre occulte, a queste opposite, & ciaschaduna di queste mita divideremo secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, nelli ponti. r. s. t. u. x. y. talmente che la maggior parte di ciaschaduna di queste siano verso il ponto medio, cioe che la maggior parte della. h o. sia la. r o. & della. o i. sia la. o s. & cosi far il medesimo delle altre tre, che sono occulte, & fatto questo congiongeremo ciaschaduno di quelli ponti dividenti con ciaschaduno di circostanti con linee rette, cioe dal ponto. s. tiraremo quattro linee, la prima sara dal. s. al. x. la seconda dal. s. al. t. la terza dal. s. al. u. la quarta sara dal. s. al ponto occulto della linea, che termina nel ponto. z. & il medesimo faremo con il ponto. x. cioe tiraremo le linee. x t. x u. & x. al ponto della linea occulta, quala termina nel ponto. q. & cosi procederemo in tutti gli altri, lequali linee non le ho volute tirare, perche causariano confusione, ma immaginaremo, che siano tirate, & facendo questo con l'occhio mentale si vedera inscritto nel detto cubo vna figura corporea contenuta da vinti triangoli, delliquali vno ne sara sotto a ciaschaduno di lati del cubo. Essempi gratia il triangolo. x t y. sottogiace al lato. e f. & il triangolo. s t u. sottogiace al lato c d. & cosi si trouara sotto a ciaschaduno de gli altri lati, & per esser li lati del cubo 12. seguita adunque che li triangoli sotto giacenti alli lati del cubo esser 12. gli altri 8. (che manca andar a 20.) sotto giacciono a gli otto angoli solidi del detto cubo, l'uno di quali sara il triangolo. s x t. & cosi si trouara sotto giacere a ciaschaduno de gli altri angoli solidi del detto cubo. Adunque lo inscritto corpo sara contenuto da vinti triangoli.

goli. Hor resta a dimostrar, che siano equilateri, laqual cosa facilmente si dimostra in questo modo. Immaginiamo che sia tirata vna linea dal ponto .t. al ponto .i. laquale (per la seconda diffinitione del .11. di Euclide) contenira angolo retto con la linea .s i. (per esser la .s i. perpendicolare alla superficie .d f.) adunque il quadrato della .f t. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sara eguale (per la penultima del primo di Euclide) alli duoi quadrati delle due linee .t i. & .s i. & perche la detta linea .t i. e eguale alla linea, che fusse tirata dal .u. al .i. si che si manifestara (per la quarta del primo di Euclide) tirando vna linea dal .i. al .p. Seguita adunque (per commuma scientia) che le due linee .f t. & .f u. (lati del triangolo) esser fra loro eguali. Et perche il quadrato della linea .f t. e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t i. & .s i. & il quadrato della .t i. (per la penultima del primo di Euclide) e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t p. & .p i. seguita che il quadrato della .t f. sia eguale alli tre quadrati delle tre linee .f i. i p. & .p t. & perche la .p i. e eguale alla .p K. (divisa) & la .p t. e la maggior parte di quella, & la .f i. e eguale alla menor parte, & perche il quadrato di tutta la .p K. ouer .p i. insieme con il quadrato della .f i. (sua menor parte) e tripplo (per la quinta del decimoterzo di Euclide) al quadrato della .t p. (sua maggior parte) gionto poi a tal summa il quadrato della detta .t p. (sua maggior parte) tal summa di detti tre quadrati sara quadrupla al quadrato della detta .t p. (maggior parte) adunque (per commuma scientia) la linea .s t. (lato del triangolo) sara quadrupla in potentia alla .t p. Et perche anchor tutta la .t u. (per la quarta del secondo di Euclide) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima .t p. seguita (per commuma scientia) la .f t. esser eguale alla .t u. & di sopra fu dimostrato, che la .f t. era eguale alla .f u. adunque il triangolo .s t u. sara equilatero, & per il medesimo modo si dimostrara di tutti gli altri, che sono sotto a ciascun de gli altri lati del detto cubo, & perche li lati di quelli otto triangoli, che sono sotto a gli angoli del cubo, sono communi con quelli, che stanno sotto alli lati, seguita che anchora loro siano equilateri, che è il proposito, & questa inscrittione fu da me trouata alli 21 di decembre (che fu il giorno di san Tomaso 1542 in Venetia) con laqual inscrittione il giorno seguente trouai l'altra seconda, cioe che.

E Gli e possibile in vn corpo di vinti base a inscriuere il corpo di otto base. Perche
14 egli e manifesto (per il conuerso della inscrittione di sopra adutta) esser possibile di
circonscriuere vn cubo a ogni proposito corpo di vinti base, nelqual intendiamo
di inscriuere il detto otto base, quello medesimo, che di sopra fu inscritto nel cubo, circa delquale immaginaremo, che gli sia circonscritto il medesimo cubo .a f. Et perche in ciascheduna delle sei superficie del detto cubo vi segli riposa vno lato del dato corpo di vinti base, delliquali l'uno n'e la linea .t f. della figura precedente, l'altro .l x y. l'altro .t s u. gli altri sono a quelli tre oppositi, & perche li ponti .o. q. p. & similmente gli altri tre a quelli oppositi diuidono ciascheduno di detti lati in due parti eguali, & sono anchora centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adunque ciascheduno di detti centri con ciascheduno di quatro circostanti, con linee rette (come si fece nella terza, cioe nella inscrittione del otto base nel cubo, per il secondo modo detto in fine della detta terza) & si manifestara il proposito, cioe che il corpo di otto base che sara inscritto nel detto cubo sara medesimamente inscritto nel vinti base, & perche il lato del cubo (detto di sopra) e eguale a tutta linea .l K. & la detta .l K. e doppia alla .p K. (diuisa) diuidendo adunque la detta .l K. ouero il lato del cubo, secondo la medesima proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara anchora doppia alla .p t. & perche il lato del vinti base inscritto (cioe la .t u.) e anchora doppio alla medesima .t p. ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

Dalle cose dimostrate si manifesta, che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara eguale al lato di vinti base inscritto nel medesimo cubo.

Anchora perche nella costruttione del corpo di dodici base penthagonali fu fatto manifesto, che la corda penthagonica di vna delle dodici base di tal corpo era eguale al lato del cubo inscritto nel detto corpo di dodici base. & perche a diuider la detta corda penthagonica secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte è sempre eguale al lato del penthagono seguita quest'altro sottoscritto correlario.

Correlario.

Anchora dalle cose dimostrate nella costruttione del dodici base si manifesta, che diuidendo il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara sempre eguale al lato del 12. base circonscritto al detto cubo, & per il precedente correlario e manifesto anchora che tal maggior parte e eguale al lato del 20. base inscritto nel detto cubo, e pero il lato del corpo di 12. base circonscritto a vn cubo e sempre eguale al lato del 20. base inscritto nel medesimo cubo.

Da questa nostra inuentione si puo formare de fortissime questioni con numeri.

25 IN qual si voglia di cinque corpi regolari eglie possibile de descriuerui la sphera, essempi gratia, nel terzo capo fu fatto manifesto, qualmente ciascaduno di sopradetti 5. corpi esser inscrittibile nella sphera, hora mostraremo il contrario, cioe che in ciascaduno de quelli potemmo inscriuere la sphera, & per far questo, protraremo mentalmente dal centro della circonscrittibil sphera vna perpendicolare a tutte le base di qual si voglia de quelli, le qual perpendicolari caderano necessariamente nelli centri di quelli cerchii che circonscriueranno esse base, & conciosia che tutti li cerchii che circonscriueno quelle siano eguali. Anchora le dette perpendicolari sarano eguali, adunque se sopra il centro della sphera (che circonscriue) descriueremo vn cerchio secondo la quantita di vna di quelle, & la mita di tal cerchio circonduceremo, per fin a tanto, che quel ritorni al luoco doue cominciassimo a circondurlo, Et per che quello necessariamente transira per le estremita di tutte le dette perpendicolari, e per esto la sphera descritta dalla circonuolutione di tal mezzo cerchio per la 16. del terzo di Euclide toccara tutte le base del assignato corpo in quelli ponti doue cadeno le sopra dette perpendicolari, perche la sphera nō puo toccar piu delle base di quel corpo, di quello che tocca il mezzo cerchio circondutto, per la qual cosa e manifesto il proposito.

Il modo de saper risoluere manualmente con il compasso, & regа uarij problemi non posti da Euclide. Cap. V.

Come se multiplica ouer cresce vn corpo in la propria forma.

ANchor che sopra la quinta del sesto capo del primo libro della quarta parte se mostrasse il modo, ouer regola di multiplicar il cubo sotto breuita, non dimeno in questo luoco intendo di mostrare a multiplicare generalmente ogni corpo regolare, & altri.

1 DIco adunque che eglie possibile di dupplicare qual si voglia corpo rigolare del quale solamente ne sia proposto il lato di quello essempi gratia sia la linea a. il lato de qual si voglia di cinque corpi regolari, volendo trouare il lato di vno altro simile, che gli sia doppio di quantita corporea, in questa procederemo, precisamente, come fu fatto nella dupplicatione del cubo, sopra la detta 5. del sesto capo, del primo libro della quarta parte) cioe dupplicaremo la detta linea. a. il qual dupplicamento poniamo, che sia la linea b c, & da poi fra queste due linee. a. & b c. trouaremo due medie in continua proportionalita, & quantunque tal problema lo potessimo essequire, per qual si voglia de quelli modi da diuersi philosophi inuestigati registrati nel 21. capo del 1. libro, non dimeno perche forsi te li hai scordati te voglio replicare particolarmente tal operatione, per quel nostro vsitato modo, che fu addutto nella estratione della radice cuba per linea, & anchora nella detta dupplicatione del cubo nel detto sesto capo del primo libro della quarta parte, Per essequire adunque tal effetto, faremo di dette due linee. a. & b c. il parallelogrammo rettangolo. d f g h. talmente che la sua longhezza d f. sia eguale alla nostra linea. b c. & che la sua larghezza. g d. ouer. f h. sia eguale alla nostra linea. a. & per trouar il centro di tal rettangolo tiraremo li duoi diametri. g f. & d h. iquali se interseccarano nel ponto. i. & il detto ponto. i. venira a esser il centro di tal rettangolo, fatto questo allongaremo il lato d f. verso. e. de indefinita quantita, & similmente il lato. d g. verso. k. & fatto questo, cercaremo di trouar duoi ponti luno nella linea. f e. & laltro, nella linea. g k. di tal conditione, prima che ambiduoi siano egualmente distanti dal centro. i. secondariamente, che siano talmente situati, che tirando da luno a laltro vna linea retta, quella transisca precisamente, per il ponto. h. liquali duoi ponti a volerli trouar geometricamente, cioe con modi demostratiui, fin hora non si e potuto trouar da essequir tal effetto, ma solamente a tastone, come costumano li naturali, (come piu volte e stato detto) cioe pigliando il compasso, & facendo centro il ponto. i. & con laltro piede mobile di tal compasso, cercar di signar vn ponto sopra la linea. g k. & vn'altro senza variar la pontura sopra la linea. f e. liquali duoi ponti siano di tal qualita (come di sopra e stato detto)

che

che tirando una linea retta da l'uno a l'altro, quella transisca precisamente per il ponto detto h. & per trovar quelli duoi ponti bisogna procedere (come detto) a tastone, cioe sperimētar con diverse appriture di compasso, hor stringendolo hora allargandolo secondo il bisogno, per fin a tanto che tirando la detta linea da l'uno a l'altro, quella transisca precisamente per il detto ponto h. Hor ponemo che li duoi primi ponti siano.n.&.o. ma perche tirando la detta linea retta (senza colore) dal.n.al.o. quella transirebbe piu di sotto dal detto ponto.h. e pero allargaremo alquanto il nostro compasso, & signaremo gli altri duoi.l. &.m. ma perche tirādo la detta linea (non apparente) dal detto ponto.l.al ponto m. quella transirebbe alquanto di sopra dal detto ponto.h. e pero stringeremo alquanto il detto nostro compasso & signaremo duoi altri ponti quali siano.p.&.q. & perche a tirar la detta linea non apparente dal detto ponto.p. al ponto.q. quella transira precisamēte per il detto ponto.h. la tiraremo adunque con inchiostro, come sensibelmente si vede, hor fatto questo dico le due linee.g p.&.f q. esser le ricercate linee medie in cōtinua proportionalita fra le due.a.&.b c. o p dir meglio fra le due.d f.&.f h. a quelle equali, Ma pche questo fu dimostrato sopra la estrattione della radice cuba, & anchora sopra la duplicatione del cubo nō voglio star a replicar tal demostratione, ma mi e parso di replicar quivi la operatione p esser piu suo condecente luoco, p quello che si a da trattare, anchor che alli acuti ingegni pare ra esser cosa superflua, tal mia replicatione, ma il tutto ho fatto p quelli, che hāno pocca memoria.

Hor per venir alla conclusione di questa nostra operatione, dico che la linea.f q. (consequente alla prima) sara il lato del ricercato corpo regolare, doppio al proposito corpo del quale la linea a. e il suo lato, cioe se la linea.a. sara lato d'un corpo di.4. base triangolari equilatere, Fabricando un'altro corpo simile, cioe di.4. base, talmente che il lato di quello sia equale alla detta linea. f q. tal corpo sara doppio al primo & questo che havemo detto del corpo di.4. base, seguira in qual si voglia delli altri corpi regolari simili & la demostratione di tal conclusione si fa secondo che fu fatta quella del cubo sopra la.5. del.6. capo del primo libro della quarta parte, cioe per la 11. diffinitione del.5. & per il corrolario della 14. del 12. di Euclide, che in sostātia inferiscono, che essendo quattro linee continue proportionali la proportione della prima alla.4. sara si come quella del solido descritto sopra della prima al solido simile, descritto sopra alla seconda & simelmente essendo ambi duoi cavati da due diverse sphere, perche adunque la proportione della prima linea, laquale e la.a. alla.4. la qual e la.b c. e subduppla, seguita che il corpo descritto sopra la detta linea.a. prima, sia sub doppio al corpo simile descritto sopra la linea.f q. seconda, e pero il corpo descritto sopra la linea.f q. sara doppio al corpo simile descritto sopra la detta linea.a. che e il proposito.

Hor per abbreviar scrittura, & essempii volendo formare uno corpo regolare treppio, over quadruppio, over in qual si voglia altra multiplicita a qual si voglia altro simile che il lato di quello fusse la detta linea.a. si doverebbe pigliare la.b c. treppia, over quadruppla, alla detta linea.a. & da poi procedere si come havemo fatto di sopra. Et bisogna notar che non solamēte si puo formar il detto corpo multiplice in qual si voglia specie di multiplicita al proposito corpo il cui lato sia la linea.a. ma in ogni specie di proportione si irrationale come rationale, che a voler essemplificar particolarmente il tutto saria cosa longa.

Come si parte over sminuisse un corpo regolare in forma propria.

a Nchora egli e possibile a formare uno di detti corpi regolari che sia la mita di uno altro simile proposito, il cui lato sia pur la linea.a. (in margine posta) procederemo pur per il medesimo ordine, ma pigliaremo la linea.b c. che sia la mita della linea.a. & dapoi trovaremo le due linee medie in continua proportionalita onde procedendo secondo la data regola trovaremo che la.g p. sara la seconda (supponendo la.a. per prima) & la.f q. sara la terza (supponendo la.b. per quarta) & cosi il corpo formato sopra la seconda (cioe sopra quella che e consequente alla.a.) sara la mita di quello fabricato sopra la prima, cioe sopra la.a. & quello che e detto della mita si debbe intendere del terzo, & quarto, & de ogni altra parte, over parti & de ogni specie di proportione, vero e che bisogna avertire che nel multiplicar, over accrescere un corpo, sempre la piu corta linea, delle due trovate medie proportionali, sara la seconda delle.4. continue, cioe sara la nostra ricercata, & nel dividere, over diminuir un corpo sempre la piu longa delle dette due medie proportionali sara la detta seconda delle.4. continue, cioe sara la nostra ricercata, come in questa, & nella precedente appare. Et tutto questo che si e detto di corpi regolari se verifica anchora nella sphera, cioe volendo formar una sphera in qual si voglia proportione a una sphera proposita il cui diametro ne fusse noto se procederebbe con il dato diametro secondo che di sopra se e fatto del lato.a. & la seconda

linea, delle .4. continue proportionali, saria il diametro della ricercata sphera, Et con questa regola fu da me ritrouati quelli diametri de diuerse specie di balle di artegliarie registrate nel secondo libro di nostri quesiti, & inuentioni diuerse, per mezo di vno diametro a me proposto.

Come si puo multiplicare ouer crescere un solido rettangolo nella propria forma.

4 EI solidi rettangoli sono contenuti (come piu volte e stato detto) sotto delle .3. linee che comprendano l'angolo retto solido, le quali .3. linee se sono tutte eguali tal solido e detto cubo, ma se le sono inegualì tal corpo e detto da noi generalmente solido rettangolo, ouer corpo rettangolo, vero e che se tal corpo hauera due delle dette .3. linee eguali tal corpo se dira corpo, ouer solido de due linee, ouer misurationi eguale, & se hauera tutte .3. le dette linee inegualì, sara detto corpo, ouer solido di .3. linee ouer misurationi inegualì, dico adunque che

5 EGlie possibile di duppplicare vn solido rettangolo de due misurationi equale essempi gratia sia vn solido rettangolo, del quale le .3. linee che comprendono l'angolo retto solido di quello sono le a.b.c. delle quali le due a. & b. sono eguali & la c. e maggiore di cadauna di quelle. Questo tal solido (chi ben considera) e simile a vna colona quadrata, hor volendo dupplicare questo tal corpo in forma propria, cioe formarne vn'altro simile a quello, & doppio di sua corporeita, dupplicaremo vna delle due linee eguali hor dupplicamo la a. & sia tal dupplato la linea d. hor fra la linea a. & la d. trouaremo due medie proportionale, onde procedendo secondo l'ordine della precedente trouaremo la seconda de tai due linee, cioe la conseguente alla a. (supponendo pero la a. per prima) esser eguale alla linea e. & tanto douera esser ciascadun di duoi lati eguali del ricercato corpo, cioe tanto douera esser per lato il quadrato della sua basa, hor per trouar quanto douera esser l'altezza di tal ricercato corpo, similmente fra la linea c. (altezza del proposto corpo) & il doppio di quella trouaremo pur due medie proportionale in continua proportionalita, onde procedendo secondo la regola data nella precedente trouaremo, la seconda (supponendo la c. per prima) esser eguale alla f. hor dico che il solido rettangolo formato sopra vna basa quadrata, che sia per lato questo e la linea e. & che l'altezza di tal solido sia eguale alla linea f. quello sara doppio al primo solido proposto, perche li solidi simili hanno la proportione tripplicata a quella, che di vn lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro, cioe come del cubo del lato di l'uno al cubo del suo relatiuo lato di l'altro, & perche il cubo del lato e. al cubo del suo relatiuo lato a. e doppio, & similmente del cubo della altezza f. al cubo della altezza c. e pur doppio seguita che'l solido rettangolo che hauera per basa il quadrato della linea e. & per altezza la linea f. sia doppio al solido, che hauera per basa il quadrato della linea a. & per altezza la linea c. che e il proposito, Et con questa medesima regola non solamente se potria multiplicare il detto solido rettangolo (& altro simile) in ogni specie di multiplicita, & similmente partirlo, ouer diuiderlo, ouer sminuirlo in ogni specie di diuisione, ma anchora in ogni specie di proportione, secondo le regole che nel precedente problema e stato detto, Io non ti pongo essempio sopra il sminuire vn tal corpo, perche credo che lo essempio adutto nella precedente ti debbia bastare.

6 ANchora possiamo dupplicare vn solido rettangolo di .3. misurationi inegualì. Sia essempi gratia vn solido rettangolo, che la sua longhezza sia eguale alla linea a. & larghezza ouer grossezza alla linea b. & la altezza alla linea c. Hor volendo fabricar vn'altro simile, che sia doppio a quello, prima figuraremo la linea d. doppia alla linea a. & fra queste due linee a. & d. trouaremo due medie proportionali in continua proportionalita, onde procedendo per la regola data nella prima di questo capo, trouaremo, che la seconda (suponendo pero la a. per prima) esser eguale alla e. fatto questo figuraremo la linea f. doppia alla b. & fra le dette due linee b f. trouaremo pur due medie proportionali in continua proportionalita, onde operando secondo la regola data nella prima di questo capo trouaremo, la conseguente alla b. esser eguale alla linea g. finalmente figuraremo la linea h. doppia alla c. & fra le dette due c. & h. trouaremo pur due medie proportionali, secondo il solito, onde (procedendo secondo la prima di questo capo) trouaremo la conseguente alla c. esser eguale alla linea i. hor dico che il solido rettangolo contenuto sotto alle dette .3. linee e. g. i. esser doppio al nostro primo contenuto sotto alle .3. linee a b c, & questo se dimostra secondo che si

dimostrara

dimostrata la precedente, e pero seguita il proposito, & con tal regola non solamente se potra multiplicare, over diuidere, p che numero ne parira, ma se potra formare in ogni specie di proportione secondo la regola detta nelle passate.

Hor per abbreuiar parole, & essempi con questa medesima regola (che ben la considera) si puo multiplicare, & diuidere ogni specie di colona laterata, & vn cylindro, & ogni altro corpo in forma propria, nel cylindro se operaria con il diametro, ouer con il semidiametro del cerchio della sua basa, & con l'altezza di quello, & il medesimo si operaria con il cono, & nelli altri corpi laterali, se operaria con lilati relatiui, che il tutto non si puo essempificare.

Il modo, over regola di saper transmutare varie, & diuerse specie di corpi di vna forma in vn'altra. Cap. VI.

1 Volendo transmutare vn solido rettangolo de due misurationi eguali (come saria a dire vna colonna quadrata) in vn cubo, cioe far vn cubo a quella eguale, fra l'altezza di tal corpo, & il lato della sua basa quadrata, bisogna trouar due linee medie in continua proportionalita, (secondo la regola data nella prima di questo capo) & se l'altezza di tal solido sara maggiore del lato del quadrato della sua basa, la menor linea delle due trouate medie proportionali, sara il lato del ricercato cubo, ma se per sorte l'altezza di tal solido sara menore del lato del quadrato della sua basa, la maggior linea delle dette due trouate medie proportionali, sara il lato del cubo, che cercamo, Essempi gratia sia vn solido rettangolo di due misurationi eguali, (come saria a dire vna colonna quadra) che il lato della sua basa quadrata sia eguale alla linea.a. & la sua altezza sia eguale alla linea.b. volendo noi transmutare tal solido in vn cubo, cioe, formare vn cubo, che sia eguale a tal solido, fra le due linee.a. & b. bisogna trouare due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola data nella prima di questo capo, trouaremo quelle esser eguale alle due.c. & d. & perche l'altezza.b. e maggiore della.a. (lato della basa) dico che il cubo della menore delle due medie trouate, (quale e la linea.c.) sara eguale al proposito solido, Perche egli e manifesto, (per la 36. del 11 di Euclide) che la proportione del cubo della linea.a. (primo) al cubo della linea.c. (seconda) e treppia a quella proportione che e dalla semplice.a. alla semplice.c. & perche anchora la proportione della semplice.a. (prima) alla semplice b. (quarta) e per treppia (per la 11 diffinitione del quinto di Euclide) a quella che e dalla semplice.a. (prima) alla semplice.c. (seconda) e per tanto se imaginaremo il proposito solido disteso in piano facendo della sua altezza, longhezza, cioe tal solido se ripossera sopra luna delle sue superficie laterale longa quanto che e la linea.b. & larga quanto che e la linea.a. come in margine si vede, cioe tal superficie.a b. veniria a esser basa di tal nostro solido & l'altezza di tal solido veniria a esser quanto e la medesima linea.a. hor se a tal superficie giongiongemo in dietro il quadrato della linea.a. & sopra quello includendoui il cubo della linea.a. qual tal cubo sara egualmente alto al nostro solido allongato che fusse sopra la detta basa.a b. & perche (per la prima del sesto di Euclide) la proportione del quadrato de.a. alla superficie.a b. sara si come la linea.a. alla linea.b. E perche la proportione del detto quadrato de.a. alla detta superficie.a b. sara (per la 25. del 11 libro di Euclide) si come la proportione di duoi solidi de superficie equidistanti che siano costituiti sopra le medesime due base egualmente alti, E per tanto (per la 11 del quinto di Euclide) la proportione del cubo costituito sopra il quadrato di.a. al nostro solido costituito sopra la superficie.a b. sara, si come la proportione della linea.a. alla linea.b. Et perche di sopra dimostrassimo, che la proportione del detto cubo della linea.a. al cubo della linea.c. era medesimamente si come della detta linea.a. alla detta linea.b. e, pero seguita (per la seconda parte della.9. del quinto di Euclide) che il cubo della linea.c. sia eguale al detto nostro solido, che e il proposito. Io non ho voluto designare il detto solido sopra la basa, ouer superficie.a b. ne manco il cubo sopra il quadrato della linea.a per non offuscar la figura.

Ma se per sorte l'altezza del proposito solido fusse menore del lato del quadrato della sua basa quadrata, Essempi gratia s'el lato della sua basa fusse la linea.a. de questa seconda figura in margine posta & che l'altezza di tal solido fusse solamente quanto che e la linea.b. le sue due medie continue proportionali trouate secondo la detta prima di questo capo (se trouara esser eguale alle due linee.c. & d. & cosi in tal caso il cubo della maggior linea delle dette due trouate medie continue proportionali, (che saria per la linea.c.) sara eguale al detto solido proposito, la qual cosa se dimostrara secondo l'ordine dell'altra.

2 Anchora volendo transmutare vno solido rettangolo di tre misurationi inequali, in vn cubo, trouaremo la linea potente nella basa di quello, e da poi procederemo si come nella precedente cioe trouando le due medie continue proportionali fra tal

linea,& l'altezza di quello.c. & il cubo della seconda de tai.4. linee sara eguale al detto solido, Essempi gratia sia vn solido longo quanto che e la linea.a.& largo,ouer grosso quanto che e la linea.b.& alto quanto che e la linea.c.volendo mo trouare il lato di vn cubo eguale a tal solido,prima trouaremo vna linea potente nel rettangolo contenuto sotto delle due linee.a.&.b. cioe trouaremo la media proportionale fra le dette due.a.&.b.onde procedendo secondo la regola data sopra la prima del 11 capo del primo libro,trouaremo quella esser eguale alla linea.d. Fatto questo fra la detta linea.d.& l'altezza.c.bisogna trouar pur due medie continue proportionali,onde procedendo secondo la regola,trouaremo quelle esser le due linee.e.&.f.hor dico che il cubo della seconda(cioe della.e.)sara eguale al detto nostro solido, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della precedente,e pero seguita il proposito.Et con tal regola se potra formare vn cubo eguale a qual si voglia specie di colonna laterale,cioe trouãdo prima vna linea potēte nella sua basa,(sia tal basa triangolare,ouer penthagonale,o di qual si voglia altra figura rettilinia,)& da poi fra tal linea,& la altezza di tal colonna trouar le due medie proportionali,& cosi il cubo della seconda delle dette quattro linee sara eguale alla detta colonna, intendendo pero per la prima linea,la potente nella basa.

Anchora per abbreuiar scrittura &,essempi volēdo formar vn cubo eguale a vn cylindro (detto d'alcuni colonna rotonda)bisogna trouare vna linea potente nel cerchio della sua basa circulare,il che non e altro che il lato d'un quadrato eguale a tal cerchio,& da poi fra tal linea, (ouer lato di tal quadrato)& l'altezza di tal cylindro,ouer colonna, trouar pur due medie continue proportionali & cosi il cubo della seconda de dette.4.linee(sara eguale a tal cylindro,ouer colonna rotonda secondo la propinquita,perche se sopra tal quadrato formaremo vna colonna quadra de la medesima altezza del detto cylindro,tal colonna quadra, sara eguale al detto cylindro & sara anchora eguale al detto cubo trouato da Archimede, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della precedente.

3 Nchor che credo che tu sapressi trouare(per le regole piu volte dette)la linea potente in vna superficie circolare,nō dimeno a bona cautella te voglio replicare al problema,secondo la regola trouata da Archimede. Sia essempi gratia il cerchio a b.il cui diametro sia la linea.a b.& il centro di quello sia il ponto.c.hor volendo (per la regola di Archimede)trouar vna linea,che il quadrato di quella,sia eguale alla superficie di tal cerchio,tiraremo la.b d.perpendicolare sopra la.a b. & longa tre volte tanto,e vn settimo della detta.a b. (diametro del cerchio,) onde la detta.b d. venira a esser eguale alla circonferencia del detto cerchio, e per tanto tirando la linea. c d. il triangolo.c b d.sara eguale al detto cerchio,per che il dutto della.c b.(mita del diametro)ne la mita della basa.b d.ne da l'aria del detto triangolo,& perche la mita della detta.b d.e quanto che la mita della circonferentia, seguita che il detto triangolo rettangolo sia eguale al detto cerchio ,hor bisogna trouare vna linea potente in tal triangolo,cioe che il quadrato di tal linea sia eguale a tal triangolo , Onde procedendo secondo la regola data nella quinta del 4 capo del primo libro , cioe trouar vna media proportionale fra la c b.& la mita della.b d.il che facēdo trouaremo quella esser eguale alla linea e.& cosi la detta linea.e.sara la potente nel detto cerchio.

4 Olendo anchora tramutare qual si voglia pyramide in vn cubo,cioe formare vn cubo eguale a tal pyramide, Prima trouaremo vna linea potente nella basa di tal pyramide,& fatto questo fra tal linea & la terza parte di l'altezza di detta pyramide,trouaremo pur due medie continue proportionali, & il cubo della seconda tai quattro linee sara eguale alla detta pyramide.Essempi gratia sia vna data pyramide (poniamo quadrata) che il lato del quadrato della sua basa sia eguale alla linea.a. & l'altezza di tal pyramide sia eguale alla linea.b. hor volendo tramutare tal pyramide in vn cubo,ouer formar vn cubo eguale a quella,in questo caso la detta linea.a.sara la linea potente in tal sua basa quadrata,E per tanto toremo il terzo della linea.b.qual sia la linea. c.& cosi fra le due linee.a.&.c.trouaremo due medie continue proportionali,onde procedendo secondo la regola trouaremo quelle esser eguale alle due.d.&.e.hor dico che il cubo della seconda(cioe della.d.)sara eguale alla detta pyramide,la qual cosa se dimostrara secondo li argumenti della prima di questo,perche ogni pyramide e il terzo della sua colonna , e pero pigliamo solamente il terzo della l'altezza,onde tal pyramide vien a esser tramutata prima in vde

colonna quadra, che il lato della basa di tal colonna vien per a esser la medesima linea.a. & la sua altezza vien a esser eguale alla linea.c. cioe al terzo della.b.e pero per le cose dette nelle passate il cubo della linea.d. vien a esser eguale alla detta colonna quadra, & consequentemente alla detta pyramide.

Ma se la basa della proposta pyramide non sara quadra, ma che sia triangolare, ouer pentagonale, ouer di qual si voglia altra forma in tal caso bisogna prima (come detto) trouar la linea potente in tal basa, cioe trouar vna linea, che il quadrato di quella, sia eguale a tal basa (per la regola data nella sesta del quarto capo del primo libro) & da poi fra tal linea & il terzo della altezza di tal pyramide, trouar le dette due medie continue proportionali, & cosi il cubo della seconda (per le ragioni dette) sara eguale alla detta pyramide.

Il medesimo si operara in vna pyramide tonda (chiamata cono) che trouaremo la linea potente nel cerchio della sua basa secondo la regola detta nella precedente sopra il cylindro, ouer colonna rotonda, & cosi fra la detta linea, & il terzo della altezza di tal cono trouar per le due medie proportionali, & cosi il cubo della seconda sara eguale al detto cono.

Il modo di saper tramutare un cubo in qual si voglia specie di colonna della qual ne sia data la linea potente nella sua basa.

5 Volendo tramutare vn cubo, in qual si voglia specie di colonna laterata, ouer tonda della qual colonna ne sia nota la linea potente nella sua basa, prima egli e manifesto (per le cose dimostrate) che la detta linea potente nella basa, sara la prima di.4. linee proportionali, & il lato del dato cubo sara la seconda di dette quattro linee, Onde trouando poi la terza, & da poi la quarta (per la regola data nella seconda & terza del vndecimo capo del primo libro) & cosi la quarta linea sara l'altezza della ricercata colonna eguale al detto cubo, Essempi gratia poniamo che sia vn cubo, che il lato di quello sia eguale alla linea.a. volendo tramutare tal cubo in vna colonna di vna basa quadrata, & volendo, che il lato di tal basa sia eguale alla linea.b. laqual linea.b. in questo caso vien a esser la potente in tal basa, hor (per le cose dimostrate) siamo certi che la linea.b. sara la prima, & la.a. sara la seconda de.4. linee continue proportionali, e per tanto bisogna trouar la terza, & anchora la quarta di dette quattro linee, onde operando secondo la regola data nella detta seconda & terza del vndecimo capo del primo libro trouaremo quelle esser eguale alle.c. & d. hor dico che l'altezza di tal colonna quadrata si douera fare eguale alla quarta linea, cioe alla.d. la qual cosa si manifesta per il suo conuerso, e pero non vi accade altra dimostratione.

Ma se la basa della colonna nella quale desideremo di tramutare il detto cubo non sara quadrata, ma di vn'altra data specie di figura rettilinea, ouer circulare in tal caso bisogna prima trouare la linea potente in tal proposta basa secondo la regola di sopra piu volte detta, & trouata tal linea procedere, come di sopra e stato detto, & trouata quanto debba esser l'altezza di tal colonna, onde essendo fabricata sopra quella data specie di basa, la sua colonna di tal trouata altezza, quella sara eguale al detto nostro cubo, per che le colonne egualmente alte, & sopra base eguale (anchor che tal base fussino de figura diuerse) sono fra loro eguale (come se verifica per li correlarii della ottaua del.12. di Euclide) e pero seguita il proposito.

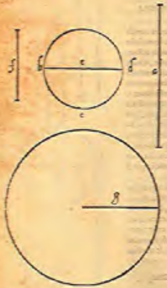
Il modo di tramutare un cubo in qual si voglia specie di colonna, della quale ne sia proposta la sua altezza.

6 Volendo anchora tramutare vn cubo in qual si voglia specie di colonna laterata, ouer tonda, della quale ne sia proposta la sua altezza, Egli e manifesto dalle cose dimostrate, che il lato del proposto cubo sara la seconda linea di quattro cõtinue proportionali, & la altezza della colonna che intendemo di fabricare sara la quarta di tai quattro linee, onde, trouando la prima linea di dette quattro quella sara la potente nella basa di quella specie di colonna che intendemo di fare eguale al detto cubo, Essempi gratia poniamo che sia vn cubo, il cui lato sia eguale alla linea.a. volendo tramutare tal cubo (poniamo) in vna colonna quadrata alta quanto che e la linea.b. fra le dette due linee.a. & b. bisogna trouare vna media proportionale, onde procedendo secondo la regola data nella prima del.11. capo del primo libro, trouaremo quella esser eguale alla linea.c. fatto questo, bisogna trouar la prima, onde procedendo secõdo la regola data nella terza del detto.11. capo del primo libro, trouaremo quella esser eguale alla linea.d. & cosi la linea.d. sara la potente nella basa di tal colonna, ma perche intendemo di far tal colonna quadrata tal linea.d. venira a esser il lato della sua basa quadrata, e pero formando il quadrato di tal linea.d. & sopra di quello formandoui

una colonna alta quanto che è la linea.b. tal colonna sara eguale al nostro cubo proposto, & tutto questo se dimostrara per il suo conuerso.

Ma se la detta colonna, che intenderemo de fabricare eguale a tal cubo, nõ fusse di basa quadrata, ma fusse triangolare, ouer pentagonale, ouer di qual si voglia altra specie de figura rettilinea, in tal caso procedaremo pur precisamente, come di sopra hauemo fatto della quadrata, & cosi la sopra detta linea.d. sara la potente in tal specie di basa, e pero bisognara poi (per la regola data nella 7. del 11. capo del primo libro) formare una superficie rettilinea simile a quella specie di basa, ma eguale al quadrato della detta linea.d. & formata tal superficie, formando poi sopra di quella la sua colonna alta quanto che è la linea.b. tal colõna sara eguale al cubo della linea.a. che sara il proposito, & tutto questo e manifesto per le anciane propositioni.

Ma se tal colonna che intenderemo di fabricar eguale a detto cubo, fusse tonda in tal caso bisognaria formar un cerchio che fusse eguale al quadrato della detta linea.d. & sopra di tal cerchio formandoui la sua colonna tonda alta quanto che è la linea.b. & hauemo il proposito.



Il modo de designar un cerchio eguale a un proposto quadrato.

7 Per designar un cerchio eguale a uno proposto quadrato, secondo la regola propinqua di Archimede, bisogna essequir tal problema, per positione, descriuendo un cerchio a nostro piacere, & da poi trouar una linea (per la regola data nella terza de questo) che il quadrato di tal linea sia eguale a tal cerchio & se per sorte tal linea fusse eguale al lato del proposto quadrato, saria risolto il problema, perche il cerchio da noi (a sorte) designato saria eguale al proposto quadrato, ma se tal linea trouata nõ sara eguale al lato del proposto quadrato, ne trouaremo una eguale con proportione, Essempi gratia sia il lato d'un proposto quadrato la linea.a. volendo designar un cerchio eguale a tal quadrato (intendendo sempre secondo la regola propinqua di Archimede) prima designaremo un cerchio di che grandezza ne parera hor sia il cerchio.b c d. il diametro dil quale sia la.b d. & il centro il ponto.e. fatto questo bisogna trouare la linea potente in tal cerchio, cioe che il quadrato di quella sia eguale a quello, onde procedẽdo secõdo la regola data nella terza di questo capo, trouaremo tal linea esser eguale alla.f. hor se per sorte questa linea.f. fusse eguale alla.a. saria risolto il problema, perche il detto cerchio saria eguale al quadrato della linea.a. Ma perche sensibilmente vedemo la detta linea.f. esser molto menore della detta linea.a. e pero il detto cerchio.b c d. sara molto menore di quello, che cercamo, per trouar adunque lo eguale, egli e manifesto che tal proportione, quala ha la linea.f. al semidiametro del detto cerchio.b c d. cioe alla.e d. tala hauera la linea.a. al semidiametro del cerchio eguale al suo quadrato, E pero bisogna trouar una linea cosi proportionata alla detta.a. si come che è la.e d. alla.f. onde procedendo secondo la regola data nella terza del.11. capo del primo libro, trouaremo tal linea esser eguale alla linea.g. e per tanto descriuendo un cerchio secondo la quantita della detta linea.g. quel tal cerchio sara eguale al quadrato della linea.a. che è il proposito.

Il modo di tramutare un dato cubo in qual si voglia specie de pyramide della quale ne sia proposta la linea potente nella basa, ouer la sua altezza.

8 Volendo tramutare un cubo in qual si voglia specie de pyramide, della quale ne sia data la linea potente nella basa di quella prima trouaremo l'altezza della colonna eguale a quel tal cubo, secondo la regola data nella quinta & trouata tal altezza, la trepplicaremo & lo auenimento sara eguale a l'altezza della pyramide eguale al detto cubo, & questo se intende in ogni specie de pyramide, ouer cono, & perche nel restante si procede come nella detta quinta è stato detto delle specie delle colonne, non voglio sopra cio adur altramente essempio.

9 Similmente volẽdo tramutare un cubo in qual si voglia specie de pyramide della quale ne sia limitata la sua altezza prima pigliaremo il terzo di tal altezza, il qual terzo venira a esser l'altezza di una colonna eguale alla detta pyramide de la detta

sopra

sopra la medesima basa della pyramide. E pero cō l'altezza di tal colōna & cō il lato del cubo trouaremo la linea posite nella basa di tal colōna (secōdo la regola data nella .6.) laqual linea trouata che sia, sara anchora la posite nella basa della pyramide, che proponemo di fabricare, equale al datto cubo, nel resto si procede secondo le regole date nella detta sesta delle colonne, che per esser di facile apprensione non aduco altro essempio.

Il modo di tramuttare una colonna longa in una corta, ouer una corta in una longa, & similmente una pyramide.

10 Volēdo tramutare vna proposta colōna in vnaltra di menore, ouer maggiore altezza, cioe formarne vn'altra di menor, ouer maggior altezza, prima formaremo vn cubo equale alla proposta colonna (secondo la regola data nella prima di questo) & da poi tramutaremo il detto cubo in vna colonna, di quella proposta (secondo la regola data nella sesta) & haueremo lo intento.

Et con il medesimo ordine poteremo tramutare qual si voglia data specie di pyramide in vna altra di maggiore, ouer menor altezza.

Similmente con la medesima regola poteremo tramutare qual si voglia specie di colonna, ouer pyramide in vna altra di quella medesima altezza, ma di menor, ouer maggior basa.

Il modo da tramuttare una sphera in un cubo.

11 Volendo tramutare vna data sphera in vn cubo, prima trouaremo la linea posite nel maggior cerchio di tal sphera, & fra tal linea, & li duoi terzi del diametro della sphera, trouaremo due linee medie in continua proportionalita secōdo la regola piu volte detta, & cosi il cubo della secōda di dette .4. linee sara equale alla data sphera (secōdo la regola propinqua di Archimede.) Essempi gratia, poniamo che il diametro della data sphera sia quello che è la linea .a. & perche tal linea .a. vien a esser anchora diametro del maggior cerchio di detta sphera, & perche il cilindro, che habbia per basa il maggior cerchio della sphera, & altezza equale al diametro della detta sphera (per il corelario della .32. del .1. di Archimede registrata nel terzo lib. della .4. parte) e sesquialtero alla detta sphera, E pero il cilindro descritto sopra il cerchio, il cui diametro sia la linea .a. & che l'altezza di quello sia equale solamēte alli duoi terzi della detta linea .a. sara equale alla detta sphera, e per cio tramutādo tal cilindro in vn cubo (secōdo la regola data sopra la .2. di questo capo) tal cubo sara equale alla detta sphera, & per farme meglio intendere voglio distinguere particolarmente questa operatione, prima bisogna trouare la linea posite nel maggior cerchio della sphera il cui diametro vien a essere la detta linea .a. onde operando secōdo la regola data nella .3. di questo, trouaremo tal linea esser equale alla .b. fatto questo pigliaremo, ouer che signaremo li duoi terzi della detta linea .a. quali siano la .c d. Et perche il cilindro, che la linea posite nella sua basa e la linea .b. & altezza di questo equale alla linea .c d. (per le ragioni adutte) sara equali alla detta sphera tramutādo adunque tal cilindro in vn cubo, non vi e dubbio che tal cubo sara equale alla datta sphera, per tirar adunque tal cilindro in vn cubo, penso che tu ti debba aricordare che fra le due linee .a. & c d. bisogna trouarui le due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola, trouaremo quelle esser equali alle due .e. & .f. & cosi il cubo della seconda, cioe della .e. sara equale alla detta sphera che e il proposito.

Il modo da tramuttar un dato cubo in una sphera.

12 IL Cardinale di Cusa propone di voler tramutare vn cubo in vna sphera, & per essequire tal problema, dice che si debbe redure la superficie quadrata del cubo in vn cerchio, & che quel tal cerchio sara il maggiore della sphera, laqual sua conclusione e falsa, perche se tal sua conclusione fusse vera seguiria, che la linea potente nel maggior cerchio della sphera fusse il lato del cubo equale alla sphera, onde la linea .b. della precedente secondo lui saria il lato del cubo equale alla sphera, & nella detta precedente hauemo approuato che il cubo della .e. (& non della .a.) esser equale alla detta sphera. Errori del Cardinale di Cusa.

Ma per risoluere rettamente vn tal problema bisogna procedere per positione ponēdo vna sphera a nostro piacere, & da poi tramutar quella in vn cubo (secondo la regola data nella precedēte.) & se per forte tal cubo fusse equale al nostro primo proposito saria risolto il problema, ma nō essendo a quello equale, bisogna procedere cō proportione. Essempi gratia, sia il lato di vn dato cubo la linea .a. volendo tramutare tal cubo in vna sphera, cioe trouar il diametro di vna sphera, che

sia eguale al cubo della detta linea.a.ponoremo vn diametro d'vna sphera a nostro piacere, qual pongo sia la linea.b.fatto questo bisogna mo trouare il lato del cubo che sia eguale alla detta sphera il cui diametro sia la detta linea.b. Onde procedendo precisamente secondo la regola data nella precedente trouaremo la linea potente nel maggior cerchio della detta sphera esser eguale alla linea.c. & le due medie continue proportionali fra la linea.c.et li duoi terzi della linea.b.esser eguali alle due.d. & e. & per tanto (per le cose dette nella precedente) il cubo della seconda, cioe della linea.d.sara eguale alla sphera il cui diametro e la linea.b.hor se per sorte la detta linea.d.fusse eguale alla linea.a.saria risolto il problema, perche la detta sphera che hauesse il diametro eguale alla linea.b.saria eguale medesimamente al cubo della linea.a. Ma perche sensibilmente si vede, che la detta linea.d. e maggiore della detta linea.a.e pero necessariamente il diametro.b.sara maggiore proportionalmente del diametro della sphera, che sia eguale al cubo della.a. & nella medesima proportione, che e dalla linea. d. alla linea.a. E per tanto bisogna trouare vn consequente alla. b.in tal proportione, come che è dalla.d.alla.a.ouer dar vn consequente alla.a.si come che è la. b.alla.d.onde procedendo secondo la regola data nella terza del vndecimo capo del primo Libro, trouaremo tal consequente esser eguale alla linea. f. & cosi la sphera fabricata talmente, che il suo diametro sia eguale alla linea.f. sara eguale al cubo della data linea.a. che e il proposito.

Il modo, ouer regola di saper summare duoi, ouer piu corpi insieme. Cap. VII.

1 Volendo summare insieme duoi dati cubi, cioe formar vn'altro cubo che sia eguale a quelli duoi, se per sorte li detti duoi dati cubi fussero eguali fra loro bastaria a dupplicarne vno de quelli, secondo la regola data per dupplicar il cubo, & saria risolto il problema, Ma se li detti duoi dati cubi saranno inequali tramutaremo il menore in vna colonna quadra di altezza eguale alla altezza del maggior cubo, & la basa quadrata di tal colonna summaremo con la basa quadrata del maggior cubo (secondo la regola data sopra la sesta del quarto capo del primo libro,) & sopra tal terza basa gli fabricaremo vna colonna quadrata della medesima altezza del detto maggior cubo, & cosi tal vltima colōna sara eguale alli predetti duoi solidi equalmēte alti, & consequentemēte alli duoi cubi proposti, onde tirando poi tal vltima colonna in vn cubo, (secōdo le regole date) sara risolto il problema, cioe che tal vltimo cubo fabricato sara eguale alli detti duoi prima proposti, la qual cosa per esser da se chiara, per mezzo delle precedenti conclusioni, non aduco altro essempio.

2 Similmente volendo summar insieme piu cubi, cioe formarne vno, che fusse eguale a tutti quelli, se per sorte tai cubi fussero tutti eguali, fra loro bastaria a multiplicarne vno per il numero de tutti & saria risolto il problema, cioe se fussero poniamo cinque cubi eguali, & volendone formare vno che fusse eguale a quelli cinque, dico che bastaria a quincupplare vno de quelli secondo la regola data sopra il dupplar il cubo, & sara risolto il problema.

Ma se li detti cubi saranno inegauli tra loro bisogna tramutare tutti li menori in tante colonne quadrate, ciascaduna alta alla altezza del maggior cubo, & cosi hauremo poi cinque colonne quadrate egualmente alte (perche ogni cubo è vna colonna quadra, ma ogni colonna quadra non è cubo) fatto questo bisogna di tutte quelle cinque base quadrate, farne vna sola, cioe far vno quadrato, che sia eguale a quelli cinque (secondo la regola data sopra la detta sesta del quarto capo del primo libro) & sopra di tal basa formandoui vna colonna quadrata, di quella medesima altezza, che sono quelle cinque, tal colonna (per le cose dimostrate sopra la vndecima del duodecimo di Euclide) sara eguale alle predette cinque, per esser la sua basa eguale alle cinque base di quelle, & di quella medesima altezza. E per tanto tramutando questa sesta colonna in vn cubo secondo le regole date, sara risolto il problema.

3 Anchora con la sopra narrata regola potemo summar insieme piu colonne, & formarne vna di che qualita ne parera eguale a q̄lle, Essempli gratia, se le dette colonne sarāno equalmēte alte bastara a summar tutte le sue base insieme, cioe formarne vna sola eguale a tutte q̄lle (secōdo le regole date sopra la sesta del 4.ca.del.1.lib.) & sopra a tal basa (fatta di che forma ne parera) formarai vna colonna della medesima altezza delle altre, & cosi (p le cose dimostrate sopra la. 11.del. 12.di Euc.) tal colōna sara eguale a tutte q̄lle.

Ma se le dette colonne saranno de diuerse altezze, & qualita, in tal caso bisogna ridurle tutte di vna medesima altezza (secondo la regola data nella decima) & da puoi procedere, come di sopra, & parendoti di tramutar quella vltima in vn cubo lo potrai fare per le regole date.

Similmente

4 Similmente volendo summar insieme piu pyramide, cioe formarne vna eguale a tutte quelle, se tal pyramide faranno tutte di vna medesima altezza basta a summare tutte le sue base insieme, cioe formar vna basa eguale a tutte quelle (per la regola data sopra la festa del 4. capo del primo libro) & cosi sopra tal basa formando vna pyramide di che qualita ne parera, per che sia di quella medesima altezza delle altre, sara eguale a tutte quelle, & parendoti de tirar quella vltima in vn cubo lo potrai fare (per le regole date.) Ma se per sorte le dette pyramide faranno de diverse altezze bisogna mutarli tutte di vna equal altezza, & da puoi procedere, come di sopra.

5 Volendo anchora summar insieme due, ouer piu sphere, cioe formarne vn'altra, che sia eguale a tutte quelle, se per sorte tal sphere sarano equali fra loro, basta a multiplicar vna di quelle per il numero di tutte, secondo la regola data sopra il multiplicar di corpi, & sara risolto il problema, ma se le dette sphere sarano inequale, bisogna tramutare ciascaduna di quelle in vn cubo (secondo la regola data nella 11. del precedente capo) & da poi summar tutti quelli cubi insieme (secondo la regola data nella prima, & seconda di questo, & sara risolto il problema.

Il modo, ouer regola di saper, sottrare uno corpo di un'altro maggiore, & dar il resto in la medesima forma. Cap. VIII.

1 Essendo proposto duoi cubi inequali, & volendo del maggiore cauarne vno eguale al menore, & del restante formarne vn cubo. Prima tramutaremo il menor cubo in vna colonna quadra, che sia di altezza eguale al maggior cubo (secondo la regola data) fatto questo cauaremo il quadrato della basa della detta colonna del quadrato della basa del maggior cubo (secondo la regola data nella sesta del 4. capo del primo libro) & sopra il quadrato del restante formaremo vna colonna quadra di altezza eguale al maggior cubo, & tal colonna formata sara eguale al restante del maggior cubo tratone il menore, & tutto questo se approuara per le cose dimostrate sopra la vndecima del 12. di Euclide. Onde tramutando poi tal colonna in vn cubo seguira il proposito.

2 Volendo anchora sottrare vna colonna di menor aria corporale, di vn'altra di maggiore, se tal due colone sarano equalmente alte, basta a sottrare la basa menore della maggiore secondo le regole date sopra la sesta del 4. capo del primo libro, & sopra il restante, (cioe in qual forma si voglia) fabricandoui vna colonna della istessa altezza delle altre, haueremo il proposito (per la vndecima del 12. di Euclide.) Ma se per sorte tal due colonne faranno de diverse altezze tramutaremo quella de menor, alla altezza della maggiore, ouer quella della maggiore alla altezza della menore, & da poi seguiremo, come di sopra, & per abbreuiar parole, & scrittura, il medesimo se osseruara in sottrare vna pyramide di menor aria da vn'altra di maggiore.

3 Anchora volendo sottrare vna sphera menore da vn'altra maggiore, & del restante formarne vna sphera, prima tramutaremo l'una e l'altra sphera in vn cubo (secondo la regola data nella vndecima del 7. capo,) & dapoi sottraremo il menor cubo dal maggior, & del restante ne formaremo vn cubo (secondo la regola data nella prima di questo capo) & quel tal cubo lo tramutaremo in vna sphera (secondo la regola data nella duodecima del sesto capo, & hauremo il proposito, & con questa voglio por fine a questo secondo Libro.

Il fine del secondo Libro della quinta parte.

LIBRO TERZO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE, DE NICOLO TARTAGLIA.

ARistotile nel prologo della Metaphisica, afferma esser conueniente, in qual si voglia arte, trouare (oltra il comun senso) qualche cosa de admiratione, non solamente per alcuna vtilita delle cose trouate, ma per mostrarsi intelligente, & diferente da gli altri per laqual sua sententia, me mossi vn giorno (per non star ocioso) a tentare se possibel fusse di poter risoluere con qual si voglia apritura di compasso, proposta dal auersario, la 26 propositione del sesto di Euclide, cioe quella doue propone da designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea, & a vn'altra proposta eguale, la qual cosa non solamente in breue me certificai esser possibile, ma anchora trouai esser possibile da risoluere, (con tal conditione) tutti gli altri suoi problemi geometrici da operar in piano, eccettuando pero quelli doue che interuiene da descriuere, ouer da designare vn terminato cerchio, (come si propone nella, quarta, quinta, ottaua, nona, terzadecima, & quartadecima propositione del suo quarto libro, & similmente nella 25. & 33. del terzo) perche in essi non e possibile di poter descriuere vn limitato cerchio saluo con quella sola, apritura di compasso a lui conueniente, & non con altra, come occorre nelle dette propositioni, si che da questa tal sorte de problemi in fuora, tutti li altri suoi geometrici, (da designar in piano) trouai esser possibile da essequire con la predetta condicione, cioe con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario, con le quai inuentioni infiniti altri problemi non posti da Euclide si possano con la medesima condicione risoluere, Onde me a parso da dechiarire tal mia inuentione in questo primo capo, per due cause, prima per non occultar tal mio secreto a gli speculatiui & curiosi ingegni, secondariamente, per far conoscere qualmente niuno di mei quesiti. 17. in tal materia proposti a Hieronimo cardano & a Lodouico suo creato (nella nostra publica disputa) esser stato risolto.

Hor per far che tal mia inuentione sia meglio intesa, insieme con li detti suoi errori voglio prima notificare quanti siano li problemi geometrici da risoluere in piano col compasso, di ciascun libro di Euclide da me in volgar tradutto.

Quante siano le propositioni di ciascun libro di Euclide, Et quante di quelle siano problemi da risoluere con il compasso. Capo primo.

nel. 1. libro sono propositioni geometrici. 48. nelle quali sono problemi. 14.
nel. 2. libro sono propositioni geometrici. 14. nelle quali sono problemi. 4.
nel. 3. libro sono propositioni geometrici. 37. nelle quali sono problemi. 6.
nel. 4. libro sono propositioni geometrici. 16. nelle quali sono problemi. 16.
nel. 5. libro sono propositioni geometrici. 34. nelle quali sono problemi. 0.
nel. 6. libro sono propositioni geometrici. 33. nelle quali sono problemi. 10.
nel. 7. libro sono propositioni arithmetici. 41. nelle quali sono problemi. 5.
nel. 8. libro sono propositioni arithmetici. 26. nelle quali sono problemi. 1.
nel. 9. libro sono propositioni arithmetice. 39. nelle quali sono problemi. 0.
nel. 10. libro sono propositioni geometrici. 119. nelle quali sono problemi. 13.
nel. 11. libro sono propositioni geometrici. 42. nelle quali sono problemi. 5. cioe vno da operar in piano, & quattro nelli corpi.
nel. 12. libro sono propositioni geometrici. 15. nelle quali sono problemi. 2. da operar in li corpi.
nel. 13. libro sono propositioni geometrici. 18. nelle quali sono problemi. 6. cioe vna da operar in piano, & cinque da operar in corpi.
nel. 14. libro sono propositioni geometrici. 12. nelli quali sono problemi. 0.
nel. 15. libro sono propositioni geometrici. 13. nelle quali sono problemi. 3. da operar in corpi.

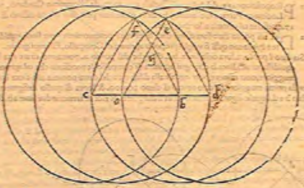
In tutti li. 15 libri di Euclide sono propositioni. 514. fra Geometrici, & Arithmetici, delle quali sono problemi. 105. fra Geometrici & Arithmetici, Li problemi geometrici sono in tutto. 98.

deli

delli quali.7.s sono da operar in piano, &c.2 5.per li corpi, Delle.75. da operar in piano.69.se ponno risolvere, con qual si voglia apritura di compasso proposta dal aversario, &c.6.no è possibile di poterli risolvere realmente con tal conditione, per le ragioni di sopra adutte.

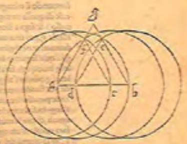
Propositione prima del primo di Euclide.

1 Sopra una data retta linea possemo descrivere un triangolo equilatero in ogni apritura di compasso proposta dal aversario, Essempi gratia sia la proposta retta linea a b.Dico che sopra di quella potremo descrivere un triangolo equilatero in ogni proposta apritura di compasso perche se la data apritura di compasso sara eguale alla detta linea.a b.per la prima del primo de Euclide seguiremo tal operatione, Ma se la detta apritura sara maggiore della detta linea.a b. sopra le due estremita.a. & b. descriveremo duoi cerchii secondo la quantita della detta apritura di compasso come nella infrascritta figuratione



appare poi allongaremo la detta linea da luna a l'altra parte per fina che seghi, over concorra alla circonferentia in li duoi ponti.c.&.d.poi sopra la parte.a d.gli descriveremo, el triangolo a e d.equilatero per la dottrina della prima del primo di Euclide (cioe facendo un altro cerchio sopra el centro, over ponto.d.secondo la sua apritura il medemo farai sopra la parte.c b.facendo il ponto.c.centro, & descrivendo, il detto triangolo equilatero.c f b. del quale el lato f b. se sega con el lato.e a.de l'altro triangolo in ponto.g.hor dico che el triangolo.g a b.è equilatero perche li duoi angoli.a.& b.(del detto triangolo.g a b.)sono eguali, anzi sono quelli medesmi del li altri triãgoli equilateri.c f b.&.a e d.onde(per la.32.del primo di Euclide over p la 4.del 6.) il triangolo.g a b.sara simile a caduno de dati duoi triangoli equilateri adonque è equilatero, che il proposito.

Ma se per caso la apritura dil proposito compasso fusse menore della data linea.a b.procederemo pur come nella passata, cioe sopra le due estremita. a.&.b.descriveremo duoi cerchii secondo la data apritura, come di sotto appare li quali segano la linea.a b.in li duoi põti.c. &.d. poi sopra le due parte.d b.&.a c.descriveremo duoi triangoli equilateri (per la detta prima del primo di Euclide) quali siano.d e b. &.a f c. poi allongaremo li duoi lati.b e. &.a f.fin che concorrino in ponto.g. costituendo el triangolo.g a b. qual per li ragioni assignati nell'altra operatione) sara simile a caduno delli altri duoi equilateri pil che sara equilatero che è il proposito, il medemo seguiria quando che la apritura dil compasso fusse menora, over eguale alla mità della detta linea.a b.

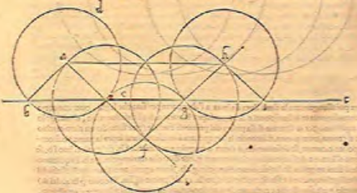


Bisogna notare qualmente, che al puro pratico naturale(qual nõ si cura di far la dimostration geometrica della sua operatione)non gli è necessario a designar integralmente quelli cerchii designati nelle sopra notate ope rationi altri lineamenti, ma a lui gli basta solamente nella prima operatione, a signar il ponto. c. tanto lontano (in retta linea) dal ponto. b. quanto sara lapritura del suo compasso, & similmente il ponto. d. lontano dal ponto. a. & da poi sopra li duoi ponti. b. & c. con il nostro compasso signar la intersecatione. f. & similmente sopra lialtri duoi ponti. a. & d. signar la intersecatione. e. & fatto questo tirar due linee senza colore, l'una dal ponto. a. al ponto. e. & l'altra dal ponto. b. al ponto. f. le quali due linee se intersecarano in ponto. g. dal qual ponto. g. tirando poi le due linee colorate (cioe con inchiostro) g a. & g b. hauera il proposito, cioe hauera designato il triangolo g a b. qual (essendo stato deligente nel operare) lo trouara alla proua naturale, (qual e la sperientia) esser equilatero, ma volendo far la demostratione geometrica bisogna procedere, come di sopra te ho mostrato, il medesimo porrai abbreuiar li detti cerchii, & molti altri lineamenti non solamente nella seconda operatione se ben la considerarai, ma in tutte li altri problemi, che seguitano si come che nel primo libro te mostrai.

1 PRopositione. 31. del primo di Euclide non tocca da Hieronimo Cardano, ne da Lodouico Ferraro suo creato, senza la quale non puo esser risolto alcuno di mei 17. quesiti in tal materia a lor proposti.

2 DA un ponto dato fora d'una data linea retta potemo tirare vna linea equidistante a quella con qual si voglia proposta apritura di Compasso, Essempi gratia.

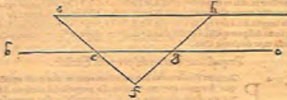
Sia dato il ponto. a. fora della linea. b c. dico che dal ponto. a. potemmo tirare vna linea equidistante alla linea. b c. in ogni apritura di compasso, le necessario che tal apritura sia maggiore, ouer minore, ouer eguale alla differentia del detto ponto. a. alla detta linea. b c. hor sia prima maggiore, faremo centro el detto ponto a. & sopra di quello designaremo il cerchio b e d. il quale segara la detta linea in li dui ponti b. & e. & tiraremo le due linee a b. & a e.



formando il triangolo a b e. de dui lati eguali & alongaremo la linea a e. infinitamente verso e. & di quella ne tagliaremo la parte e f. eguali alla a e. (cioe secondo la apritura del nostro compasso) & sopra il centro f. descriuero il cerchio. e g. el qual segara la data linea. b c. in li dui ponti. e. & g. poi tiraremo la linea. f g. & quella alongaremo infinitamente verso. g. & di quella medemamente ne tagliaremo la parte. g h. eguale alla f g. & sopra il ctro. h. descriueremo il cerchio g i. il qual segara la linea. a b. in li dui ponti. g. & i. poi tiraremo la linea. h i. formando el triangolo. g h i. el quale sara simile, & eguale al triangolo. b a e. perche l'uno e l'altro e simile al triangolo. e f g. perche l'angolo. e. di l'uno e eguale al angolo. e. di l'altro (per la 15. del primo di Euclide) & similmente li dui angoli. b. & g. sono eguali al detto angolo. e. per la 5. del primo di Euclide per esser li triangoli isoceli cioe de dui lati eguali, anchora per la. 32. del primo di Euclide l'angolo. f. al angolo. a. sara eguale, adonque (per la quarta del 6. di Euclide) saranno simili, & eguali, & per le medesime argumentationi seguira del trigolo. g h i. adonque el triangolo h g i. sara eguale al triangolo. a b e. & sopra vna medesima linea, & da vna medesima parte, adonque (per la quarta del 1. de Euclide) sono ste linee equidistante tirando adonque dal ponto. a. a ponto.

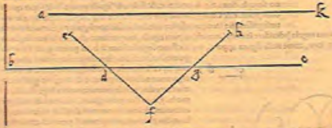
põto.h.la linea.a h.q̃lla sara equidistãte alla datta linea. b c.che e il proposito primo. Anchora si ẽdo simplicemẽte le due linee.a e f.& f.g h. secõdo il detto ordine,& congiongere li dui ponti. h.& a.tirando la linea.a h. quella se prouara esser equidistante alla.e g.(per la seconda del.6.di Euclide) perche la.e g.diuide li duoi lati.f a.& f h.del triangolo.a f h.proportionalmente,cioe in due parti equali,che e pur il proposito,& questo secondo modo e piu ispidiente dil primo.

Nota che volendo essequir simplicemente tal problema in qualche tua pratical operatione, cioe senza far la demostratione mathematica di tal tua operatione,non ti accade a far quelli.4. cerchij,ma basta a poner il piede del tuo compasso nel ponto.a.& con l'altro piede tocar la linea. b c.in ponto.e.& tirar la.a e.non colorata,& quella allongarla per fin in.f.talmente che la.e f. sia equale alla.a e.cioe alla apritura del tuo compasso,e dapoi fermar vn piede del tuo compas-



so in ponto.f.& con l'altro trouar la linea.b c.in ponto.g.& da poi tirar la. f g.(senza colore) & quella allongarla per fin in. h.talmente che la.g h.sia equale alla.f g.cioe alla apritura dil tuo compasso,& fatto questo tal ponto.a. al ponto.h.tirando la colorata linea.a h i.quella sara equidistante alla detta linea. b c.(per la seconda del.6. di Euclide) si che tal conclusione realmente non si puo negare,anchor che non ne siano descritti li detti quattro cerchij.

Ma se per sorte l'appritura del compasso non sara maggiore della detta differentia del detto ponto.a.alla linea.b c.come in quest'altra terza figura appare,signaremo vn'altro ponto,(qual sia il ponto.e.che la distantia di quello alla linea.b c.sia men di l'apertura del nostro compasso, & signaremo la.d e.equale alla appritura del cõpasso, & da poi procederemo come nella precedente,cioe allongar la.e d. per fin in. f.talmente che la.d f.sia equale alla. e d. & trouar tuo la. f g.con il nostro compasso & similmente la. g h. secondo la regola detta di sopra, & da poi tiraremo vna linea senza colore dal ponto.e.al ponto.h.la quale (per le ragion dette di sopra)



sara equidistante alla detta.b c.& se l'apritura del nostro compasso sara maggiore della distantia del ponto . a. alla non colorata linea.e h. dal detto ponto . a. (secondo la regola data di sopra) tirarai la linea. a k. equidistante alla detta non colorata linea. e h. onde la detta linea. a k. (per la trentesima del primo di Euclide) sara anchora equidistante alla detta linea. b c. che sara il proposito. Ma se la distantia del ponto. a. alla linea non colorata. e h.fusse maggiore della apritura del compasso tu te gli andaresti accostando con il medesimo ordine, cioe tirando vn'altra linea non colorata di sopra della. e h. equidistante alla detta. e h.da vn'altro ponto similmente tolto di sopra da quella, & cosi porrai procedere in infinito per fin che tu te approssimarai con vna al detto ponto . a. che la differentia sara menore della appritura del tuo compasso.

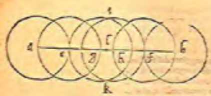
Propositione nona del primo di Euclide.

5 POtemmo diuidere vn dato angolo rettilineo in due parti eguali in ogni proposta apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato angolo. b. dico che il potemmo diuidere in due parti eguali in ogni proposta apritura di compasso, & per far questo faremo centro el ponto. b. & sopra quello descriueremo vn cerchio secondo la data apritura, el qual segara le due linee. b a. & b c. in li dui ponti. d. & f. (& se per caso el non li segasse, se li slongaria fina alla circonferentia) poi sopra li dui ponti. d. & f. descriuero dui altri cerchi, liquali se intersegaranno in ponto. h. & anchora in ponto. b. poi tiraremo la linea. b h. laqual diuidera lo detto angolo in due parti eguali, e per dimostrar tal cosa tu tirarai dal ponto. h. le due linee. h d. & h f. lequali saranno eguali per che vengono dal centro alla circonferentia di cerchi eguali, adonque per la ottaua del primo di Euclide langolo. h b f. sara eguale a langolo. h b d. che e il proposito. Anchora questa si puo risoluere senza designar questi tre cerchi, il modo da far tal essercitio hauemo detto nella sesta del secondo capo del primo libro.

Propositione decima del primo di Euclide.

4 POtemmo diuidere vna proposta linea retta in due parti eguali con qual si voglia apertura di compasso proposta dal auersario. Essempi gratia, sia la data linea. a b. & l'apertura del nostro compasso poniamo che sia quanto la. c d. hor volendo con tal apertura diuidere la detta linea. a b. in due parti eguali. Se per sorte la apritura del detto nostro compasso sara maggiore della mita della data linea tal problema essequiremo secondo la regola data sopra la. 7. del. 1. capo del primo libro, ma se per sorte tal apertura sara menore della mita della data linea, come che nella presente figura accade tal problema si puo essequir in duoi modi delli quali l'uno e generale, qual serue per diuidere non solamente vna linea in due parti eguali, ma in quanti parti eguali si voglia, & questo e quello che fu dechiarito sopra la quinta, & sesta del duodecimo capo del primo libro (per diuidere quella linea in quante parti si voglia con qual si voglia apertura di compasso.) e pero che desiderara di intender quel modo ricorra a quel luoco. L'altro qual e speciale per questo problema, & non per altri e di questa sorte faremo centro l'una, & l'altra stremita della data linea. a b. & sopra ciascaduna di quelle designaremo vn cerchio con il nostro compasso, liquali duoi cerchij l'uno sega la detta. a b. in ponto. e. & l'altro la sega in ponto. f. & sopra questi duoi ponti. e. & f. designaremo per duoi altri cerchij. liquali se per sorte se intersegassero fra loro potressimo con le due sue intersegationi (secondo la commune regola) diuidere la detta linea in due parti eguali, ma poniamo che non se intersegano fra loro, come nella figura appare, ma che l'uno seghi la linea. a b. in ponto. g. & l'altro in ponto. h. Onde descriuendo anchora duoi altri cerchij sopra li detti duoi ponti. g. & h. quelli se intersegaranno nelli duoi ponti. i. & k. e pero giuriando alle dette due intersegation la nostra regola diuideremo la. g h. in due parti eguali in ponto. l. & cosi per commune scientia hauremo diuisa la detta linea. a b. in due parti eguali in ponto. l. perche il diametro. a g. e eguale al diametro. b h. & la. g l. alla. h l. che e il proposito. Nota che in quanto alla pura pratica non e necessario a designar li detti cerchij, ma bastaria in questo caso a far caminar duoi passa il nostro compasso da l'una, & duoi altri da l'altra banda alla detta linea, liquali sariano li duoi passa. a e. & e g. dalla banda dal. a. & li duoi. b f. & f h. dalla banda dal. b. & finalmente diuidere la differentia. g h. in due parti eguali (secondo il solito con l'aiuto delle due intersecationi. i. & k.) in ponto. l. Et se per sorte li duoi cerchij descritti sopra li duoi ponti. g. & h. non se intersegassero fra loro, ma che se toccassero solamente sopra la detta linea in tal caso il ponto del toccamento (per commune scientia) saria quello, che diuideria la detta linea in due parti eguali.



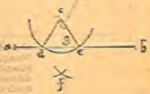
Propositione undecima del primo di Euclide.

5 DA un ponto dato in una linea retta potemmo elleuare una perpendicolare sopra quella senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Sia la data retta linea. a b. nella quale sia dato il ponto. c. dico che dal ponto. c. potemmo elleuare vna perpendicolare a essa. a b. senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo sopra il ponto. c. descriueremo vn cerchio secondo l'apertura del nostro compasso qual segara la detta linea. a b. nelli duoi ponti. e. & f. poi diuideremo ciascuno di duoi mezzi diametri. c e. & c f. in due parti eguali secondo la regola data sopra la. 8. del. 2. capo del primo libro, nelli duoi ponti. f. & g. & dapoi faremo centri li detti duoi ponti. f. & g. & con il nostro compasso figuraremo le due intersegationi. h. & i. onde tirando la. h c. quella sara perpendicolare sopra la detta linea. a b. in ponto. c. laqual conclusione dessignando tutti li cerchij colorati operati in tal conclusione, & tirando anchora vna linea dal ponto. h. al ponto. f. & vn'altra dal medesimo ponto. h. al ponto. g. facilmente (per la ottaua del primo di Euclide) se dimostrara, cosi esser, liquali cerchij, & linee non ho voleso dessignar colorate, per non offuscar la figurata conclusione.

Propositione duodecima del primo di Euclide falsamente conclusa dal Cardano per nõ hauer dato regola da rissoluere la. 31. del. 1. di Euclide da me data nella. 1. di questo della qual si serue nella sua resolutione.

6 A Vna data retta linea de indefinita quãtita, da vn põto dato fuora di q̃lla posiamo cõ durre vna linea pp̃dicolare, cõ qual si voglia apertura di cõpasso. Essempi gratia. Sia la data linea. a b. & il põto dato fuora di quella sia. c. volendo dal ponto. c. condure vna perpendicolare sopra quella, se l'apertura proposta del nostro compasso fara maggiore della distantia che è dal ponto. c. alla detta linea. a b. tal problema risolueremo per la regola data sopra la. 9. del. 2. capo del primo libro, cioe dessignaremo sopra il ponto. c. vn cerchio secondo la apertura del nostro compasso, qual se intersegara in duoi luochi con la linea a b. come saria a dire nelli duoi ponti. d. & e. da poi, facendo centro l'uno, & l'altro di detti duoi ponti. d. & e. dessignaremo la intersecatione. f. & cosi giustaremo la nostra rega alli detti duoi ponti. c. & f. & secondo l'ordine di quella tiraremo la linea. c g. la quale sara perpẽdicolare sopra la. a b. Ma volendo rissoluere tal problema secondo la regola di Euclide, prima dal ponto c. tiraremo le due linee. c d. & c e. & fatto questo diuideremo l'angolo. e c d. in due parti eguali secondo la regola della quarta con la linea. c g. laqual linea. c g. venira pur a esser perpendicolare sopra la. a b. perche intenderemo li duoi triangoli. c g d. & c g e. & perche li duoi lati. c g. & c d. del triangolo. c g d. sono eguali alli duoi lati. c g. & c e. del triangolo. c g e. perche le due linee. c d. & c e. vengono dal centro. c. alla circonferentia, & lo lato. c g. è commune a l'uno & l'altro di detti triangoli, & l'angolo. c. di l'uno è eguale al angolo. c. di l'altro. Onde (per la quarta del primo di Euclide) la basa. g d. sara eguale alla basa. g e. & l'angolo. c g d. di l'uno sara eguale al angolo. c g e. di l'altro, e per tanto (per la decima diffinitione del primo di Euclide) l'uno e l'altro di detti angoli sara retto, & (per la nona) la linea. c g. sara perpendicolare sopra la linea. a b. che è il proposito.



Ma se per sorte l'apertura del nostro compasso fara menore della distantia del detto ponto. c. alla linea. a b. come in questa altra figuratione appare, in tal caso, di sopra alla. a b. tiraremo la. d e. equidistante alla. a b. da vn ponto tolto a nostro piacer men distante dalla. a b. della larghezza, ouer apertura del nostro compasso, & fatto questo essendo l'apertura del nostro compasso maggiore della distantia dal ponto. c. alla detta linea. d e. tiraremo dal detto ponto. c. (secondo la regola detta di sopra) la linea. c f. perpendicolare sopra la. d e. laqual perpendicolare. c f. allongandola per fin in. g. sara anchora la. c g. perpendicolare sopra la. a b. che fara il proposito & con tal regola se andaria procedendo quanto che è il detto ponto. c. fusse molto piu lontano dalla data linea. a b.

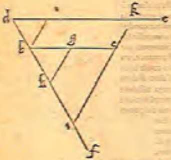
Propositione seconda del primo di Euclide.

7 DA vn ponto dato fora d'una proposta linea potemmo tirare vna linea eguale alla detta

linea proposta senza mouere il compasso di qualunque proposta appritura, questa è la seconda del primo di Euclide, Essempi gratia.

Sia el ponto. a. & la data linea. b c. Dico che potremmo dal ponto. a. tirare vna linea eguale alla. b c. senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta, & questo potremmo far in duoi modi, il primo è questo, congiongeremo il ponto. a. con l'una delle stremita della linea. b c. (poniamo col ponto. b.) tirando la linea. a b. & dal ponto. c. tiraremo (per la precedente) la linea. c d. equidistante alla. a b. poi dal ponto. a. ne tiraremo vn'altra (pur per la precedente) equidistante alla data. b c. & quella la slongaremo per fin che la se congionge con la. c d. in ponto. e. laqual linea. a e. dico che (per la. 34. del. 1. di Euclide) è eguale alla. b c. che è il proposito.

Il secondo è questo, da poi che hauremo tirata la linea. a b. sopra di quella (per la prima di questo) gli designaremo il triangolo equilatero. a d b. & allongaremo li duoi lati. d a. & d b. indefinitamente verso. e. & f. e. da poi secondo l'apertura del nostro compasso segnaremo le due linee. b g. & b h. eguali, & tiraremo la. h g. fatto questo dal ponto. c. (per la precedente) la. c i. equidistante alla. h g. laqual se intersegara con la. d f. in ponto. i. onde la. b i. venera a esser eguale al. b c. (per esser li duoi triangoli. b g h. & b c i. simili, & de duoi lati eguali, fatto questo dal ponto. i. (per la precedente) tiraremo la. i k. equidistante alla. b a. laqual se intersecara con la. d e. in ponto. k. formando il triangolo. d i k. equilatero, (per esser simile al triangolo. d a b.) e pero tutta la. d k. sara eguale a tutta la. d i. onde leuando da l'una il lato. d a. & da l'altra il lato. d b. (che sono eguali) per communa scientia la restante. a k. sara eguale alla restante. b i. & perche di sopra fu dimostrato, che la. b c. era medesimamente eguale alla detta. b i. seguita (per communa scientia) che la. a k. sia eguale alla data linea. b c. & cosi dal dato ponto. a. hauemo tirata la linea. a k. eguale alla data linea. b c. che è il proposito, & quantunque questa seconda regola sia piu longa della prima, non dimeno la è piu generale, perche la ne seruira anchora quando che il ponto dato fusse direttamente nella data linea procrata, ouer nella stessa data linea.



Propositione terza del primo di Euclide.

3 PRoposte due linee rette inequale dalla maggiore ne potemmo tagliare vna parte eguale alla minore senza alterare il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia per li molti modi, che tal due linee ponno esser situate, e per tanto

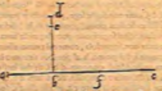
Siano le due linee inequali. a b. & c d. & sia la. a b. maggiore, & siano prima equidistante, dico che dalla. a b. ne potemmo tagliarne vna parte eguale alla. c d. senza variar il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo congiongeremo le due stremita di queste due linee insieme tirando la linea. c a. poi dal ponto. d. tiraremo vna linea equidistante alla. c a. (per il modo dato nella seconda) qual sia la linea. d e. laquale se intersegara con la linea a b. in ponto. e. hor dico che la parte. a e. è eguale alla. c d. (per la. 34. del primo di Euclide) Nota quando che fusse debisogno di tagliar la detta. c d. menore dalla banda verso il ponto. b. in tal caso congiongeressimo il ponto. d. con il ponto. b. con vna linea tirata dal. d. al. b. & dal ponto. c. tiraressimo vna linea equidistante alla detta. d b. laquale tagliaria dalla. a b. dalla banda verso. b. vna parte eguale alla detta. c d. menore per la detta. 34. del primo di Euclide.

Secondo modo.

Ma se le due linee per caso fusser congionte angolarmente come le due. g h. & h i. faremo il ponto. h. centro, & secondo l'apertura del nostro compasso descriueremo vn cerchio, & el semidiametro fusse per caso eguale alla menor linea al primo colpo saria effequido il proposito, ma sel fusse menore, come il cerchio. k l. qual segara le dette due linee in li dui ponti. k. & l. fatto questo tiraremo la linea. k l. & dapoi dal ponto. i. tiraremo anchora la. i m. equidistante alla. k l. & fatto questo hauremo effequito il proposito, perche la. h m. (per la seconda del sesto di Euclide) sara eguale alla. i h. ma sel semidiametro sara maggiore di detto cerchio segara solamente la maggiore, ouer niuna, non dimeno alongaremo l'una ouer ambedue, fina alla circonferentia segando quella, & dalli duoi ponti doue segano (quali pongo, siano. n o.) tiraremo la. n o. poi dal medemo ponto. i. tiraremo la. i m. equidistante alla. n o. & hauemo concluso il proposito.

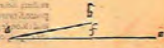
Terzo modo.

Ma quando le dette due linee fussero direttamente congionte alla similitudine delle due linee. a b. b c. dal ponto. b. (per la quinta di questo) eleuaremo la linea. b d. perpendicolare sopra la. a c. & de indefinita quantita, & dalla detta. b d. per lo secondo modo, posto in questa, ne tagliaro la parte. b e. equale alla. a b. & per lo medemo modo dalla. b c. ne tagliaremo la parte. b f. equale alla. b e. onde per commune scientia la detta. b f. sara anchora equale alla detta. a b. che è il proposito.



Quarto modo.

Ma quando che le dette due linee non fussero ne equidistante ne congionte angularmente, ne similmente congionte in diretto, come che e le due sono scritte. a b. & c d. Dal ponto. a. tiraremo la linea. a e. equidistante alla. c d. (per la seconda) de indefinita quantita, & da quella per lo secondo modo di questa ne tagliaremo la. a f. equal alla. a b. & da poi per el primo modo dalla. c d. ne tagliaremo la parte. c g. equal alla. a f. onde per commune scientia, la detta. c g. sara equale alla detta. a b. che è il proposito.

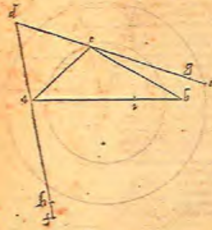


Quinto modo.

Ma quando le dette due linee fussero rettamente in diretto, ma non congionte, si come che le due sono scritte. a b. & c d. dal ponto. b. (per la quinta) eleuaremo la perpendicolare. b e. de indefinita quantita, & da quella ne tagliaremo (per el secondo modo) la parte. b f. equale alla. a b. similmente dal ponto. c. (per la medema) eleuaremo la perpendicolare. c g. & dal ponto. f. tiraremo la. f h. equidistante alla. b c. da poi dalla linea. c d. (per lo secondo modo di questa) ne tagliaremo la parte. c i. equale alla. c h. laquale sara anchora equale alla. b f. & consequentemente alla. a b. che è il proposito.

Sesto modo.

Ma quando le dette due linee fussero congionte angularmente, si come la. a b. & b c. che'l fusse necessario dalla. a b. dalla banda verso. a. a tagliarne vna parte equale alla. b c. (come che occorrera sopra la quintadecima) in tal caso tiraremo la. c a. & sopra di quella (per la prima di questo) gli designaremo il triangolo equilatero. d a c. & protraremo li duoi lati. d c. & d a. indefinitamente verso. e. & f. fatto questo dalla. c e. (per il secondo modo di questa) ne tagliaremo la. e g. equale alla. c b. fatto questo dal ponto. g. tiraremo vna linea equidistante alla. a c. laqual tirando la senza colore per non offuscar la figura, quella segara la. a f. in ponto. h. onde la. d g. sara eguale alla. d h. (per la similitudine di suoi triangoli. d a c. & d g h. equilateri, onde per commune scientia la. a h. sara eguale alla. c g. & consequentemente alla. c b. hor dalla. a b. (per il secondo modo di questa) ne taglieremo la. a i. eguale alla. a h. la qual. a i. per commune scientia sara anchora eguale alla. c b. e pero seguita il proposito. Bisogna notar, che questo vltimo modo anchor che sia piu longo di qual si voglia delli altri, nondimeno egli e piu generale, perche tutti li altri si poriano soluere per questo, come facilmente da te potrai considerare.



Propositione ventesimaterza del pri. di Euclide.

A Qualunque ponto dato in vna proposta linea retta, potemmo constituirgli vno angolo eguale a qualunque dato angolo rettilineo senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta. Essempi gratia.

Sia la data linea. a b. & il ponto dato in quella sia. c. & il proposto angolo. e d f. dico che al ponto. c. potemmo constituirgli vn angolo eguale al angolo. e d f. senza variar il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo sopra el ponto. d. descriueremo vn cerchio secondo l'appritura del nostro compasso, il qual cerchio ouer che segara le due linee. d e. & d f. ouer non, segandole segara, poniamo in ponto. g. & h. sopra l'uno de detti ponti (poniamo in. h.) descriuo vn'altro cerchio, il qual segara, ouer potra segare la linea. d g e. protratta, ouer non, segandola, come nel primo essempio appare in ponto. i. dal ponto. h. al ponto. i. tiraremo la linea. h i. & sara constituido el triangolo. d h i. de dui lati eguali alla appritura del nostro compasso, cioe il lato. d h. & il lato. i h. fatto questo dalla linea. b c. (partiale) ne taglieremo la parte. c k. eguale alla. d i. (per li modi dati in la quarta) poi sopra li dui ponti. c. & k. gli descriueremo dui cerchij secondo l'appritura detta del nostro compasso, li quali se intersegaranno fra loro in ponto. l. fatto questo dal ponto. l. tiraremo le linee. l c. & l k. & sara constituido il triangolo. l c k. eguale de lati al triangolo. d i h. onde per la ottaua del primo di Euclide, l'angolo. l c k. sara eguale al angolo. h d i. (dato) che e il proposito, & quando il primo cerchio descritto sopra el ponto. d. non segasse le due linee. d f. & d e. quelle se allongaranno (per la seconda petitione del primo di Euclide) per fin che segassero la circonferentia di quello.

Ma quando che il secondo cerchio descritto sopra al centro. h. non potesse in conto alcuno segar la linea. d e. (per esser l'angolo. d. ottuso) procederemo in questo modo, slongaremo la linea. d e. dalla parte verso. d. per fina che segasse la circonferentia del detto cerchio in ponto. m. causando l'angolo. m d h. acuto, fatto questo al dato ponto. c. constituiremo vn'angolo verso la parte. a. eguale al detto angolo. m d h. acuto (come in questa seconda figuratione appare) procedendo (come di sopra fu fatto) qual ponto sia l'angolo. n c a. hor dico che l'angolo. n c b. sinistro sara anchora eguale al angolo. g d h. sinistro del triangolo. d m h. per la decimaterza del primo di Euclide, che e il proposito.

Propositione quarantesimaseconda del primo di Euclide, nõ tocca dal Cardano, ma tacitamente tocca.

10 Potemmo constituire vno paralellogramo eguale a vno triangolo dato, in vno angolo eguale a vno angolo proposto senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta. Essempi gratia.

Sia d

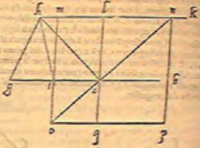
Sia il dato triangolo. a b c. il dato angolo. d. dico che potemmo costituire uno paralellogram-
mo (cioe una figura de lati equidistanti) eguale al dato triangolo. a b c. in uno angolo egua-
le al angolo. d. & per far questo (per la quarta di questo) divido la. b c. in due parti eguali
in ponto. e. poi al ponto. e. (per la precedente) gli costituisco l'angolo. f e c. eguale al angolo
d. poi dal ponto. a. tiro la linea. a g. (per la seconda di questo) equidistante alla basa. b c. la
quale segara la linea. f e. in ponto. h. similmente dal ponto. c. (per la medema seconda di que-
sto) tiraro una equidistante alla. f h e. per fin che la segbila. g h. in ponto. k. costituendo, over
cōpendo il paralellogrāmo. h e c k. il quale sara eguale al triangolo. a b c. perche tirando la. a e.
il detto paralellogrammo. h e k c. (per la. 36. del primo di Euclide) sara doppio al triangolo.
a e c. & medesimamente il triangolo. a b c. (per la prima del sesto di Euclide) sara doppio al
medesimo triangolo. a e c. e pero (per commune scientia) il detto paralellogrammo. h e k c.
e eguale al triangolo. a b c. & anchora sara costituido nel angolo. h e c. eguale al angolo. d. da-
to, che é il proposito.

Propositione quarantesimaquarta del primo di Euclide

non posta dal Cardano.

27 Sopra una proposta linea retta potemmo costituirli uno paralellogrammo eguale a
uno triangolo dato, & in uno angolo eguale a uno angolo dato senza movere
il compasso, di qual si voglia apprensura proposta, Essempi gratia.
Sia la data retta linea. a b. & il dato triangolo. c d e. & il dato angolo. f. dico che so
pra la linea. a b. potemmo costituire una superficie de lati equidistanti eguale al triangolo. c d e.
& in uno angolo eguali al angolo. f. & per far questo allongaremo la linea. a b. verso. a. talmē-
te che di quella ne potemo tagliare la parte. a g. eguale alla basa. c d. poi nelli dui ponti. a. & g.
gli costituiremo li duoi angoli. g a h. & a g h. eguali alli dui angoli. c. & d. (del triangolo. d c e.)
il che fatto il cadauno al suo relativo (procedendo come in la nona di questo fu mostrato) il che fatto il
triangolo. g h a. verra a esser eguale, e simile al triangolo. d e c. & fatto questo divideremo la
basa. g a. in dui parti eguali (per la quarta di questo) in ponto. i. & (per la seconda di questo)
protraremo la. h k. equidistante alla. g b. & nel ponto. a. formaremo l'angolo. g a l. eguale al
dato angolo. f. & tiraremo la. i m. equidistante alla. a l. (per la seconda di questo) onde (per la
41. del primo di Euclide,) il paralellogrammo. m i a l. sara doppio al triangolo. i h a. & con-
seguentemente sara eguale a tutto il triangolo. g h a. cioe al triangolo. c d e. proposto, fatto que-
sto tiraremo la linea. b n. (per la 2. di questo) equidistante alla. a l. costituendo il paralellogrāmo
l a n b. anchora produremo il diametro. n a. il quale allongaremo per fin a tanto che quel con
corra con la linea. m i. (anchora lei protratta) in ponto. o. & dal ponto. o. tiraremo (per la 2. di
questo) la. o p. equidistante alla. i l b. & produremo la linea. n b. per fin che la se intersegbi con la
o p. in ponto. p. & similmente allongaremo la. l a. per fin che la cōcorra con la. o p. in ponto. q.
& sara costituito il paralellogrāmo. m n o p. onde il detto gran paralellogrāmo. m n o p. sara di
viso in li. 4. paralellogrāmi. m i a l. l a b n. i o a q. & a q b p. delli quali li duoi. l a n b. & i o a q.
sono a torno al diametro. n o. li altri duoi. m i l a. & a q b p. sono detti supplimento, li quali
(per la 43. del primo di Euclide) sono eguali. Et perche il triangolo. c d e. come di sopra fu di
mostrato, si e anchora lui eguale al supplimento. m i l a. (per commune scientia) sara eguale
anchora a l'altro supplimento. a q b p. qual e costituito sopra la data linea. a b. Et perche l'an-
golo. b a q. (per la quintadecima del primo di Euclide) e eguale al angolo. i a l. & il dato an-
golo. f. e eguale al medesimo angolo. i a l. (per che cosi fu fatto in principio) onde (per la pri-
ma concettione di Euclide) seguita che l'angolo. q a b. sia eguale al detto angolo. f. Et per tanto

sopra la data linea. a b. hauemo costituito il parallelogrammo. a q b p. eguale al dato triangolo. c d e. & l'uno & l'altro di duoi angoli. a. & p. contraposti sono eguali al dato angolo. fcome fu proposito di fare.



Propositione quarantesimaquinta del primo di Euclide interlassata dal Cardano con silentio.

22 POtremmo costruere vno parallelogrammo, in vn dato angolo rettilineo eguale a qual si voglia figura rettilinea proposta senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Sia la data figura rettilinea. a b c d. & il dato angolo. e. Dico che potemmo costruere vno parallelogrammo in vno angolo eguale a l'angolo. e. & che sia eguale alla figura. a b c d. & per far questo diuideremo el detto rettilineo in triangoli tirando la diagonale. a c e. (per la decima) descriueremo il parallelogrammo. f g h c. eguale al triangolo. a b c. in el dato angolo. e poi sopra la linea. h c. gli descriueremo per l'ordine dato nella precedente il parallelogrammo. h i k c. eguale a l'altro triangolo. a d c. in el medemo angolo. e. e sara fornita la figura. f g i k. la quale, per quelli medesimi argumenti adutti sopra la quarantesimaquinta del primo di Euclide, se dimostrara esser parallelogrammo, & anchora cadauno delli dui angoli. i. & g. esser eguali al dato angolo. e. che è il proposito. Et se il dato rettilineo fusse stato de cinque lati, lo haueressimo resolto in tre triangoli, e cosi sopra el lato. i k. haueressimo con li medemi modi fabricato vn'altro parallelogrammo (in el dato angolo. e.) eguale a quel terzo triangolo, & cosi discorrendo quando fusse de piu lati.

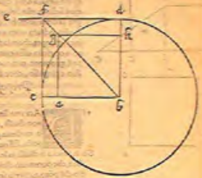
Propositione quarantesimasesta del primo di Euclide ignorata dal Cardano.

23 SOpra a qualunque data retta linea potemmo descriuere vn quadrato senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

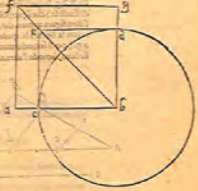
Sia la data linea a b. dico, che sopra di quella possimo descriuerui vno quadrato senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta, e per far questo sopra l'una delle due estremita gli descriueremo vn cerchio secondo la detta appritura de compasso, lo semidiametro di quale, ouer che sara

maggiore

maggiore della linea.a b. ouer minore, ouer eguale, hor sia prima maggiore, & sia descritto sopra la circonferentia b. alongo la detta linea a b. verso.a. sina alla circonferentia in ponto.c. poi dal ponto. b. (per la 1. de questo) eleuaremo la linea.b d. perpendicolare alla.a b. poi dal ponto.d. (per la seconda di questo) tiraremo la linea.d e. equidistante alla.c b. poi dal ponto.c. (per la medesima) tiraremo la.c f. equidistante alla. b d. laquale se intersegara con la.d e. in ponto. f. & sara formato el quadrilatero. f d b c. el qual (p la 34. del primo di Euclide) e manifesto esser quadrato, & cadauno suo lato esser eguale alla.c b. semidiametro del descritto cerchio, fatto questo tiraremo il suo diametro. f b. poi dal ponto. a. tiraremo la linea. a g. equidistante alla.b d. (per la 2. di questo) per fin che la se intersegha con el diametro del quadro in ponto. g. poi dal ponto. g. tiro finalmente vna equidistante alla. a b. (pur per la 2. di questo) fin che quella concorra nel lato. d b. qual sia la. g h. & fatto questo hauremo constituido sopra la data linea.a b. la figura.a g h b. la quale p esser a torno del diametro. f b. del gran quadrato sara anchora lei quadrata (per lo correlario della 4. del 2. di Euclide) che il proposito.



Ma se per caso la data linea. a b. fusse piu longa della apertura del nostro compasso, procedaremo pur per il medesimo ordine, cioe sopra il ponto. b. descriueremo vn cerchio secondo la detta apertura qual segara la detta linea.a b. in ponto.c. poi sopra il ponto. b. eleuaremo la.b d. (per la.5. di questo) perpendicolare alla.a b. & dal ponto.d. (per la 2. di questo) tiraremo vna equidistante alla. a b. & vn'altra dal ponto.c. equidistante alla. b d. per fin che ambedue se intersecano in ponto.e. onde il quadrilatero. c b d e. (per la detta 34. del primo di Euclide) sara quadrato, onde tiraremo il diametro. b e. & questo prolongaremo p fin che concorra con vna linea ducta dal ponto.a. (per la 2. di questo) equidistante alla .b d. in ponto. f. & dal ponto f. tiraremo (p la detta 2. di questo) vna equidistante alla.a b. per fin che quella concorra con la. b d. (prodotta) in ponto.g. & fatto questo sara formato il quadrilatero.a b f g. il quale, p il correlario della 4. del 2. di Euclide sara quadrato, & cadauno di suoi lati e eguale alla data linea. a b. che e il proposito, p molte altre vie se poria essequir questo problema.



Propositione undecima del secondo di Euclide non tocca dal Cardano.

14 POssemo diuidere vna data linea retta talmente che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea & di vna di le sue parti sia eguale al quadrato de l'altra parte, senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Sia la data linea retta. a b. dico che possemo diuidere la detta linea. a b. talmente che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea, & della sua menor parte sara eguale al quadrato della maggior parte. Et per far questo procederemo in questo modo sopra la detta linea.a b. gli descriueremo lo quadrato. a b c d. per lo modo dato in la precedente da poi diuideremo lo lato.c b. in due parti equali in ponto.e. (per lo modo dato in la 4. di questo) poi tiraremo la linea.a e. da poi allongaremo in diretto la linea.e b. infinitamente verso. b. poniamo per fina al.f. & di tutta la linea.e f. ne tagliaremo la parte.e g. eguale alla.e a. (per il modo dato in la 2. parte della 8. di questo.) da poi sopra la parte. b g. (per la precedente) gli descriueremo il quadrato.b g h i. & la linea a b. sara diuisa in ponto. h. secondo che desideraueno, & questo se dimostrara per il medesimo modo che se fa la 11. del 2. di Euc. laqual sua dimostratione a repplicarla in questo loco mi par cosa vergognosa p le ragioni adutte nel principio del 2. lib.

Propositione 14. del secondo di Eucl. no intesa dal Cardano.

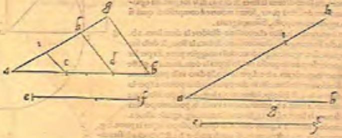
15 PRopositi duoi quadrati, come si voglia, a l'uno de quali possemo descriuere vn gnomone eguale a l'altro, con quel si voglia apritura di compasso, proposto, E.G. Siano li dui propositi quadrati a b. & c d. volendo a torno al quadrato a b. descriuer vn gno

mone, che sia eguale a l'altro quadrato c. d. allongaremo indiffinitamente il lato. b. f. del quadrato. a b. direttamente, & di questo (per la ottaua di questo) ne tagliaremo vna parte alla equalita del lato del quadrato. c d. & sia questo la. f e. cioe, che. f e. sia eguale a vno di lati del quadrato. c d. & dal ponto. e. tiraremo la linea. e a. & sara constituito il triangolo. a f e. rettangolo (per esser langolo. a f e. retto,) & perche il quadrato della. a e. (per la penultima del primo de Euclide) e tanto quanto li duoi quadrati delle due linee. a f. & f e. Ma il quadrato della. f e. e eguale al quadrato. c d. & il quadrato della. a f. e eguale al quadrato. a b. adunque il quadrato della. a e. si e eguale alli detti duoi quadrati. a b. & c d. e per tanto, dalla linea. b e. (per quel sesto modo della ottaua di questo) ne tagliaremo la linea. b c. eguale alla linea. a e. & sopra la detta linea. b c. (per la decimaterza di questo) gli descriueremo il quadrato. b c h g. il qual quadrato vien a esser eguale alli detti duoi quadrati. a b. & c d. ma il detto quadrato. b c h g. sopra abonda il quadrato. a b. nel gnomone. m n o. e per tanto il detto gnomone. m n o. vien a esser eguale al quadrato. c d. adunque a torno al quadrato. a b. hauemo descritto il gnomone. m n o. eguale a l'altro quadrato. c d. senza alterar la proposita apertura del nostro compasso, che e il proposito.

Propositione decimaterza del sesto di Euclide non palpata dal Cardano.

16 DAta vna linea retta diuisa in parti, & vn'altra non diuisa. Potemmo diuidere la non diuisa, ouer vna a quella eguale in tante parte quanto e la diuisa & in quella medema proportione senza mouere il compasso da qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

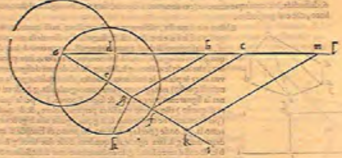
Sia la linea. a b. diuisa in le. 3. parti equali, ouer diuerse. a c. c d. & d b. Et sia la linea. e f. non diuisa, dico, che potemmo diuidere la. e f. in tre parti in tal proportione, come la. a b. & per far questo dal ponto. a. (per la settima di questo) tiraremo vna linea eguale alla detta. e f. laquale cadera, ouer fora della linea. a b. ouer sopra a quella. Cadi prima fora, come fa la. a g. congiongeremo li dui ponti. g. & b. tirando la. g h. poi da li dui ponti. d. & c. tiraremo le due linee. d h. & c i. equidistante alla. g b. (per la seconda di questo,) le quali diuideno la linea. a g. in le. 3. parti. a i. i h. & h g. le quali sono in quella medema proportione delle altre tre (per la seconda del sesto di Euclide) che e il proposito, ma quando la detta linea. a g. cadesse in la medema. a b. come in l'altra figura appare. dal ponto. a. tiraro absolutamente vna linea retta congionta angolarmente con la linea. a b. quale sia la. a h. hor de la linea. a h. ne tagliaremo la parte. a i. eguale alla. a g. (per il secondo modo della ottaua di questo) poi diuideremo la detta. a i. (come di sopra fu fatto) secondo l'altra. a g. che il secondo proposito.



Propositione nona del sesto di Euclide tentata, ma non resolta dal Cardano.

17 POtemmo trouare vna media proportionale fra due proposte linee rette senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta, Essempi gratia.

Siano le due proposte linee rette. a b. & b c. congionte direttamente in longo. Dico che potemmo trouare vna media proportionale fra esse linee senza mouere il compasso di qual si voglia appritura appertura proposta, & per far questo sopra il centro. a. descriuo vn cerchio secondo l'appritura del mio compasso, la circonferentia del quale, ouer che segara in alcuna parte la linea. a c. ouer in niuna, hor ponimo prima che quella sia segata in ponto. d. hor dal centro. a. tiro vna linea continente angolo con la linea. a c. & quella alongo fina alla circonferentia quale sia la. a e. e sopra el ponto. e. descriuo vn'altro cerchio col mio compasso, & allongo la. a e. per fina alla circonferentia di questo in ponto. f. onde tutta la. a f. vera a esser diametro di questo secondo cerchio, hora diuido questo diametro. a f. secondo l'ordine della diuisione de la. a c. (per il modo dimostrato in la precedente) & sia il ponto della diuisione il ponto. g. hor dal ponto. g. elleuo vna linea perpendicolare sopra la. a f. (per la quinta di questo) quale sia la. g h. la alongata fina alla circonferentia del cerchio, & questa. g h. vera a esser media proportionale fra la. a g. & la. g f. (per la nona del sesto di Euclide) hor allongando infinitamente la. a f. ponimo per fina in. i. & de la linea. f i. tagliarne la parte. f k. equale alla. g h. (per la ottaua di questo) poi similmente allongo indiffinitamente la. a c. verso. c. ponimo per fina in ponto. l. da poi dal ponto. k. tiro la. k m. (per la seconda di questo) equidistante alla. f c. (per fina che segara la. b l. in ponto. m. hor dico che la. c m. è similmente media proportionale fra le due parti. a b. & b c. si come che è anchora la. f k. fra le due. a g. & g f. la qual cosa per la seconda del sesto, e per la equa proportionalita chiaro appare per il medesimo modo se procederia quando che la circonferentia del primo cerchio non segasse la data linea. a c. cioe quando che la detta. a c. fusse menore della apertura del nostro compasso.



Ma se le due linee. a b. & b c. non fussino congionte in diretto, ma separate, sene alongaria vna in infinito, & dalla parte alongata ne tagliaria vna parte equale a l'altra linea (per il terzo modo della. 2. di questo) da poi segaria, come di sopra è stato fatto.

Propositione decimaquinta del secondo di Euclide

non inteſa dal Cardano.

11 POtemmo descriuere vn quadrato equale a qual si voglia triangolo rettilineo senza mouere il compasso de qual si voglia appritura proposta, Essempi gratia.

Sia el dato triangolo. a b c. volendo descriuere vn quadrato, equal a quello, senza mouere il compasso, di qual si voglia appritura proposta, diuideremo la basa. a c. in due parti equali, in ponto. d. (per li modi dati nella quarta di questo) poi dal ponto. d. elleuaremo la perpendicolare. d e. (per la quinta di questo,) & dal ponto. b. produremo la perpendicolar. b f. (per la. 6. di questo) sopra la. a c. & dal ponto. b. (per la seconda di questo) tiraremo la. b g. equidistante alla. a c. similmente per la medesima tiraremo dal ponto. c. la. c h. equidistante alla. d e. ouer perpendicolare alla. a c. laqual segara la. b g. in ponto. i. & la. d e. segara la medesima in ponto. k. compendo il parallelogrammo. d k i c. el quale (per la quarantesimaprima del primo di Euclide) sara equale al detto triangolo, & se per caso tal parallelogrammo fusse equilatero saria solto tal problema, ma non essendo equilatero, alongaremo lo lato. d c. in infinito, & di quello ne tagliaremo la parte. c l. equale al. i c. (per il secondo modo dato nella ottaua di questo) hor trouando vna media proportionale fra la parte. d c. & la parte. c l. (per la precedente) quale ponia-

mo sia la . l m . hor se sopra a quella descriueremo (per la decimaterza di questo) il quadrato . l m n o . qual (per la nona del . 6 . di Euclide) sara equale al rettangolo d i . & consequentemente al dato triangolo . b a c . che e il proposito .

Propositione ultima del secondo di Euclide non tocca dal Cardano .

19 Potemmo descriuere vn quadrato equale a qual si voglia rettilineo proposito senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta . Essempi gratia .

Sia el proposito rettilineo la figura . a b c d e f . volendo descriuere vn quadrato equale al detto rettilineo , senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta se puo procedere per due , l'una e questa , descriueremo prima vno parallelogrammo rettangolo equale al detto rettilineo (per el modo datto in la duodecima di questo) qual ponismo che sia el rettangolo . f g h i . & fra li dui lati g i . & i h . trouaremo la media proportionale (per li modi dati in la decimasesta di questo) quala ponismo , che sia la . i k . descriuendo adonque sopra la . i k . vn quadrato (per la decimaterza di questo) quel fara equale al detto rettangolo . g f h i . (per la 17 del . 6 . di Euclide .) & consequentemente (per commune scientia) fara anchora equale al dato rettilineo , che e il proposito .

L'altra via e questa , risolueremo tal rettilineo nelli quattro triangoli . a b f . b f e . e b c . & e c d . & secondo l'ordine della precedente , a ciascaduno di detti quattro triangoli , trouaremo il lato del quadrato a lui equale , li quali lati veniranno a esser 4 . hor poniamo , che siano le 4 . linee . g h . h k . i g . & l i . da poi designaremo vna linea in piano de indefinita quantita , & di quella (per la terza di questo) ne tagliaremo vna parte equale alla . g h . & tal linea la signaremo pur per . k h . & sopra il ponto . h . (per la quinta di questo) elleuaremo vna linea perpendicolare , & di quella (per la ottaua) ne tagliaremo la . h g . pur equale alla . h g . & tiraremo la . g k . onde (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della . g k . sara equale alli quadrati delle due linee . g h . & h k . & cosi il terzo lato . i g . lo collocaremo con il medesimo ordine perpendicolare sopra la . g k . in ponto . g . (come nella figura appare) & tiraremo la . i k . & cosi il quadrato della detta . i k . sara equale alli quadrati delle tre linee . g h . h k . & i g . Similmente collocaremo il quarto lato , ouer linea . l i . perpendicolare sopra la . i k . in ponto . i . & tiraremo la . l k . & cosi finalmente il quadrato della linea . l k . sara equale alla proposta figura rettilinea . a b c d e f . che e il nostro proposito . Questa resolutione no e differente da quella adutta sopra la vltima del secondo di Euclide , saluo che di quella di Euclide si procede largo modo per li altri anciani problemi di Euclide & in questa bisogna procedere per li nostri problemi gia dimostrate in questo poteassi essequire con qual si voglia proposta apertura di compasso .

Correlario .

Da questa se manifesta come che egli e possibile di formare vno quadrato equale a dui , ouer piu quadrati propo sti con qual si voglia apertura di compasso data dal auersario .

Propositione prima del terzo di Euclide non posta dal Cardano .

20 Potemmo ritrouar il centro d'ogni proposito cerchio senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta , Essempi gratia .

Sia el dato cerchio . a b c . dico che potemmo ritrouar il suo centro senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta , & per far questo tiro in quello la linea . a b . cadchi come si voglia , & quella la diuido in due parti equali ortogonalmente (per la 4 . di questo) con la linea . d c . in ponto . e . & perche questa d c passa per il centro del detto cerchio (per chio (per il corellario della prima del terzo di Euclide.) e pero diuido finalmente la linea. d e. (per la medesima quarta di questo,) in due parti eguali in ponto.f. & il ponto.f. (per le argumentationi della prima del terzo di Euclide) se prouara esser il centro del cerchio detto, che e il proposito.

Propositione decimasettima del terzo di Euclide, tentata ma non risolta

dal Cardano, & questo fu il mio primo quesito di 31. a lor proposti, e per esso irresoluto.

21 POtemmo da vn ponto signato fora d'un dato cerchio condure vna linea retta contingente, ouer toccante il dato cerchio senza mouere il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia il dato cerchio.a b c. & il dato ponto.d. dico che dal ponto.d. potemmo condure vna linea retta contingente il detto cerchio, senza mouere il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo congiongo el ponto.d. con il centro del cerchio qual pongo sia.e. (trouato per li modi dati in la precedente) cioe tiro la linea.d e. a longo quella per fina alla opposita circonferentia in ponto.b. poi alla linea.b d. gli agiongo la linea.d f. eguale alla.d a. & in tal due parti proportionale, come le due.d b. & d f. diuido anchora lo diametro.b a. cioe diuidere lo diametro.a b. talmente in ponto.g. che la proportione della parte.b g. alla parte.g a. sia si come la.b d. alla.d f. (per li modi datti in la 15. di questo) hor poniamo che'l ponto della diuisione sia il detto ponto.g. dal qual leuo vna linea perpendicolare alla.a b. & quella alongo per fina alla circonferentia del cerchio quala pongo sia la.g h. hor dal ponto.d. tiro la linea.d h. la quale per la trentesima quarta del primo de Apolonio Pergeo sara contingente al cerchio che e il proposito. Questa fu da me proposta a Hieronimo Cardano medico Milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, & fu il mio primo Quesito delli 31. a lui proposti, Et con questa medesima si pora essequire il medesimo, da vn ponto dato in qual si voglia diametro protratto di vna diffetione, cioe tirar da quello vna linea retta toccante la detta figura, & finalmente nelle altre due settioni conice, cioe alla Parabola, & alla hyperbole.

Propositione trentesima del terzo di Euclide

non posta dal Cardano.

22 POtemmo diuider vno dato arco in due parti eguali, con qual si voglia apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato arco, ouer circonferentia.a b c. volendola diuidere in due parti eguali, tiraremo la corda.a c. & quella diuideremo (per la quarta di questo) in due parti eguali in ponto.d. & dal ponto.d. tiraremo (per la quinta di questo) la.d b. perpendicolare alla.a c. laqual perpendicolare.d b. dico che diuide il dato arco.a b c. in due parti eguali in ponto.b. perche tirando le due linee.b a. & b c. quelle (per la quarta del primo di Euclide) saranno eguale, e pero (per la ottaua del terzo di Euclide) l'arco.a b. sara eguale al arco.b c. che e il proposito.

Propositione trentesimaquarta del terzo di Euclide,

scorsa con silencio dal Cardano.

23 DA vno dato cerchio potemmo tagliare vna portione recipiente vn angolo eguale a vn angolo dato rettilineo, con qual si voglia apritura proposta di compasso. Sia essempi gia il dato cerchio.a b. & c. il dato angolo rettilineo volendo dal cerchio a b. segare vna portione, laquale riceua vno angolo eguale al angolo.c. produremo la linea.d a e. (per la vigesima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto.a. dal qual ponto.a. produco la linea.a b. nel detto cerchio (per la nona di questo) continente con la linea.a e. l'angolo.e a b. eguale al angolo.c. onde la portione.a f b. (per la trentesimaseconda del terzo di Euclide) sara recipiente vn'angolo eguale al angolo.e a b. & perche l'angolo.e a b. fu posto eguale al angolo.c. e per tanto, la detta portione.a f b. (per commune scientia) sara recipiente vn'angolo eguale al angolo.c. che e il proposito.

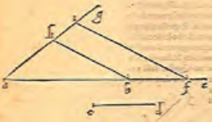
Duoi problemi restano insolubili per questa nostra inuentione, nel terzo libro di Euclide, cioe che non si possono essequire con ogni proposta apritura di compasso, l'uno di quali e la sua propositione 25. & l'altro e la propositione 33. del terzo libro (come in principio fu detto) per esser impossibile di poter compir vn cerchio di vna data portione, con qual si voglia apritu-

ra di compasso, & similmente di poter descriuere sopra vna data linea, vna portion di cerchio recipiente vn angolo eguale a vn angolo dato rettilineo, per esser tai cerchi terminati.

Propositione decima del sesto di Euclide non tocca dal Cardano.

24 A Due date rettilinee potemmo trouar vna terza a quelle continua proportionale con qual si voglia apertura di compasso, Essempi gratia.

Siano le due date linee. a b. & c d. volendo trouarui vna terza continua proportionale, senza alterar il nostro compasso di qual si voglia apertura proposta, allongaremo la. a b. indefinitamente verso. e. & dalla. b e. (per le regole date nella ottaua di questo) ne taglieremo la parte. b f. eguale alla. c d. fatto questo dal ponto. a. tiraremo la. a g. angolarmente de indefinita quantita & dalla detta. a g. (per la detta 8. di questo) ne taglieremo la. a h. pur eguale alla. c d. da poi tiraremo la. h b. & dal ponto. f. (per la seconda di questo) tiraremo la. f i. equidistante alla. h b. & cosi la linea. h i. sara quella che cercamo, cioe la terza continua proportionale alle due date. a b. & b e. perche la proportione della. a b. alla. b f. (per la seconda del sesto di Euclide) e si come quella della. a h. alla. h i. & perche si la. b f. come la. a h. fu tolta eguale alla. c d. e pero per la seconda parte del quinto di Euclide la proportione della. a b. alla. c d. quella medesima sara della. c d. alla. h i. che e il proposito.



Propositione undecima del sesto di Euclide non tocca dal Cardano.

25 A Tre date rette linee potemmo trouare vna quarta proportionale senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Siano le tre date rette linee. a b. & c. volendo a queste tre linee trouar vna quarta proportione, congiongeremo due linee de indefinita quantita angolarmente, quale pongo siano le due. d e. & d f. congionte nel ponto. d. hor dalla linea. d e. (per la ottaua di questo) ne taglieremo la. d g. eguale alla linea. a. & dal residuo. g e. ne taglieremo la. g h. eguale alla. b. & dalla. d f. (per la medesima 8. di questo) ne taglieremo la. d i. eguale alla terza linea, cioe alla. c. & dal ponto. g. al ponto. i. tiraremo la. g i. & da poi dal ponto. h. (per la seconda di questo) tiraremo la. h k. equidistante alla. g i. & cosi la. i k. sara quella quarta linea proportionale, che cercamo, perche (per la 2. del 6. di Euclide) la proportion della. d g. alla. g h. quella medesima e dalla. d i. alla. i k. ma perche la. d g. e eguale alla. a. & la g h. alla. b. & la. d i. alla. c. seguita, che la proportione, che e dalla. a. alla. b. quella medesima e dalla. c. alla. i k. che e il proposito. Bisogna aduertire (come che anchora sopra di Euclide per me fu detto) che le dette tre linee ponno esser, & non esser continue proportionali, ma siano, come si voglia si debbe procedere per la medesima regola.

Propositione duodecima del sesto di Euclide, interlassata con silentio dal Cardano.

26 DA vna assignata linea retta potemmo tagliarne vna ordinata parte, con qual si voglia proposta apertura di compasso, Essempi gratia.

Sia la data retta linea. a b. volendo di tal linea tagliarne vna parte aliquota, come saria a dire il terzo senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta. Tal atto si puo essequire, per due vie, l'una e simile a quella data da Euclide sopra la duodecima del sesto, cioe, tiraremo dal ponto. a. la linea. a e. angolarmente (caschi, come si voglia) & de indefinita quantita, & de quella ne segnaremo con il nostro compasso le tre parti a d. d e. & e f. & tiraremo la. f b. & dal ponto. e. (per la seconda di questo) tiraremo la. e g. equidistante alla. f b. & cosi la. b g. sara la terza parte della. a b. (per la seconda del sesto di Euclide) & che trasse anchora la. d h. equidistante alla medesima f b. saria diuisa la detta. a b. in le tre parti. a h. h g. & g b. lequali per la detta seconda, del sesto di Euclide se dimostrarano esser eguali fra loro.

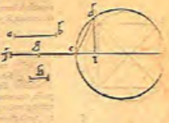
Il Secondo

Il secondo modo da essequir tal effetto è questo modo generale che fu narrato sopra la quinta & sesta del duodecimo capo del primo libro, per dividere una linea retta in quante parti eguale si voglia, con ogni proposta apertura di compasso, ilqual modo superchio saria a replicarlo in questo luoco, e però se te l'hai scordato da lui recorri.

Propositione prima del quarto di Euclide, tentata ma non risolta dal Cardano.

27 IN uno dato cerchio potemmo coattare, e vogliam dire assettare una linea retta eguale a una data retta linea, che non sia maggiore del diametro del dato cerchio senza alterar il compasso de qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia la data linea. a b. & il dato cerchio. c d e. volendo assettare una linea eguale alla. a b. nel detto cerchio. c d e. con qual si voglia apertura di compasso, allongaremo la linea, over diametro (trovato prima il centro, per la 1 9. di questo) del detto cerchio indefinitamente verso. f. & da quella (per la 2. di questo) ne taglieremo la. g c. eguale alla. a b. da poi alle due linee. c e. & c g. gli trovaremo (per la 24. di questo) una terza in continua proportionalità, quale pongo che sia la. h. hor dalla linea. c e. ne taglieremo la. c i. eguale alla. h. (per la ottava di questo) da poi dal ponto. i. levaremo la perpendicolare. i d. (per la quinta di questo) fatto questo tiraremo la. i d. laqual dico esser egualealla. a b. (per il corrolario della ottava del 6. di Euclide) & assettata nel detto cerchio, che è il proposito.



Propositione seconda del quarto di Euclide, passata con silentio dal Cardano.

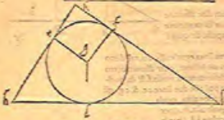
28 DEntro a uno dato cerchio potemmo collocare uno triangolo equiangolo a uno triangolo assignato, con ogni data apertura di compasso, Essempi gratia.

Sia lo assignato triangolo. a b c. & lo dato cerchio. d e f. volendo dentro a tal cerchio collocare uno triangolo equiangolo al triangolo. a b c. produremo (per la seconda di questo) la linea. g d h. toccante il cerchio in ponto. d. sopra il qual ponto. d. faremo l'angolo. h d f. (per la nona di questo) eguale al angolo. b. del nostro triangolo dato, & similmente faremo l'angolo. g d e. (per la medesima) eguale al angolo. c. dapoi tiraremo la linea. e f. & sara formato il triangolo. d e f. qual (per la trentesimaseconda del terzo di Euclide) sara equiangolo al dato triangolo. a b c. che è il proposito.

Propositione terza del quarto di Euclide non palpata dal Cardano.

29 INtorno a un dato cerchio potemmo descrivere un triangolo equiangolo a un triangolo dato con qual si voglia apertura di compasso, Essempi gratia.

Sia lo dato triangolo. a b c. & lo assignato cerchio. d e f. il centro dil quale sia il ponto. g. volendo intorno a questo cerchio descrivere uno triangolo equiangolo al triangolo. a b c. con qual si voglia apertura di compasso produremo la basa. b c. da l'una & l'altra banda, acioche siano fatti li duoi angoli estrinsici, & dal centro. g. produremo la linea. g d. per fin alla circonferentia, & constituiremo l'angolo. d g e. (ducendo la linea. g e.) eguale al angolo. b. estrinsico (per la nona di questo) & similmente l'angolo. d g f. (ducendo la linea g f.) egual al angolo. c. estrinsico, & dalli ponti. d e f. produremo da l'una, & l'altra parte le linee orthogonalmente, lequali (per il corrolario della decimasesta del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, lequal linee toccanti produremo da ciascuna parte per fin a tanto, che concorreranno in li ponti. k g l, & cosi sara formato il triangolo. k h l. in torno al dato cerchio, il quale triangolo. k h l. (per la trentadue seconda, & decimaterza del primo di Euclide) sara equiangolo al dato triangolo. a b c. che e il proposito.



Propositione sesta del quarto di Euclide non tocca dal Cardano.

30 IN vno dato cerchio potemmo scriuere vn quadrato, con qual si voglia apritura proposta di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato cerchio. a b c d. il centro del quale sia il ponto. e. volendo dentro di esso cerchio descriuere vn quadrato tiraremo il diametro. a c. & dal centro e. (per la quinta di questo) tiraremo l'altro diametro. b d. orthogonalmente sopra lo. a c. cioe che ambiduoi si seghino perpendicolarmente sopra il centro. e. & de questi duoi diametri congiongieremo le stremita tirando le linee. a b. b c. c d. & d a. le quali dico formar il ricercato quadrato (per la diffinitione del cerchio, & per la quarta del primo & 31. del 3. di Euclide che e il proposito.

Propositione settima del quarto di Euclide, non posta dal Cardano.

31 CErca a vn dato cerchio potemmo descriuere vn quadrato, con ogni data apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato cerchio. a b c d. il centro del quale e il ponto. e. volendo d'intorno a questo cerchio descriuere vn quadrato, con qual si voglia apritura di compasso proposta, tiraremo in lui (si come nella precedente) li duoi diametri a c. & b d. segandosi fra loro orthogonalmente sopra il centro. e. alle stremita delle quali condurremo in l'una, & l'altra parte (per la quinta di questo) le linee perpendicolarmente sopra quelle per fin a tanto che quelle concorrino insieme, & siano li ponti del concorso. f g h k. onde (per il corelario della decimasesta del terzo di Euclide) ciascaduna di quelle sara toccante il cerchio, & per li medesimi argumenti adutti sopra la settima del quarto di Euclide se dimostrara tal quadrilatero. f g h k. esser quadrato, & circonscritto al dato cerchio, che e il proposito.

Propositione decima del quarto di Euclide tentata, ma non riuscita dal Cardano.

32 POtemmo designar con qual si voglia data apritura di compasso vn triangolo di duoi lati equali, del quale l'uno, & l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa, sia doppio a l'altro, & per far questo pigliaremo vna linea longa quanto che e l'apritura del nostro compasso, quale pongo sia la. a b. & questa la diuideremo (per la decimaquarta di questo) talmente in ponto. c. che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea, & della parte. b c. sia equale al quadrato de l'altra sua parte. a c. (il che non vuol inferire altro che diuidere tal linea secondo la proportione hauente il mezo, & duoi stremi in ponto. c.) fatto questo, faremo centro il ponto. a. & secondo la quantita di tal linea. a b. (quale e equale alla apritura del nostro compasso) descriueremo il cerchio. b d e. & dentro da quello (per la vensesimasettima di questo) assettaremo la linea. b d. equale alla parte. a c. & dapoi produremo la. d a. & sara descritto il triangolo. a b d. qual dico esser tal qual e sta proposto, & tutto questo se dimostra per quelli medesimi argumenti con li quali se dimostra la decima del quarto di Euclide, che superchio cosi me pare a replicare tal sua demostratione.

Propositione vndecima del quarto di Euclide, non tocca dal Cardano.

33 IN vno dato cerchio potemmo descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo, con qual si voglia proposta apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato

Sia il dato cerchio. a b c. volendo dentro di quello descriuere vno penthagono equilatero, & equiangolo, con qual si voglia data apritura di compasso, designaremo prima vno triangolo secondo la regola data nella precedente, il qual sia. f g h. che habbia ciascuno di duoi angoli che sono sopra la basa. g h. doppio a l'altro, cioe al angolo. f. & da poi (per la ventesimaottaua di questo) nel dato cerchio. a b c. descriueremo il triangolo. a c b. equiangolo al triangolo. f g h. & sara l'uno, e l'altro di duoi angoli. a b c. & a c b. doppio al angolo. c a b. Diuidendo adunque l'uno, e l'altro di quelli in due parti equali (per la terza di questo) ducendo le due linee. c d. & b e. (per la 26. del 3. di Euclide) li cinque archi in li quali li cinque ponti. a d b e c. diuidono il cerchio saranno equali fra loro, adunque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti, le quali sono. a d. d b. b c. c e. & e a. sara il penthagono. a d b c e. inscritto nel dato cerchio nel qual e sta proposto (per la ventesimanona del terzo di Euclide.)

Propositione duodecima del quarto di Euclide passata con silentio dal Cardano.

34 Circa a vno dato cerchio potemmo descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta.

Sia essempi gratia il proposito cerchio. a b c. il centro del quale sia il ponto. f. volendo circa di lui descriuere vn penthagono, con qual si voglia apritura di compasso proposta, sopra la circonferentia di quello, secondo la dottrina della precedente, notaremo li cinque ponti angolari, quasi come che hauessimo in scritto vno penthagono in quello, li quali cinque pôti siano pur. a d b c e. alli quali dal centro. f. tiraremo le linee. f a. f d. f b. f c. f e. & dalli medesimi ponti produremo le perpendicolari a quelle tai linee (per la quinta di questo) & quelle allongaremo in l'una & l'altra parte, per sin a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti. g h k l m. & queste linee (per il corrolario della decimasesta del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, & saranno anchora equali, (come le dimostra sopra la duodecima del quarto di Euclide) & che similmente tal penthagono sara anchora equiangolo, che sara il proposito.

Propositione decimaquinta del quarto di Euclide, non posta dal Cardano.

35 IN vno dato cerchio potemmo descriuere vno hessagono equilatero & equiangolo con qual si voglia apritura di compasso, Essempi gratia. Sia il dato cerchio, a b c d. il centro del quale sia il ponto. e. volendo dentro da quello scriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo, questo potemmo far in piu modi, l'uno di quali e questo, tiraremo in quello il diametro. a b. & sopra l'una & l'altra mita di tal diametro, cioe sopra la. a e. & sopra la. e b. sia descritto (per la prima di questo) vn triangolo equilatero, si di sotto come di sopra di tai semidiametri, delli quali duoi saranno li duoi triangoli. a c e. di sopra, & a g e. di sotto. & li altri duoi saranno. b f e. di sopra, & b d e. di sotto, poi congiongeremo la cima, si di duoi triangoli di sopra (tirando la linea. c f.) come di quelli di sotto, (tirando la linea. g d.) & cosi sara formita la ricercata figura hessagona. a c f b d g. & ciascaduno lato di quella vien a esser equale alla mita del diametro del dato cerchio, perche tutti li sei triangoli componenti quella vengono a esser equilateri. Vero e che alcun poria dubitar, che li duoi triangoli. c e f. & g e d. vltimamente fatti siano equilateri, ma perche l'angolo estrinsico del triangolo. a c e. qual e tutto l'angolo. c e b. e equale (per la trentesimaseconda del primo di Euclide) alli duoi angoli. e a c. & c e a. intrinsico, & perche l'angolo. f e b. e equale alla mita del detto angolo estrinsico, e per tanto l'angolo. f e c. vien a esser equale a l'altra mita del detto angolo. c e b. estrinsico, e pero il triangolo. c e f. vien a esser equiangolo & equilatero alli altri duoi. a c e. & e f b. di sopra designati, & per le medesime ragioni il medesimo seguira del triangolo. e g d. di sotto, e pero tutti li detti sei triangoli vêgono a esser fra loro equilateri & equiangoli, e pero vien a esser chiarito il dubbio. Anchora potemmo procedere per quest'altro modo, tiraremo pur il diametro. a e b. & dapoi (per la ventesimaseettima di questo) assettaremo nel detto cerchio la linea. a c. equale alla mita del diametro, & similmente la. a g. per equale alla medesima, & dalli duoi ponti. c. & g. per il centro. e. tiraremo li duoi diametri. c e d. & g e f. & dapoi tiraremo le linee. c f. f b. b d. & d g. & sara risolto il problema, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine di l'altra.

Propositione. 16. del. 4. di Euclide non tentata dal Cardano.

36 IN vno dato cerchio egli e possibile de designare vn quindecagono equilatero & equiangolo, con qual si voglia data apritura di compasso, & similmente circa a qualunque cerchio as-

Signato possemo anchora descriuere vn quindecagono equilatero & equiangolo, E G. Sia il dato cerchio. a b c. volendo descriuere in quello vn quindecagono equilatero, & equiangolo, con vna data apritura di compasso. In el dato cerchio (secondo la dottrina della vendesimaottaua di questo) tiraremo vn lato del triangolo equilatero, qual sia la. a c. & (secondo la dottrina della 31. di questo) tiraremo anchora il lato del penthagono equilatero & equiangolo, il qual sia. a b. & perche l'arco. a c. e la terza parte di tutta la circonferentia, della quale l'arco. a b. e la quinta parte, il superfluo, ouer differentia di questi duoi archi, quale e l'arco. b c. sara li duoi terzi del arco. a b. ouer li duoi quinti del arco. a c. ouer li duoi quintodecimi di tutta la circonferentia del detto cerchio (come si notta anchora sopra l'ultima del quarto di Euclide) perche in ogni tutto, la terza parte eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte, ouer in duoi quinti di essa terza parte, ouer nelli duoi quintodecimi del tutto, & questo si manifesta naturalmente nel primo numero, che ha per se quinta & terza, il qual e 15. la parte terza e 5. & la parte quinta e 3. onde il 5. eccede il 3. in due vnitade, le quali due vnitade sono li duoi terzi del medesimo 3. ouer li duoi quinti del medesimo 5. ouer li 2. quintodecimi di tutto il 15. E per tanto diuiso l'arco. b c. in due parti equali (per la vendesimaprima di questo) in ponto. d. egli e manifesto l'uno, e l'altro di duoi archetti. c d. & d b. esser la terza parte del arco. a b. ouer la quinta del arco. a c. ouer la quintadecima di tutta la circonferentia del cerchio. E per tanto diuidendo adunque tutta la circonferentia in 15. parti equali al arco. c d. & a ciascuna parte tirandoui la sua corda se hauera descritto il detto quindecagono nel dato cerchio, che sara il proposito.

Volendo poi circa a vn dato cerchio circonscriuere vn quindecagono procederemo seruendo la regola data sopra la 33. di questo, del penthagono.

Sei problemi del quarto libro di Euclide (come fu detto anchora in principio di questo libro) restano insolubili per questa nostra inuentione, cioe la 4. 5. 8. 9. 13. & 14. propositione del detto 4. libro, per esser impossibile de inscriuere, ouer circonscriuere vn cerchio a vno dato triangolo, ouer quadrato, ouer penthagono, ouer altra simel figura, con qual si voglia apritura di compasso, anci tai forte problemi non si ponno realmente essequire, saluo con quella sola apritura di compasso conueniente a tal effetto, per esser tutti tai cerchij limitati.

Propositione uentesimasesta del sesto di Euclide,

circa alla quale il Cardano e stato mutto.

27 SOpra vna data retta linea potemmo descriuere vno rettilineo simile, & similmente posto a vno dato rettilineo, senza mouere el mio compasso di qual si voglia apritura proposta dal aduersario. Sia essempi gratia la data linea. a b. & il dato rettilineo. c d e f g. volendo sopra la detta linea. a b. designare vno rettilineo simile, & similmente posto al dato rettilineo. c d e f g. con vna data apritura di compasso; resoluerremo il detto rettilineo in triangoli ducendo le linee. e g. & e c. & sopra il ponto. b. (per la nona di questo) faremo vn'angolo equale al angolo. f. ducendo la linea. b h. & sopra il ponto. a. constituiremo (per la medesima) vn'angolo equale al angolo f e g. ducendo la linea. a h. quale se intersecara con la linea. b h. in ponto. h. onde (per la 32. del primo di Euclide) l'angolo. h sara equale al angolo. e g f. e pero (per la quarta del 6. di Euclide) li detti duoi triangoli g e f. & h a b. saranno simili, & de lati proportionali. Anchora sopra il ponto. a. con la linea. h a. faremo (per la detta nona di questo) l'angolo. h a i. equale al angolo. e g c. (ducendo la linea. a i.) & sopra il ponto. h. faremo pur l'angolo. a h i. equale al angolo. e g c. ducendo la linea. h i. la qual concorrera con la linea. a i. in ponto. i. onde (per le medesime ragioni dette di sopra) il triangolo. a i h. sara simile al triangolo. e g c. similmente faremo l'angolo. i a k. equale al angolo. c e d. & similmente l'angolo. a i k. equale al angolo. e c d. ducendo le linee. a k. & i k. lequali concorreranno insieme in ponto. k. & cosi il triangolo. a i k. (per le ragioni dette) sara simile al triangolo. c d e. & tutto il rettilineo. a b h i k. (per la diffinitione delle figure simile) sara simile al dato rettilineo. c d e f g. perche li angoli di l'uno, sono equali alli angoli di l'altro (ciascun' al suo relatiuo) & li lati sono proportionali, per la similitudine di triangoli, che lo componegano, e pero seguita il proposito.

Propõne 26. del sesto de Euc. scorse con silentio dal Card. & questa

fu il 2. mio Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

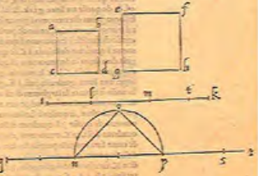
28 POssemo designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea, & a vn'altra proposta

in proposta eguale senza movere il compasso di qual si voglia apritura proposta dal aversario. E. g. Siano proposte le due superficie rettilinee, cioe a. de cinque lati, & b. de sei, volendo designare vna superficie simile alla. a. & eguale alla. b. con qual si voglia apritura de compasso, risolueremo l'una, e l'altra di dette superficie in triangoli, la. a. in li triangoli. c a d. & la. b. in li triangoli. e b f g. & sopra la basa della superficie. a. (laqual sia. h k.) constituiremo (secondo la dottrina della vndecima di questo) vna superficie de equidistanti lati rettangola eguale al triangolo. c. la qual sia. h l. & la. l m. egual al. a. & la. m n. egual al. d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati. h n. (costituita sopra la basa. h k.) sia eguale alla superficie. a. & per lo medesimo modo sopra la linea. k n. (laqual e il secondo lato de questa superficie) costituiremo vn'altra superficie rettangola eguale alla superficie. b. de sei lati, cioe faremo la superficie. k o. eguale al triangolo. e. & la. o p. egual alla. b. & la. p q. egual alla. f. & la q r. egual alla. g. accioche tutta la superficie rettangola. n r. sia eguale alla superficie. b. de sei lati, & piglieremo (per la 26. di questo) la linea. f t. proporzionale fra la linea. h k. & la linea. k r. & sopra quella (secondo la dottrina della precedente) costituiremo la superficie. u. simile alla superficie. a. laqual dico esser quella, che cercamo, & eguale alla superficie. b. perche essendo le tre linee. h k. f t. & k r. continue proporzionale, & essendo sopra la prima, & seconda costituide le superficie simile, cioe la. a. & u. sera (per el corrolario della 20. del 6. di Euclide) della. a. alla. u. si come della. h k. alla k r. per laqualcosa (per la prima del 6. di Euclide) sera si come della superficie. h n. alla superficie. n r. e pero (per la prima parte della settima del quinto di Euclide) si come della. a. alla. b. adunque per la seconda parte della nona del quinto di Euclide, la. u. e eguale alla. b. che e il proposito.

Propositione non posta da Euclide al nostro proposito necessaria.

37 Dato doi quadrati inequali, potremmo dal maggiore sottrarne il menore, & del restante formarne vno quadrato, cioe trouar vn quadrato eguale alla loro differentia, senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta. Essempi gratia.

Siano li duoi proposti quadrati. a b c d. menore, & e f g h. maggiore volendo dal maggiore sottrarne il menore, & assignare vn quadrato eguale alla differentia de quelli, & con qual si voglia apritura di compasso. Tiraremo la linea. i k. de indefinita quantita, & di quella ne taglieremo (per la 3. di questo) la. i l. eguale alla. a b. (lato del menor quadro) & la. l m. eguale alla. e f. (lato del quadro maggiore) da poi descriueremo con il nostro compasso il mezo cerchio. n o p. al diametro. n p. del quale (per la ventesima quarta di questo) gli trouaremo vna linea qual la gli habbia proporzione, che ha la. i l. menore alla l m. maggiore, hor ponimo, che quella sia la. q n. la quale (per la 27. di questo) la coattaremo, ouer assettaremo nel detto mezo cerchio. n o p. gia fatto secondo l'apritura del nostro compasso quale poneremo, che sia la. n o. poi tiraremo la. o p. laqual. o p. vien a esser il lato del quadrato eguale alla differentia del quadrato della. q n. al quadrato della. n p. (diametro del nostro mezo cerchio) perche il triangolo. n o p. e rettangolo (per esser nel mezo cerchio) e pero se li quadrati delle due linee. n o. & o p. sono eguali (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della. n p. seguita, che il quadrato della. o p. sia eguale alla differentia, che e fra il quadrato della. n o. (cioe della. q n.) al quadrato della. n p. Ma perche lo intento nostro e di voler assignar, ouer trouare la differentia delli duoi quadrati. a b c d. & e f g h. li lati di quali sono proporzionali alli duoi lati. q n. & n p. e pero protraremo la. n p. indefinitamente verso. r. & della. p r. ne taglieremo la. p s. eguale alla. o p. & dalla. m k. ne taglieremo la. m t. (per la 24. di questo) in tal proporzione alla. l m. si come che e la. p s. alla. n p. & cosi il quadrato della detta. m t. sara eguale alla differentia del quadrato della. i l. al quadrato della. l m. (per la disgionta, & euersa proporzionalita) che e il proposito.



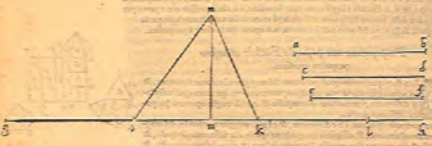
Et con questa medesima regola se potra trouare la differentia de duoi triangoli, ouer altri semilinei inegualli, con qual si voglia apritura di compasso, tirando prima li detti duoi triangoli, ouer semilinei in duoi quadrati (per la 27. & 28. di questo) & da poi procedere, come di sopra.

Propositione uentesimaseconda del primo di Euclide,

tentata, ma non risolta dal Cardano.

42. PRoposte tre rette linee, delle quali le due quali si vogliano gionte insieme siano piu longhe de l'altra, potremmo con altre tre a quelle eguali costituir vn triangolo, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Siano le tre date rette linee. a b. c d. & e f. le quali siano cosi condicionate, che qual si voglia due di quelle gionte insieme siano maggiore de l'altra, perche altramente essendo, se lauoraria al impossibile (per la uentesima del primo di Euclide) hor volendo di tre altre linee a queste eguali, formar vn triangolo, con qual si voglia apritura di compasso, prima (per farme meglio intendere) tiraremo la linea. g h. de indefinita quantita, & di quella (per la ottaua di questo) ne tagliaremo la. g i. eguale alla. a b. & la. i k. equal alla. c d. & la. k l. equal alla e f. & de queste tre linee. g i. i k. & k l. volendo formarne il detto triangolo & far basa la. i k. bisogna prima che trouamo il ponto sopra la detta basa. i k. doue cadera la perpendicolare di tal triangolo, onde (procedendo per la regola cauata dalla duodecima & decimaterza del secondo di Euclide) formaremo il quadrato del lato. g i. (per la decimaterza di questo) & similmente il quadrato della basa. i K. & questi duoi quadrati li summaremo insieme, secondo la regola data sopra la decimaottaua di questo, & di tal summa (per la precedente) ne cauaremo il quadrato della. K l. & la mita del quadrato di tal differentia (per la vndecima di questo) sopra vna linea eguale alla basa. i K. gli constituiremo vno rettangolo eguale a tal mita, il che facendo se trouara la larghezza di tal rettangolo esser eguale alla. m K. & cosi la perpendicolar di tal triangolo cascara nel ponto. m. hor bisognamo trouare quanto sara longa la detta perpendicolare, la qual cosa facilmente trouaremo in questo modo, formaremo (per la decimaterza di questo) il quadrato della. K l. & di quello cauandone (per la precedente) il quadrato della. m K. trouaremo, che la linea potente nel rimanente sara eguale alla linea. m n. & tanto sara longa la perpendicolare di tal triangolo, la qual perpendicolare. m n. assettandola in ponto. m. perpendicolarmente sopra la. i K. & dal ponto. n. tirando le due linee. n i. & n K. sara formato il triangolo. i K n. Ma che li tre lati de quello siano eguali alle nostre tre linee. a b. c d. e f. ouer alle tre. g i. i K. & K l. a quelle eguali, se verifica (per la penultima del primo di Euclide) perche il quadrato si della. K l. come della. n K. se eguaglia alli quadrati delle due linee. m K. & n m. e pero la. n K. (per communa scientia) vien a esser equale alla. K l. & per le medesime ragioni la. n i. vien a esser eguale alla. g i. e pero seguita il proposito. Et per che le dette tre linee date potriano esser di tal qualita, che la perpendicolare cascaria fuora del triangolo, & quantunque questo non ne impederia di poter concluder l'intento nostro, pur volendo che sempre la perpendicolar caschi di dentro del triangolo eleggerai sempre per basa la maggior linea delle tre proposte, & hauerai quello che desiderarai.



Propositione

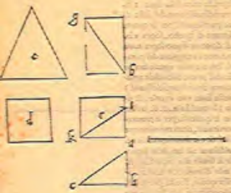
Propositione ventesimaottava del sesto di Euclide, non intesa dal Cardano, & questa fu il nostro terzo Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

42 PROPOSTA una superficie triangolare, egli e possibile a designare sopra a qualunque assignata rettalinea uno parallelogrammo equale a quella, al qual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un'altro parallelogrammo proposto, domente, che la proposta superficie triangolare non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea simile al proposto, & secondo l'effetto senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario, Essempi Gratia.

Sia assignata la linea. a b. & proposto il triangolo. c. & proposto il parallelogrammo. d. volendo sopra la linea. a b. designare uno parallelogrammo equale al triangolo. c. cosi conditionato che manchi a compir la linea. a b. un parallelogrammo simile al. d. senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, stante pero che el detto triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. Collocato sopra la mita della linea. a b. (perche essendo altramente se incorreria al impossibile) (per la ventesimasettima del sesto di Euclide) per far adunque questo, divideremo la linea. a b. in due parti equali (per la quarta di questo) in ponto. e. & secondo la dottrina della trentesimasettima di questo, sopra. e b. (mita di quella) constituiremo lo parallelogrammo. e f. simile al. d. & compiremo sopra tutta la linea. a b. il parallelogrammo. b g. adunque perche il triangolo. c. non e maggiore del parallelogrammo. e f. ma equale, over menore dal presupposito, s'el sara a quello equale sara lo parallelogrammo. e g. quello che cercamo (per la trentesimasesta del primo di Euclide agiutando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle superficie simile) ma se quello e minore sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta una equale, & simile alla. d. (secondo la dottrina della trentesimaottava di questo) la qual sia la. h. & la detta. h. sara simile al. e f. (per la ventesimaprima del 6. di Euclide) per la qualcosa (per la conversione della diffinitione) sara equiangola a quello, & de lati proportionali, tiraremo adunque in lo parallelogrammo. e f. lo diametro. b k. & resegaremo li lati. k f. & e k. della superficie. e f. alla misura di lati della superficie. h. tirate le linee. l m. & n o. equidistanti alli lati della superficie. e f. segandosi in ponto. p. tal che la superficie. k p. sia equale & simile alla superficie. h. & sara (per la ventesimaquarta del sesto di Euclide) il ponto. p. in lo diametro. k b. tirata adunque la. o n. fina alla. a g. Dico lo parallelogrammo. a p. esser quello, che sia proposto, perche a quello manca al compimento della linea. a b. lo parallelogrammo. p b. il quale per la ventesimaterza & ventesimaprima del sesto di Euclide e simile al parallelogrammo. d. anchora el detto parallelogrammo. a p. e equale al triangolo. c. come in Euclide amplamente se dimostra, per che questa non e differente dalla ventesimaottava del sesto di Euclide eccetto che li problemi necessarij a questo problema bisogna che si possano essequire senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, la qualcosa per avanti havemo dato il modo di far tal effetto.

Propositione non posta da Euclide al nostro proposito necessaria.

42 EGlie possibile a designare vno parallelogrammo, che sia simile a vno dato parallelogrammo, & eguale a vno parallelogrammo dato, & anchora a vno triangolo dato senza alterare il compasso, de qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia. Sia el dato parallelogrammo. g b. & il dato triangolo. c. Dico che egli e possibile a designare vno parallelogrammo simile a. g b. & in quantita eguale alle due superficie, cioe allo parallelogrammo. g b. insieme con el triangolo. c. senza alterare il compasso, de qual si voglia apritura proposta, & per far questo (per la. 17. di questo) faremo vn quadrato equal al triangolo. c. qual pongo sia. d. & per la. 18. di questo, ne faremo vn'altro equal al. g b. qual sia. e. & de questi dui quadrati ne faremo vn sol quadrato per il modo dato della. 18. di questo, cioe congiongeremo li dui lati de questi dui quadrati ad angolo retto, come appar nella figura. a b c. cioe congiongeremo due linee de indefinita quantita, & dil'una ne tagliaremo (per la ottaua di questo) vna parte eguale a l'uno de lati. & da l'altra vna parte eguale a l'altro lato, da poi tiraremo la iponumissa, a c. el quadrato della quale sara eguale alle dette figure. c. & g b. e qual quadrato essendo descritto realmente (per la. 15. di questo) descriueremo poi (per la. 37. di questo) vna superficie simile al. g b. & eguale al detto quadrato, & hauremo il proposito.

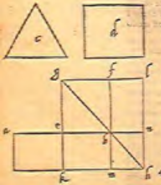


Piu breuemente potremo anchora dal lato del maggior quadro (qual e. e.) tagliarne (per la ottaua di questo) vna parte eguale al lato de l'altro menor quadro qual sia la. a i. da poi tirar la iponumissa. i x. & seguitar come di sopra fu detto, & questa per sec forte proposta, & se puol variar in piu modi.

Propositione uigesimanona del sesto di Euclide,

non tocca dal Cardano, Et questa fu il mio quarto Quesito di. 31. a lor proposti, e pero resta non risolto.

43 EGlie possibile sopra vno data retta linea constituire vn parallelogrammo eguale a vna data superficie rettilinea, il qual agiunga, ouer sopra auanzi al compimento della data linea, vna superficie de equidistanti lati simile a vna data superficie de equidistanti lati senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta. Sia essempi gratia la data linea. a b. & dato lo triangolo. c. & dato lo parallelogrammo. d. volendo sopra la linea. a b. constituire vno parallelogrammo eguale allo triangolo. c. il qual agiunga, ouer che sopra abondi a tutta la linea. a b. vno parallelogrammo simile al. d. senza alterar il compasso, di qual si voglia apritura proposta, diuideremo la linea. a b. in due parti equali (per la quarta di questo) in ponto. e. & sopra la. e b. (meta di quella) faremo lo parallelogrammo. e f. simile al. d. (secondo insegna la. 37. di questo,) & secondo la dottrina della precedente faremo lo parallelogrammo. k l. (del quale lo diametro e. g h.) simile al. d. & eguale alle due superficie. e f. & c. & sera (per la vigesimaprima del. 6. di Euclide) k l. simile al. e f. soprapposita adunque la superficie. k l. alla superficie. e f. talmente, che ambedue communicano in lo angolo. g. sera (per la vigesimaquarta del sesto di Euclide) la superficie. e f. stante intorno al diametro della superficie. k l. onde il ponto. b. e in lo diametro. g h. Compiremo adunque lo parallelogrammo. a h. el qual dico esser quello che fu proposto, laqual cosa se dimostra, & approua, si come si dimostra la vigesimanona del. 6. di Euclide, laqual dimostratione a replicarla in questo luoco saria cosa superchia come piu volte e stato detto.



Propositione trentesima del sesto di Eucl.

non tentata dal Cardano.

44 POtemmo segare vna proposta linea retta terminata secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi senza alterar il Compasso de qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Sia la data

Sia la data linea a b. laqual volendola dividere secondo la proportione havente il mezo & duoi estremi con qual si voglia apritura proposta di compasso sopra di quella (per la decimaterza di questo) gli descriveremo il quadrato. b e. & al lato a e. di quello gli agiongeremo, over dessignaremo, (secondo che se insegna nella precedente) lo paralellogrammo, e d. eguale al quadrato. b e. il qual agionga, over sopravanzi al compimento della linea. a e. lo paralellogrammo a d. il quale sia simile al. b e. & sia lo paralellogrammo. e d. che lo lato. d e. equidistante al lato. a e. & sega la linea. a b. in ponto. f. Dico la linea a b. essere divisa in ponto. f. come e sta proposito, & tutto questo se dimostra per li medesimi modi e vie che si fa la 30. del 6. di Euclide, che e il proposito.

Da notar.

Bisogna notare che per fin a questo luoco havemo dato regola di saper resolvere tutti li problemi geometrici del Primo, Secondo, Terzo, Quarto, & Sesto libro di Euclide, con qual si voglia apritura di compasso proposta dal avversario, eccettuando quelli duoi del terzo, & quelaltri del quarto detti in principio, & quantunque con tal dottrina ogni commun ingegno (senza alcun mio aviso) poria da se medesimo resolvere ordinatamente tutti li problemi geometrici del decimo del detto Euclide con la detta conditione, perche la maggior parte se resolveno simplicemente con li medesimi problemi fin hora dechiarati, ma per satisfare a ogni qualita di persone, non voglio restar da narrar simplicemente il modo operativo geometrico, con la detta conditione, cioe senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, vero e che le demostrationi delle conclusioni, gia dimostrate in Euclide, non intendo de replicarle in questo luoco (come piu volte e stato detto) ma innovando alcuna particolarita quella dimostraremo.

Propositione trentesimaprima del decimo de Euclide, non palpata dal Cardano.

41 Proposte due linee rette inequale, potemmo investigare se fra loro sono commensurabile, over non, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, & essendo quelle commensurabile, potemmo trovare la massima misura misurante communamente quelle.

Siano le due linee inequale a b. & c d. volendo investigare (senza alterar il compasso, di qual si voglia appritura proposta) se quelle sono commensurabile, over non, & essendo commensurabile, ritrovare la massima misura misurante communamente quelle, dalla linea c d. ne tagliaremo la parte eguale alla a b. (per il quarto modo della ottava di questo) qual sia la c e. & se per caso el restante e d. fusse maggiore anchora della c e. (cioe della a b.) dalla detta restante e d. (per el terzo modo della ottava di questo) ne tagliaremo pur un'altra parte eguale alla c e. quala sia la. e f. & cosi andar procedendo per fin che resti, over, o, over una parte menore della a b. over della e f. hor ponamo che resti la f d. menore della f e. Dalla f e. over a b. ne tagliaremo una parte (per lo medesimo modo) eguale alla f d. & lo restante essendo menore del la f d. lo tagliaremo dalla detta f d. tante volte quanto sia possibile, & cosi lo restante lo tagliaremo dalla anciana parte, & cosi andar procedendo per fin a tanto, over che avanzi, o, over

mente che si pervegna a un residuo de quantita insensibile trovandosi adunque per il medemo un residuo, che tagliandolo successivamente resti nulla. de residuo quelle due linee saranno commensurabile, & quel tal ultimo residuo sara la massima commune misura misurante communamente quelle, & con tal commune misura (procedendo secondo l'ordine detto sopra la prima del 12. capo del primo libro) potremo conoscere la proportione di dette due linee date, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della seconda del settimo di Euclide, & della prima diffinitione del suo decimo libro.

Ma se per caso dalla continua detrattione, over sotrattione fatta in tal modo, non si trouasse alcun sensibel rimanente, che misuri pontalmente, so anciamo rimanente tai due proposite linee saranno incommensurabile, & la proportione dell'una a l'altra di quelle, non sara come da numero, a numero, e però tal proportione sara detta irrationale, & le dette linee sara dette incommensurabile, & questo se dimostra secondo che se dimostra la prima del settimo di Euclide mediante la seconda parte della prima diffinition del decimo.

Propositione quarta del decimo di Euclide

con silentio scorsa dal Cardano.

46 PRoposte tre linee rette inequale potemmo investigare se quelle sono fra loro commensurabile, over non, & essendo commensurabile potemmo trouare la massima misura misurante communemente quelle senza alterar il compasso, di qual si voglia apritura proposta dal auersario.

Questa se risolue si come la precedente, & secondo l'ordine della terza del settimo di Euclide.

Propositione decimaquinta del decimo di Euclide

non toccata dal Cardano.

47 A Qualunque proposta retta linea potemmo trouare due rette linee a quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza, & in potentia, senza alterar il compasso, di qual si voglia appritura proposta dal auersario, Essempi gratia.

Sia la proposta linea. a. volendo ritrouare due linee, delle quale una communichi con la. a. solamente in potentia, & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza, & in potentia senza alterar il compasso de qual si voglia appritura proposta, pigliaremo duoi numeri, liquali non siano in proportione, come che da numero quadrato a numero quadrato, & siano quelli. b. & c. liquali e facil cosa da trouar, concio sia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato hauera questa proportione, che ricercamo (come afferma la vigesima seconda del ottavo di Euclide) hor tolti questi tali numeri trouaremo la linea. d. al quadrato della quale sia el quadrato della linea. a. si come el numero. b. al numero. c. & questa tal linea ritrouaremo in questo modo. diuideremo la linea. a. (per la decimaquinta di questo) in tante parti quante vnita sono nel numero. b. Et da poi sopra la stremita della linea. a. erigeremo (per la quinta di questo) la linea. e. perpendicolare sopra di quella de indefinita quantita, & di quella ne tagliaremo tante parte della linea. a. quante vnita e nel numero. c. dapoi fra la linea. a. & e. (per la decimasesta di questo) trouaremo vna media proportionale, qual pongo sia la. d. & questa. d. (per le ragioni adute sopra la decimaquinta del decimo di Euclide) se aproua esser commensurabile in potentia, ma incommensurabile in longhezza alla detta linea. a. che e il primo proposito, hor per trouar l'altra, fra la linea. a. & d. (per la detta decimasesta di questo) trouaremo vn'altra media proportionale, qual pongo sia la. f. la qual. f. (per le ragioni adute sopra la detta 15. del 10. di Euclide) se aproua esser incommensurabile alla detta a. in potentia, che e il secondo proposito.

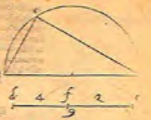
Propositione ventesimaprima del decimo di Euclide

non toccata dal Cardano.

48 POtemmo trouare due linee rette rationali, solamente in potentia commensurabili, delle quali, la piu longa possa piu della piu corta in el quadrato de vna linea a se commensurabile in longhezza senza alterar il compasso de qual si voglia appritura proposta dal auersario.

Et per far questo pigliaremo la linea retta. a b. equale al diametro del cerchio, qual descriueua il nostro compasso, & sopra di quella gli descriueremo il mezzo cerchio. a c b. & da poi pigliaremo vno numero poniamo. d e. & diuideremo quello in dui numeri, cioe. d f. & f e. talmente, che la proportione del. d e. al. d f. sia come numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del. d e. al. f e. non sia come da numero quadrato a numero quadrato, & tal numero, e qualunque numero quadrato diuisibile in vno numero quadrato, & in vno, che non sia quadrato come. 9. el qual se diuide in. 4. e. 5. & tutti li equalmente multiplici di quelli, & dapoi

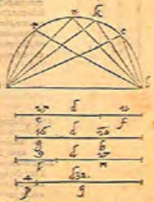
trouaremo



trouaremo vna linea, al quadrato della quale, el quadrato della linea. a b. sia si come el numero. d e. al numero. d f. (& questa tal linea si troua per la precedente) & trouata questa linea, la qual necessariamente sara menore della. a b. la coaptaremo (per la ventesimasettima di questo) nel semicerchio. a c b. & sia la. a c. & tiraremo la linea. c b. hor dico le due linee. a b. & c b. esser quelle, che cercamo, come per le medesime ragioni adutte sopra la ventesimaprima del decimo di Euclide se dimostra, laqual demostratione superchio saria a replicarla, in questo luoco per le ragioni piu volte dette.

Ma che desiderasse di trouar piu di due linee rationali, solamente in potentia communicanti, delle quali, vna sia piu potente de quala si voglia delle altre in el quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza pigliaremo similmente la. a b. equale al doppio della apritura del nostro compasso, & quella se intendera rationale (per esser il doppio de lapritura del nostro compasso) sopra la quale descriueremo il mezo cerchio. a c b. & trouaremo vn numero quadrato, qual sia diuisibile in molti numeri quadrati, & non quadrati, di quali numeri non quadrati, la proportione non sia si come di alcuni numeri quadrati, come saria a dire il numero. d. qual poneremo che sia 36. (che e numero quadrato,) il quale e diuisibile in 25. & in 11. & anchora in 16. e 20. & similmente in 9. & 27. & anchora in 4. & 32. & de quelli non quadrati, li quali sono 11. 20. 27. & 32. fra loro non e proportione, come di alcun numero quadrato a vn'altro. Et per tanto il detto numero. d. quadrato lo diuideremo in. e. quadrato, & in. f. non quadrato, & (per la precedente) trouaremo vna linea, che il quadrato della. a b. al quadrato di quella habbia quella medesima proportione che ha il numero. d. al numero. e. (cioe come 36. a 25.) & questa poniamo che sia la. a c. laqual per esser menore della. a b. (per la ventesimasettima di questo) la assettaremo nel mezo cerchio. a c b. fatto questo tiraremo la. c b. laqual. c b. sara vna di quelle linee che hauemo proposito di trouare, il che se dimostra secondo l'ordine della detta 21. del 10. di Euclide.

Similmente anchora diuideremo il detto numero. d. in. g. quadrato, & in. h. non quadrato, & trouaremo anchora (per la precedente) vna linea (qual sia la. a K.) che il quadrato della linea. a b. al quadrato di quella sia si come il numero. d. al numero. g. (cioe come de 36. a 16.) & quella la assettaremo pur (per la ventesimasettima di questo) nel medesimo mezo cerchio, & da poi tiraremo la. K b. laquale sara pur vna seconda linea, che con la. a b. hauera la addimandata conditione, & per lo medesimo modo diuideremo vn'altra volta il numero. d. in. l. quadrato, & in. m. quadrato, cioe in. 9. & 27. & trouaremo (per il medesimo modo della precedente) la linea a n. che il quadrato della. a b. al quadrato di quella, habbia la proportione che ha il numero. d. al numero. d. al numero. l. & dapoi tiraremo la. n b. laqual. n b. insieme con la. a b. hauerano la ricercata conditione. Et cosi se diuideremo il detto numero. d. in. p. quadrato, & in. q. non quadrato, cioe in. 4. & 32. & che trouamo per la. 25. che il quadrato della. a b. al quadrato di quella habbia proportione del. d. al. p. & cosi tirata la. r b. quella con la. a b. hauera la ricercata conditione, & cosi le linee. a b. b c. b K. b n. b r. sono rationale, solamente in potentia communicante, vna delle quale, cioe la. a b. e piu potente de qual si voglia delle altre in el quadrato di vna linea, communicante in longhezza con essa linea. a b. & niuna delle. 4. linee. b c. b K. b n. & b r. communica con le altre, come che geometricamente se dimostra sopra la ventesimaprima del decimo di Euclide, che e il proposito.



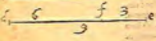
Propositione ventesimaseconda del decimo di Euclide, non palpata dal Cardano.

41 POtemo trouare due linee rationale, solamente in potentia communicante, delle quali la piu longa possi piu della piu corta quanto e il quadrato de vna linea a se incommensurabile in longhezza, senza alterar il compasso de qual si voglia apritura proposta.

Questa se conclude per li medesimi modi e vie della precedente, mutando solamente questo, che la proportione del numero. d e. a niuno di dui numeri. d f. & f e. sia si, come de numero quadrato a numero quadrato, & questo si fara facilmente, ponendo. d e. qual si voglia numero quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati, come se ponessimo. d e. 9. & d f. 6. & f e. 3. & da poi procedendo, come fu fatto nella precedente, se concludera il proposito, come in quella accetto solamente questo che le due linee a b. & a c saranno incommensurabili in longhezza, poi che la. a b. sara piu potente della. c b. (per la penultima del primo di Euclide) in el quadrato della linea a c. la qual a c. (per la vl. parte della. 9. del 10. di Euclide) sara (com'e detto) incommensurabile con la. a b. in longhezza, & perche le dette due a b. & b c. sono rationali (per la quarta diffinitione del decimo di Euclide, secondo la seconda tradutione) cioe che ogni linea, si denominata per radice sorda, come per numero, appresso di Euclide se intende esser rationale per esser la sua potentia rationale, anchor che fra pratticanti le su sorde siano dette irrationali.

Et è da sapere che le due linee, che questa, & la precedente insegnano di trovare compongano il binomio, & la menore di quelle taglia dalla maggiore, la rimanente e detta residuo, over recisio.

Bisogna notar che desiderasse di voler trovare piu di due linee rationali solamente in potentia communicanti, delle quali una di queste sia potente di qual si voglia delle altre, in el quadrato di alcuna linea incommensurabile con lei in longhezza, procederessimo secondo l'ordine, che nella seconda parte della precedente, mutando quello che debbe esser mutato nella division del numero quadrato.



Propositione ventesimanona del decimo di Euclide

non tocca dal Cardano.

59 DOvemmo trovare due linee mediale communicanti solamente in potentia, le quali contengano superficie rationale, delle quali la piu longa sia piu potente della piu corta per il quadrato de una linea communicante alla medesima linea piu longa in longhezza, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal avversario.

Et per far questo (per el modo dato nella 47.) trovaremo le due linee. a. & b. rationali, solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa (qual sia a.) possa piu della piu breve (laqual sia. b.) in el quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza, & metteremo la linea. c. (per la decimasesta di questo) nel medio luoco proportionale fra. a. & b. & dapoi ponetemo, che la proportione della. a. alla. b. sia si come della. c. alla. d. (per la dottrina della ventesimaquinta di questo) hor dico le due linee c. & d. esser quelle che cercamo, & questo si approva, & dimostra per li modi, & vie che si demostra la ventesimanona del decimo di Euclide, che è il proposito.

Propositione aggionta sopra la decimasettima

del decimo di Euclide non tentata dal Cardano.

51 PRoposte due linee inequale delle quali la maggiore sia piu che doppia della menore. Potemmo dividere la maggiore in due tal parti, che la menore vi caschi precisamente media proportionale senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal avversario, Essempi gratia.

Siano le due proposte linee. a b. maggiore, & c d. menore, & sia la. a b. piu che doppia alla. c d. Dico che egli è possibile a dividere la linea. a b. in due tal parti, che la. c d. vi caschi over sia media proportionale, & senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal avversario. Et per far questo dalla. a b. ne taglieremo la parte. b e. equale alla. d c. (per la ottava di questo) da poi descriveremo con il nostro compasso un mezzo cerchio qual sia. f g h. tirando el suo diametro. f h. & tal diametro. f h. (per la decimaquinta di questo) lo divideremo secondo che è divisa la. a b. in ponto. e. il ponto de tal divisione pongo sia el ponto. i. poi dal ponto. h. erigo una linea perpendicolare alla. f h. (per la quinta di questo) de indefinita quantita qual a pongo sia la. h k. & di questa (per la ottava di questo) ne taglieremo la. h l. equale alla. h i. & dal ponto. l. tiraremo (per la seconda di questo) la. l g. equidistante alla. f h. & dal ponto. g. (per la sesta di questo) tiraremo la. g m. perpendicolare sopra la. f h. laqual. f h. sara divisa in due tal parti in ponto. m. che la. h i. vi casca media proportionale, hor secondo tal divisione (per la quintadecima di questo) divideremo anchora proportionalmente la. a b. qual divisione pongo sia, over che vegna in ponto. n. hor dico che la detta linea. a b. sara divisa in ponto. n. secondo il proposito, cioe che fra le dette parti vi casca la linea. d c. media proportionale

portionale, perche, se la proportione della f i. alla i h. e si come della a e. alla e b. congiontamente della f h. alla i h. sara si come della a b. alla e b. Et similmente se la proportione della f m. alla m h. e si come della a n. alla n b. per congiontamente della f h. alla m h. sara si come la a b. alla n b. seadunque tutta la f h. alla i h. e come tutta la a b. alla e b. & similmente tutta la f h. alla m h. e si come tutta la a b. alla n b. premutatamente, si come e tutta la f h. a tutta la a b. sara si come la parte i h. alla parte e b. & la parte m h. alla parte n b. onde (per la undecima del quinto di Euclide) la proportione della m h. alla i h. sara si come la n b. alla e b. onde premutatamente la proportione della m h. alla i h. sara si come la n b. alla b e. & con le medesime ragioni se dimostrara la proportione della i h. alla f m. esser si come della b e. alla a n. e pero la d c. viene a esser media proportionale fra la n b. & a n. si come che e anchora la g m. (cioe la i h.) fra la h m. & f m. che e il proposito.

Propositione trentesima del decimo di Euclide, non posta dal Cardano.

52 POtemmo trouare due linee mediali solamente in potentia communicanti, lequali contengino superficie rationale, delle quali la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longa senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario.

Et per far questo siano trouate le due linee a. & b. (per la 49. di questo) rationali solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea non communicante con lei in longhezza, & dapoi procedere, & seguire come fu fatto sopra la 30. di questo & trouerasse le due linee c. & d. esser quelle che cercamo, & tutto questo se dimostrara per li medesimi argomenti, che se dimostra la 29. del 10. di Eucl. che e il proposito.

Propositione trentesimaprima del decimo di Euclide, scorsa dal Cardano, & questa fu il mio quinto Quesito di 12. a lui proposti, e pero resta non risolto.

53 POtemmo trouare due linee mediali solamente in potentia communicanti, le quali contenghino superficie mediale, delle quali la piu longa possa tanto piu della piu breue, quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa, & con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario, cioe senza mai alterar il compasso di tal apritura.

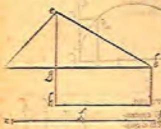
Hor per far questo siano le tre linee (tolte secondo la dottrina della 49. di questo) a. b. c. rationali solamente in potentia communicanti, & sia a. piu potente della b. & c. in el quadrato de una linea a se incommensurabile in longhezza, & sia posta d. nel medio loco proportionale fra a. & b. (per la 16. di questo) & sia fatto della d. al e. si come della a. al c. (per la 2. 2. di questo) hor dico le due linee d. & e. esser quelle, che cercamo, la qual cosa se dimostrara per li modi e vie, che si fa la trentesimaprima del decimo di Euclide che e il proposito.

Propositione trentesimaseconda del decimo di Euclide, non tentata dal Cardano, & questa fu il mio 6. Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

54 POtemmo trouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contenghino superficie mediale, delle quali, li doi quadrati loro insieme siano rationali, & con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario.

Hor per far questo pigliaremo (per la 49.) le due linee a b. & c d. rationali solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa (qual sia la a b.) possi piu della piu breue (qual sia la c d.) in el quadrato de alcuna linea incommensurabile con se in longhezza, & diuideremo la linea c d. in due parti equali in ponto f. & diuideremo poi la linea a b. (per la 22. di questo) in due tal parti in ponto g. talmente che la linea c f. gli cada media proportionale, cioe fra la a g. & b g. da poi sopra el ponto g. erigeremo (per la 5. di questo) una linea de indefinita quantita perpendicolare alla a b. & di quella ne tagliaremo (per la terza di questo) la parte g e. equale alla c f. da poi dalla stremita di questa

alle estremita della linea a b. tiraremo le due linee. e a. e b. lequali due linee. a e. & e b. dico esser quelle che cercamo, & tutto questo se approua, & dimostra per li medesimi modi e vie, che se demostra la trentesimaseconda del decimo di Euclide, che è il proposito.

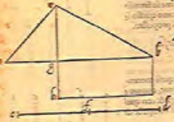


Propositione trentesimaterza del decimo di Euclide

non tocca dal Cardano, & questa fu il mio 7. Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

55 POtemmo trouare due linee potentialmente incommensurabili, & che contenghino superficie rationale, delle quali li dui quadrati tolti insieme siano mediali, con qual si voglia apertura di compasso proposta dal auersario.

Et per far questo, trouaremo le due linee. a b. & c d. (si come propone la 52. di questo, cioe mediali in potentia solamente communicanti, le quali contenghino superficie rationale, delle quali la piu longa possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longa, & con le simili argumentationi della precedente le due linee. a e. & e b. saranno quelle che se recerca, & questo se dimostrara per li medesimi argumenti, che se dimostra la trentesimaterza del 10. di Euclide, che è il proposito.



Propositione trentesimaquarta del decimo di Euclide,

soluta dal Cardano.

56 POtemmo trouare (con qual si voglia apertura di compasso) due linee potentialmente incommensurabili, & che contenghino superficie mediale, delle quali li dui quadrati tolti insieme siano mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non e in cosa alcuna differente dalla dispositione delle due precedenti, siano adunque le due linee. a b. & c d. quale propone la 53. di questo, & per la precedente argumentatione le due linee. a e. & e b. saranno quelle, che cercamo per le ragioni adutte nella trentesimaquarta del decimo di Euclide, che e il proposito.

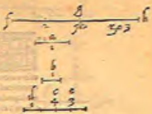
Propositione 47. del 10. di Euclide non toccata dal Cardano, &

con questa, & con la nostra 39. di questo, facilmente si puo soluer il mio 8. quesito di 31. a lui proposti, qual questio da lui resta nō risolto.

57 POtemmo instessigare el primo binomio, senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, supponendo la detta apertura esser rationale in longhezza.

Per essequire tal problema suppongo per una dati rationale, cioe per la nostra misura la apertura del mio compasso, ouer vna parte nota di quella (qual la sia la linea. a.) & da poi pongo dui numeri quadrati ponemmo. b. lo menore, & c. lo maggiore, ma che il maggior sia diuisibile in vn numero quadrato & in vno altro non quadrato, & per maggior mia commodita taglio li minimi, che pigliar si possa, cioe pongo. b. per la vnita, & c. per 4. diuisibile in. 1. (numero quadrato) qual sia. d. & in 3. (non quadrato) qual sia e. Da poi trouo vna linea, che il ☐ della. a. (cioe della nostra vnita lineale) al quadrato di quella sia si come el numero. b. al numero. c la qual se troua in questo modo pongo, cioe congiongo in diretto alla linea. a. vn'altra linea quadrupla a quella, & fra queste due trouo vna media proportionale (per la 15. di questo) quale pongo sia la. f g. laqual. f g. vien a esser commensurabile in longhezza con la data rationale (per la 2. parte della 9. del 10. di Euclide, perche in questo caso fara doppia alla a. cioe la misura equale alla. a. hor trouo vna altra linea, che il ☐ della. f g. al ☐ di quella sia si come el numero. c. al numero. e. cioe come. 4. a. 3. (& questa tal linea se trouera per el modo detto di sopra, cioe alongando la. f g. in diretto, cioe congiongendoli vna altra linea, alla qual quella habbia la proportione, che dal numero. c. al. e. cioe che sia li ¾ di quella, che sara 1½. & fra ambedue trouaremo vn'altra media proportionale (per la detta 15.) & trouata quella ponerla in diretto a quella, quale pongo sia. g h. (che in questo caso, la detta. g h. sara √3.) la quale se prouara esser quella che cercamo, cioe tutta la linea. f h. esser binomio primo, perche la linea. f g. (laquale e la piu longa) e piu potente della. g h. (laqual e la piu corta) nel quadrato della linea potente nella differentia del quadrato della. f g. al quadrato della. g h. laqual differentia sara euidentemente al quadrato della detta linea. f g. si come che la differentia del numero. c. al numero. e.

mero. c. (che è il numero. d. qual è i.) al medesimo numero. c. & perche la proportione del numero. c. quadrato, al numero. d. è come da numero quadrato a numero quadrato seguita adonque, che la proportione del quadrato della linea. f g. al quadrato della linea potente nella detta differentia del quadrato della. f g. al quadrato della. g h. sara come da numero quadrato a numero quadrato, & pero (per la seconda parte della nona del 10. di Euclide) la linea. f g. sara cōmunicante in longhezza con la detta linea potente, & e anchora cōmunicante con la nostra misura. a. in longhezza, per esser il doppio di quella, e per tanto tutta la linea. f h. sara binomio primo, che e il proposito.



Bisogna notar che in luoco del numero quadrato. b. vi si potria ponere qual si voglia altro numero quadrato, & procedere, come di sopra si è fatto. Anchora in luoco del numero. c. vi si potria ponere vno altro numero quadrato, come 16. ouer 25. diuisibile in piu numeri quadrati, & non quadrati. & da poi ritrouar piu consequente linee alla. f g. che con quella formariamo binomio primo, come nella 46. di questo si propone. Et con questa vltima parte potemo risoluere il mio 4. quesito di 31. a lui proposti, cioe trouar tre binomii primi, tutti diuersi in quantita nel secondo nome, & de quelli formarne vn triangolo secondo la regola data nella 29. di queste, & haueremo il proposito.

Chi volesse per curiosita trouare la linea potente ne la differentia di duoi quadrati delle due linee f g. & g h. per lo medesimo modo bisognaria trouar vn'altra, che al quadrato di quella, il quadrato della. f g. gli fusse si come e il numero. c. al numero. d. (cioe come da 4. a. i.) & trouata quella, per la equa & congionta proportionalita se approuara, il quadrato di quella insieme con il quadrato della. g h. esser equale al quadrato della. f g. si come che li duoi numeri partiali. c. & d. sono equali al total numero. c. senza formar alcun mezzo cerchio, come che in Euclide si costuma.

Propositione quarantesimaottaua del decimo di Euclide

scorsa dal Cardano.

58 POtemmo inuestigare el secondo binomio, senza variar el compasso di qual si voglia apertura proposta supponendo la detta sua apertura esser rationale in longhezza.

Per essequire tal problema (pongo la linea. a. vna parte rationabile della detta apertura poniamo la $\frac{1}{2}$, ouer il $\frac{1}{4}$ d'un piede, cioe oncie. 4. per fugir li rotti) & pongo el numero. b. quadrato, & c. non quadrato, nondimeno in tal modo, che la proportione di tutto el numero. c. (el qual è numero non quadrato) al. d. (el qual anchora è numero non quadrato) sia si come duoi numeri quadrati, & tal numero c 12. & anchora 48. perche 12. e diuisibile in 9. numero quadrato, & in 3. numero non quadrato, & la proportione de 12. a. 3. e si come 16. a. 4. li quali luno, e l'altro è numero quadrato, & per lo medesimo modo è il 48. diuisibile in 36. & 12. & tal numeri si trouano facilmente, & dapoi questo procedere, come nella precedente, cioe trouar la. f g. al □ della quale, el quadrato della. a. sia cosi, come che è el numero. b. quadrato al numero. c. nō quadrato, cioe sub triplo, & vn'altra volta trouar la. g h. di tal sorte, che il quadrato della. f g. al quadrato di quella sia si come del numero. c. al numero partial. e. & per la equal proportionalita el □ del. a. al □ de. g h. sara si come el. b. al. e. adunque conciosia che l'uno, e l'altro di duoi numeri. b. & e. sia quadrato (per la 2. parte della 9. del 10 di Euclide) & la linea. g h. sara cōmunicante in longhezza alla linea. a. posta rationale, & della linea. f g. e manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non cōmunicante alla linea. a. in longhezza posta rationale (per la vltima parte della 9. del 10. di Euclide,) e pero tutta la. f h. sara binomio secondo la detta. g h. il nome per l'ordine posto nella precedente. Et chi volesse ancho la linea potente nella differentia delli lor quadrati toria vn'altra linea al □ della quale, el □ della detta. f g. fusse si come che'l numero. c. al num. d. cioe come 12. a. 3. qual saria 9. e 12. per l'ordine detto nella passata, & dapoi per la equa, congionta proportionalita se demostrara il □ di quella tale insieme con el □ della. g h. esser equale al quadrato della. f g. si come che anchora li duoi nu. partiali. 9. & 3. sono equali al total nu. 12. senza formar alcū semicerchio, cōe fa Euc.

Propositione quarantesimanona del decimo di Euclide non tocca dal Cardano.

59 E Gli è possibile a inuestigare el terzo binomio, in ogni proposta apertura di compasso, supponendo tal apertura per linea rationale in longhezza.

Per essequir adunque tal problema, pongo (si come per auanti) la linea a. vna parte della apertura del detto mio compasso, ouer tutta tal apertura, qual verrà a esser rationale dal presupposito, & per fugir rotti poneremo che tal linea a. sia. 1. per variar le operationi, & pongo anchora el b. numero non quadrato, & lo numero c. quadrato diuisibile in d. quadrato, & in e. non quadrato, ma che il numero b. sia di tal conditione prima (come è detto) che'l non sia numero quadrato, secondario che la proportione di quello al numero e. non sia, come di numero ☐ a numero ☐ & da poi procedendo, come nelle altre, dico che le due linee f g. & g h. componeno el terzo binomio, perche ne l'una, ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a. posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la f g. (per la vltima parte della nona del decimo di Euclide) & la h g. (per la equa proportionalità, & per la vltima parte della detta nona del decimo di Euclide) perche (per la equa proportionalità) el quadrato della linea a. al ☐ della linea g h. è si come lo numero. b. al numero e. l'una per mezzo del quadrato della linea f g. & l'altro per mezzo del numero c. & li numeri b & e. nõ sono in proportione de alcuni numeri quadrati dal presupposito, adunque la linea g h. è incommensurabile alla linea a. posta rationale (per la vlt. parte della 9. del 10. di Euclide.)

Et per trouar la potentia nella differentia delli dui ☐ ☐ della f g. & g h. se douería procedere, come nelle precedenti, cioè trouarne vna altra al ☐ della quale el ☐ della detta f g. habbia proportione, come il numero c. quadrato al numero d. quadrato, la qual trouata, per la equa, & congionta proportionalità si approuaria el proposito.

Propositione quinquagesima del decimo di Euclide, scorsa dal Cardano con laquale facilmente si puo risoluere il mio nono Quesito di 31. a lui proposti qual da lui non fu risolto.

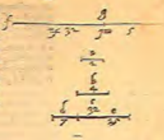
60 Possemo in ogni proposta apertura di compasso inuestigare il quarto binomio.

PEr essequire adunque tal problema procederemo come nella inuentione del primo, eccetto, che el numero quadrato c. sia diuiso in duoi numeri nõ quadrati, liquali siano. d. & e. tutte le altre cose sono da esser negotiate della diffinitione del quarto binomio, come che in quella se negotio del primo. Et cosi volendo trouare tre binomii quarti diuersi solamente nel secondo nome procederemo secondo che fu detto sopra la inuention del primo binomio, & saranno poi diuersi in quantità, per causa delli loro secondi nomi che saranno diuersi. Et se de ciascaduno dilor primi nomi, ne tagliaremo (per la ottaua di questo) il suo menor nome, ouer il suo secondo nome, li tre restanti (per commune scientia) saranno diuersi in quantità, & ciascun de detti tre restanti sarà residuo quarto, delli quali tre restanti formandone vn triangolo (secondo la regola data nella 29. di questo) haueremo risolto il detto nostro nono quesito di 31. che fur da me proposti al Cardano.

Propositione quinquagesimaprima del decimo di Euclide non toccata dal Cardano.

61 Possemo con ogni data apertura di compasso inuestigare il quinto binomio.

LA inuentione di questo è si come quella del secondo binomio, eccetto che lo numero. c. non è quadrato, & se diuide in. d. non quadrato & in. e. quadrato, ouer altramente in tal modo, che la proportione del. c. al. d. non sia, come di numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in quello intato adunque sono da esser ornate secondo le



tendo le cose adimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in questo sono ricercate (per la diffinitione del secondo binomio) ouer pone che la linea.g h. sia communicante alla linea.a.rationale in longhezza, & mettere el numero.c. quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati quali siano.d.& e.adunque mette la proportione del quadrato della linea.g h. al ☐ della.f g. si come el numero.e.al numero.c.da poi conclude el proposito (per la vltima parte della nona del 10. di Euclide) & per li presenti presuppositi, & per la conuersa, & euersa proportionalita, & vn'altra volta per la vltima parte della nona, & per la diffinitione del quinto binomio, perche in effetto per piu vie se puo inuestigare le specie di binomi, cioe senza poner il numero.b. come nella seconda tradutione di Euclide appare.

Propositione quinquagesimaseconda del decimo di Euclide non tocca dal Cardano.

61 Potemmo con ogni data apertura di compasso inuestigare il sesto binomio.

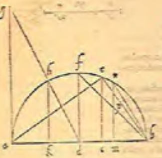
LA inuentione di questo e si come quella del terzo acetto che in questo el numero.c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d.& e.& tutte le altre cose procedere, come in quello.

Et per la inuentione di questi.6. binomi sapemo inuestigare facilmente le.6. specie de residui perche trouata la menor portione de qual si voglia binomio, & quella tagliata (per la ottaua di questo) dal suo maggior nome lo restante sara el residuo simile a quella tal specie de binomio, e pero essendo cosa superchia a essemplificar la inuestigatione di tai residui (che sono li vltimi problemi del detto decimo libro di Euclide) voglio che venimo alla resolutione delli problemi da operar in piano delli altri suoi cinque restanti libri, & per tanto dico che li problemi delli detti suoi cinque restanti libri, sono in tutto 16. (cioe.5.nel 11.libro 2.nel 12. 6.nel 13.tutto nel 14.& 2.nel 15.& vltimo suo libro) delli quali 16. problemi solamente duoi sono da operar in piano, & tutti li altri sono realmente da operare nelli corpi, delli duoi da operar in piano, l'una e la 12. propositione del 12.libro del detto Euclide, & l'altra e la vltima del 13. liquali de sotto ho annotate, come si puo vedere.

Propositione decimaterza del duodecimo libro di Euclide non considerata dal Cardano.

62 QVando saranno proposti duoi cerchij, circondutti sopra vno medesimo centro, egli e possibile dentro del maggiore de descriuer (con qual si voglia apritura di compasso) vna superficie de molti angoli, de lati pari, & eguali, la qual non tocchi il cerchio menore, Essempi gratia.

Siano li duoi cerchij.a b c d. & e f. circondutti sopra vn commun centro qual sia.g. volendo dentro del maggiore (qual e.a b c d.) descriuere, con la detta conditione, vna figura de molti angoli, & de lati pari, & eguali, che niun di suoi lati tocchi il cerchio menore, siqual e.e f. sia tirato il diametro.a c. & (per la quinta di questo) dal ponto, ouer centro.g. sia tirato l'altro diametro.d b. perpendicolarmente sopra l'altro diametro.a c. li quali duoi diametri diuidono, l'uno & l'altro di detti duoi cerchij in 4. parti eguali, & e f. vien a esser diametro del menor cerchio, & parte del diametro.a c.del maggiore, hor dal ponto. e. (per la quinta di questo) sia tirata vna linea perpendicolare sopra la. a c.& quella sia protratta da l'una & l'altra banda per fin che seghi la circonferentia del cerchio maggiore nelli duoi ponti. h.& k. onde (per il corrolario della decimasesta del terzo di Euclide) la linea.h e k.sara toccante il cerchio menore, hor fatto tutte queste cose, diuideremo l'arco.a h b. (per la vigesimaprima di questo) in due parti eguali in ponto.l.& dapoi vn'altra volta diuideremo l'arco. a l. per in due parti eguali in ponto. m. & conciosia che facendo questo piu volte de necessita peruenirremo finalmente (per la prima del decimo di Euclide) a vno arco, ilqual sara menore del arco. a h. hor sia in questo luoco l'arco.a m. pigliaremo anchora l'arco. a n.eguale a l'arco. a m. & tiraremo le corde. a m. & la. n m.& perche la.n m. (come se dimostra sopra la decimaterza del duodecimo di Euclide) no'l puol toccare la.k h. (per esser equidistanti) ne manco puo toccar il cerchio menore. e f. per laqualcosa molto manco la linea, ouer corda.a m. puol toccar quello. Perche adunque e manifesto il cerchio. a b c d. esser diuisibile in archi eguali a l'arco. a m. e pero per la venteſimanona del terzo di Euclide) è manifeſto dentro di eſſo cerchio, (per la 26 di queſto) poter eſſer aſſettate continuamente corde eguali alla corda a. m. cordante eſſo cerchio di molti angoli, per il che anchora è manifeſto dentro il detto cerchio maggiore poter eſſer inſcritto vna figura de molti angoli equilatera, & de lati pari, della quale vn lato è la linea. a m. & perche la linea. a m. non tocca il detto cerchio menore è manifeſto (per la prima parte della decimaquarta del terzo di Euclide, & per la diffinitione delle linee egualmente diſtanti dal centro) che la inſcritta figura con niuno di ſuoi lati tocca, ouer toccara il cerchio menore, che è il propoſito.



Propoſitione ultima del decimoterzo libro di Euclide, ſcorſa con ſilentio dal Cardano, & queſta fu il mio decimo Queſito di 31. a lui propoſti, e però reſta non riſolto.

Q.

64. EGli è poſſibile di trouare li lati di cinque corpi regolari da vna medeſima ſphera circonſcrittibili della qual ſphera ſolo il diametro a noi ſia propoſto, cioè per eſſo diametro egli è poſſibile di trouarli ſenza alterar il compaſſo di qual ſi voglia apritura propoſta da l'auerſario. Ma per voler riſoluere generalmente vn tal problema, biſogna che prima trouamo li lati di detti cinque corpi circonſcrittibili da vna ſphera il cui diametro ſia eguale al doppio della apritura del dato noſtro compaſſo, cioè deſignaremo prima ſecondo l'apritura del noſtro compaſſo, vn mezo cerchio, qual ſia il mezo cerchio. a f b. & trouaremo prima li lati di detti cinque corpi regolari circonſcrittibili da la ſphera il cui diametro è la linea. a b. (diametro del noſtro mezo cerchio) procedendo ſecondo l'ordine dato da Euclide ſopra la detta vltima del ſuo decimoterzo libro, cioè prima diuideremo il detto diametro. a b. (per la venteſimaquinta di queſto) in ponto. c. talmente che la parte. a c. ſia doppia alla. c b. & lo diuideremo anchora (per la quarta di queſto) in due parti eguali in ponto. d. & dalli duoi ponti. c. & d. (per la quinta di queſto) tiraremo le due linee. c e. & d f. perpendicolari ſopra alla. a b. & dapoi congiongeremo il ponto. e. con li duoi ponti. a. & b. tirando le due linee. e a. & e b. & ſimelmente congiongeremo il ponto. f. con il ponto. b. cioè tiraremo la linea. f b. & fatto queſto, egli è manifeſto (per le demoſtrationi addutte da Euclide ſopra la detta vltima del decimoterzo libro) che la linea. a e. è il lato della figura delle quattro baſe triangolari, & equilatere, & la linea. e b. è il lato del cubo, & la linea. f b. è il lato del corpo di otto baſe triangolari, & equilatere, fatto queſto dal ponto. a. (per la quinta di queſto) produremo la linea. a g. perpendicolare alla. a b. & (per la ottaua di queſto) la faremo eguale alla medeſima. a b. & tiraremo la linea. g d. laqual ſega la circonferentia del mezo cerchio in ponto. h. & dapoi tiraremo la linea. h k. (per la ſeſta di queſto) perpendicolare alla. a b. Onde tirando poi vna linea dal ponto. h. al ponto. a. quella ſarà, (come dimoſtra Euclide nella vltima del decimoterzo libro) eguale al lato del corpo de venti baſe triangolari, equilatere, ma per comparar li piu commodamente inſieme, figuraremo il ponto. m. tanto lontano dal centro. d. quanto che è il ponto. k. lontano dal medeſimo centro. d. & tiraremo la. m n. (per la quinta di queſto) perpendicolare alla. a b. & coſi tiraremo la. n b. quale, (come dimoſtra Euclide nella detta vltima del decimoterzo) è eguale al detto lato del corpo de venti baſe triangolari, equilatere, hor per trouare finalmente il lato del corpo di dodeci baſe penthagonale, diuideremo la linea. e b. (lato del cubo ſecondo la proportione hauente il mezo, & duoi eſtremi in ponto. p. (ſecondo la regola data nella quarantaſimaquarta ouer decimaquarta di queſto) talmente che la. p b. ſia la ſua maggior parte, adunque egli è manifeſto (per la 17. del decimoterzo di Euclide) che la detta maggior parte. p b. è il lato della detta figura de le 12. baſe penthagonali equilatere, & equiangole, & coſi hauemo trouato (ſenza alterar il compaſſo) li lati di cinque corpi regolari circonſcrittibili della ſphera, che il diametro di quella ſia eguale alla. a b. cioè eguale

al doppio

al doppio della apritura del nostro compasso, delli quali lati la linea. a e. è il lato delle quatro base, & la. e b. del cubo, & la. f b. delle otto base, & la. n b. delle venti base, & la. p b. delle dodeci base, con la qual notitia facilmente potremo trouare li lati di detti cinque corpi circonscrittibili da qualunque altra sphera maggiore, ouer menore di questa nostra, che ha per diametro il doppio dell'apritura del nostro compasso, per la notitia del suo diametro, & questo potemmo trouar per due vie, l'una è per la vigesimaquarta di questo (cioe per proportione) l'altra, qual me par piu spedita e per la quintadecima pur di questo, & accio che questo sia meglio inteso slongaremo il detto diametro. a b. alquanto piu basso, come che in margine vedi, & in quello (per la ottaua di questo) signaremo, li lati di detti. 5. corpi gia trouati di sopra, cioe la parte. b p. eguale al lato del 12. base, & la parte. b n. eguale al lato del. 20. basi. & la parte b e. eguale al lato del cubo, & la parte. b f. eguale al lato del. 8 base, & la parte. b g. eguale al lato del. 4. base fatto questo poniamo che il diametro della sphera proposto da l'auersario sia quanto che è la linea, a r. quella congiongeremo con l'altro diametro. a b. angolarmente in ponto. a. (per mezo della ottaua di questo) & cosi haueremo la linea. a b. diuisa nelle dette parti, & la linea. a r. non diuisa, e per tanto (per la quintadecima di questo) diuideremo la. a r. in le medesime parti (proportionalmente) della. a b. cioe tirando la. b r. & dalli detti cinque ponti p. n. e. f. g. tirare (per la seconda di questo) le linee. p s. n t. e u. f x. & g y. equidistanti, al lato. b r. & cosi la parte. r s. sara il lato del 12. base, descrittibile nella sphera il cui diametro sia eguale alla detta linea. a r. & la parte. r t. sara il lato del. 20. base, & la parte. r u. sara il lato del cubo, & la parte. r x. sara il lato del. 8. base, & la parte. r y. sara il lato del. 4. base inscrittibile nella detta sphera il cui diametro sia eguale alla detta linea. a r. & tutto questo se verifica, per la seconda del sesto di Euclide, perche la proportione del diametro. a r. a ciascaduna delle dette. 5. parti, è simile a quella del diametro. a b. a ciascaduna delle soe. 5. relatiuamente, e pero seguita il proposito.

Et cosi con questo hauremo risolti tutti li problemi geometrici da operar in piano di Euclide solubili senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta da l'auersario, & non con parole & ciancie, come se uanta hauer fatto il Cardano insieme con Lodouico suo.

Propositione tentata ma non risolta dal Cardano, per non hauer dato
il modo da designare il quindecagono in ogni apertura data di compasso, & questo fu il mio vndecimo Quesito di 31.
a lui proposti, e pero resta irresoluto.

È Glie possibile de designare sopra vna data retta linea vno triangolo di 3. angoli inequali che la proportione del maggior angolo di quello al suo angolo mezano, sia tripla sesquiquarta, & quella de l'angolo mezano al minimo sia sesquialtera, & con qual si voglia apertura di compasso proposta da l'auersario, Essempi gratia. Sia la proposta apertura del compasso la linea. a b. & la data retta linea. c d. volendo sopra la. c d. ouer sopra vn'altra a quella eguale, designar vno triangolo di tal qualita, come si propone, primamente designaremo il cerchio. A. secondo l'apertura del nostro compasso, e per la regola data nella trentesimasesta di questo (cioe sopra la decimasesta del quarto di Euclide) descriueremo in quello vn quindecagono signando solamente li quindeci termini di suoi lati. fatto questo tiraremo la corda. b c. sotto tendente alli duoi lati ouer archetti del detto quindecagono, & similmente tiraremo la corda. c d. sotto tendente a 3. di detti archetti, del detto quindecagono, finalmente tirando la corda. b d. sara formato il triangolo. b c d. secondo il proposito, per la vltima del sesto di Euclide. Questo quesito fu fallsamente risolto dal Cardano, & da Lodouico suo creato, perche non hanno dato regola a far (senza alterar l'apertura del compasso) il quindecagono, che è il fondamento principale di questo nostro Quesito. Hor per vltimar questa resolutione, sopra la data linea c d. (secondo l'ordine dato nella trentesimasettima di questo) descriueremo vno triangolo simile, & similmente posto al triangolo. b c d. cioe secondo che la detta linea. c d. sia relatiua alla. b d. vero è che la si potria far relatiua a qual si voglia delle altre due, tal che se potria concludere il proposito con tre triangoli tutti diuersi in quantita, ma simili tra loro, & pero bisogna esser aduertente. Questo fu il mio vndecimo Quesito di trenta uno a lor proposti.

Propositione tentata, ma non risolta dal Cardano, per le ragioni dette nella precedente, & questa fu il mio duodecimo Quesito di 31. a lui proposti, & pero resta irresoluto.

66 EGlie possibile da designare sopra vna data retta linea vno triangolo di 3. angoli inequali di tal qualita, che la proportione de l'angolo maggiore al mezzano sia quadrupla super bipartiens quintas, cioe come da 22. a 5. & quella del mezzano al minimo, sia super bipartiens tertias, cioe (come da 5. a 3.) senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia la apertura del compasso, la medesima linea. a b. della precedente, & la data retta linea la. c d. (pur della precedente) volendo sopra la detta. c d. descriuere quel triangolo, che di sopra si propone, designaremo pur il cerchio. A. secondo l'apertura del detto mio compasso, & in quello descriueremo pur il quindecagono, si come nella precedente (cioe diuidere la sua circonferentia in 15. parti equali) & in questo tiraremo la. b c. sotto tendente a parti. $1\frac{1}{2}$ di detta circonferentia, & finalmente tiraremo la. c d. sotto tendente a parti. $2\frac{1}{2}$ di detta circonferentia, & finalmente tiraremo la. b d. & sara formato il triangolo. b c d. secondo il proposito, perche (per la vltima del sesto di Euclide) li angoli del detto triangolo. b d c. saranno nella ricercata proportione, hor per vltimar questo problema sopra la data linea. c d. (secondo l'ordine dato nella 37. di questo) descriueremo vno triangolo simile al triangolo. b c d. facendo, che la linea. b d. sia relatiua alla. b d. & sara risolto il problema.

Propositione non tentata da Hieronimo Cardano, & questo fu il mio decimoterzo Quesito di 31. a lui proposti, e pero tal Quesito resta irresoluto.

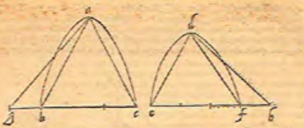
67 POtemmo sopra vna data retta linea designar vn triangolo di tre angoli inequali, di tal qualita, che la proportione de l'angolo maggiore a l'angolo mezzano sia sesquisesta (cioe come da. 7. a. 6.) & quella del detto angolo maggiore al minimo sia tripla sesquialtera (cioe come da. 7. a. 2. & senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta da l'auersario, Essempi gratia.

Sia la apertura del compasso la medesima linea. a b. (si come nelle due precedenti, & la data retta linea. c d. volendo sopra la linea. c d. designar vn triangolo, come si propone senza alterar il compasso dalla data apertura. a b. Prima designaremo il cerchio. A. secondo la quantita della apertura del nostro compasso, & diuidemo pur la circonferentia di quello in 15. parti equali, secondo la regola data per designar il quindecagono, & sotto a due di quelle parti tiraremo la. e f. & dal medesimo ponto. e. tiraremo la. e g. sotto tendente a. 7. di quelle medesime parti, & finalmente tiraremo la. f g. & sara formato il triangolo. e f g. con la ricercata conditione (per la vltima del sesto di Euclide) fatto questo designandone vn'altro simile sopra la retta. c d. (secondo la regola data sopra la trentesimasesta di questo) & sara risolto il problema, ponendo la. c d. relatiua al piu longo lato del detto triangolo, cioe al lato. e g. per maggior conoscimento.

Propositione non tentata dal Cardano, & questo fu il decimoquarto Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

68 DE due date figure parabole terminate inequali, potemmo dalla maggiore cauarne la minore, & del restante formarne vn quadrato, & con qual si voglia apertura di compasso proposta dal auersario, Essempi gratia.

Siano le due figure parabole. a b c. & d e f. volendo dalla figura. a b c. cauarne la. d e f. & del restante formarne vn quadrato senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, designaremo in l'una il triangolo. a b c. sopra la medesima basa. b c. & che la sua altezza sia equale alla altezza della figura quale e il ponto. a. il medesimo faremo nella settione. d e f. sopra la basa. e f. designaremo il triangolo. d e f. & perche ciascaduna di queste due settioni, ouer figure, (come dimostra Archimede nella vltima propositione di quel libro detto di pesi equalmente pesanti)



è sesquiterzia al suo inscritto triangolo. E per tanto allongaremo la basa. c h. indefinitamente dalla banda del. b. & di quella (per la ottaua di questo) ne tagliaremo. b g. eguale alla terza parte della. b c. (trouata prima per la ventesimasesta di questo) & tiraremo la. a g. onde che il triangolo. a g c. (per la prima del sesto di Euclide) verria a esser sesquiterzo al triangolo. a b c. e perciò detto triangolo. a g c. sara eguale alla detta settione, ouer parabola. a b c. & per le medesime ragioni (similmente procedendo) il triangolo. d h e. sara eguale alla settione, ouer figura. d e l. E per tanto descriuendo (per la decimaottaua di questo) duoi quadrati, vno eguale al triangolo. a g c. & l'altro eguale al triangolo. d e h. & da poi sotrando il menore di quelli duoi quadrati dal maggiore (per la regola data nella trentesimanona di questo) & del restante formarne vn quadrato, sara risolto il problema.

Propositione scorsa con silentio dal Cardano, & questa fu il mio quintodecimo Quesito di 31. a lui proposti, e per tanto tal mio Quesito resta non risolto.

69 EGli è possibile da tirare vna linea tangente, ouer toccante quella conica settione da Greci detta hyperbole, laqual tangente al asis della detta settione faccia vn angolo eguale a vn dato angolo acuto, qual sia maggiore della mita del angolo contenuto sotto delle non tangente la detta settione, senza mai variar el compasso de qual si voglia apertura proposta dal auersario.

Per essequir tal problema. Sia la hyperbola lasis della quale. a h. & l'una delle non tangente la. e z. & lo dato angolo acuto, quello che sotto delle. e t h. qual sia maggiore di quello che è sotto delle. a e z. & sia dutta dal ponto. a. (per la quinta di questo) la. a z. perpendicolare alla. a h. & dapoi sia tolto vn ponto nella. h e. qual sia. h. & da quello (per la sesta di questo) sia dutta la. h c. perpendicolare alla. t c. & al ponto. t. sia fatto l'angolo. c t l. (per la nona di questo) eguale al angolo. a e z. Et perche li dui angoli. a. & c. sono retti (per la 32. del primo di Euclide saranno equiangoli) li detti dui triangoli. a e z. & t l c. & simili. Adunque si come. a e. al. a z. cosi sara. t c. al. c l. ma. t c. al. c l. (per la ottaua del quinto di Euclide) ha maggior proportione che alla. h c. adunque & la. e a. alla. a z. ha maggior proportione che la. t c. alla. c h. per la qual cosa & il □ de. e a. al □ de. a z. ha maggior proportione che il □ de. t c. al □ de. c h. & quella proportione del □ della. e a. al □ della. a z. quella medesima è dalla trasuersa alla retta (per la prima del secondo de Apollonio Pergeo) adunque la trasuersa alla retta ha maggior proportione che del □ della. t c. al □ della. c h. Et se faremo che la proportione che è dal □ della. e a. al □ della. a z. cosi sia vn qualche rettangolo (qual habbia di larghezza la. c t.) al □ della. c h. la sua longhezza sara maggiore della. c t. & per far questo prima alla linea. c h. gli trouo vn'altra linea in tal proportione (per la ventesimaquinta di questo) si come che la. e a. alla. a z. ouer la. c t. alla. c l. & trouata quella de necessità sara maggiore della. c t. & dapoi sopra di quella descriuo vn quadrato (per la decimaterza di questo) & tal □ (per la vndecima di questo) lo trasferiremo in vn parallelogrammo rettangolo sopra della linea. c t. tal che. c t. verra a esser la larghezza di quello, & la sua longhezza sara assai maggiore, alla qual pongo eguale la. c m. tal che il dutto della. c m. in la. c t. al □ della. c h. verra hauer quella medesima proportione che ha il □ della. e a. al □ della. a z. sia congionta la. m h. adunque (per la quarta del secondo di Euclide) el □ della detta. m c. sara maggiore del rettangolo dato, cioè sotto del. m c t. Adunque el □ della. m c. al □ della. c h. hauera maggior proportione, che 'l retto golo sotto di. m c t. al medesimo □ di. c h. cioè del □ del. e a. al □ del. a z. Se faremo adunque, che ſi come che'l □ di. m c. al □ di. c h. che coſi ſia el □ de. e a. a vn'altro □ menor del □ de. a z. (qual ſia el □ della parte. a i. & dapoi dal ponto. e. (centro) al detto ponto. i. ſiando congionta la linea. e i. ſara vno triangolo (cioe. i. e a. ſimile al triangolo. m h c. & per queſto ſara l'angolo. z e a. maggior del angolo. h m c. & per tanto l'angolo ſotto de. a e g. e equal a quello che ſotto de. h m c. adunque la. e g. (per la ſeconda del ſecondo di Apollo-

nio Pergeo) ſecara la ſettione ſegbi al. g. & dal ponto. g. ſia dutta la. g d. (per la ſeconda parte della 49. del ſecondo di Apollonio Pergeo) tangente la ſettione & lo catheto. g t. Adunque ſimile ſara el triangolo. g t e. al triangolo. h m c. adunque el □ del. t e. al □ del. t g. coſi el □ del. m c. al □ del. c h. & e ſi come della trasuerſa de cadauno de quelli che ſotto della. t e d. al □ della. t g. (per la trenteſimaſettima del primo de Apollonio) & ſimelmente quello, che ſotto del. m c. al □ della. c h. & dal conuerſo, che il □ de. g t. a quello che ſotto de. e t d. coſi el □ de. c h. a quello che ſotto di. m c t. adunque per la equa proportionalita ſara che el □ de. t e. a quello che ſotto di. e t d. coſi ſara el □ di. m c. a quello che ſotto di. m c t. Adunque, & come la. e t. alla. t d. coſi la. m c. alla. c t. ma quel et, & come la. g t. alla. t e. coſi la. h c. alla. c m. (per la equa proportionalita) adunque, come. g t. al. t d. coſi la. h c. alla. c t. & ſono li angoli che ſono al. t. & c. retti, adunque l'angolo che al. d. è eguale a quello che ſotto del. h t c. che è il propoſito.

Propoſitione ſcorſa con ſilentio, da Hieronimo Cardano, &

queſta ſu il mio decimoſeſto Queſito di 31. a lui propoſti, e per
tanto tal mio Queſito reſta non riſolto.

70 POtemmo tirare vna linea tangente, ouer toccante queſta conica ſettione chiamata da Greci Deffettione, ouer Elipſis, coſi condicionatamente, che tal tangente protratta al maggior aſſis della detta ſettione formi vn'angolo eguale a vn dato angolo acuto, ſenza variar il compaſſo de qual ſi voglia apertura propoſta da l'auerſario.

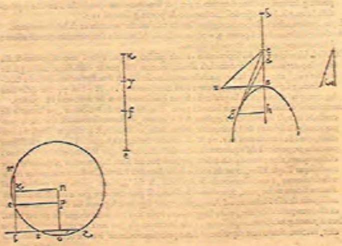
Per eſſequir queſto problema ſia el dato angolo acuto, quello che ſotto di. z h c. & ſia la deffettione della quale el maggior aſſis ſia. a b. & nella linea. z h. ſia tolto el ponto. z. & da quello ſia dutta la. z t. (per la ſeſta di queſto) perpendicolare alla. h c. & dapoi ſia fatto ſi come la retta alla trasuerſa. a b. coſi ſia el □ della. z t. al rettangolo ſotto di. h t c. Et per eſſequir queſta particolarita. Biſogna prima trouar la retta della trasuerſa. a b. (qual ſe puo trouar in piu modi delli quali l'uno è queſto, trouar prima el ſecondo diametro, & dapoi trouar vna terza in continua proportionalita (per la venteſimaquinta di queſto) al maggior, & menor diametro, & queſta ſara la retta del maggior diametro, Da poi trouata queſta, biſogna trouar vn'altra linea alla quale la. z t. habbia tal proportione qual ha la detta retta alla trasuerſa. a b. & trouata tal linea biſogna (per la decimaſettima di queſto) trouarne vn'altro che ſia media proportionale fra queſta, & la linea. z t. & ſopra di queſta tal media formarui el quadrato ſuo (per la decimaterza di queſto) & da poi di quel tal □ formarne vno rettangolo (per la vndecima di queſto) ſopra la linea. h c. & la largheʒʒa di queſto alongarla in diretto alla. h t. qual pongo ſia. t c. & dapoi tirare la. c z. & coſi (per la nona di queſto) ſopra el centro. x. di tal deffettione coſtituir l'angolo. a x g. equal al detto angolo. h c z. & dapoi dal ponto. g. (per la . de Apollonio) tirar la tangente. g d. laquale per le ragioni adutte da Apollonio ſara queſta che cercamo, che è il propoſito.

Propoſitione

Propositione non tocca da Hieronimo Cardano, & questa fu il mio decimosettimo quesito di 31. a lui proposti, e pero tal mio quesito resta irresoluto.

7 EGli e possibile di saper tirare vna linea tangente ouer toccante quella settione da Greci chiamata hyperbole con tal conditione, che il diametro dutto per il ponto del toccamento consenga con la detta linea toccante, vn angolo equale a vn dato angolo acuto, & con qual si voglia apertura di compasso proposta dal auersario.

Per essequir tal problema. Sia la data hyperbole. a g. l'asse della quale sia la. a b. & il centro. e. & sia lo dato angolo acuto ∠. & la nota proportione della trasuersa alla retta, sia si come che dal. e x. al. e f. & sia diuisa la. x f. in due parti equale al ponto y. & sia lineato vn cerchio secondo la quantita del nostro compasso, & di quello (per l'ordine della vndecimaterza di questo) ne sia tagliata vna settione (maggiore del mezzo cerchio) recipiente vn angolo equale al angolo. ∠. qual poniamo sia quella che di sopra la. z t. & dal centro. n. sia tirata la. n o. perpendicolare alla. z t. (& per la 16. di questo) sia diuisa per la 16. di questo la detta. n o. in ponto. p. in la proportione che è dal. y f. al. f e. & per. p. sia dutta la. p c. equidistante alla. z t. per la seconda di questo, & dal ponto. c. sia dutto il catheto. c l. alla. z t. produtta (per la 6. di questo) & sia congionto. z c. & c t. & sia produtta la. l c. al. m. & dal. n. sia dutto a quella il catheto. n x. (per la sesta di questo) adunque è equidistante alla. z t. & per questo egli è che. n p. al. p o. quel medesimo è y f. al. f e. & z c. al. c l. & cosi el doppio delli antecedenti, cioe. x f. al. f e. cosi. m c. al. c l. & le composti. x e. al. e f. si come. m l. al. l c. ma come. m l. al. l c. cosi è el retangolo sotto di. m l c. al □ di. l c. Adunque si come. x e. ad. e f. cosi quello che sotto di. m l c. al □ di. l c. quel medesimo che sotto. z l t. al □ di. l c. ma come. x e. al. e f. cosi è la trasuersa alla retta adunque, & come quello, che sotto di. z l t. al □ di. l c. cosi è la trasuersa alla retta, e per tanto sia dutta dal. a. la. a c. ad angoli retti alla. a b. adunque, perche el □ de. e a. al □ di. a c. cosi è la trasuersa alla retta, & la trasuersa alla retta e si come quello che sotto. z l t. al □ di. l c. Ma el □ di z l. al □ di. l c. ha maggior proportione, che lo retangolo sotto di. z l t. al □ di. l c. Adunque el □ de. z l. al □ di. l c. ha maggior proportione che il □ de. e a. al □ di. a c. & li angoli. a. & l. sono retti, adunque menore è l'angolo. z. del angolo. e. Sia adunque (per la nona di questo) constituido l'angolo, che è sotto di. a e g. equale a quello, che è sotto di. l z c. adunque la. e g. coincide la settione, coincida quella al ponto. g. & dal ponto. g. sia dutta la tangente. g d. (per la premessa in Apollonio) & lo catheto. g. & la detta tangente. g d. sara quella che cercamo, per le ragioni adutte sopra Apollonio, che è il proposito.



Et cosi fin qua hauemo risolto attualmente tutti li problemi geometrici solubili, in operar in piano, proposti da Euclide Megarense, & insieme con quelli hauemo anchora fatto conoscere, che de quelli 17. quesiti che in tal materia furno da me proposti a Hieronimo Cardano medico Milanese, & a Lodouico Ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, da loro (in termine di 8. mesi) non ne fu risolto alcuno, & delli altri 14. (che mancano al compimento di 31.) sopra la estratione delle radici nella seconda parte demostrati li quatro quesiti in tal materia de radici a loro proposti esser stati da li medesimi falsamente conclusi, similmente li tre quesiti a lor proposti sopra il partire per binomii estraordinari, cioe relati, & de cu. & relati, misti, & similmente de relati, & li 30. misti nella detta 2. seconda parte demostrai esser stati da loro malamente resolti, che in tutto fina hora fariano 24. da quelli non resolti di detti 31. a lor proposti, delli 7. che resta al compimento di detti 31. sono li sottoscritti.

Il decimoottauo quesito di trent'un da me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

72 PTolomeo, nel 24. capo del primo libro della sua Geographia, volendo dar il modo, per il quale si possa descriuere l'orbe della terra in piano talmente che in commensuratione sia simile alla positione sphericа propone varie determinationi senza far altra demostratione, ne insignar altramente la causa de tal sue determinationi delle quali la prima e questa, volendo mostrar il primo modo da descriuer l'orbe in piano che in commensuratione sia simile alla position della spherica, vol che sia preparata vna tabula parallelogramma rettangola in quello figurata per le lettere. a b c d. & vol che la longhezza di quella (cioe. a b.) sia doppia alla sua larghezza (cioe alla. a c.) & vol che sia supposto la retta. a b. secondo la sua position superiore, laqual in la descrittione sara verso le parte Boreale, Dapoi vol che sia diuisa la. a b. in due parti eguali, & che gli sia adattata ad angoli retti la linea retta. e f. & quella protratta in diretto per fin in ponto. g. talmente che la. e g. sia 34. parti tale, quale la linea. g f. ne sia 131. e vn terzo con vn duodecimo.

Hor ve adimando, perche ragione vol Ptolomeo che tal linea. e f. sia cosi protratta per fin in ponto. g. secondo l'ordine di sopra detto, & voria sapere, che la protraesse piu, ouer meno di quello che lui determina, che desordine seguitaria in tal descrittione.

Dapoi conchiude, che pigliando il ponto. k. lontan dal. g. settioni. 79. & per quello descriuendo el cerchio. h k l. quel tal cerchio sara el parallelo che transisse per Rodi. Similmente ve adimando perche ragione seguiria che fusse tal parallelo.

Dapoi conchiude anchora, che il parallelo che transisse per Thyle vuol esser descritto lontano dal ponto. g. settioni. 52. (cioe el cerchio. o p q.) & similmente conchiude che il cerchio equinottiale (cioe. r s t.) vol esser descritto lontano dal ponto. g. settioni. 115.

E per tanto ve adimando perche ragione seguita tutte queste particolarita da lui determinate.

Anchor ve adimando se il ponto. g. representa il polo del mondo Settentrionale (come afferma il comentatore) ouer no, & perche ragione.

Falsa fu la sua resolutione del soprascritto 18. mio quesito, per piu ragioni, circa alla prima & alla seconda parte lui non rispondette cosa alcuna, cioe non disse perche causa faccia cosi la. g f. de settioni 131 $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{12}$ & la. e g. 34. delle medesime settioni, & similmente non disse che facesse tal linea. g f. piu longa, ouer piu corta delle dette settioni 131. & $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{12}$ che desordine seguiria in tal descrittione, la qual cosa e la piu speculatiua parte del detto mio 18. quesito.

La resolution da lui adutta sopra la seconda parte, dice che sapendo Ptolomeo, per la tauola de corda, & arco, & secondo che Appiano, & il Vernero, ne hanno fatto tauola speciale la proportione (in la sphera) del Equinottiale, del parallelo per Rhodo, & quello per Thyle fra loro essere, come de i tre numeri 115. 79. & 52. con cio che seguita, laqual sua sententia e falsissima perche la proportione del equinottiale al parallelo che transisse per Rhodi (secondo Ptolomeo) e sesquiquarta, cioe come da. 5. a. 4. & la proportione del detto Equinottiale, al parallelo, che transisse per Thyle, essere, come da. 10. a. 9. il che dimostra il detto Cardano malamente hauer visto Ptolomeo, il medesimo credo de Appiano, & del Vernero, perche non credo che tal Autori dicano tal sue pazie, & massime che il tutto se puo prouare, per le tauole de corde & archi poste da esso Ptolomeo nel Almagesto, e pero seguita le seguente sue determinationi circa alla terza parte esser false, perche longo saria a voler stare a repecotare ogni sua particolarita.

Circa al ponto. g. lui afferma representar il polo settentrionale, per certe sue ragioni magre, & io dico, in conto alcuno non representa il detto polo settentrionale, Perche dal polo settentrionale, al ual'al'equinottiale ui è giustamente parti, ouer gradi 90. & dal detto ponto. g. al ponto. f. ui sono parti 115. adunque il detto ponto. g. non representa il polo settentrionale, & la medesima discordantia se trouara dal detto ponto. g. alli altri paralelli.

Il decimonono quesito di trent'uno da me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro nella nostra publica disputa.

71 PTolomeo anchora (come credo sapeti) in fin del settimo libro della detta sua Geographia ne insegna il modo da descriuere la sphera Armillare con la parte habitabile.

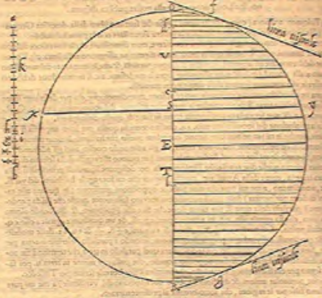
Hor ve adimando con che ragioni se poteria conoscere, ouer dimostrare che le linee tirate dal ponto. a. alli termini. m. g. f. k. n. & quelle protratte in diretto ne assegnano nella linea. a c. li ponti doue debbe transire all'aspetto li settioni di cinque paralelli, & che le linee tirate dal medesimo ponto. a. alli ponti. l. f. b. h. & n. ne assegnano sopra la medesima. a c. li termini doue debbono transire le vltra terrane settioni della detti cinque paralelli.

Anchora ve adimando, con che ragioni se puo conoscere, ouer dimostrare, che per descriuere li me desimi paralelli in terra, si debbia pigliar le particolar distantie dal equinottiale sopra la. Q. R. S. come. a. c. & non sopra la circonferentia come fu fatto di quella della sphera.

Falsa fu la resolutione del sopradetto mio. 19. quesito come in quella per loro impressa si puo vedere, perche in tal sua resolutione dicono solamente quello, che ha detto, & determinato esso Ptolomeo in tal descrittione, ma io non cerco, ne gli adimando questo, anci gli adimando la ragion, & causa de tai sue attioni, & determinationi (in quanto alle regole della scientia di perspettiua) circa a quelle due regole che Ptolomeo da per dessignare li paralelli principali si della sphera terrena, come della Armillare, perche anchor che tai sue regole habbino del verisimile, nondimeno, a me mi pare che non puoche oppositioni patiscono (in quanto alle ragioni di detta perspettiua) delle quali oppositioni narraro solamente quelle che lui da per descriuere li paralelli della terra, E per tanto doue che dice esso Ptolomeo, & diuidendo alcuna retta linea, che sia equale alla. e q. in nouanta parti equali, de vn quadrante equale a esso. e q. prendasi poscia. e f. di parti 16. e $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{12}$, & e t. di 16. parti, e $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{12}$ & e u. 63. delle medesime, & conducasi. x f. y. ad. q r. perpendicolarmente secondo il paralello descritto in terra per sfene, sara adunque. x. il segno per cui se descriuera quel paralello in terra, che termina il fin australe della terra habitabile, & sara opposito a quello, che passa per meroe in terra. u. poi sara il segno per cui si descriuera il paralello, che termina il fine boreale scritto per Thile &c.

Le qual sue particolar attioni & diuisioni (anchor che habbiano del verisimile) a me mi pare che siano false per le ragioni, che sono breuita al presente narraro.

Prima egli e manifesto (per la vendesima seconda della perspettiua di Euclide) che la circonferentia. Q e r. del meridiano terrestre. per esser supposto in vno medesimo piano con l'occhio del risguardante, cioe per esser (come dicono loro) in coltello se representa in linea retta, qual e la. Q e r. ma perche quando la distantia dalli occhi e menore del diametro della sphera (per la vendesima sesta della perspettiua di Euclide) quella parte che di tal sphera si vede, e manco della mita di detta sphera, e pero seguita che la detta linea. q e r. e manco della mita della circonferentia del detto meridiano, cioe, che egli e manco de gradi 180. & ne representa anchora la detta. q e r. manco del diametro della terra, & perche le nostre linee visuale che vengono dal ponto. P. nõ ponno arriuare alle due estremita del diametro della detta terra, come si vede per li duoi ponti. f. & g. & quella parte de quelli gradi che si vedeno in la detta retta linea. q e r. se representano inequali, cioe maggiore quelle, che saranno piu propinque al ponto. P. di quelle, che gli saranno piu remote, & minime quelle, che saranno terminanti nell duoi estremi. q. & r. Et per farme meglio intender diuideremo la circonferentia. Q f y g R. in 36. parti equali, onde ciascaduna de dette parti 36. verra a esser. 5. gradi, ul che tutta la circonferentia di tal mezo cerchio. Q f y g R. verra a esser gradi. 180. secondo l'antico vso hor leuando tal mezo cerchio in aria (cioe in coltello) tutta la retta. q e r. ne representera la detta circonferentia de tutti gli gradi 180. ma li detti gradi, se representaranno inequali, & questo sensibilmente si comprendera, per le dette parti 36. Tirando di ciascuna diuisione della detta circonferentia vna perpendicolare sopra la detta retta. Q e R. le qual perpendicolari vengono a diuidere la detta. Q E R. in 36. parti de gradi 5. per parte, le qual parti 36. sensibilmente si vede che sono inequali, & maggiori sono quelle che sono piu propinque al ponto. P. di quelle che gli sono piu lontane, & le minime sono quelle che terminano alli duoi ponti. Q. & R. hor se pigliaremo la linea retta. a b. (secondo i precetti di Ptolomeo) eguale alla F. Q. & questa diuidendola in 90. parti eguali a vn quadrante eguale alla F. Q. ma perche tai diuisioni verriano insensibile, l'hauemo diuisa solamente in 18. parti intendano ciascaduna di quelle contener pur gradi. 5. alla similitudine che fu fatto della circonferentia del mezo cerchio, Et dapoi pigliando la. F. f. de parti, ouer gradi 23 $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ & similmente la F. T. de 16. gradi $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{12}$ & la. F V. de 63. delli medesimi gradi come commanda esso Ptolomeo, & conducendo anchora. x s y. ad. Q R. cadente perpendicolarmente, cioe secondo il parallelo descritto per Siene conchiude esso Ptolomeo, che il ponto. T. sara quello doue se descriuera quel parallelo, che termina il fine australe della terra habitabile, & che sara opposito a quello, che passa per Meroe. Et dice che. V. sara il ponto, per il quale se descriuera il parallelo, che termina il fine boreale scritto per Thile. Le quali sue conclusioni, a me mi pare che siano false, perche anchor che. e s. sia tolto eguale a. b h. cioe a gradi 23 $\frac{1}{2}$ della linea. a b. nondimeno tai gradi 23 $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ secondo la vera compartitione tolta sopra le parti inegualli della retta. F Q. veneriano a terminare in ponto. c. cioe molto piu di sopra dal detto ponto. s. & questo errore procede, perche le. 90. parti, ouer gradi della retta. F Q. sono inequali, & quelle della retta. a b. sono eguali fra loro, similmente anchora che la. F T. sia stata tolta equale alla. b i. cioe de gradi 16. $\frac{1}{2}\frac{1}{12}$ non dimeno tai gradi 16 $\frac{1}{2}\frac{1}{12}$ secondo la vera compartitione delle inequali parti della linea. F R. veneriano a terminare nel ponto. l. cioe molto piu basso del detto ponto. T. Similmente anchora che la. F V. sia stata tolta eguale alla. b k. cioe de gradi. 63. secondo la compartitione della linea. a b. non dimeno tai gradi. 63. tolti secondo la diuisione, ouer compartitione delle inequali parti della linea. F Q. veneriano a terminare nel ponto. d. cioe molto di sopra dal detto ponto. V.



Si vede adunque che il parallelo che passa per Siene douaria passare per il ponto. c. & non per il ponto. s. come afferma Ptolomeo, & quello che terminaua il fin australe della terra habitabile doueria passar per il ponto. l. & non per il ponto. T. Et quello che transisse per Thile doueria passar per il ponto. d. & non per il ponto. V. come afferma Ptolomeo, & questo e quello

che volemo

che volemo inferire molte altre particolarita vi saria da disputare, si circa alla nostra conclusione, come a quella di Ptolomeo, ma per la presente voglio che queste bastino.

Il ventesimo quesito di trent'un da me proposti a Hieronimo Cardano,
& a Lodouico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

74 ANchora ve adimando con che ragione, ouer regola, descriue Ptolomeo quel instrumento da conoscere & misurare geometricamente la differentia de dui luochi, da lui descritto in fine delle regole delle Dimensioni, che seguitano dapoi lo ottauo libro a carte. 155.

La soprascritta sua resolutione del mio ventesimo quesito, non solamente e falsa, ma non dicono ne respondeno cosa alcuna al proposito come in quella da loro impressa appare che tal figura, ouer instrumento sia, ouer che non sia di Ptolomeo, non voglio affirmare ne negare, ma sia come si voglia dico tal figura esser stata designata con ragione, & misura, & io gli recerco la ragione, & regola de designare tal figura, la qualcosa per esser da loro in tutto ignorata, cercano di coprire tal sua ignorancia con parole ingiuriose. Ma la regola di far tal figura con ragione, si caua dalla proportione, che ha l'uno, & l'altro di dui estremi paraleli (cioe di quello de gradi. 30. & quel de gradi. 56. de latitudine) con el meridiano, il che facilmente si troua con le tauole de corde, & archi di Ptolomeo, & dalla regola di saper trouar il centro de designar tutti li paraleli occorrenti.

Il ventesimoprimo quesito di trent'uno per me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro suo creato,
nella nostra publica disputa.

75 IO mi trouo vn corpo de. 62. base circonscrittibile da vna sphera delle quale. 62. base. 12. ne sono penthagone equilatere, & equiangole & 30. quadrate, & 20. triangolari equilatere, & il lato di ciascaduna di dette base e. 4. se adimanda quanto sia l'aria corporale di questo tal corpo.

Alla resolutione di questo tal quesito Il detto Cardano, & Lodouico fenno vn bon principio, & vn meglior mezo, ma in fine restorno auiluppati a concludere l'aria corporale di quelle. 62. pyramide di 3. diuerse specie, e pero tal quesito resto irresoluto.

Il ventesimosesto quesito di trent'uno per me proposti al sopradetto
Hieronimo Cardano, & Lodouico suo creato, nella nostra publica disputa.

76 Anchora ve adimando se questa quantita, cioe. 1. piu R. R. 63000. piu R. R. 10240. piu R. R. 360. ha radice de radice, ouer non, & hauendola, ve adimando che me la cauati con regola generale, che ne serui in tutti li quadrinomi, ouer cinquenomi che hanno radice, al qual mio quesito risposeno, che stando in ponto, come che io haueua mandato nō haueua radice de radice, della qualcosa non assignandome la causa con vna regola generale, che ne serue in tal specie de quantita, come che io gli adimando tal mio quesito resta irresoluto.

Il ventesimosettimo quesito di trent'un per me proposti al sopradetto
Hieronimo Cardano & Lodouico Ferraro suo creato,
nella nostra publica disputa.

74 Anchora ve adimādo se questa quantita, cioe. 1. piu R. rel. 40512 10. piu R. rel. 20000000. piu R. rel. 25000. piu R. rel. 50000000. ha radice relata, ouer no, & hauendola, ve adimando, che me la cauati & con regola generale, quala ne serua in tutti li cinque nomi. ouer. 6. nomi che hanno R. rel.

A tal mio quesito risposero, tal mio quesito non hauer altramente R. relata, ma non assignandola la causa con regola generale, come gli adimando si come la precedente, tal quesito resta irresoluto. per facilmente a tastone, come fanno li ciechi di ragione, si puo trouare se hanno, ouer non hanno tal radice.

Il trentesimoprimo & ultimo quesito di trent'un per me proposti al
sopradetto Hieronimo Cardano, & a Lodouico suo creato,
nella nostra publica disputa.

77 Io mi trouo 1. cu. cu. cu. piu. 36. primi relati piu. 54. secondi relati piu. 8. cu. equali a. 1000. ve adimando se questo Capitolo & altri simili, e solubile per regola generale, ouer no, & essendo solubile, ve adimando che val la cosa.

Loro risposeno, che questo capitolo, & altri simili, cioe che hanno ℞. cu sono solubili per via generale, & dicono che ne fanno la prova in questo dicendo, se 27. cu. cu piu. 54. primi relati piu. 54. secondi relati piu. 8. cu. sono eguali a 4000. adunque la ℞. cu. di questo composito, laqual è. 3. co. piu. 2. co sara eguale alla ℞. cubo de 4000. la quale è. 10. adunque. 1. cu piu $\frac{2}{3}$ de co. saranno eguali a $3\frac{1}{3}$ (onde seguendo la regola del capitolo che da me gli fu insignata) dicono (come il vero) che la cosa valse ℞. v. cu. ℞. 2. & 575. settecento e vinticinquesimi piu. $1\frac{2}{3}$. men ℞. v. cu. ℞. 2. & 575. settecento e venticinquesimi men $1\frac{2}{3}$.

La qual resolutione da loro è stata iustamente fatta, ma per vigore della regola che io gli insignai, cioe del capitolo de cosa, & cubo egual a numero, come di si vede, & forse che concluderemo, che de tutti li questi. 31. che gli furno da me proposti in termine de circa mesi. 2. non hanno realmente resolto salvo che uno, cioe l'ultimo, & quello anchora l'hanno risolto per mezo della mia inventione, che io gli insignai (cioe del capitolo de cosa, & cubo egual a numero.) come loro medesimi evidentemente confessano nella sua resolutione, & con questo faremo fine a questo primo Capo.

Dechiaratione delli ventidue quesiti che da me furno resolti delli trent'uno

a me proposti da Hieronimo Cardano Medico Milanese nella nostra publica disputa, l'Anno 1547.

Delli quali 22. quesiti. 15. ne risolse in termine de giorni. 3. dapoi il ricever de quelli, & 5. altri in termine de. 7. vero è che alcuni altri ne risolse, ma per varij rispetti non gli volsi mandar la solution de quelli, come nel nostro processo se intendera. Capo II.

Il secondo quesito di 31. a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

Demostratione per via Euclidiana senza mezo di Archimede ne di Apollonio Pergeo che il circolo sia capacissimo fra tutte le figure di egual ambito.

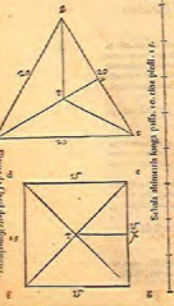


Figure da Greci dette isoperimetre.

LA solutione del sopra scritto suo secondo quesito a quel tempo non gli la mandai, perche gli occorreva manifattura assai, circa al far incaiar le figure necessarie a tal solutione, tal che facilmente me saria scorso il termine da loro limitato de giorni. 10. over. 15. al piu, da poi il ricever de detti quesiti, & io mi contentavo piu di poterne mandar la solutione de un sol quesito avanti al detto termine (per che me dava il giuoco vento) che a mandarmi la solutione de tutti un sol giorno, dapoi il detto termine, e pero io scorreva tutti quelli quesiti doue intrava manifattura, & figure assai, & anchora quelli doue me occorreva studio, tendendo solamente a quelli che alla improvisa potevo intendere & dechiarare senza figure, cioe con simplice parole, E per tanto quello che da me non fu fatto allhora (per satisfar alli speculativi ingegni) lo voglio far al presente, ma sotto brevita, dico sotto brevita, perche sopra la resolutione di tal quesito (volendolo minutamente disputare) se le gli potria formar un'opra.

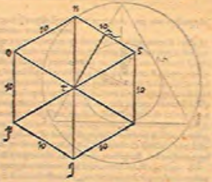
Che cosa siano le figure isoperimetre.

Le figure, che da Greci sono dette isoperimetre, sono quelle che sono di'egual circuito, Essempi gratia, sia il triangolo. a b c. equilatero qual sia piedi. 20. per ciascun lato, onde tutto il suo circuito verria a esser piedi. 60. Et sia anchora il quadrato. d e f g. qual sia piedi. 15. per ciascun lato, onde tutto il suo circuito verria a esser pur piedi. 60. E per tanto le dette due figure, (cioe il triangolo. a b c. & il quadrato d e f g.) sono dette isoperimetre, Sia anchora il penthagono. h i k l m. equilatero, & equiangolo, qual sia piedi. 12. per ciascun lato, & sia anchora lo essagono. n o p q r s. qual sia piedi. 10. per ciascun lato, & perche anchora tutto il circuito di ciascaduna di queste altre figure verra pur a esser piedi 60. si come ciascaduna delle altre due prime, E per tanto queste quatro figure saranno dette isoperimetre, & cosi se potria ordinatamente procedere in infinito, over formar un eptagono, un ottagono, un nonagono, un decagono, & cosi discorrendo. Hor sia anchora il cerchio. S. che la circonferentia di quello sia pur piedi. 60. & cosi tutte le dette. 5. figure sarano pur dette isoperimetre.

Hor

Hor dico che di tutte le infinite figure equilatere & equiangole isoperimetre è manifesto la figura triangolare esser de minima capacita, Et conciosia, che qual si voglia figura isoperimetra tanto piu sia capace quanto piu angoli havera, cioe il quadrato. d e f g. è piu capace del triangolo. a b c. & il penthagono. h i k l m. è piu capace del detto quadrato. d e f g. & cosi lo essagono. n o p q r s. è piu capace del detto penthagono. h i k l m. & cosi procedendo in infinito, come di sotto se dimostrara, E pero la figura circolare di tutte le figure isoperimetre sara capacissima, alla qual per la multiplicatione de angoli non se gli puo pervenire si come che nelli numeri non si puo pervenire al massimo numero per esser impossibile a trovarlo. E pero una figura equilatera, & equiangola, se fusse ben de. 10000. angoli giamai puo pervenire equale al cerchio a quella isoperimetro, e per tanto il detto cerchio. e. vien a esser il piu capacissimo di qual si voglia di quelle.

Hor per dimostrare tutte le sopra narrate propositioni egliè manifesto (come se dimostra nel quarto libro di Euclide) che a ogni figura equilatera, & equiangola vi si gli puo inscriuere, & circonscriuere un cerchio, & il centro de l'uno



di detti. 2. cerchii viene a esser centro anchora de l'altro, & tal centro è detto anchora centro di quella tal figura, e per tanto sia trovato il centro di ciascuna delle antedette figure (per le regole date nel quarto di Euclide) il qual centro in ciascaduna di quelle sia il ponto t. hor se dal detto centro. t. a ciascaduno delli angoli di ciascaduna di quelle figure ciascaduna di dette figure sara divisa, over risolta in tanti triangoli equali quanto sara il numero di suo lati, cioe la figura triangolare sara risolta in tre triangoli equali, la quadrata in. 4. la penthagona in. 5. & la essagona in. 6. triangoli, & cosi discorrendo se piu ve ne fusse. Et se dal detto centro. t. sara tirata una linea perpendicolare a l'uno di lati in ciascaduna figura quella tal perpendicolare verra a esser la perpendicolare de ciascaduno de quelli triangoli in che è risolta quella tal figura, Essempi gratia, la perpendicolare. t u. nel triangolo. a b c. vien a esser perpendicolare non solamente del partial triangolo. a t c. ma anchora de qual si voglia delli altri duoi, cioe del triangolo partial. a t b. & anchora del partial triangolo. b t c. & perche il dutto della detta perpendicolare. t u. nella mita del lato. a c. (sua basa) dara

l'aria del partial triangolo. a t c. seguita adunque che il dutto della detta perpendicolare. t u. nella mita di tutti li tre lati del triangolo. a b c. (cioe nella mita del suo circuito) ne dara l'aria de tutti li. 3. triangoli partiali & conseguentemente ne dara l'aria di tutto il triangolo. a b c. Et cosi per le medesime ragioni il dutto della perpendicolare. t x. (della figura quadrata. d e f g.) nella mita del circuito del detto quadrato. d e f g. ne dara l'aria di quello, il medesimo se ha da intendere del penthagono & del hessagono, cioe che il dutto della perpendicolare. t y. del penthagono nella mita del circuito di quello ne dara l'aria del detto penthagono, & cosi il dutto della perpendicola.t z. del hessagono nella mita del circuito di tal hessagono, pe dara l'aria del detto hessagono, il medesimo seguiria in ogni altra figura equilatera, & equiangola. Et perche la perpendicolar.t u. del triangolo.a b c. è menore della.t x. & la.t x. è menore de la.t y. & la.t y. è menore della.t z. & cosi ordinatamente andaria procedendo in infinito, cioe sempre se andaria allongando tal perpendicolare secondo che piu andasse accrescendo il numero delli angoli della figura, Et perche la mita di loro circuiti sono eguali (per esser tutte isoperimetre) seguita che l'aria del triangolo.a b c. sia la minima de tutte le altre, e pero è de minima capacita di qual si voglia di dette figure isoperimetre, che è il primo posito.

Et perche la perpendicolare.t y.(del penthagono) è maggiore della perpendicolare.t z. del quadrato seguita (per la medesima ragione) che la capacita del detto penthagono sia maggiore della capacita del quadrato, & cosi anchora, che la capacita del hessagono sia maggiore della capacita del penthagono, & cosi andara procedendo questo accrescimento de capacita in infinito perche nella progressione naturale di detti angoli non vi si puo trovar termine, Et perche niuna di dette figure, per qual si voglia gran numero de angoli che sia, non puo pervenire al cer-

chio a quella isoperimetro, & questo procede, perche tutte le linee tirate dal centro alla circonferentia, over circuito di quala si voglia di quelle non sono eguali fra loro, come se conviene al cerchio, anzi la maggior parte di quelle sono inequali, & la minima di ciascaduna di quelle, è quella che è dutta dal centro di tal figura perpendicolarmente sopra l'uno di lati (si come è la linea.t u. nel triãgolo.a b c. & la massima è qlla che è dutta dal medesimo cẽtro a uno delli angoli di qlla tal figura, vero è questo che manco siano differente queste due linee tanto manco la capacita di tal figura sara differente dalla capacita del cerchio, a quella isoperimetro. Et perche egli è manifesto, che la detta perpendicolare che va dal centro alla mita de l'uno di lati di tal figura, è sempre equale al semidiametro del cerchio, che fusse inscritto in quella tal figura. Et quella linea, che va dal detto centro a un delli angoli di quella tal figura è sempre equale al semidiametro del cerchio, chi fusse circonscritto a tal figura, E per tanto se possibil fusse a dare, over a trovare una figura, che il semidiametro del cerchio a quella inscritto fusse eguale al semediametro del cerchio circonscrittibile, qlla tal figura saria la piu capacissima di tutte le altre a quella isoperimetra. Ma perche tal equalita nõ puo cascar in alcuna figura equilatera, & equiangola, se fusse ben de per di a oooo.angoli (come di sopra è stato detto) ma solamẽte tal equalita accade nel cerchio, perche tutte le linee dutte dal centro alla circonferẽtia sono equale, e pero seguita che solamente il cerchio sia il piu capace di tutte le figure a quello isoperimetre che è il proposito, Hor voria mo vedere che il detto Hieronimo Cardano, & Lodovico suo creato me dimostrassino tal suo quesito per mezo di Apollonio Pergeo a me proibito da loro, cosa ridiculosa.

Il terzo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

2 Proposte due linee rette Parentesi ciascuna di quelle talmente, che le parti di l'una siano la prima, & quarta, & quelle di l'altra siano la seconda & terza di quattro linee continue proportionali.

La solutione di questo trovai il quarto giorno dapoi il riceuere di suoi quesiti, Et per far tal resolutione treppio la menor linea, & a quel treppiato gli aggiongo la maggiore linea, & dapoi trovo vn'altra linea in continua proportionalita al detto congionto, & alla detta menor linea, & cosi il rettangolo contenuto sotto di questa terza linea, & della nostra menore, sara eguale al dotto della prima nella quarta, over della seconda nella terza, onde per la ventesimaottava del sesto di Euclide se esseguira il proposito in l'una & l'altra linea.

Il quinto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

3 Proposto che sia qual si voglia Epagono equilatero, ma non equiangolo, partirlo per mezo con vna linea retta.

Al soprascritto .5. quesito a quel tempo non gli detti perfetta resolutione la causa fu, che a voler dar regola generale da risolverlo, bisogna prima dar regola di saper diuidere vna figura de .6. lati non equilatera da vn ponto dato in vno di suoi lati in due parti eguali, laqual regola non è stata data da alcuno Authore, con la qual regola facilmente si puo esseguire il detto problema non solamente in vno epagono equilatero, ma nõ equiangolo, ma anchora in vno epagono nõ equilatero, ne manco equiangolo, le qual regole non haveria potuto allhora spedirle al termine da loro limitato, & massime, che in le demostrationi de tal regole ne entra molte figure come appar nel .18. & .19. Capo del .1. libro di questa parte, le qual figure nõ se haueria potuto far intaiar da poterle imprimer al detto termine. E per tanto volendo al presente intendere il detto modo da diuidere non solamente la detta specie di epagono in due & in tre parti eguali, ma anchora ogni altra strana specie di epagono ricorrerai al sopra detto .18. & 19. Capo del .1. libro di questa parte, & haverai lo intento, perche saria cosa superchia a replicar tal regole, & figure vn'altra volta in questo luoco.

Il sesto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

4 Per mezo di Euclide inscriuer in vn pentagono equilatero & equiangolo vn quadrato, di modo che i quattro angoli tocchino quattro lati & dimostrarsi la proportione delle arie loro fra se.

Questo soprascritto sesto suo quesito subito che lo vidi fu da me resolto solamente in parole per non perder tempo a star a far intaiar figure, & lassar scorrer il termine. Ma che lo voria intendere, demostratiuamente in figura ricorra al decimo Capo del primo libro di questa .5. parte, & hauera lo intento suo.

Il settimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

5 Dimando per che ragione Ptolomeo al penultimo Capo del settimo della cosmographia, ponga il diametro della sphera celeste hauere proportione sesquiterza al diametro della terra.

Pero conobbi che tal quesito era da loro ignorato, ma che me lo proponeriano, accio gli de luci dasse il modo da risoluere il mio 19. quesito gia duoi mesi auanti in tal materia proposti i non gli volsi circa cio dar risposta, ma gli replicai & gli mostrai che mi era accorto della sua astu tia, hora essendo annullati tal respetti. Dico che Ptolemeo vol che il diametro della sph era ar millare (& non celeste, come dicono loro) sia tolto in sesquitertia proportione al diametro del la terra, perche in tal specie de proportione, li famosi paralelli della sphera armillare, per la po ca distantia de tai due sphere si vedessino a transire in parte sotto, & in parte sopra della terra, ma che le parti che transisseno di sopra della terra passassino senza offuscar la parte habitabile della terra, perche cosi facendo tal descrittione haueria a l'aspetto piu gratia. Ma volendo il dia metro della detta sphera armillare ponemo decuplo al diametro della detta terra seguiria che niuno di detti famosi cerchij della detta sphera armillare non transiriano, ne di sopra ne di sot to della detta terra, ma se vederiano da tutte le bande in aria elleuati, onde che tal descrittione non haueria all'aspetto gratia alcuna. Ma ponendo poi lo detto diametro della sphera armil lare, poniamo in sesquidecima al diametro della detta terra, seguiria che il tropico di cancro della sphera armillare passaria sopra la terra habitabile, & offuscaria quella.

L'ottauo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

6 SOpra qual si voglia rettalinea, fare vn triangolo si conditionato che habbia l'an golo opposito alla detta linea eguale a qual si voglia angolo rettalineo assignato, & che la proportione di detta linea a vn di lati, sia come di quale si voglia due ret te linee asignate, Et in ogni caso, che sia impossibile dimostrarsi la impossibilita.

Lo sopradetto suo ottauo quesito quel giorno che'l receuetti, fu da me risolto in parole, cioe sen za far figure (per le ragion piu volte dette) ma accio meglio sia intesa tal mia resolutione, figu ratamente di nouo la replicaremo. Sia la data linea. a. & sia dato l'angolo. b. & siano le due linee. c. & d. hor volendo sopra la detta linea. a. formar vno triangolo di tal qualita, che l'ango lo opposito alla detta linea. a. sia eguale a l'angolo. b. & che la proportione della detta linea. a. a vno delli altri duoi lati del detto triangolo, sia si come della linea. c. alla linea. d. Dalla linea. b. e. ne tagliaremo la. b f. eguale alla linea. d. maggiore, & sopra il ponto. f. descriueremo il cer chio. g e. secondo la quantita della linea. c. (menor) & perche il detto cerchio non tocca, ne men sega la linea. b h. seguita tal problema in questa prima positione esser impossibile, perche a douer esser possibile bisogna che il detto cerchio. g e. seghi, ouer tocchi la detta linea. b h. si vede adonque, che a redurlo possibile bisogna che la linea. c. sia a sufficientia piu longa, ouer che l'angolo. b. sia dato a sufficientia piu acuto, hor supponiamo che il detto angolo. b. sia stato dato tanto acuto che il detto cerchio tocchi la linea. b h. in ponto. g. come nella seconda posi tione si vede, in tal positione tiraremo la linea. g f. & sara formato il triangolo. b f g. simile a quello che desideramo da designar sopra la data linea. a. e pero sopra la detta linea. a. de scriueremo (per la vensesima del sesto di Euclide) il triangolo. i k l. simile, & similmen te posto al detto triangolo. b f g. & sara risolto il problema, perche la proportione della linea. a. (lato del triangolo) al lato. i k. e si come quella della linea. f g. al lato. b f. cioe come della linea. c. menore, alla linea. d. maggiore, & l'angolo. i. e eguale al dato angolo. b. e pero seguita il proposito.

Ma quando che il detto cerchio descritto sopra il centro. f. segasse la linea. b h. (come nella ter za positione appare) nelli duoi ponti. g. & m. se da l'uno, & l'altro di detti duoi ponti. g. & m. tiraremo le due linee. g f. & m f. sara formato li duoi triangoli. b f g. & b f m. delli quali qual ne pare de quelli ne potra seruire nella resolutione del dato problema, cioe se sopra la data linea. a. gli designaremo (per la vensesima del sesto di Euclide) il triangolo. i k l. simile & similmente posto al triangolo. b f g. sara risolto il problema, perche l'angolo. i. sara egua le al dato angolo. b. & la proportion della linea. a. al lato. i k. sara si come quella della linea. f g. al lato. b f. cioe come della. c. menore alla. d. maggiore, che e il proposito. Il medesimo seguiria se sopra la detta linea. a. gli designassimo vno triangolo simile & similmente posto al triangolo. b f m. per esser l'una e l'altra delle. 2. linee. g f. & m f. eguale alla. c. per la diffini tion del cerchio. Il medesimo se osseruaria quando che si volesse che la proportione della li nea data, al lato del triangolo, fusse si come della linea maggiore alla menore accettate, che se procedaria al contrario, cioe la linea. b f. se tagliaria eguale alla menore linea, cioe alla. c. &

cerchio descritto sopra il centro. f. se doueria descriuere secondo la quantita della linea maggiore, cioe della linea. d. e. el restante poi se procede, & dimostra, come per l'altro modo.

Il nono quesito di trent'uno a me proposti, da Hieronimo
Cardano nella nostra publica disputa.

7 Descriuere me portioni di cerchio inequali, le quali tutte tre incominciano da vn ponto, & finiscano sopra vna linea retta, & siano seguenti, & questo di modo che li duoi spacij da esse, & dalla linea retta contenuti siano equali insieme.

Questo sopranotato suo nono quesito fu da me risolto il secondo giorno solamente in parole, cioe senza formar figura (per le ragioni piu volte dette) cioe per non lassar scorere il termine da loro gia limitato de giorni. 10. ouer. 15 al piu, hor per satisfare alli non intendenti senza essempio lo risolueremo di nouo figuralmente.

Primamente desegno vna linea retta longa quanto ne pare quala sia la linea. a. & (secondo le regole date, nel terzo Capo del primo libro) trouo la linea. b. che il quadrato di quella sia doppio al quadrato della detta linea. a. & fatto questo, (con le medesime regole) trouo la linea. c. d. che il quadrato di quella sia sesquialtero (cioe vn tanto, e mezo) al quadrato della linea b. & sopra a questa linea. c d. gli descriuo il mezo cerchio. d e c. & dapoi dalla detta linea. d c. ne taglio la parte. d f. eguale alla linea. b. & sopra quella gli descriuo lo mezo cerchio. d g f. & cosi dalla linea. d f. ne taglio la. d h. eguale alla linea. a. & sopra quella gli descriuo lo mezo cerchio. d k h. & sara risolto il proposto problema, perche li detti tre mezi cerchij si toccarono nel ponto. d. & il mezo cerchio. d g f. vien a esser doppio al mezo cerchio. d k h. (per la seconda del duodecimo di Euclide) cauando adunque il detto mezo cerchio. d k h. dal mezo cerchio. d g f. il restante sara eguale al detto mezo cerchio. d k h. il qual restante vien a esser quel spacio, in forma d'un corno, che e fra le due circonferentie. d k h. & d g f. & della linea. h f. simelmente perche il semicerchio maggiore cioe. d e c. per la detta seconda del duodecimo di Euclide e sesquialtero al semicerchio. d g f. cauando adunque il mezo cerchio. d g f. dal mezo cerchio. d e c. il restante sara eguale alla mita del mezo cerchio. d g f. e pero vien a esser eguale al mezo cerchio. d k h. & perche il detto restante vien a esser eguale a quel spacio in forma di corno, che e fra le due circonferentie. d g f. & d e c. & della linea. f c. seguita adunque che l'uno, e l'altro delli detti duoi spacij in forma di corno sia eguale al mezo cerchio. d k h. & anchora fra loro, e pero seguita il proposito.

Il decimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo
Cardano, & da Lodouico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

8 Vitruuio al nono libro, & al Capitolo nono insegna duoi horologi anaporici trouati da Cresibio per conoscere l'hore vsate da Romani senza Sole, adimando l'isposicione intelligibile & chiara di quello.

A questo suo decimo quesito sotto breuita gli diedi la sotto scritta resolutione digando che'l non e vero, che Vitruuio.

Lo vndecimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo
Cardano nella nostra publica disputa.

7 DAto che sia vn settore, & vn circulo maggiore di quello del settore tagliatimi fuora di detto cerchio vna superficie contenuta da due linee rette & equidistante, & da duoi archi del cerchio, qual superficie sia eguale al settore.

A questo suo vndecimo quesito (perche compresi esser da loro ignorata la sua solutione, si come quella del suo primo quesito, per esser suo costume di preponere ad altri quello che lor medesimi non intendano, come che anchora e fatto piu manifesto nel nono libro delli nostri quesiti, & inuentioni diuerse) gli mandai vna certa solutione, che haueua del verisimile, nondimeno tal mia solutione era falsa, & questo feci per vedere se loro si accorgeuano del verbo principale della sua falsita, della qualcosa loro non sene accorgeno, per la qualcosa me certificai la oppenion mia non esser stata errონea. Ma se per sorte hauessero con suo ingegno trouato regola da esseguire geometricamente vn tal problema non poche laude gli ne conuerria.

Il duodecimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo
Cardano, & da Lodouico suo creato, nella
nostra publica disputa.

20 PRoposte due linee inequali, Partirmi ciascaduna in due tal parti, che le minor parti siano equali, e la maggior parte della menore sia media proportionale fra le parti della maggiore.

Questo sopradetto suo duodecimo quesito a quel tempo fu da me risolto in parole cioe senza far figure (per le ragioni piu volte dette) hor per satisfare a quelli che malamente intendono senza figural essempio de nouo lo risolueremo figuralmente. Siano le due date rette linee inequali a b. maggiore, & la c. menore, sopra la maggiore gli descriuo il mezo cerchio b d a & sopra il ponto b. erigo la perpendicolare. b e. equale alla linea c. & secondo la quantita della b e. sopra il centro. b. descriuo il quadrante. e f g. & dal ponto g. al ponto e. tiro la retta g e. la qual sega la circonferentia b d a. in ponto. d. & dal ponto. d. tiro la. d h. perpendicolare alla a b. & cosi haueremo risolto il problema, perche la linea. b g. è equale (per la diffinition del cerchio) alla b e. e pero sara anchora equale alla menor linea (cioe alla c.) la qual b g. e diuisa in ponto. h. secondo la ricercata condicione (come di sotto dimostraremo) & similmente la a b. maggiore vien a esser diuisa pur nel medesimo ponto. h. secondo la detta ricercata condicione la menor parte della b g. vien a esser la. h b. & la maggiore la. g h. & cosi la menor parte della a b. vien a esser la medesima. h b. & la maggiore la. a h. & la. h b. come parte menore della g b. è equale alla medesima. h b. come parte menore della a b. (come se ricerca nel quesito) & perche li duoi lati. b e. & b g. del triangolo b g e. sono equali, anchora li duoi lati d h. & g h. del triangolo. d g h. (per la similitudine di detti triangoli) saranno equali, & perche la. d h. è media proportionale fra le due parti a h. & h b. della maggior linea, & perche la detta d h. è equale alla parte maggiore. g h. della menor linea. g b. seguita il secondo proposito.

Il decimoquarto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo
Cardano, nella nostra publica disputa.

21 Proposto che sia vn triangolo, & vn ponto di fuori, tirarmi da quel ponto vna linea che tagli vn terzo del triangolo verso la ponta.

Questo suo decimoquarto quesito, per non perder tempo a star a far intaiar figure da stampar (accio non scoresse il tempo) gli dimostrai a quel tempo tal adimandato modo sopra la figura quasi de vna simile di Frate Luca da quello malamente dimostrata. Ma chi vorra mo intendere il modo generale in figura da risoluere non solamente questo suo decimoquarto quesito, ma in molti altri varij modi ricorra alla. 11. 12. 13. 14. del 13. Capo del primo libro di questa quinta parte e sara satisfatto.

Il decimosettimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo
Cardano Medico Milanese nella nostra publica disputa.

22 FAtime di otto due tal parti, che il prodotto dell'una nell'altra multiplicato nella loro differencia faccia piu che possibel sia.

A questo suo decimosettimo quesito a quel tempo gli risposi che la maggior parte fu. 4. piu R. 5 $\frac{1}{3}$. & la menore fu. 4. men R. 5 $\frac{1}{3}$. el prodotto è 10 $\frac{2}{3}$. qual in *tto nella differentia, che è R. 21 $\frac{1}{3}$. fa R. 2427 $\frac{1}{27}$. & questa è di frutti della nostra pianta, con li quali pensauano di farmi guerra, ma gli falio il pensiero.

La regola da trouar le sopradette parti è questa, diuideremo il detto otto in due parti equali, & ne venira. 4. quadraremo quel. 4. fa 16. & a questo 16. gli azzongiaremo la sua terza parte che sara. 5 $\frac{1}{3}$. fara. 21 $\frac{1}{3}$. & la R. de. 21 $\frac{1}{3}$. sara la differentia delle adimandate parti, quale partendola per mita ne venira R. 5 $\frac{1}{3}$. qual gionto alla mita di 8. cioe a. 4. fara. 4. piu R. 5 $\frac{1}{3}$. per la parte maggiore, & tratto de. 4. restara. 4. men R. 5 $\frac{1}{3}$. per la parte menore. La causa di questa operatione si narrara nella nostra noua Algebra, per esser dependente da quella.

Il decim'ottauo quesito delli trent'uno a me proposti da
Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

23 Demostratime la sesta del primo di Euclide ostensiuamente.

Circa a questo suo decim'ottauo quesito, a quel tempo gli risposi che per dimostrar tal sesta propositione ostensiuamente, circa a tal triangolo (per la quinta del quarto di Euclide) circonscriuero vn cerchio & fatto questo (per la vigesimasesta del 3. di ello Euclide) sara concluso il proposito.

proposito, perche se l'uno, e l'altro delli duoi angoli sopra la basa di questo sono eguali (dal presupposito) egli e necessario quelli cascar sopra archi eguali, & li archi eguali hanno anchora le corde eguali massime in vno medesimo cerchio, adunque li duoi lati di tal triangolo saranno fra loro eguali, perche sono corde de archi eguali, che e il proposito.

Il ventesimosecondo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

24 Vanto appartiene alla Mathematica adimando la ispositione di quel loco del Timeo di Platone, qual al Latino incomincia, Fuit autem talis sua partitio. sin a quelle parole, Postquam igitur secundum orationem &c.

A questo suo ventesimosecondo quesito a quel tempo gli risposi, che me lo hauauno fatto per due ragioni, prima per tirarmi in materia insigola, nō sia hora da Philosophi, ben intesa, & che manco credeua fusse intesa da lui, Secondariamente dissi che me lo haueua mandato per dar a credere a me, & al mondo lui hauer pien di philosophia la lingua e il petto. Onde per mostrargli che sapesse mio cōto, gli risposi, che con tal suo quesito vscica del proposito, cioe delli Autori che trattano delle Mathematice, perche quantunque vn' Autore con argumenti, & termini Mathematici, sofismi, ouer disputi vna sua particolar opinione, non se intende che quel tale tratti delle Mathematice, Essempi gratia. Baldo da Sasso ferrato nella sua Tiberina sofistica, & disputa, con argomēti Euclidiani alcune sue opinioni, quando che vn'acqua, ouer fiume conducesse vna parte di vno terreno, ouer di qualche possessione in vno altro luoco, nondimeno per questo ei non se intende che Baldo sia Autore che tratti delle Mathematice, & cosi quando, che io gli proponesse vn questio sopra a tal particolarita di Baldo lui potria rispondere parendogli (& senza infamia) lui non hauer visto Baldo, perche non fa professione di legge, ma solamente delle Mathematice, & delli Authori che trattano di quelle, e per tanto dico, che il medesimo potria rispondere anchora io senza mia infamia, nondimeno anchor che a tal particolarita, mai vi ponesse cura, saluo che al presente, non volsi restar de dirui il mio parer sotto breuita, & ve risposi in questa forma precise in tal vostro.

Seguitar poi come, che nella mia risposta stampata, cominciando al segno ✠ 2 3. 2 31. alla Seconda facciata.

Il ventesimoquarto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

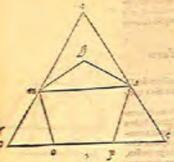
25 PArtire qual si voglia proposita linea talmente per via di Euclide, che il cubo di tutta a i cubi delle parti habbia proportion tripla.

Il sopra scritto suo. 24. fu a quel tempo strettamente risolto solamente in parole per nō perder tempo (per le ragioni piu volte dette) a far intaiar figure, ma per sattisfare alli speculatiui ingegni (anchor che sia de facile apprensione) di nouo lo risoluerremo figuratamente. Sia adunque la data retta linea. a b. volendola diuidere secondo che nel detto. 24. quesito si propone di quella tal (per la 12. del sesto di Euclide) ne tagliaremo la. b c. eguale alla terza parte di quella, per il che la. a c. verra a esser li duoi terzi della medesima, & cosi dico, che il cubo di tutta la detta. a b. sara il treppio alli cubi delle due parti a c. & c b. insieme gionte, perche il cubo della detta linea. a b. (per la 36. del 11. di Euclide) al cubo della. c b. sara come da 27. a 1. & al cubo della. a c. sara come dal detto 27. a 8. & perche la summa de 1. e 8. fa 9. e pero la proportione di 27. alla detta summa, cioe a 9. sara tripla, che e il proposito.

Il ventesimonono quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

26 DEscriuetti in vno triangolo equilatero vn Penthagono equilatero & equiangolo talmente che vn lato del penthagono sia parte de vn lato del triangolo, & duoi delli angoli tocchino duoi di lati, da poi demostratime la proportione di l'uno a l'altro.

Il soprascritto suo 29. quesito fu da me risolto in parole per non perder tempo a farai far intaiar figure da stampare, onde per satisfare a ogni qualita de persone, di nouo lo risoluerremo



figuratamente. Sia adunque il triangolo equilatero. a b c. volendo in quello descriuere vn penthagono equilatero & equiangolo, prima disegno (per la. 11. del quarto di Euclide) vn penthagono equilatero, & equiangolo di che grandezza me pare, qual sia. d e f g h. & in quello tiro la corda penthagonica. e h. & sopra quella gli descriuo il triangolo. e i h. equilatero, & allongo l'uno & l'altro di duoi lati. i h. & i e. per fin a tanto che concorrano con il lato. f g. protratto da l'una, e l'altra banda nelli duoi ponti. k. & l. & cosi hauueremo il triangolo. i k l. equilatero (per esser simile al triangoletto. i e h.) & in quello hauemo inscritto il penthagono. d e f g h. hor per descriuerne vn'altro similmente nel triangolo. a b c. diuideremo l'uno, & l'altro lato. a b. & a c. (per la decimaterza del sesto di Euclide) nelli duoi ponti. m. & n. secondo la diuisione delli duoi lati. i k. & i l. nelli duoi ponti. e. & h. & tiraremo la. m n. quale sara la corda penthagonale del penthagono che hauemo da inscriuere nel triangolo. a b c. similmente diuideremo (per la medesima. 13. del. 6. di Euclide) la basa. b c. nelli duoi ponti. o. & p. secondo la diuisione della basa. k l. nelli duoi ponti. f. & g. & tiraremo le due linee. m o. & n p. & sopra la corda. m n. gli descriueremo (per la 20. del sesto di Euclide) il triangolo. m q n. simile al triangoletto. e d h. & similmente posto, & fatto questo sara risolto il problema, cioe nel dato triangolo equilatero. a b c. gli hauemo descritto il penthagono. q m o p n. quel per esser simile al penthagono. d e f g h. sara equilatero, & equiangolo, che e il proposito, per trouar la proportione, che e fra il triangolo, & il penthagono inscritto, bisogna applicar che numero me pare al lato del penthagono. d e f g h. & secondo tal numero trouar l'aria del detto penthagono. Essempi grato supponendo che il lato del pentagono. d e f g h. sia. 2 misure, onde operando secondo le regole date nel. 3. capo del primo libro della quarta parte se trouara la corda. e h. esser R. 80. piu. 4. & l'aria di tal penthagono esser R. v. (6400. piu R. 3276800. & la perpendicolar. d r. esser R. v. (80. piu R. 5120. & la perpendicolare. d s. esser R. v. (40. men R. 320.) & la perpendicolar. i s. esser R. v. (72. piu R. 2880. dalla quale trattone la. d s. cioe R. v. (40. men R. 320.) restara R. v. (72. piu R. 2880.) men R. v. (40. men R. 320.) & tanto sara la. i d. quale gionta alla. d r. cioe a R. v. (80. piu R. 5120.) fara largo modo R. v. (80. piu R. 5120.) piu R. v. (72. piu R. 2880.) men R. v. (40. men R. 320.) & tanto sara la perpendicolare. i r. del triangolo. i k l. con la quale, per li quai perpendicolare per le regole date alli suoi luochi, si puo trouar il lato, & l'aria di tal triangolo, qual per non esser ai atte, ma solamente facio la piu, & cosi la proportione de l'aria del detto triangolo. i k l. all'aria del penthagono. d e f g h. sara anchora quella del nostro triangolo. a b c. al penthagono. q m o p n. perche anchor che tai figure siano maggiore, nondimeno osseruaranno la medesima proportione, che e il proposito.

Il trentesimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

Adimando se l'vnita e numero, ouer non.

37 IL sopradscritto ques. 30. questo fu da me risolto, ma fotto breuita, per causa che alhora me bisognaua consignar tal mia risposta al stampatore. Ma, vedendo, che tal mia solutione, non era stata da loro intesa, come che nel suo quinto cartello appare, di nouo piu chiaramente con essempij la dechiarirо. Et per tanto replico, & dico che la detta vnita e numero in potentia, cioe che alle volte la puo esser intesa, & tolta relatiuamente per numero, & alle volte no, ma ogni volta che la sia considerata senza altro rispetto, cioe simplicemente, secondo se, in tal caso mai e intesa per numero. Ma essendo intesa relatiuamente, in alcune specie de luochi la e intesa per numero, & in alcune altre specie de luochi la non e intesa per numero, ma simplicemente per vnita. E percio la detta vnita posta, ouer intesa relatiuamente, fra li numeri quadrati la e numero quadrato, & cosi fra li numeri cubi la e numero cubo, & cosi discorrendo fra tutti li altri numeri figurati. Anchora la detta vnita comparata a qual si voglia numero, alle volte ambeduoi sono intesi per numeri contra le prima, & alle volte no. Similmente la detta vnita considerata relatiuamente (come accade) nelle proportioni moltiplici, & submoltiplici, la detta vnita alle volte se intende esser numero, & alle volte no, Et tutto questo ne afferma con essempi Euclide nel suo. 7. & 9. libro, & che sia

il vero nella .21. dell'ottauo dice, che se de. 3. numeri continui proportionali, il primo sara quadrato, anchora il terzo sara quadrato, e pero in questi tre numeri 9. 3. 1. continui proportionali, nella proportionalita treppia, per esser il primo numero quadrato (cioe quel. 9.) seguita che il terzo (che è la vnita) sia numero quadrato, il medesimo seguita in tutti questi altri. 4. 2. 1. & similmente. 16. 4. 1. & similmente. 25. 5. 1. & cosi discorrendo. Anchora nella ventesimaseconda del detto ottauo dimostra che se il primo de. 4. numeri continui proportionali sara cubo, il quarto necessariamente sara numero cubo, & perche il primo de questi. 4. numeri continui proportionali. 8. 4. 2. 1. e numero cubo (per esser. 8.) seguita che il quarto (cioe la vnita) sia numero cubo, il medesimo si puo dimostrare per la medesima regola, la detta vnita esser numero quadrato de quadrato, ouer censo de censo de censo, & similmente numero relato, & cosi discorrendo in tutti li altri numeri figurati.

Anchora per la ventesimaterza, & ventesimaquarta del settimo, si puo approuare, come che la detta vnita relatiuamente con qual si voglia numero ambi insieme sono numeri contra se primi, il medesimo si puo prouare per la prima & terza dell'ottauo, perche nella prima dice. Se li estremi de quanti numeri si voglia di continua proportionalita saranno contra se primi, tutti quelli è necessario esser secondo la sua proportion minimi, & nella terza si dimostra il conuerso, cioe se quanti se voglia numeri continuamente proportionali, saranno secondo la sua proportion minimi, il se approua li duoi estremi de quelli necessariamente esser contra se primi, per laqualcosa seguita, che in tutti li numeri minimi nella continua proportionalita multiplice, & submultiplice sempre in l'uno di duoi estremi vi sara la vnita, e pero la detta vnita in tal caso comparandola al numero de l'altro estremo li detti duoi estremi saranno contra se primi molti altri essempi se poria adure la detta vnita esser relatiuamente numero contra se primo con qual si voglia numero.

Hor volando carta, dico che in molti luochi relatiuamente la detta vnita non è intesa per numero, ne manco con alcuno numero esser contra se primi fra loro, & tutto questo fene potremo verificare, per la 17. 18. 19. & 20. del 9. di Euclide, perche nella decimasettima del detto ottauo dice. Se li sarano duoi numeri contra se primi, quanto che è il primo de quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcun terzo, se adunque la vnita (primo termine) comparata al. 5. (secondo) fussero ambiduo contra se primi seguiria la detta decimasettima esser falsa, perche a questi duoi termini. 1. 5. gli ne potremo trouar non solamente vn terzo in continua proportionalita, ma infiniti, come in questi si vede. 1. 5. 25. 125. il medesimo seguira in tutte le specie della submultiplice proportionalita, come in queste altre appare. 1. 2. 3. 4. & similmente. 1. 3. 9. 27. & cosi discorrendo.

Il medesimo seguita nella. 18. del detto. 9. nella quale dice, Se li duoi estremi de quanti si voglia numeri continuamente proportionali sarano contra se primi, è impossibile esser tanto l'ultimo, ad alcun altro, quanto è il primo al secondo, se adunque in questi tre termini continui proportionali. 1. 2. 4. il primo (cioe la vnita) & l'ultimo (cioe quel. 4.) fussero contra se primi, la detta. 18. saria falsa perche l'ultimo (cioe quel 4.) al. 8. quarto sara si come il primo al secondo (cioe subdupplo) come appare. 1. 2. 4. 8. il medesimo si poria sustentar per le altre due sequente, cioe per la. 19. & 20. del detto. 9. cioe che la detta vnita (in tal propositioni) in cõparatione, ouer in compagnia con alcun numero non se intendono esser numeri contra se primi, & cosi per molte altre propositioni se poria approuar la detta vnita non esser numero, ne intesa per numero.

Alcun se poria marauigliare, che Euclide habbia cõmesso cosi grande disordine, de intendere la detta vnita alle volte per numero, & alle volte no. Ma a fortificatione di questo ne voglio adur vn'altro de maggior admiratione da lui vsato nel suo 10. libro. Dico adunque che ben cõsiderata le propositioni del 10. del detto Euclide in l'una & l'altra traduttione, trouara che vna linea denominata da vna radice de vno numero non quadrato, cioe da vna radice sorda, alle volte è intesa, & supposta per vna linea rationale, & alle volte no, la qualcosa nõ poca confusione ha causato alli interpretatori a tal suo 10. lib. perche alcuni credendosi de coreggere tal suo dire, a quelle linee denominate da numero le hano chiamate rationale in longhezza, & quelle che sono denominate da vna radice sorda gli hano detto linee rationali in potenza, come appare nella traduttione del Campano (credo tradutta dal Arabo) per lo qual aggiongimento molte propositioni generali del detto Euclide, se ha redutte particolari, come che nella mia traduttione volgare è stato fatto manifesto. Et nondimeno con tal aggiongimento non ha potuto saluar Euclide nella diffinitione del binomio in generale, ne in particolare, ne similmente nel residuo, ouer reciso, perche nella 35. del detto 10. libro, dice in questa forma. Se sarano due linee rationali, solamente in potentia cõmunicanti, & siano congionte direttamente in longo, tutta la linea composta da quelle sara irrationale, & è detta binomio. Hor dico che volesse intendere in questo luoco l'una & l'altra di dette due linee rationali, esser denominata da numero, non sariano solamente in potentia communicanti, ma sariano commensurabili anchora in longhezza, e per tanto non poteriano formar el binomio, ma che gli volesse aggiongere qual che in molte altre propositioni è stato fatto dicendo, se saranno due linee rationali in potentia, & in potentia solamente communicanti &c. In tal caso seguiria che il binomio in generale, fusse composto solamente da due radice sorde non communicante, il che saria falso, perche communamente si fa il detto binomio generalmente parlando componersi alle volte da due radice sorde non communicanti, & alle volte da vn numero, & da vna radice sorda. Et per tanto in questa propositione non si puo negare che per linea rationale, cosi se intende quella, che è denominata da vna radice sorda quanto quella che è denominata da vn numero rationale, il medesimo se verifica nella. 53. del detto decimo, nella diffinitione de recisi in generale. Similmente nella. 20. propositione della tradottion fatta dal Greco dal Zamberto, doue dice. Se vna superficie rationale sara posta sopra vna linea rationale, sara la larghezza rationale commensurabile in longhezza a l'altra, cioe a quella sopra della quale fu posta la superficie. Tal linea rationale in questo luoco cosi se intende de vna linea denominata da vna radice sorda, come da vn numero, & similmente la resultante larghezza, & questo medesimo se ha da intendere nella 21. doue dice, Potemmo trouare due linee rationali solamente in potentia communicanti &c. Dico che l'una & l'altra di dette due linee ponno esser denominate da vna radice sorda, & anchora vna sola da vna R. sorda, & l'altra per numero, ma ambedue non ponno esser denominate da numero. Il medesimo si ha da intendere della. 22. nella nostra tradutione volgare, & la 23. & 24. & cosi per abreuiar parole molti altri essempii si poria adurre qualmente vna linea denominata da vna R. sorda è tolta, & intesa per linea rationale, si come quella denominata da numero, nelle diffinitioni delle specie di. 6. binomi doue dice. Se la parte piu longa del binomio, sara piu potente della piu breue, per accrescimento del quadrato di vna linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se da poi la medesima parte piu longa, sara communicante a vna linea posta rationale, quel se chiamara binomio primo, hor dico che la detta linea posta rationale in questo luoco bisogna che la se intenda esser denominata da numero rationale, & non de R. sorda, perche volendola intendere esser denominata da vna radice sorda, tal diffinitione saria falsa, come che ciascun intelligente puo considerare, & questo medesimo se ha da intendere in tutte le altre seguente diffinitioni delle dette. 6. specie de binomi, Et similmente nelle particular costrutioni de ciascadun de quelli, & similmente di suoi residui, ouer recisi.

Anchora nella. 55. del detto. 10. doue dice. Se vna superficie sara contenuta da vn binomio primo, & da vna linea rationale, il lato che puo sopra di quella è necessario esser binomio. Hor dico che questa linea rationale in questo luoco non puo esser denominata saluo che da numero, perche volendola intendere in tal luoco denominata da R. sorda, la propositione di Euclide saria falsa, Et a questo medesimo modo bisogna intendere le altre cinque sequenti propositioni, cioe la, 54. 55. 56. 57. & 58. del detto decimo.

Anchora nella. 59. del detto 10. Euclide dice, che se a vna linea rationale, sia aggionto vno rettangolo equale al quadrato d'un binomio, il secondo lato di quello conuien esser binomio primo, hor dico che in questo luoco la detta linea rationale non puo esser intesa denominata da radice sorda, ma solamente da numero rationale, perche chi la volesse intendere denominata da R. sorda tal propositione saria falsa, & questo medesimo se ha da intendere nelle altre cinque sequenti propositioni, cioe la. 60. 61. 62. 63. 64. & cosi per molte altre propositioni se poria demostrare qualmente vna linea denominata da R. sorda non esser intesa per linea rationale, E pero non è da marauigliarse, se alle volte la vedia e intesa per numero, & alle volte no.

Il fine del terzo Libro della Quinta parte.

LA SESTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI, ET MISVRE.

DE NICOLO TARTAGLIA;

NELLA QVALE SE DELVCIDA QVELLA ANTICA PRATICA SPECVLATIVA DE L'ARTE MAGNA, DETTA IN ARABO ALGEBRA, ET ALMVCABALA, OVER REGOLA DELLA COSA TROVATA DA MAVMETH, FIGLIOLO DE MOISE ARABO,

LA QVALE SE PVO DIRE LA PERFETTA ARTE DEL calculare, perche la supplisse, & serue, per risoluere infiniti casi, ouer questioni, si in Geometria, come in Arithmetica, che alcuna delle altre regole (sin hora datte) non potria seruire.

GIONTOVI IN FINE MOLTI QVESITI RISOLTI per Algebra, si in Arithmetica, come in Geometria.

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO. M. D. LX.

PHILIPPUS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Utriusq; Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Ungariæ, Dalmatiæ, Croaciæ, Navarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galliciæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murtiæ, Giennis, Algarbiorum, Algeziræ, Gibaltaris, Insularũ Canariæ, nec non Insularum Indiarum, & terræ firmæ maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Aspurgi, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarũ, & Neopatriæ, Comes Rossilionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gotiani, Illustribus, spectabilibus, magnificis, dilectis consiliariis, & fidelibus nostris Proregibus locum tenenti, & capitaneis generalibus nostro magno camerario, prothonotario, magistris iusticiariis, eorumq; locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistris rationalibus, thesaurario, & conservatori nostri regii patrimonii, advocatis quoq; & procuratoribus fiscalibus, cæterisq; demũ universis officialibus, & subditis nostris maioribus et minoribus in præfato utriusq; Siciliæ regno constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & omne bonum. Expositum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtii Navò impressoris Venetiis, se abhinc maximo sumptu eius labore typis mandasse, ac q; addidisse libros Nicolai Tartaleæ de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serve a ciascuna cittá, maiestati nostræ humiliter supplicando, ne a quoquam omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in nostris regnis, & dominiis nostris per aliquot annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero proprium ac peculiare munus nostrum esse censentes omnibus bonarum artium professoribus, his maximè qui literis incumbunt, favere: Volentesq; erga dictum Curtium Navum munificentiam nostram prætendere, ut ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tã quam rationi consonæ ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaq; authoritate nostra deliberatè & consulto, motuq; nostro proprio et ex gratia speciali, maturoq; sacri supremi penes nos assistentis consilii accedente deliberatione, Ne quis in dicto Siciliæ citra & ultra farum regno, nisi ipse Curtius Navus, aut ab eo potestatem habentes, vel alii, cum quibus sue rationes contractæ fuerint, per aliquot annos a die data præsentium in antea computandos, sub pena amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes dividendorum, quarum una accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio conlenatur, adscripta libros prædictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisq; & vestrum cuilibet, ad quem spectet dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnæq; ducatorum mille nostro fisco applicandorum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneant firmiter, & observent, teneriq; & inviolabiliter observari ab omnibus faciant: Quibuscunq; in contrarium facientibus non obstantibus quoquo modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum citerioris Siciliæ regni sigillo a Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno a nativitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

Dominus Rex mandavit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulii in Rogatis.

CHE a Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo conseglio concesso, che per spatio de anni vinti prossimi niun'altro che lui, o che haverà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo dello S. N. ne altrove stãpati in quello vender la Geometria de Nicolo Tartaglia divisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere: lequali siano del supplicante, & ducati. X. per opera, un terzo delliquali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la essecution, & un terzo del denunciante, essendo obligato di osservar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

Aloisius de Augustinis

AL MOLTO ILLVSTRE ET MAGNANIMO SIGNORE, IL SIGNOR GIROLAMO MARTINENGO, GOVERNATOR DI VERONA, ET CONDVTTIERE D'HVOMENI D'ARMI DELL'ILLVSTRISS. DOMINIO VENETO; SIGNOR ET PATRON MIO OSSERVANDISSIMO.

TRA TVTTI *gli animali dalla grandissima natura creati, Illustre Signor mio, che l'Huomo sia il piu perfetto & nobile, oltre l'hauere il ueramente diuino dono dell'intelletto, la marauigliosa figura sua, & la complessione e qualità del corpo, si chiaramente ce lo demostrano, che indubitatamente si può dire, il senso, non hauere piu manifesta demostratione di questa. Percioche, egli si uede primieramente, di figura dritta, & atta a uoltarsi in un tratto in cerchio, & con facilità mirabile guardare per tutto, cosa non concessa a niuno altro animale. Ha appresso le braccia, & giunte a quelli le mani, che per la grandissima eccellenza, & operationi loro, son stati detti organi degli organi, o instromenti delli stromenti; con lequali è tanto piu atto a soggiogare tutti gli altri animali; quanto può con essi auanzarli con l'operationi. Et per non andare dilungandomi molto (percioche, s'io uolessi hora raccogliere tutte le differenze, che tra l'huomo & gli altri animali tutti si trouano, per mostrare poi la* grande eccellenza sua, sarebbe di bisogno non una lettera, ma un libro di grandissimo volume scrivere) ha la lingua atta a formare parole, & manifestare il suo concetto in un subito, laquale giunta cō le lettere, fa che l'huomo per molti miglia lontano significa i suoi pēsieri. Or di quanto l'huomo auanza con l'eccellenza della figura tutti gli animali, di tanto e piu, se li lascia di etro con la complessione; percioche è cosi bē complessionato, ch'egli non eccede ne tende a niuno de gli estremi, ilche non si vede ne gli altri animali. Et perche, non dall'intelletto, ma dalla complessione nasce l'ingegno, per questo essendo egli di perfetta complessione, fra tutti gli animali sarà adunque ingeniosissimo. La onde, se molti Filosofi si marauigliaro dell'ingegno di molti animali; quanto ci douemo marauigliare noi di noi stessi? Tale è l'huomo, che non senza grandissima ragione dal grandissimo Hermete, fu miracolo della natura detto, & dal dottissimo Aristotile minor mondo. Et perche auanzando noi gli altri animali in tante & cosi infinite parti, non da noi ma dalla natura si conosce, ne potendosi cosa conoscere da noi fuor, che l'operare noi stessi, il qual l'operare non può d'altra parte nascere, che dall'animo, il quale si fa perfetto mediante le scientie; lequali quanto piu certe, & di sottili inuentioni sono, tanto piu fan l'animo perfetto, per questo adunque essendo proprio dell'huomo amare la gloria; & essendo le scientie la scala di quella, douremmo noi applicare ò in tutto, ò in parte, l'animo nostro a quelle. Ne si trouando scienza alcuna (remouendo però la Teologia) che di piu diletto, sottili inuentioni, & certe demostrationi sia della Matematica; scienza ueramente cosi necessaria alla humana generatione, come cosa, che al mondo sia; Et hauendo gia la felice memoria di M. Nicolo Tartaglia Matematico eccellente, & della patria di Vost. Sig. Illustre (conosciuta però prima la necessità, che d'essi questa nostra età n'hauea) scritti in molti volumi la maggior parte di quelle cose, che possono condurre l'huomo al colmo di queste scienze, & essendo per compire l'ultima parte, nella quale amplissimamente si trattaua dell'Algebra, parte speculatiuissima & d'infinita inuentione della Matematica, fù con infinito danno di tutti quei, che delle buone lettere si dilettano dalla morte rapito; ma di tanto ella ci fù pietosa, & la fortuna fauoreuole, che non cel tolse prima, ch'egli hauesse in diuersi fragmenti, & in molti memoriali scritta, tutta intorno a tal parte l'intentione sua, tanto, che non li restaua a far altro se non quello, che egli haueua in molte carte scritto, & con ragionamento interrotto, raccoglere in un uolume, & con continuato discorso, fatica ch'ogni mediocre intendente delle Matematiche, poteua condurla a fine. La onde hauendo io già stampate tutti l'altri suoi uolumi, & conoscendo l'utile, che questa parte può apportare al mondo, mi pareua essermi trasmutato nella crudeltà, se non faceua ancora stampare tal parte; onde fattola da un dotto Matematico mettere in continuato discorso, l'ho fatta finalmente stampare: & perche, prima, ch'io facesse stampare l'altre parti, hebbi sempre in animo di dedicarne una à Vost. Sig. Illustre, & hauendo sempre l'intento a dedicarle una delle più belle, & essendo però questa non solamente a giudicio mio, ma di tutti i dotti di tal'arte, quasi la più dilettevole, colma d'inventioni & bella; per questo adunque, io con quel più caldo affetto, che si puote, la dedico & dono a Vost. Sig. Illustre. Ne si marauiglierà Vost. Sig. Illustre di tal mia elettione, percioche, a far ciò son stato da molte cagioni mosso; Conciosia, che essendo ella un di primi lumi, che in questi nostri tempi si trouino, della militia, & dilettandosi sommamente delle cose delle fortificationi, & delle ordinanze, lequali cose non si possono perfettamente intendere, senza l'aiuto delle Matematiche, ho hauuto per fermo intento, ch'ella douesse sommamente dilettarsi di quelle; & così essendo, a chi poteua io meglio dedicare tal libro, che ad huomo, che quello intende, & della scienza, che quel tratta sommamente si diletta? non ho io fatto bene a dare le cose a chi le conosce? & qual meglio elettione si poteua fare di questa? Oltre a questo essendo Vostra Signoria Illustre un de' primi, che da riputatione, & illustra la patria sua, & participando io, come di quella patria di tal riputatione, non m'haurei portato da ingratissimo a non conoscere, non dico in tutto, ma almeno in una particella questo dono da Vostra Signoria Illustre? Lascio hora di dire, che essendo egli un di primi tra l'Illustrissima sua famiglia merita ueramente d'essere riuerito da tutti, & da tutti come ueramente singolare nella età nostra ammirato. E stata adunque, per non tenere più a lungo Vostra Signo. Illustre la mia elettione buona & da buone parti l'intento mio fu mosso, a dedicarli questo libro, massime, che son certo ancora, ch'ella col nome suo, toglierà l'occasione a' maligni di biasimare, o l'Autore del libro, ò me, come quello, che l'ho fatto mettere insieme; percioche niuno sarà si temerario, o prosontuoso, ch'ardisca uedendoui nel fronte l'honorato nome di V ost. Sig. Illustre di accennare, non che d'aprir la bocca di dir mal di tal opera. Or solamente mi resta di pregare chinatamente V ost. Sig. Illustre, che si uogli degnare d'accettare questo picciolo dono, rispetto alla infinita grandezza de' meriti suoi, ch'un suo humil seruitore, con tutto il core li dedica & dona, & di accettarmi nel numero de' suoi seruitori, & d'hauerme nella sua benigna gratia, alla quale di continuo mi raccomando.

D. V. S. Illustre

Prontissimo Seruitore,

Curtio Troiano.

TAVOLA DELLA SESTA PARTE

cioè della regola di Algebra, oue si contengono tutti i Capitoli, Documēti, & Quesiti.

DOCVMENTI

utilissimi & necessarii.

TAVOLA DE I QVESITI

risolti per Algebra.

IL FINE.

IL PRIMO LIBRO DELLA SESTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE NUMERI ET MISURE. NEL QUALE SI NARRA DELLA regola di Algebra. & delle sue parti, & la dechiaratione di quelle.

Della qualita & proprieta de la regola di Algebra. Cap. I.

1 LA regola di Algebra è di tal qualità, che meritenolmente la puo esser comparata all'arte integra del calcolare (come di sotto prouaremo) anci parangonata alla medesima Arte grandemente eccedere essa arte & tutte le altre regole fin hora date, perche con questa tal regola non solamente si puo risoluere tutti quei casi, ouer questioni, che per qual si voglia altra regola se risolueno, ma infiniti altri, che per alcuna delle dette altre regole fin hora date non si potriano resoluere, come che in el nostro processo si farà manifesto, è pero tal regola si puo chiamare (per molte ragioni) regola delle regole & madre ouer regina di ciascaduna di quelle.

Della numeratione, ouer denominatione, ouer representatione delle diuerse specie de quantità, considerati in Algebra, quale chiamamo dignità.

2 LE quantità che se considerano in algebra sono queste il numero, la radice (detta cosa,) il quadrato (da arabi chiamato censo) il cubo il quadrato de quadrato (detto censo de censo) il primo relato, il censo de cubo, ouer cubo de censo, secondo relato, & cosi discorrendo, come che sopra la 3. del primo capo del 2. libro della seconda parte, a carte 24. & anchora sopra la 12. a carte 73. fu abondantemente detto, vero è che per abreuiar il dire, li detti lor nomi si representano con le breuiature, ouer segni in margine posti.

n.	significa numero
co.	significa cosa
ce.	significa censo
cu.	significa cubo
cece.	significa censo de censo
rel.	significa primo relato
ce.cu.	significa censo cubo
2.rel.	significa 2. relato
ce.ce.ce.	sig. censo de censo de censo
cu.cu.	significa cubo de cubo
ce.rel.	sig. censo primo relato
3.rel.	significa terzo relato
cu.ce.ce.	sig. cubo censo de censo

Et cosi vanno procedendo in infinito, ma perche raro si peruien in cosi alte dignità nō procederemo piu oltra basta hauer inteso che li consequenti si cōpongano dalli antecedenti, come che a carte 73. della 2ª parte fu abondantemēte notato per fin a 30 termini, ouer dignità.

Danotare.

Bisogna notare qualmente tutte queste dignità si cauano dalla 8. del 9. libro di Euclide, e pero tali dignità vengono a esser continue proportionali, & la prima, cioe il numero in luoco della vnità, perche si come che la vnità considerata se, non è numero, cosi considerato il numero secondo se sta le dette dignità, non e dignità.

Danotare.

Anchora bisogna notare che si come che in piu numeri dalla vnità continui proportionali, sempre il terzo sarà numero quadrato, & il quarto sarà cubo, & il quinto sarà censo de censo, & il sesto sarà primo relato, & il settimo sarà cubo censo, ouer censo cubo. & cosi discorrendo, come che in margine si vede, & come sopra la 12. del 2. libro della 2. parte a carte 73. fu anchor descritto per fin a 30. termini continui proportionali dalla vnità nella proportion doppia, hor dico, che quel numero che immediate seguita doppo la vnità sempre sarà la ℞ quadra del detto terzo, & simelmente sarà la ℞ cu. del quarto, & simelmente la ℞ cece. del quinto, & simelmente sarà la ℞ rel. del sesto, & cosi discorrendo de tutti li altri che vanno seguitando secondo la specie, come che anchora fu detto sopra delle ℞ a carte 73. come di sopra è stato detto. E per tāto seguita che anchora la cosa sia la ℞ del cēso, & simelmente la ℞ cu. del cubo, & simelmente la ℞ cece. del censo de censo. & simelmente la ℞ rel. del primo relato & cosi discorrendo de ciascaduna delle altre seguente dignità secondo la specie sua.

1.	n.
2.	℞. ouer co.
4.	ce.
8.	cu.
16.	ce.ce.
32.	rel.
64.	cu. ce.
128.	2.rel.
256.	ce.ce.ce.
512.	cu.cu.
1024.	ce.rel.
2048.	3.rel.
4096.	cu.ce.ce.
8192.	4.rel.
16384.	ce.2.rel.

Et cosi discorrendo in infinito, come fu detto, & in parte fatto nella seconda parte i fine delle estration de ℞ a carte 72

Che cosa siano, over se intendano le dette dignità in algebra.

3 IL numero in algebra se intende e piglia per numero simplicemente cioè senza grado over dignità alcuna, alla similitudine, che è vn laico fra li gradi ecclesiastici. & questo numero alcune volte se repreſenta con questo segno, over caratto. ₦. & alle volte senza tal caratto, cio è volendo repreſentare poniamo il numero settenario se repreſentaria alle volte in questo modo. 7 ₦ & alle volte simplicemente in questa forma. 7. & cosi si debbe intendere de tutti li altri, si sani, come rotti.

1. co. 4 LA cosa in algebra se intende & piglia per il lato dun quadrato, cio e per la ℞ di quel tal quadrato, la qual. co. over. cosa. è vna quantità, over numero rationale, over irrationale secondo che occorre per sorte.

1. ce. 5 IL censo. se intende, & piglia per vn quadrato. cioè per il quadrato della cosa. & questo tal censo, è vn numero, over quantità rationale, over irrationale.

1. cu. 6 IL cubo. se intēde, & piglia per per un cubo, cioè per il cubo della cosa, il qual cubo è per vna quātità, over numero rationale, over irrationale secōdo che p sorte accade.

1. ce. ce. 7 IL censo de censo. se intende, & piglia per vn quadrato de quadrato. & abenche la quantità continua naturalmente non proceda oltra il corpo, cioè in linea. superficie. & corpo. nondimeno nella regola di algebra procede in infinito, hauendo piu rispetto alla multiplicatione della cosa. nelli suoi produtti, che alle reale. 3. specie della quantità continua detta di sopra, e pero il detto quadrato de quadrato. se intende respetto al quadrato del quadrato della cosa. è però la detta cosa vien a esser la ℞ ce. ce. del suo censo de censo. & tal censo de censo è per vna quātità rationale, over irrationale, hor per abbreuiar il dire, il medesimo si ha da intēdere, del pri. relato, & del cēso de cubo, & di tutte le altre dignità, che di sopra hauemo narrato.

1. rel.

1. ce. cu.

1. sodo rel.

Del summar le dette dignità.

8 IL summar le sopradette dignità, quando che sono di vna medesima specie nō è differente del summar de numeri, cioè si come che a summar questi 3. numeri 7. e 5. e 9. fanno 21. cosi a summar 7. co. e 5. co. e 9. co. fanno 21. co. il medesimo si debbe intendere a summar piu numeri de censi, over de cubi, over de censi de censi, over de primi relati, & cosi discorrēdo in tutte le altre dignità.

MA quando che le dignità che si hanno da summare fussino de specie diuerse, bisogna summarle con il termine del piu, secondo l'ordine delle quantità non communicanti, cioè in forma de binomio, over trinomio, over moltinomio, cioè volendo sommare 5. co. con 9. ₦. diremo che fa 5 co. piu 9. & cosi volendo sommare 3. co. con 4. ce. & con 12. ₦. diremo che farà 3. co. p. 4. ce. p. 12. over 4. ce. p. 3. co. p. 12. per che non importa a metter prima qual si voglia di dette dignità. & queste specie di summe si ponno chiamar binomii, over trinomii, over moltinomii de dignità algebratice.

Del sottrar un numero di una dignita del numero di unaltra.

a sottrar de	9. co.
queste	5. co.
resta	4. co.
proua	9. co.

9 IL sottrare vn numero di vna delle sopradette dignità del numero de vnaltra della medesima specie, non è differente del comun sottrar di numeri, cioè si come che sottrando 5. de 9. diremo che resta 4. similmente a sottrar 5. co. da 9. co. diremo che resta 4. co. & cosi a sottrar 7. ce. da 12. ce. diremo che resta 5. ce. & cosi discorrendo in tutte le altre dignità de vna medesima specie.

Ma quando che le dette dignità sarāno de due diuerse specie, In tal caso le si debbono sottrar con il termine del men, si come se costuma nel sottrare delle ℞ non communicanti, & cosi se formarà vn residuo de dignità Essempi gratia volendo sottrar 7. ₦. de 5. co. diremo, che restarà 5. co. men 7. & cosi volendo sottrar 12. co. de 9. ce. diremo, che restarà 9. ce. men 12. co. & cosi discorrendo in tutte le altre, & questi resti li chiamaremo residui de dignità.

Tauola delle repreſentationi delle multiplicationi elementi

₦	fia	₦	fa	₦
₦	fia	co.	fa	co.
₦	fia	ce.	fa	ce.
₦	fia	cu.	fa	cu.
₦	fia ce. ce.		fa ce. ce.	

& cosi discorrendo.

Del multiplicare delle predette dignità l'una fia l'altra.

20 PEr ben intendere il multiplicare delle predette dignità fra loro bisogna prima imparare a mente quello che repreſenta il produtto della multiplicatione di dette dignità. & massime di quelle che piu frequentemente si maneggiano che sono le prime 4. cioè il ₦. le co. li cu. delle quale per abbreuiar sera

toro poneremo in margine le dette loro representationi. & se ben le consideri tu trouarai che il n̄ multiplicato, fia qual si voglia digni. fa quella medesima dignità, si come che fa anchora la vnità, quala multiplicata fia qual si voglia numero, non altera quel numero della sua quantità.

Essempi alla antepofta tauola.

a multipl.	7	n̄	a multipl.	9	co	a multipl.	5	co.	a multipl.	9	ce.
fia	6	n̄	fia	8	n̄	fia	3	co.	fia	8	co.
fa	42	n̄	fa	72	co.	fa	15	ce.	fa	72	cu.
a multipl.	6	co.	a multipl.	3	ce.	a multipl.	12	cu.	a multipl.	3	cu.
fia	8	cu.	fia	7	cu.	fia	7	cece	fia	6	cu.
fa	48	cece.	fa	21	pri.rel.	fa	84	2°rel.	fa	18	cucu.

Et così discorrendo.

co.	fia	co.	fa ce.
co.	fia	ce.	fa cu.
co.	fia	cu.	fa ce.ce.
co.	fia	ce.ce.	fa pri.rel.
ce.	fia	ce.	fa ce.ce.
ce.	fia	cu.	fa rel.
ce.	fia	cece.	fa ce.cu.
ce.	fia	rel.	fa 2°rel.
cu.	fia	cu.	fa ce.cu.
cu.	fia	cece.	fa 2°rel.
cu.	fia	pri.rel.	fa cecece
cu.	fia	cecu.	fa cu.cu.

Li sotto scritti sono li naturali segni per numero delle dette nostre dignità algebratice.

11 MA per darte ad intendere vna regola, con la quale facilmente te conseruarai in memoria le soprascritte ripresentationi, delli produtti delle sopra scritte dignità multiplicate l'una fia l'altra, bisogna saper il numero ordinario di ciascuna di dette dignità. & se ben te aricordi, di sopra ti ho detto qualmente il numero, considerato secondo se, non è dignità, ma solamente capo & principio di dette dignità, si come che anchora la vnità, considerata secondo se, non è numero, ma solamente principio del numero, adonque non essendo di nulla dignità il numero, gli daremo per suo segno. o. come che in margine si vede, & per che la cosa. è la prima dignità, gli daremo per suo segno. 1. Et perche il censo, è la seconda dignità, gli daremo per suo segno. 2. Et così perche il cubo, è la terza dignità, gli daremo per suo segno. 3. & così anchora per il ce.ce. è la quarta dignità, gli daremo per suo segno. 4. & così senza che piu oltra mi estenda andaremo procedendo di mano in mano nelle altre, come che in margine si vede annotato per fin alla 29 dignità, li quali segni de numeri, sono situati nella continua progressione naturale arithmetica, & le dignità sono situate nella continua proportionalità geometrica, Et se ben te aricordi nel 9 libro della 1ª parte a carte 131 nella seconda fazata, fu dichiarito nel primo Corellario della 8ª, che al multiplicare delle geometrice proportionalità, corrisponde il summare nelle arithmetice, E per tanto al multiplicare vna dignità fia vn'altra (che sono nella proportionalità geometrica) corrisponde il sommar di lor segni (che sono nella progressione, ouer proportionalità arithmetica) Essempi gratia volendo saper che cosa produca, ouer farà a multiplicar, censi fia pri.rel. summa il segno del primo relato (qual'è 5.) con il segno del censo (qual'è 2.) & farà 7. & perche 7. è il segno del 2° relato, diremo che a multiplicar censi fia pri.relati farà secondi relati. Et così volendo saper che cosa faccia, ouer produca, a multiplicare cubi fia censi de censi. summa il segno di cubi (che è 3.) con il segno di cece. (qual'è 4.) farà per 7. & per che 7. è per 2° relati, diremo che a multipl. cece. fia cu. farà 2° rel. & acciò meglio apprendi quello che voglio dire, qua di sotto te ne ponerò molti essempi i figura.

Segni p numeri

n		0
co		1
ce		2
cu		3
cece		4
pri. rel.		5
cecu		6
2°rel.		7
cecece		8
cucu		9
ce. pri. rel.		10
3°rel.		11
cucece		12
4°rel.		13
ce. 2°rel.		14
cu. pri. rel.		15
cecececе		16
5°rel.		17
cecucu		18
6°rel.		19
cece. pri.rel.		20
cu. 2°rel.		21
ce. 3°rel.		22
7°rel.		23
cucecece		24
[illegible] rel.		25
ce. 4°rel.		26
cucucu		27
cece. 2°rel.		28
8°rel.		29

Et così discorrendo in infinito.

a multipl.	5	n̄/0	a multipl.	4	n̄/0	a multipl.	3	co. 1	a multipl.	5	co. 1
fia	6	n̄/0	fia	8	co./1	fia	4	co. 1	fia	7	cu. 3
farà	30	n̄/0	farà	32	co./1	farà	12	ce. 2	farà	35	cece. 4
a multipl.	5	cu. 3	a multipl.	9	ce. 2	a multipl.	8	pri.rel. 5	a multipl.	3	cu. 3
fia	8	rel. 5	fia	6	rel. 5	fia	7	cu.ce. 6	fia	8	ce.cu. 6
farà	40	cecece. 8	farà	54	2°rel. 7	farà	56	3°rel. 11	farà	24	cu.cu. 9

Et così procederai in tutte le altre dignità si alte, come basse. vero è, che bisogna hauer in memoria i segni di dette dignità, & anchora le specie della dignità corrispondente a ciascun numero, cioè se la summa del segno delli cubi (qual'è 3.) con il segno delli ce. cu. (qual'è 6.) fa. 9. non hauendo in memoria che'l detto 9. è il segno di cubi de cubi, nó sapressimo che a multiplicar cubi fia censi cubi, facesse cubi de cubi, e però bisogna in ciò aduertire.

Del partire delle dignita maggiori per le minori.

12 IL partire, come si sa, è vn'atto contrario al multiplicare, e però vno di detti atti vien a esser proua de l'altro, come che sopra il partir de numeri, il medesimo accade nel partire delle dignità, dico si nelle dignità, come che nel numero di quelle, vero è, che per le simplice dignità bisogna hauer a mente li aduenimenti di quelle basse, che piu si maneggia, come saria a dire che a partir numero per numero, ne vien numero, & cosi a partir cose per numero, ne vien cose, & similmente a partir censi per numero, ne vien censi, & cosi a partir qual si voglia dignità per numero, l'aduenimento sempre sarà di quella medesima specie delle dignità partite, & la proua di questo è che a multiplicare il partitore (qual è numero) fia le dignità dell'aduenimento ritornerà la medesima specie de dignità partite, & anchora il numero di quelle. Essempi gratia a partire 20 cose per 4 ñ, ne vien 5 cose, per che a multiplicar quel partitor di 4 ñ fia quelle 5 co. dell'aduenimento fa 20 co. cioè non solamente ritorna quel numero del 20 partito, ma ritorna anchora la medesima dignità de cose, e però tal partire è buono, si in risspetto delle dignità, come nel numero di quelle. Et per che longo sarei a volerti in ciascuna dignità partita per vnaltra, dar particolar essempio, te ho descritto la sotto scritta tauola, dalla quale se hauerai ingegno, potrai facilmente intendere il tutto.

A partir numero per numero,	ne vien	numero
A partir cose, per numero	ne vien	cose
A partir censi, per numero	ne vien	censi
A partir cubi per numero	ne vien	cubi
A partir ce.ce. per numero	ne vien	ce.ce.
A partir pri.rel. per numero	ne vien	pri.rel.
A partir ce.cu. per numero	ne vien	ce.cu.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir cose. per cose	ne vien	numero
A partir censi per cose	ne vien	cose
A partir cubi per cose	ne vien	censi
A partir ce.ce. per cose	ne vien	cubi
A partir pri. rel. per cose	ne vien	ce.ce.
A partir cu. ce. per cose	ne vien	pri.rel.
A partir 2 rel. per cose	ne vien	cu.ce.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir censi per censi	ne vien	numeri
A partir cubi per censi	ne vien	cose
A partir ce.ce. per ce.	ne vien	censi
A partir pri. rel. per ce.	ne vien	cubi
A partir cu.ce. per ce.	ne vien	ce.ce.
A partir 2 rel. per ce.	ne vien	pri.rel.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir cu. per cu.	ne vien	numero
A partir ce.ce. per cu.	ne vien	cose
A partir pri. rel. per cu.	ne vien	ce.
A partir ce.cu. per cu.	ne vien	cu.
A partir 2 rel. per cu.	ne vien	ce.ce.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir ce.ce. per ce.ce.	ne vien	numero
A partir pri.rel. per ce.ce.	ne vien	cose
A partir ce.cu. per ce.ce.	ne vien	censi
A partir 2 rel. per ce.ce.	ne vien	cubi

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir. pri. rel. p pri. rel. ne vien —— numero
A partir. cu.cu. p pri. rel. ne vien ———— cose
A partir. 2 rel. per pri. rel. ne vien ———— censi
Et così discorrendo nelle altre dignità.

A partire. cu. ce. p cu. ce. ne vien —— numero
A partir. 2 rel. per cu.ce. ne vien ——— cose

A partire. 2 rel. per 2 rel. ne vien —— numero

Et se delle soprascritte partitioni ne vorai far la prova praticale, vedi se a multiplicar le dignità del partitore fia le dignità del advenimento, & se di tal multiplicatione te ritornerà le dignità partite, respetto alle dignità, sarai sicuro la tua operatione & conclusione esser bona, ma se per sorte te ritornasse altre sorte de dignità, di quelle haverai partite, sarà segno tu haver errato nel determinare le dignità del advenimento, Essempi gratia se a partire (poniam) cubi per censi, tu dicessi che ne vien numero, tu sai che a multiplicar il partitor (che è cubi) fia lo advenimento (che è numero) fa pur cubi, & per che le dignità partite sono censi, tu vedi che non te ritorna le dignità partite, e però tu vedi che hai errato a dire che a partir cubi per censi ne venga numero, anci ne vien cose, per che a multiplicar l'advenimento, che cose fia il partitor che è censi, me ritorna le dignità partite, che sono cubi, ma acciò meglio me intendi, te pongo diversi partimenti qua in margine con li suoi advenimenti.

a partir 18 ce. p 3 ce.
ne vien 6 n.

a partir 15 co. p 5 ce.
ne vien 3 co.

a partir 12 co. p 3 co.
ne vien 4 n.

a partir 24 ce. p 6 ce.
ne vien 4 ce.

a partir 28 ce. p 4 co.
ne vien 7 co.

a partir 30 ce. p 5 ce.
ne vien 6 n.

a partir 72 cu. p 2 ce.
ne vien 36 cu.

a partir 36 cu. p 12 co.
ne vien 3 ce.

a partir 40 cu. p 5 ce.
ne vien 8 co.

a partir 42 cu. p 7 cu.
ne vien 6 n.

a partir 28 ce.ce. p 4 n.
ne vien 7 ce.ce.

a partir 30 cece p 5 co
ne vien 6 cu.

a partir 18 cece p 6 cu.
ne vien 3 ce.

a partir 20 cece p 4 cu.
ne vien 5 co.

a partir 12 cece p 6 cece
ne vien 2 n.

a partir 24 pri.rel. p 3 n.
ne vien 8 pri.rel.

a partir 32 pri.rel. p 8 co.
ne vien 4 ce.ce.

a partir 8 pri.rel. p 2 ce.
ne vien 4 cu.

Et così discorrendo.

Del partire delle dignità menori per le maggiori.

15 Ma perche le dignità menori non si possono realmente partire per le dignità maggiori, si come che anchora li numeri menori non si possono realmente partire per numeri maggiori, ma bisogna notare li loro advenimenti in forma di rotto, Il medesimo anchora bisogna far nelle partitioni delle dette dignità menore, partendole per le maggiori, Essempi gratia volendo partire poniamo 12 n. per 3 co. anchorche partendo 12 per 3 ne venghi 4. a tal 4 non potemmo darui nome de dignità, che gli sia conveniente, perche, se voremo dir che tal 4 sia numero, multiplicando tal numero 4 de advenimento, fia quel 3 co. partitore farà 12 co. & bisognaria che facesse 12 n., e però tal partire non si può essequire secondo il partire delle dignità maggiori per le menore, ma bisogna tal advenimento proferir per rotto, ponendo le dignità, che si han da partire sopra di una linietta, over virgoletta, & il partitor di sotto, cioè volendo partire il detto 12 n. per 3 co. diremo che ne venira 12 n. essimo di 3 co. & ripresenteraissi in questa forma $\frac{12\ n.}{3\ co.}$ & così volendo partire 18 co. per 6 ce. tal advenimento ripresenteremo in questo modo $\frac{18\ co.}{6\ ce.}$ cioè 18 co. essimi de 6 ce. Similmente volendo partire 10 ce. per 3 cu. diremo che ne venira 10 ce. essimi di 3 cu. & si ripresenteria in questa forma $\frac{10\ ce.}{3\ cu.}$ & acciò meglio me intendi, qua di sotto ne poneremo alquanti in figura.

a partir 15 n. p 5 co. ne vien $\frac{15}{5\ co.}$	a partire 7 n. p 2 ce. ne vien $\frac{7\ n.}{2\ ce.}$	a partir 8 co. p 2 ce. ne vien $\frac{8\ co.}{2\ ce.}$
a partire 10 ce. p 4 cu. ne vien $\frac{10\ ce.}{4\ cu.}$	a partire 6 cu. p 2 rel. ne vien $\frac{6\ cu.}{2\ rel.}$	a partire 3 rel. p 2 ce. cu. ne vien $\frac{3\ rel.}{2\ cece.}$

Et così discorrendo in tutte le altre simil sorte de partir le dignità menore per le maggiore.

a partire	15 ce.cu.	6
p	4 ce.	2
ne vien	3¾ ce.ce.	4
a partire	24 cu.ce.	6
p	8 co.	1
ne vien	3 pri.rel.	5
a partire	36 pri.rel.	5
p	9 cu.	3
ne vien	4 ce.	2
a partire	28 ce.cu.	6
p	7 ce.cu.	6
ne vien	4 n̊	0
a partire	30 pri.rel.	5
p	5 n̊	0
ne vien	6 pri.rel.	5
a partire	20 n̊	0
p	4 n̊	0
ne vien	5 n̊	0
a partire	15 n̊	0
p	4 co.	1
ne vien	15 n̊ 0 / 4 co. 1	
a partire	26 co.	1
p	6 ce.	2
ne vien	26 co. / 6 ce.	
a partire	18 cu.	3
p	2 ce.ce.	4
ne vien	18 cu. / 2 ce.ce.	
a partire	17 co.	1
p	6 cu.	3
ne vien	17 co. / 6 cu.	
& cosi discorrendo		

14 ANchora per satisfarti in tutto te voglio dar vna regola per la quale da te medesimo potrai saper la specie delle dignità, che ti doueran venire nelli aduenimenti in ogni partitione di queste dignità, laqual regola è il conuerso di quella, che ti dei nella 11ª sopra del multiplicare di queste dignità, cioe alla dignità, che si ha da ptire, bisogna figurarla del suo numero ordinario detto sopra la detta 11ª di questo, & similmente figurar anchora il partitore. E per che se ben te aricordi nel ottauo libro della 2ª parte a carte 132 nel Corellario della 10ª fu fatto manifesto che il sottrare nelle Arithmetice corrisponde al partire nelle Geometrice proportionalita. E però sottrando il segno del partitore (essendo menore) & il restante sarà il segno del aduenimento di tal partire. Essempi gratia volendo partire primi relati per censi, per trouar la dignità del aduenimento, caua il segno di censi (che è 2.) dal segno di primi relati (che è 5.) restarà 3. & per che il 3. è il segno di cubi, diremo che a partire primi relati per censi ne vien cubi. Simelmente volendo partire 2ⁱ relati per primi relati cauaremo il segno di primi relati (che è 5.) dal segno di secondi relati (che è 7.) restarà 2. & perche 2 è il segno di censi, diremo che a partire secondi relati per pri. rel. ne vien censi, simelmente volendo partire, ce. cu. per ce. cu. cauaremo dal segno di ce. cu. (da partire) che è 6. il segno di censi cubi (partitore) che è pur 6. restarà 0. & per che il 0. è il segno del numero, diremo che a partire ce.cu. per ce.cu. ne vien numero. Simelmente volendo partire cu. per numero sottraremo il segno del n̊. che è 0. dal segno di cubi, che è 3. restarà pur 3. & perche il detto 3. è pur il segno di cubi, diremo che a partire cu. per n̊. ne vien cu. & cosi procedarai nelle altre simili partitioni, le quali accio meglio le intendi te ne ho registrate alcune figuratamente in margine.

Ma quando che per sorte tu non potessi cauare il segno del numero ordinario delle dignità del partitore, dal segno del numero ordinario delle dignità che hauerai da partire saria segno euidente, che le dignità del partitore sariano maggiore delle dignità, che hauerai da partire, e però tal partimento (come di sopra è stato detto) non si porria far realmente secondo le precedenti, anci in tal caso bisogna rispondere in forma di rotto, come che di sopra vnaltra volta è stato detto. Essempi gratia volendo partire ponimo cose, per censi per che il segno di censi qual'è 2. non si puo cauar dal segno delle cose, qual'è 1. in tal caso bisogna mettere le cose che si ha da partire sopra di vna vergoletta, & li censi di sotto, & tanto sarà lo aduenimento, & accio meglio me intendi, te ho posti varii essempi, in margine.

Del modo di saper cauar, ouer representare

la ℞ a ogni numero de dignità secondo la specie.

15 BIsogna sapere quando che il numero di censi sarà quadrato tai censi haueranno radice discreta, laqual radice sarà cose, Essempi gratia la ℞ de 4. ce. è 2. co. per che 2 co. multiplicate in se medesime fanno 4 cen. & cosi la ℞ de 9. ce. è 3. co. & la ℞ de 36 cen. è 6 co. & cosi discorrendo.

Ma quando che il numero di censi non sarà quadrato, tai censi non hauerãno ℞ discreta, ma sorda. Essempi gratia la ℞ de 3 co. nõ si puo cauare, ma se representarà in questa forma ℞ 3 ce. & cosi la ℞ de 5 ce. è ℞ 5 ce. & cosi discorrendo nelli altri de numero non quadrato, il medesimo si debbe intendere nelle altre dignità secondo la specie, cioè se il numero di cubi sarà cubo, tai cubi haueranno ℞ cuba discreta, & tal ℞ cu. sarà cose. Essempi gratia la ℞ cu. de 8 cu. sarà 2 co. & de 27 cubi sarà 3 co. & cosi discorrendo.

Ma quando chel numero di cubi non sarà numero cubo, tai cubi non hauerãno ℞ cu. discreta ma sorda, Essempi gratia la ℞ cu. de 10 cubi non si puo cauare, ma se representarà in questa forma ℞ cu. 10. cubi. & cosi la ℞ cu. de 20 cu. è ℞ cu. 20. cubi. & cosi discorrendo.

la ℞ de 4. ce. è 2. co.
la ℞ de 9. ce. è 3. co.
la ℞ de 36 ce. è 6 co.

la ℞ de 3 ce. è ℞ 3 ce.
la ℞ de 5 ce. è ℞ 5 ce.

la ℞ cu. de 8 cu. è 2 co.
la ℞ cu. de 27 cu. è 3. co.

la ℞ cu. de 10 cu. è ℞ cu. 10. cu.
la ℞ cu. de 20 cu. è ℞ cu. 20. cu.

la ℞ ce.ce. de 16 ce.ce. è 2 co.
la ℞ ce.ce. de 25 ce.ce. è ℞ 5 ce.
la ℞ ce.ce. de 14 ce.ce. è ℞ ce.ce. 14. ce.ce.

la ℞

Il medesimo

Il medesimo seguita nelle altre dignità eccettuando le cose, & per che longo farei a volerti dechiarire tal atto di una in una te ponerò solamente lo essempio di alcune in margine. Avertendoti solamente, che dal numero delle cose, o sia numero quadrato over non quadrato, mai se ne puo cavar ℞ discreta, per non trovarsi alcuna dignità che dutta in se faccia cose, E però la ℞ di 4. co. se represeenta in questo modo ℞ 4 co. Et cosi la ℞ 9 co. è ℞ 9 co. & tanto piu di numeri non quadrati, cioè ℞ 5 co. è ℞ 5 co. Ma la ℞ de 4 ℞ è 2 ℞, & cosi la ℞ di 16 ℞ è 4 ℞. & la ℞ di 6 ℞ è ℞ 6 ℞.

la ℞ rel. de 32 rel. è 2 co.
la ℞ rel. de 81 rel. è 3 co.

la ℞ rel. de 12 rel. è ℞ rel. 12 rel.

la ℞ ce. cu. de 64 ce. cu. è 2 co.
la ℞ ce. cu. de 16 ce. cu. è ℞ cu. 6 cu.
la ℞ ce. cu. de 27 ce. cu. è ℞ 3 ce.
la ℞ ce. cu. de 12 ce. cu. è ℞ ce. cu. de 12 ce. cu.

Et cosi discorrendo in tutte le altre dignità.
la ℞ de 4 co. è ℞ 4 co.
la ℞ de 9 co. è ℞ 9 co.

Del summar, sottrar, multiplicar, & partir de binome & residui, over recisi di dignità Algebratice. Cap. II.

PEr ben intendere le 5. parti del Agorithmo delli Binomi & Residui delle dignità Algebratice; Egli è necessario haver ben a memoria le medesime 5. parti delli duoi termini detti, piu & meno, delle quali abondantemente ne trattai nel quarto libro della seconda parte, e però se ti si havesse scordate a quel luoco ricorri.

Del summar de binomi, & residui de dignità Algebratice.

1 HOra non te voglio star a narrare particolarmente in parole il summar de binomi & residui de dignità, perche ve andaria da scrivere assai, ma te ponerò solamente varii, & diversi summari in figura, li quali havendo ben in memoria le operationi delli duoi termini, piu, e men, come disopra è stato detto facilmente da te le intenderai.

a summar	15 piu 7 co.	a summar	5 ce. piu 3	a summar	9 cu. piu 8 co.
con	12 piu 3 co.	con	2 ce. piu 2	con	3 cu. piu 6 co.
fara	25 piu 10	fara	7 ce. piu 5	fara	12 cu. piu 14 co.
a summar	10 men 8 co.	a summar	12 piu 12 ce.	a summar	7 cu. men 6 co.
con	13 men 5 co.	con	8 men 5 ce.	con	5 cu. piu 4 co.
fara	23 men 13 co.	fara	20 piu 7 ce.	fara	12 cu. men 2 co.

a summar	5 cu. piu 3 co.	a summar	3 rel. p̃ 5 ce.
con	3 cu. piu 2 ce.	con	2 cu. p̃ 3 co.
fara	8 cu. p̃ 2 ce. p̃ 3 co.	fara	3 rel. p̃ 2 cu. p̃ 5 ce. p̃ 3 co.
a summar	3 cu. ce. men 3 co.	a summar	3 rel. men 7
con	5 cu. men 7 ce.	con	2 cu. p̃ 2 co.
fara	3 cu. ce. p̃ 5 cu. men 7 ce. men 3 co.	fara	3 rel. p̃ 2 cu. p̃ 2 co. men 7

Del sottrar de Binomi & trinomi, & residui de dignità Algebratice.

2 SImelmente del sottrar de binomi, & residui de dignità algebratice non starò a dechiarirteli particolarmente in scrittura, per le ragioni dette di sopra, ma te distenderò circa cio varii sottramenti in figura li quali se non ignorarai il sottrar del piu, & del men son certo che tu li intenderai.

da 7 co. p̃ 10	da 9 co. p̃ 5	da 7 ce. p̃ 2 co. men 2
a cauarne 3 co. p̃ 4	a cauarne 7 co. men 3	a cauarne 2 ce. men 3 co. p̃ 7
restara 4 co. p̃ 6	restera 2 co. p̃ 8	restara 5 ce. p̃ 5 co. men 9
la proua 7 co. p̃ 10	proua 9 co. p̃ 5	proua 7 ce. p̃ 2 co. men 2

da 7 cu. men 3 co.	da 20 rel. mē 2 ce. p̃ 3 co.	da 13 ce. cu. men 8 co.
a sottr. 2 cu. men 5 co.	sottr. 12 rel. mē 8 ce. p̃ 7 co	a sottr. 5 ce. cu. mē 10 co.
resta. 5 cu p̃ 2 co.	resta. 8 rel. p̃ 6 ce. mē 4 co.	resta. 8 ce. cu. p̃ 2 co.
proua 7 cu. men 3	proua 20 rel. mē 2 ce. p̃ 3 co.	proua 13 ce. cu. mē 8 co.

da — 17 ce. cu. men 5 cu.	da — 12 pri. rel. men 3 p̃ 5 co
a sottrarne — — 6 cu. p̃ 3 ce.	a sottrarne 3 pri. rel. — men 2 co p̃ 8
resta. 17 ce. cu. men 11 cu. mē 3 ce.	restara 9 pri. rel. men 3 cu. p̃ 7 co men 5
proua 17 ce. cu. men 5 cu.	proua 12 pri. rel. men 3 cu. p̃ 5 co.

da — 10 ce. cu. p̃ 7 ce.	da 5 ce. cu. piu 15 co.
a sottrarne — — 7 co. p̃ 3	a cauar. 7 co. cu. — men 5 ce.
restara 10 ce. cu. p̃ 7 ce. mē 7 co. p̃ 3	restar. 5 ce. piu 15 co. men 2 ce. cu.
la proua 10 ce. cu p̃ 7 ce.	proua 5 ce. cu. piu 15 co.

Anchor che in molti altri varii modi possono accadere li sottrar de binomi, & trinomi, & residui de dignità, nondimeno per li sopra notati essempi non dubito che da te le saprai rettamente essequire.

Del multiplicare de binomi, & trinomi, & residui de dignità algebratice.

3 IL multiplicar de binomi, & trinomi & residui de dignità algebratice non è differente di quel delli altri binomi, trinomi, & lor residui eccetto che nelli prodotti della varietà delle dignità, & perche a dechiarire particolarmente tali multiplicati, saria cosa longa, e per tanto poneremo solamente li essempi simplicemente in figura, li quali non dubito, che per quelli tu intenderai il tutto, hauēdo sempre in memoria la qualità di lor prodotti, & delle dignità, come del piu & mē.

a multiplicar 7 co. p̃ 5	a multipli. 9 ce. men 3	a multipli. 12 cu. p̃ 3 co. men 5
p̃ — — 4	p̃ ——— 6	p̃ — — — 6 co.
fara 28 co. p̃ 20	fara 54 ce. men 18	fara 72 ce. ce. p̃ 18 ce. mē 30 co.

a multipli. 13 rel. mē 2 ce.	a multipl. 3 cu. ce. p̃ 5 ce.	a multipli. 30 cu. men 2 ce.
p̃ 5 co. p̃ 3	p̃ 2 cu. ce. p̃ 3 ce.	p̃ 8 cu. men 3 ce.
p̃ 39 rel. men 6 ce.	p̃ 9 cecece p̃ 15 cece	men 60 pri. rel. p̃ 6 cece
65 ce. cu. men 10 cu.	6 cucece p̃ 10 cecece	240 cecu men 24 rel. rel.
fara 65 ce. cu. mē 10 cu. p̃ 39 rel. mē 6 ce.	fa. 6 cucece p̃ 19 cecece p̃ 15 cece	fa. 240 cecu me 24 pri. rel. p̃ 6 cece

a multipl. 12 cu men 5 co.	a multipl. 10 cu men 2 ce.	a multipl. 5 ce. cu. men 3 ce.
fia 4 cu p̃ 3 co.	fia 9 cu. p̃ 1 ce.	fia 3 co. men 2
p̃ 36 cece mē 15 ce	p̃ 10 rel. mē 2 cece	men 10 cecu p̃ 6 ce.
48 cecu men 20 cece	90 cecu men 18 rel.	15 p̃ rel. men 9 cu
fara 48 cecu p̃ 16 cece men 15 ce.	fa. 90 cecu mē 8 rel. mē 2 cece	fa. 15 p̃ rel. men 9 cu mē 10 cecu p̃ 6 ce

Et cosi con tal ordine procederai nella multiplicatione de binomi, & residui de piu alte specie de dignità accadendo il bisogno.

Del partir de binomi, ouer residui per binomi, ouer residui de dignità algebratice, & anchora per numero simplice.

4 IL partir di vn binomio, ouer residuo per vn binomio, ouer residuo communemente, Il suo produtto se nota in forma de rotto, ouer che se proferisse per esimo, Essempi gratia volendo partir 5 co. piu 3. per 2 ce. piu 4. diremo che ne venira $\frac{\text{5 co. piu 3.}}{\text{2 ce. piu 4.}}$ cioè ponẽdo la cosa da partire sopra di vna virgola (come si costuma nelli rotti,) & il partitor di sotto, ouer che se proferiscono in questo modo 5 co. piu 3. esimo de 2 ce. p̃ 4. & questo secondo modo molto se costuma, per causa che sono difficili da stampar cosi in forma di rotto, & accio meglio me intendi, di sotto te notarò diuersi partimenti, al primo modo.

a partire 2 co. piu 7. per 3 ce. piu 5 co. ne vien $\frac{\text{2 co. piu 7.}}{\text{3 ce. piu 5. co.}}$

a partire 5 cu men 2 co. per 5 rel. p̃ 4 ce. ne vien $\frac{\text{5 cu. men 2 co.}}{\text{5 rel. piu 4. ce.}}$

a partire 13 cecu. piu 3. men 2 co. per 5 cu. men 7 ce. ne vien $\frac{\text{13 cecu. p̃ 3 men 2 co.}}{\text{5 cu. men 7. ce.}}$

Et cosi discorrendo, vero è, che a partire vn tal binomio, ouer residuo, & vn moltinomio, per numero simplice sempre si puo partire realmente, senza notarlo in forma di rotto. Essempi gratia volendo partire 24 ce. cu. p̃ 12 ce. per 4 n̄, partirai ciascuno di detti nomi, a vno per vno, per 4. & trouarai che te ne venira 6 ce. cu. p̃ 3 ce. & per esser tal atto da se facile, non te adduco altro essempio.

Delli numeri, & dignità che sono necessarij nella computatione della antica & commune algebra. Cap. II.

I numeri, ouer termini, ouer dignità principale, necessarie nella computatione della commune antica Algebra (trouata da Mammeth figliolo de Mose Arabo) sono 3. cioè, il numero, la cosa, & il censo, li quali termini, ouer digniti, che cosa le siano, & come le intendano, a sufficientia fu detto, nella 3ª, & 4ª, & 5ª del primo capo.

Qual sia il principal fondamento della Regola di Algebra.

IL principal fondamẽto della Regola di Algebra, è la proportione di equalità, & per che questa Equalità, nelli predetti 3 termini, cioè numero, cosa, & censo, puo (relatiuamente) occorrere in sei modi, e però cõmunemẽte si dice li capitoli di Algebra esser sei, delli quali tre sono detti simplici, & tre composti, il primo di tre capitoli simplici, è quando che le cose se eguagliano al numero, il secondo è quando che li censi si eguagliano pur al numero, il terzo è quando che li censi sono equali alle cose; Il primo di capitoli composti è quando che li censi, & le cose, si eguagliano al numero; Il secondo è quando che le cose, & il numero si eguagliano alli censi; Il terzo & vltimo è quando che li censi, & il numero si eguagliano alle cose, delli quali capitoli, si delli simplici, come delli composti, di sotto poneremo le sue regole & essempi di vno in vno: Et prima delli simplici.

La regola del primo capitolo simplice.

QVando che le cose se eguagliano al numero, parti il numero per le cose, & lo auenimẽto sarà il valore di vna cosa, Essempi gratia se sei cose fussero eguale a 18 n̄, volendo sapere quanto val la cosa, parti 18 per il numero delle cose, cioè per 6 ne vien 3. & tanto val la cosa, cioè la val 3 n̄, A questa similitudine se 6 brazza di veluto costasse lire 18, adunque li detti 6 brazza di veluto seriano in virtu, ouer in valore equali a lire 18, hor volendo sapere quanto val il brazzo di tal veluto, partiressimo li detti lire 18 per quelli 6, (cioè per il numero di brazza,) & ne Primo Capitolo simplice.

veniria pur 3. & così ℞ 9. valeria il beretto di quel veluto, & questo è simile alla Regola di cose eguali a numero.

Da notare.

Bisogna notare che quel partire il numero per le cose, che comanda il capitolo, si piglia secondo il partir de numeri simplici, & non secondo il partire delle dignità, il medesimo si ha da intendere nelli altri seguenti capitoli, cioè, che li loro adoenimenti sempre se intendono per numero simplice.

Essempio operatiuo al detto primo capitolo simplice.

Trouame vn numero che la mità & il $\frac{1}{3}$ di tal numero gionti insieme me facian 15. anchor che questo quesito si potria risoluere, per la positione falsa simplice, nondimeno voglio che lo risoluiamo per algebra, per soluere adonque questa questione, poneremo che il detto numero sia 1 co. pigliaremo la mità & vn terzo de 1 co. che sarà $\frac{1}{2}$ co. $\frac{1}{3}$ co. summamoli insieme, & faranno $\frac{5}{6}$ co. & questo sarà eguale a quel numero che vogliamo che facia, cioè a 15. & così hauemo $\frac{5}{6}$ co eguale a 15. e per tanto seguiremo quello, che comãda il capitolo, cioè partiremo quel numero 15. per il numero delle co. cioè per $\frac{5}{6}$ & ne veniria 18 apponto, & tanto val la cosa, cioè tanto sarà il numero che cercamo, fanne la proua praticale, cioè piglia la mità, & il terzo de 18 & summa tai parti insieme, & trouarai che saranno 15 apponto che è il proposito. Nota che cerco di far venir la resolutione senza rotto per tua maggior intelligentia, ma il medesimo seguirà quando te occorresse rotti.

Regola del secondo capitolo semplice.

Quando che li censi se eguagliano al numero, sempre parti il numero per il numero di censi, & lo adoenimento sarà il valor de 1 ce. ma per che la maggior parte delle volte noi cercamo il valor della co. onde per esser la co. la ℞ del ce. e per tanto la ℞ di tal adoenimento valerà la cosa. Essempi gratia se 12 ce. fosse eguale a 48 ñ. parti tal numero 48 per il numero di censi, cioè per 12. & te ne veniria 4. & tanto val il ce. & così la ℞ di 4. che è 2. valerà la cosa.

Secondo capitolo semplice.

Anchora poniamo che 6 ce. fosse eguali a 30. parti 30 per il numero di ce. che è 6. ne vien 5. & così 5 val il ce. & ℞ 5. val la co.

Essempio operatiuo al secondo capitolo semplice.

Trouame vn numero, che multiplicato in se medesimo, & il prodotto multiplicato poi per 7 farà 63. Ponerai che tal numero sia 1 co. multiplica 1 co. fia 1 co. farà 1 ce. multiplica questo 1 ce. per 7 farà 7 ce. & questi 7 ce. saranno eguali a 63. e per tanto partirai quel 63. per 7 te ne venirà 9. & tanto val il ce. & così la ℞ de 9. che è 3. valerà la co. e per tanto conchiuderemo che il detto ricercato numero è 3. che se ne farai la proua praticale (quadrando) quel 3 farà 9. & questo 9 multiplicandolo per 7. ben farà 63. come si propone.

Vnaltro essempio al secondo capitolo semplice.

Trouame vn numero che multiplicando il suo quadrato per 6. faccia 48. poni che quel tal numero sia 1 co. quadralo farà 1 ce. multiplica questo 1 ce. per 6. farà 6 ce. & questi saranno eguali a 48. parti questo 48 per il numero di ce. cioè per 6. & te ne venirà 8. & la ℞. 8 valerà la co. & tanto fu il ricercato numero. Et volendone far la proua quadra ℞. 8 farà 8. qual multiplicandolo per 6. ben farà 48 come si propone.

La regola del terzo capitolo semplice.

Terzo capi. semplice.

Quando che li censi se eguagliano alle cose, tal equatione over capitolo, in sostantia è simile al primo, (come che di sotto dapoi il schifar di termini delle equationi sarà manifesto) e però bisogna in tal capitolo partire il numero delle co. per il numero delli

delli ce. & lo adueniméto sarà il valore della cosa. Essempi gratia se 10 ce. fussino eguali a 30 co. partirai il numero delle cose, cioè quel 30. per il numero delli censi, cioè per quel 10. & te ne venirà 3. & tanto valerà la cosa.

Essempio operatiuo al detto terzo capitolo semplice.

Trouame vn numero che multiplicato per 6. farà quanto che il doppio del suo quadrato. ponerai che quel tal numero sia 1 co. multiplicala per 6. farà 6 co. fatto questo quadra 1 co. fa 1 ce. duplica questo 1 ce. farà 2 ce. & questi saranno eguali a 6 co. hor parti il numero delle co. cioè quel 6. per il numero di ce. cioè per quel 2 te ne venirà 3. & 3 valerà la co. & così 3 fu il ricercato numero. & se ne vorrai far la proua multiplica quel 3 per 6 farà 18. & per che questo 18. ben è eguale al doppio del quadrato di 3. il qual quadrato è 9. & il doppio di 9. fa 18. e però seguita il proposito.

Commune sententie da notare per le equationi composite, & altre.

Bisogna notare, & in memoria a reccarse (per le equationi composite) alcune commune sententie, poste da Euclide nel principio del primo libro, & altre quale sono le sotto scritte quattro.

Se a cose eguali saranno aggionte cose eguale, tutte le summe saranno anchora eguale.

Et se da cose eguali saranno tolte cose eguali, Quelle cose che restaranno saranno anchora eguali.

Et similmente se cose eguali saranno multiplicate egualmente, cioè per uno medesimo numero, li loro produtti saranno anchora eguali.

Et similmente se cose eguali saranno partite egualmente, (cioè per uno medesimo numero) li adueniméti saranno fra loro eguali.

Regola del primo capitolo composito.

Quando che li censi & le cose se eguagliano al numero, se per sorte vi sarà piu, ouer meno di vn censo, prima reccarai tutta la equatione a vn ce. cioè se da vna banda sarà manco, ouer piu di vn ce. e questa reductione ouer reccatione, si farà partendo tutta la equatione, per la qualità di censi, & fatto questo, el si deue dimezzar le cose, & l'una mità si deue multiplicar in se, & a quel produtto si deue aggiongere il numero, & la radice di quella tal summa meno il dimezzamento delle cose valerà la cosa ricercata. Essempi gratia, se 5 ce. piu 30 co. fussino eguali a 80. per saper quanto val la co. prima reccaremo tal equatione a vn ce. & questo si farà partendo tutta la detta equatione per il numero di ce. cioè per 5. Onde partendo 5. ce. piu 30 co. per 5. ne vien 1 ce. piu 6 co. partendo anchora 80 per 5. ne vien 16. & questi duoi adueniméti (per la quarta delle sopra notate commune sententie) saranno anchora eguali, cioè 1 ce. piu 6 co. saranno eguali a 16. Et così hauremo redutta la equatione a vn censo, & fatto questo smezzaremo il numero di quelle 6 co. & ne venirà 3. & lo multiplicaremo in se farà 9. & gli aggiongeremo il numero, (cioè quel 16.) & farà 25. & la ℞ 25. che è 5 men il dimezzamento delle cose che fu 3. valerà la cosa, cioè valerà 2.

Primo capitolo composito.

Essempio.

Anchora se $\frac{1}{3}$ ce. piu 8 co. fussino eguali a 60, volendo saper quanto val la cosa, prima bisogna reccare tutta la equatione a 1 ce. & per far questo partiremo tutta la equatione per il numero, ouer quantità di ce. cioè per quel $\frac{1}{3}$, il che non vol dir altro che multiplicare l'uno, & l'altro estremo per 3. onde multiplicando $\frac{1}{3}$ ce. piu 8 co. per 3 farà 1 ce. piu 24 co. multiplicando anchora quel 60 pur per 3 farà 180. & così hauremo (per commune sententia) 1 ce. piu 24 co. eguale a 180. onde seguiremo la regola del capitolo, cioè smezzaremo il numero delle cose, cioè quel 24. ne vien 12. lo multiplicaremo in se, farà 144. al qual aggiongeremo il numero, cioè quel 180. farà 324. & la ℞ 324. (che farà 18.) men il dimezzamento del numero delle cose, (cioè men 12. valerà la cosa,) tal che la cosa venirà a valer 6. & il ce. 36. e però vn ce. piu 24 cose, ben saranno eguale a 180. che è il proposito, ouer che diremo che $\frac{1}{3}$ di ce. che farà 12 piu 8 co. che farà 48. farà eguale a 60. Similmente se $\frac{3}{4}$ ce. piu 12 co. fussino eguali a 60. volendo sapere quanto val la cosa. prima bisogna pur ridure la equatione a vn censo, & questo si farà parten

Secondo Essempio.

Terzo essempio.

do tutta la equatione per il numero di ce. che è $\frac{3}{4}$. cioè multiplicando tutta la equatione per 4. & quel produtto partirlo per 3. onde multiplicando tutta la detta equatione per 4. farà 3 ce. più 48 co. equale a 240. & partendola poi per 3. ne venirà 1 ce. più 16 co. equale 80. fatto questo seguiremo il capitolo pigliando la mità del numero de le co. che farà 8. & lo quadraremo farà 64. & a questo gli aggiongeremo il numero, cioè 80. farà 144. & la ℞ de 144 (che farà 12.) men il dimezzamento delle cose (che farà 8.) valerà la co. e per tanto la cosa valerà 4. & il censo 16. per che sapendo il valor della cosa, venimo per quella a saper la valuta anchora del censo.

Quarto essempio.

Anchora se $3\frac{1}{2}$ ce. più 6 co. fusse eguale a 26. volendo trovare quanto val la cosa, prima bisogna pur ridure tutta la equatione a 1 ce. & questo si farà partendo tutta la detta equatione per il numero di censi, che è $3\frac{1}{2}$, over $\frac{7}{2}$. cioè multiplicando tutta la detta equatione per 2. & tal produtto partirlo per 7. il che facendo ne venirà in ultima 1 ce. più $1\frac{5}{7}$ co. eguale a $7\frac{3}{7}$. hor per seguir il capitolo pigliaremo la mità di $1\frac{5}{7}$ che farà $\frac{6}{7}$ & lo quadraremo farà $\frac{36}{49}$ & a quello gli aggiongeremo $7\frac{3}{7}$ farà $8\frac{8}{49}$. & la ℞ di $8\frac{8}{49}$ (che farà $2\frac{6}{7}$) men il dimezzamento delle cose (che fu $\frac{6}{7}$) valerà la cosa, adunque la cosa valerà 2 apponto.

Da notare.

Bisogna notare che nelli simili capitoli composti la maggior parte delle volte, il valor della cosa sarà irrationale, ma io te farò venir tal valore rationale accio che in questi principii meglio apprendi il soggetto di tal regola.

Essempio operativo al detto primo capitolo composito.

Trovame un numero, che multiplicato per 6. & a quel produtto giontovi il quadrato del detto numero faccia 27. Ponerai che tal numero sia 1 co. multiplicala per 6. farà 6 co. poi quadra il detto numero, (cioè 1 cosa farà 1 ce.) qual gionto a quelle 6 co. farà 1 ce. più 6 co. & questa summa sarà eguale a 27. & per che la equatione da se è ridutta a un censo, e però in tal caso non vi accade altra riduttione, ma seguir la regola del capitolo, cioè dimezzar il numero delle co. che farà 3. & multiplicarlo in se farà 9. & a quello giongerai il numero (cioè quel 27) farà 36. & la ℞ 36, che farà 6 men il dimezzamento delle cose, valerà la cosa, e per tanto la cosa venirà a valer 3. & così 3 sarà il numero ricercato, fanne prova che troverai che multiplicato il detto 3 per 6. farà 18. qual 18 gionto al quadrato di 3. che serà 9. farà apponto 27. come si propone.

Regola del secondo capitolo composito.

Secondo capitolo composito.

Quando le cose, & il numero, se eguagliano alli censi, se per sorte vi sarà più, over men di un censo, prima reccarai tutta la equatione a un ce. si come nel primo capitolo di sopra fu detto, cioè partendo tutta la equatione per il numero di censi, & fatto questo dimezzarai il numero delle cose, & quella mità multiplicarai in se, & a quel quadrato aggiongerai il numero & la radice di quella summa, più il dimezzamento delle cose, valerà la cosa, Essempi gratia, se 18 co. più 24 fussero eguali a 6 ce. volendo saper quanto val la cosa, prima reccarai tutta la equatione a un censo. & per far questo effetto partirai tutta quella per 6. cioè per il numero di censi, il che facendo trovarai che te ne venirà in ultimo 3 co. più 4 equali a 1 ce. hor seguita la regola del capitolo, cioè smezza il numero delle cose. & te ne venirà $1\frac{1}{2}$ quadralo farà $2\frac{1}{4}$ aggiongeli il numero, cioè 4. farà $6\frac{1}{4}$, & la ℞ de $6\frac{1}{4}$, che farà $2\frac{1}{2}$ più il dimezzamento delle cose (che fu $1\frac{1}{2}$) valerà la cosa, e per tanto la cosa valerà 4. & tanto fu il ricercato numero, che se ne farai prova trovarai che 18 cose, (che fanno 72) più 24, che in summa faranno 96. ben saranno eguali a 6 censi, cioè a 6 quadrati de 4. cioè a 6 fia 16 che ben fa 96. e però seguita il proposito.

Essempio.

Essempio operativo al detto secondo capitolo composito.

Trovame un numero, che al doppio di quello aggiontovi 24. faccia il suo quadrato. Ponerai che quel tal numero sia 1 co. duplicalo fia 2 co. aggiongi 24 farà 2 co. più 24. & questa summa sarà eguale a 1. ce. cioè al quadrato della cosa. & per che tal

equatione

equatione da se è ridutta a 1 ce. non vi accade altra riduttione, ma bisogna solamente seguire li precetti del capitolo, cioè smezzar il numero, & ne venirà 1. quadralo farà pur 1. aggiongici il numero, cioè quel 24. farà 25. & così la R de 25. che è 5. più il dimezzamento delle cose, che fu 1, valerà la cosa, e per tanto la cosa verrà a valer 6. & così 6 sarà lo adimandato numero. & se ne farai la prova trovarai che 2 co. (che sono 12.) insieme con 24 farà tal summa eguale a un censo, cioè al quadrato de 6. che è 36. e però seguita il proposito.

Regola del terzo capitolo composito.

Quando che li censi & il numero se eguagliano alle cose, prima si come nelli passati, (essendovi più, over men di un censo,) reccarai tutta la equatione a un censo, partendo tutta quella per la quantità di censi, fatto questo, dimezzarai le cose, & l'una mità multiplicarai in se, & di quel produtto sempre cava il numero che nella equation si trova & la R del rimanente gionta con la mità delle cose, over tratta dalla detta mità delle cose valerà la co. E però alle volte questo terzo capitolo può haver due risposte. Essempi gratia se 6 co. fusse eguale a 1 ce. più 5. volendo saper quanto val la cosa, hor per esser la equatione da se ridutta a 1 ce. non vi accade altra riduttione, ma solamente seguire quello, che comanda il capitolo, cioè dimezzar le cose, cioè quel 6. la cui mità è 3. & quadrare questo 3 farà 9. & di questo 9. cavarne il numero (cioè quel 5.) & restarà 4. & la R di 4. (qual è 2.) gionta, over tratta alla mità delle cose, che è 3. valerà la cosa, hor per vedere per qual modo la ne riuscisse buona, cioè con lo aggiongerla, over a trarla. giongendo 2 con 3 farà 5. & 5 potria valer la cosa. ma vedemo se la vien buona. Se la cosa val 5. adunque 6 cose valeriano 30. hor vedemo se un censo più 5. fa precisamente 30. Et per che il censo a questa ragione val 25. al qual giontoui quel più 5. farà pur in summa 30. e però la sta bene. Et perche alle volte può venire anchora per l'altro modo, cioè sottrando quel 2 de 3 resteria 1. & tanto potria valer la detta cosa. hor facciamone la prova, se la cosa val 1. 6 co. valeranno 6. hor vedemo se 1 ce. più 5 fa 6. Et per che il censo a questo secondo modo valeria solamente 1, tal che con quel 5 più faria pur 6. e però si vede che la solutione può avenire in doi modi, cioè potemo dire che la cosa valle 5 & potemo anchora affermare la detta cosa valer solamente 1 si che si vede che alle volte (non sempre) questo capitolo può haver due risposte, la qual cosa in niun altro capitolo può accadere.

Terzo capitolo composito.

Essempio.

Essempio operativo al detto terzo capitolo composito.

Trovame un numero, che multiplicato per 20. faccia quanto che il treppio del suo quadrato & più 12. Poneremo che tal numero sia 1 co. la quale multiplicaremo per 20. farà 20 co. & questo diremo che sono eguali a 3 ce. più 12. hor per trovare quanto val la co. prima riduremo tutta la equatione a 1 ce. & questo si farà (come più volte è stato detto) partendo tutta la equatione per 3. cioè per la quantità di censi, il che facendo haveremo in ultimo $6\frac{2}{3}$ co. eguale a 1 ce. più 4. fatto questo seguiremo, quello che comanda la regola del capitolo, cioè dimezzaremo il numero delle co. & venirà $3\frac{1}{3}$. & lo quadraremo farà $11\frac{1}{9}$. & di questo ne cavaremo il numero, (cioè quel 4) restarà $7\frac{1}{9}$. & la R di $7\frac{1}{9}$. (che sarà $2\frac{2}{3}$) gionta, over tratta dalla mità delle cose (cioè da quel $3\frac{1}{3}$) valerà la cosa. hor aggiongemo la prima & farà 6, & tanto diremo poter valer la co. & per che alla prova vedemo che multiplicando il detto 6 per 20 fa 120. & per che li tre quadrati de 6 fanno 108. al qual 108 giontoui 12 ben fa 120. diremo assolutamente la co. valer 6 & 6 esser il ricercato numero, che è il proposito.

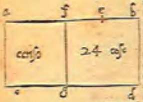
Hor vedemo anchora se la riuscisse con il sottrar quel $2\frac{2}{3}$ da $3\frac{1}{3}$ che resteria $\frac{2}{3}$ quali multiplicandoli per 20 n. delle co. farà $13\frac{1}{3}$. & quadrando $\frac{2}{3}$ per haver la quantità del ce. farà $\frac{4}{9}$. & treppiandolo per che vi son 3 ce. farà $1\frac{1}{3}$. & aggiongendogli il numero, cioè 12 farà ben anchora $13\frac{1}{3}$ adunque etiam a questo modo, idest con il sottrare, la ne riuscisse. ma bisogna però avvertire, che se ben qui la riuscisse ad ambidui gli modi, che in molti casi, over questioni nò riuscisse però a tutti dui essi modi, ma si ben sempre all'uno over all'altro indubitatamente. $\frac{1}{3}$, quali multiplicandolo per 20 farà $6\frac{2}{3}$. & per che il treppio del quadrato de $\frac{1}{3}$, che farà pur $\frac{1}{3}$ (cioè farà $\frac{3}{9}$, che schissa ritorna $\frac{1}{3}$) al qual giontoci 12 farà $12\frac{1}{3}$, & doveria far $6\frac{2}{3}$, e però non riuscisse con il sottrare, ma solamente con il summare quel $2\frac{2}{3}$ con la mità delle cose, e però bisogna avvertir, che non sempre la solutione vien in doi, ma mai falla che per l'uno di detti doi modi non venghi, & alcuna volta, (come è detto) vien per ambidui.

La demostratione geometrica adatta sopra le regole di tre capitoli composti.

Per che le regole di tre capitoli semplici da se sono manifeste, talmente che non hanno bisogno di altra demostratione. Ma per che gli altri tre capitoli composti ben hanno dibisogno di piu speculatiua demostratione, accio la loro verita sia fatta all'intelletto piu manifesta, cioe che cosi si debba osseruare nelli loro agguagliamenti, come in quelli e stato detto, laqual cosa di vno in vno ordinatamente andaremo dimostrando. Et prima.

Quando il censo & cose, sono eguali al numero.

Come sarebbe se vn censo piu 24 cose fussero eguali a 340, che secondo la regola ouer ordine dato disopra nel capitolo de censi e cose, eguali a numero. Douemo pigliare la mita del numero delle cose, che e 12, e quadrarla fa 144, e detto quadrato ponere sopra il numero, cioe sopra 340 fa 484. Et di detta summa idest de 484 prenderne la radice, quale e 22, & di detta radice videlicet de 22 detrarne la mita del numero delle cose idest 12, che e il rimanente il quale e 10, dicemo essere la quantita, ouero valuta della cosa. Il che geometricamente si fara chiaro & manifesto.



Con la superficie rettangola c, b, diuisa in due, vna delle quali e il quadrato ouer censo c, f, di detta equatione. L'altra la g, b, sia 24 radice ouer cose, dellaquale total superficie non hauemo notto alcuno suo lato. Eccetto la parte f, b, del lato, a, b, laqual parte e vno di lati della superficie g, b, il qual lato ouer parte f, b, presupponemo essere 24 vnita, cioe il numero delle cose di essa equatione. Adunque cadauno di lati del censo ouer quadrato c, f, vien ad essere vna cosa, per il che del dutto della f, g, lato di esso censo in la f, b, che e 24 vnita, cioe di 1 cosa in 24 ne perueine la superficie rettangola g, b, videlicet 24 cose. Et del dutto della linea f, g, ouer a, c, a lei eguale, cioe di vna cosa in se medesima, ne peruene la superficie del quadrato c, f, idest vn censo, il qual censo & 24 cose, cioe tutta essa superficie rettangola c, b, e 340 dapoi che a tanto lei se agguaglia dal presupposito. laqual superficie c, b, e produtta dal lato a, b, di quella nel lato a, c, della medesima. Et per che Euclide introduttore delle mathematiche scientie, nel suo secondo libro alla sesta propositione, ci dimostra chiaramente, che quando vna linea retta sara diuisa in due parti equali. & che a quella sia aggionta vn'altra linea in continuo ediretto, che il dutto di tutta essa linea, cosi composta in quella che fu di nuouo aggionta, con il quadrato della mita della prima linea, sempre sara equale al quadrato di quella che e composta dalla mita & dalla aggionta: Adunque alla linea f, b, lato della rettangola superficie g, b, laqual linea f, b, e 24 vnita, cioe il numero delle cose della soprascritta equatione. Et laquale e diuisa in due parti equali in ponto e, supponeremo esserli aggionta in continuo edirettto la linea a, f, lato del detto censo c, f, di essa equatione, per il che il dutto di tutta essa linea cosi composta, cioe di tutta la linea a, b, in essa parte aggionta, idest in la linea a, f, lato del censo ouer quadrato c, f, il qual dutto viene ad essere la total superficie c, b, per essere la linea a, f, eguale alla a, c, imperoche ambedue sono lati di detto censo ouer quadrato c, f, (laqual superficie dal presupposito e 340, come di sopra dicemo,) con il quadrato della mita della prima linea, (cioe con il quadrato della linea f, e, laqual linea f, e, e la mita del numero delle cose videlicet 12, il qual quadrato e 144 gionti insieme,) tutta questa summa laquale e 484, se agguaglia al quadrato di quella linea che e composta della mita della prima, & della aggionta, laquale vien a essere la linea a, e, per l'adetta sesta del secondo di Euclide. Adunque essendo il quadrato della a, e, 484, la radice de 484 che e 22, sara la vera longhezza di essa linea a, e, dellaquale detrahendone la mita della prima, cioe la mita del numero delle cose, che e la linea f, e, idest 12, rimanera 10, per la quantita della linea a, f, lato del censo ouer quadrato c, f, & valuta della cosa di detta nostra equatione, & a questo modo hauemo dichiariti & fatti noti tutti gli lati di essa total superficie rettangola c, b, Et il piu longo di quella, cioe il lato a, b, habbiamo ritrouato essere 34. Et il piu corto, cioe la larghezza, laquale e la linea a, c, 10. Et il censo ouer quadrato c, f, 100, & la superficie g, b, cioe 24 cose, 240 che ben in summa aponto fanno 340 come si ricerca. Et con tale dimostratione a sufficientia hauemo etiam dichiarito & fatto noto per che causa, ouer per che ragione si dimezza il numero delle cose, & detto dimezzamento si multiplica in se, e tal multiplicatione si aggionge sopra il numero di detta equatione, & della radice di quella summa si detrahe

trahe il dimezzamento delle cose. Chi vuol hauere la notitia della vera quantità, ouer valuta della cosa. ma quando che la summa del numero della equatione con il quadrato della mità del n° delle cose non hauesse hauuta radice discreta. cioè non fusse stato il quadrato, come sarebbe quando esso numero di detta equatione, fusse stato solamente 300, che aggiongendogli il quadrato del n° delle cose che è 144, fanno in summa 444 il qual numero non è numero quadrato, ouero non ha radice discreta. in quel caso si harebbe detto la valuta, ouer quantità della cosa essere vn residuo, cioè R 444 men 12.

Anchora per vn'altro modo si potena fare la soprascritta dimostratione a verificare & essemplificare con figure geometriche la verità della regola del detto capitolo de censo & cose, eguali a numero. Tenendo pur fermo vn censo piu 24 cose, eguali a 240. Et sia essempi gratia il quadrato c, b, da dui lati del quale, cioè a, b, & a, c, ne tagliaremo le due linee g, b, & c, e, lequal saranno tra loro eguali. e presupponeremo ciascuna di quelle essere 12 vnità, cioè la mità del numero delle cose di detta equatione. & condurremo due linee da gli dui ponti g, & e, equidistanti a gli lati del detto quadro c, b. cioè la g, h, equidistante allo lato a, c, & la e, f, al lato a, b, lequali se intersecheranno tra loro in ponto i. fatto questo si vederà detto quadro essere diuiso in quattro superficie de lati equidistanti, dellequali due saranno quadrate, cioè c, g, & h, f, le altre due, cioè a, i, & i, b, sono dette supplementi, iquali supplementi sono tra loro eguali, come tutto si farà chiaro & manifesto. per che essendo tutti gli lati del total quadrato c, b, tra loro eguali, & essendo stato tagliato da dui di quelli, cioè dallo a, b, & a, c, le due linee e, c, & g, b, di eguale quantità per commune scientia, gli dui residui, cioè le due linee a, g, & a, e, saranno etiam tra loro eguali. Et con cio sia come hauemo detto che la superficie c, g, sia de lati equidistanti, seguita quella per la 34 del primo di Euclide, hauere gli lati & gli angoli oppositi eguali. adunque tutti gli lati di detta superficie c, g, sono tra loro eguali, e tutti gli angoli retti, & però quella è quadrata. Similmente la superficie h, f, è quadrata. per che essendo de lati equidistanti per la detta 34 del primo di Euclide, quella a gli lati & angoli oppositi eguali come è detto. ma gli lati i, f, & i, h, sono ciascuno di loro 12 vnità, per essere quelli eguali & equidistanti alle due linee g, b, & e, c, lequali presupponessimo ciascuna di loro essere 12 vnità, cioè la mità del numero delle cose di detta equatione, come dicemo. Adunque gli dui rimanenti lati h, d, & f, d, di detta superficie h, f, saranno anchora ciascuno di loro 12 vnità. Ma che gli dui supplementi c, i, & i, b, siano tra loro eguali, egli è chiaro & manifesto, per quello che è stato detto. Imperoche essendo le longhezze & larghezze di essi supplementi, scambieuolmente riferte eguale com'è stato prouato, non è da dubitare che possino essere altramente. Adunque poneremo ciascuno di lati del quadrato c, g, essere 1 cosa, cioè la cosa di detta equatione, per siche la superficie di esso quadrato sarà il censo di quella, & ciascuno di dui supplementi c, i, & i, b, saranno 12 cose, per questa ragione. per che essendo li lati g, b, & c, i, del quadrato c, g, ciascuno di loro 1 co. Et ciascuna delle due linee g, b, & c, e, 12 vnità. Chi multiplica 1 cosa via 12 vnità, ne peruiene 12 cose, come nel multiplicare di sopra fu detto. Hor veniamo alla nostra conclusione, quando adunque dimezzamo il numero delle cose, & che quel dimezzamento qual'è 12 multiplicamo in se, allhora venimo a fare la superficie del quadrato h, f, qual viene a essere 144. Poi quando gli aggiongemo il numero, cioè 240 allhora gli venimo ad aggiongere le tre restante superficie del total quadrato c, b, lequal 240 per essere dette tre restante superficie sono il quadrato c, g, & gli dui supplementi c, i, & i, b, per essere dette tre superficie (videlicet 1 censo piu 24 cose) tanto quanto è il detto numero cioè 240. Imperoche a tanto se agguagliano dal presupposito. Adunque 144 & 240 gionti insieme che fanno 384. E la vera & integral superficie di tutto il grande quadrato c, b, per siche la radice di 384 qual'è 22, viene ad essere ciascuno de' lati di quello. Detrahendo poi di detta radice cioè de 22, la mità del numero delle cose, idest 12, allhora venimo a detrahere la linea g, b, tagliata dal lato a. b, di esso quadrato c, b, & ci rimane 10 per la linea a, g, lato del partiale quadrato ouer censo c, g, & vera quantità ouer valuta della co. di detta nostra equatione.

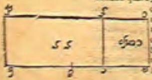
Seconda dimostratione, cioè quando le cose e numeri sono eguali al censo.

MA quando le cose & numero sono eguali al censo, come sarebbe a dire 12 cose piu 85, eguali a vn censo, come di sopra nella regola del capitolo de cose e numero eguali a céso fu detto, che bisogna pigliare la mita delle cose, laqual mita e 6. & il quadrato di essa mita qual'è 36 aggiongere sopra il numero di essa equatione qual'e 85, che farà in summa 121, & poi prendere la radice di detta summa, cioè de 121, laqual'è 11. Et a essa radice aggiongerui sopra la mita del numero delle cose, cioè 6, farà in tutto 17, ilqual 17 diremo essere la vera quantità, ouer valuta della cosa di detta equatione, & per dimostrarlo chiaramente con

figura geometrica, sia il censo ouer quadrato di essa equatione, il quadrato c.b. diuiso in due superficie rettangole dalla linea e. f. tirata equidistantemente da gli dui lati a.c. & b.d. di detto quadrato ouer censo. L'una delle quali superficie cioè la c.e. presupponeremo essere il numero di detta equatione idest 85. L'altra 12 cose, ouer 12 lati di esso censo ouer quadrato c. b. laqual superficie peruengono del dutto delle longhezze di quello, nelle sue larghezze videlicet la superficie c.e. perniene dal dutto della linea a.c. lato di detto censo ouer quadrato di detta equatione, cioè di vna cosa, nella linea a. e. laqual linea a.e. non ci è nota, ma solamente ci è nota la quantità superficiale, produtta da quella, e da vna cosa lato di detto censo, laqual superficie presupponemo essere il numero di detta equatione, idest 85 come si ha detto. Et l'altra superficie f.b. veramente peruiene per del dutto de l'altro lato b.d. di detto censo ouer quadrato, cioè di vna cosa, nella linea e.b. laqual linea e.b. presupponemo essere 12 vnità, videlicet il numero delle cose di detta equatione, per siche la sua area superficiale, farà 12 cose, ouer 12 lati di detto censo come dicemo, & quello per che a multiplicare vna cosa contra 12 volte fa 12 cose, questo tal censo ouer quadrato c. b. adunque in tutto vien ad essere 12 cose più 85. & a tanto quello si e proposto essere eguale. adunque tutte queste cose fatte & benissimo considerate, intendasi poi alla linea e.b. laquale sia diuisa in due parti equali in ponto g. essergli aggionta in continuo e diretto la linea a.e. lato della superficie c.e. laqual linea a.e. ci e incognita come dicemo. Ma sapemo che il dutto di quella in tutta la a.b. fa 85, si come fa il dutto della medema a.e. in la a. c. eguale a detta a.b. Adunque se a questo prodotto della a.e. in tutta la a.b. qual prodotto e 85, cioè il numero di detta equatione gli aggiongeremo il quadrato della mita della e.b. laqual mita vien a essere la linea e. g. cioè la mita del numero delle cose di essa equatione idest 6, ilqual suo quadrato vien ad essere 36. haueremo in summa 121, per il quadrato della linea a.g. composta dalla mita della prima linea e.b. e dall'aggionta a.e. come per auanti nella dimostratione della precedente, a quella dicemo douere auuenire per auttorità della sesta del secondo di Euclide. Adunque la radice di 121, qual'è 11, vien ad essere la vera quantità di detta linea a. g. allaqual aggiongendoui poi sopra la linea g.b. laqual'è 6, cioè la mita del numero delle cose, haueremo in summa 17 per tutta la linea a.b. lato di detto censo ouer quadrato c.b. & vera quantità ouer valuta della cosa di detta nostra equatione, laquale si ricercaua. Ma bisogna notare come hauemo detto anche sopra la dimostratione precedente, che quando il numero della equatione aggionto con il quadrato della mita del numero delle cose non facesse numero quadrato, ouero nõ hauesse radice discreta, come sarebbe se il numero di essa equatione fusse stato 90. che aggiongendolo con il quadrato della mita del numero delle cose, cioè con 36 fanno 126, ilqual nõ e quadrato, & per consequente non ha radice discreta, in quel caso si harebbe detto, la cosa valere la radice di detto numero, cioè di 126 più la mita del numero delle cose, idest R 126 p 6 che e vn binomio.

Tertia dimostratione, cioe quando le cose sono eguali al censo & numero.

COme Essempi gratia quando 16 cose fussero eguali a vn censo più 55, & che dimezzate le cose, come di sopra nella regola del capitolo di cose eguali a censi & numero si disse, & il detto dimezzamento qual'è 8 multiplicato in se, & di tal produtto qual'è 64 detratto ne il numero di detta equatione qual'è 55, poi di quel residuo qual'è 9, presa la radice qual'è 3, & essa radice cioè 3, detratta della mita del numero delle cose, ouer posta sopra la detta mita del numero delle cose qual'è 8, che essendo detratta ne rimane 5, & essendo aggionta ne risulta 11, ilqual 5 ouer 11, cioè l'una o l'altra di dette due quantità, dicemo essere la vera valuta della cosa, come nel preallegato capitolo de censi e numero eguali a cose fu detto & per farne più capace ciascun intelletto, Presupponeremo la superficie rettangola c.b. li lati della quale sono le quattro linee a.b. c.d. a.c. & b.d. Et presupponeremo che due di quelle, cioè a.b. & c.d. siano ciascuna di loro 16 vnità, videlicet



tà, videlicet il numero delle cose della soprascritta equatione: Et ciascuna delle altre doe, cioè a. c. & b.d. essere vna cosa, idest la cosa di essa equatione, per il che essa superficie rettangola c. b. sarà 16 cose. Imperoche del dutto di vna cosa in 16 vnità, ne risulta 16 cose. Et de gli dui latia.b. & c.d. di essa rettangola superficie c. b. ne taglieremo le parti a. e. & c. f. Et poneremo ciascuna di quelle eguali al lato a. c. cioè vna cosa. E da gli ponti e. & f. condurremo la linea e. f. & sarà la superficie c. e. quadrata, cioè il censo di detta equatione, & il residuo di essa rettangola superficie c. b. cioè la partiale superficie rettangola f. b. sarà 55. cioè il numero di essa equatione. Imperoche essendo tutta essa superficie c. b. 16 cose, come hauemo detto di sopra. Et quelle 16 cose dal presupposito essendo eguali a vn censo piu 55. egli e necessario che essa total superficie c. b. si possa diuidere come si ha fatto, videlicet in vn censo piu 55. Dapoi che a tanto lei se aggaglia. Adunque la partiale superficie f.b. quale è 55. come si ha detto e produtta dalle due linee e. b. & e. f. ma la e. f. è eguale alla a.e. Imperoche l'una & l'altra sono lati del quadrato ouer censo di detta equatione, cioè vna cosa, adunque della linea a.e. in la e.b. vien produtto 55. laqual cosa tieni in mente. Et perche Euclide nella quinta del secondo chiaramente ci dimostra, che quando vna linea sarà diuisa in due parti eguali, & in due non eguali, che il produtto de l'una in l'altra delle parti inegualli, con il quadrato di quella linea che giace tra l'una & l'altra settione, gionti insieme, saranno sempre eguali al quadrato di vna delle parti eguali, di essa linea. Adunque sia diuisa la linea a. b. lato di detta rettangola superficie c. b. in due parti eguali in ponto g. & saranno ciascuna di dette parti, cio è le due linee a.g. & g.b. 8. videlicet la mità del numero delle cose di detta equatione. Adunque quando quadremo la mità del numero delle cose della equatione, allhora venimo a fare il quadrato di vna delle parti eguali di essa linea a.b. cio è il quadrato di vna delle due linee a.g. ouer g. b. chi è pur ciascuna di loro 8, come dicemo, il qual quadrato è 64. & quando di esso quadrato, cioè di 64 detrahemo il numero della equatione, cioè 55, allhora venimo a detrahere il produtto de l'una in l'altra delle due parti inegualli di essa linea a.b. cioè il produtto della a.e. in la e. b. qual produtto e pur 55, come fu approbato di sopra quando fu detto tieni in mente, dellaquale detrattione ci viene a rimanere 9, per il quadrato di quella linea che giace tra l'una & l'altra settione di detta linea a.b. cioè per il quadrato della linea e. g. Imperoche come fu detto per authorità di detta quinta del secondo di Euclide, Douendo esso produtto di dette due parti inegualli a. e. & e. b. qual produtto e 55, con il quadrato di essa linea e. g. che giace tra l'una & l'altra settione, gionti insieme essere eguali al quadrato di vna delle parti eguali di essa linea a.b. però chi detrahe di esso quadrato di vna di dette parti, eguali di detta linea a. b. qual quadrato è 64. il detto produtto di dette due parti inegualli, quale è 55, ci verrà a restare 9. per il quadrato di detta linea e.g. che giace tra dette settioni del qual quadrato pigliando poi la sua radice quale è 3, venimo ad hauere nota & manifesta la vera quantità ouer longhezza di essa linea e. g. quando poi ponemo detta radice, cioè 3, sopra la mità del numero delle cose, idest sopra 8. che ne risulta 11, allhora venimo ad aggiongere detta linea e. g. che è pur 3 sopra la g. b. che è pur 8, dil che ne risulta 11 per la linea e. b, laquale linea e. b. è vna delle parti inegualli della linea a.b. cioè la maggiore, quando poi finalmente detrahemo detta radice, cioè 3. dela mità del 8 delle cose, videlicet di 8, all'hora venimo a detrahere la detta linea e. g. che e pur 3 della linea a, g, che e pur 8, dil che ci rimane 5 per la linea a, e, che e l'altra delle parti inegualli di detta linea a.b. cioè la minore, laquale linea a. e. & il lato del quadrato ouer censo di detta equatione, & vera quantità ouer valuta del la cosa, cioè quando detto censo ouer quadrato e constituito sopra la minor parte di essa linea a.b. cioè sopra la a. e. ma quando esso quadrato, ouer censo fusse constituito sopra la maggior parte di essa linea a.b. cioè sopra la e. b. come in questa seconda figuratione appare allhora detta linea e.b. quale è 11, come di sopra fu detto, sarebbe la vera quantità ouer valuta della cosa, imperoche la superficie c.e. di essa seconda figuratione, sarebbe il numero di detta equatione, cioè 55, qual nasce pur dal dutto della linea a. e. in la e. b. ouer in la e. f. a detta e. b. eguale, cioè di 5 in 11. Et il detto censo nasce del dutto della e. b. cioè 11 in se medesima che fa 121, che gionti insieme 55 & 121 fa 176. che ben s'aguagliano a 16 cose

ouer 16 lati di esso censo, cioè a 16 volte 11. Et medesimamente 1 censo piu 55 quando esso censo è constituito sopra la minor parte di essa linea a.b. cioè sopra la a.c. laqual è 5. ilqual censo piu 55 fanno in summa 80, se agguagliano bene etiam loro a 16 cose, ouer 16 lati di esso censo, cioè a 16 volte 5. Ma in molti casi & quesiti, non sempre tutte due le parti fatte del numero delle cose della equatione, talmente che il dutto dell'una in l'altra di esse parti faccia il numero di essa equatione come si a fatto di sopra, saranno ambedue la vera valuta della cosa di essa equatione, come in la presente sono tutte due le linee a.c. & c.b. representanti dette parte. ma si ben sempre l'una ouer l'altra indubitatamente. Et questo auuiene per che alle volte il censo constituito sopra l'una, & alcuna volta sopra l'altra di dette parte.

Ma come hauemo detto anchora sopra le altre due precedenti dimostrationi. Quando il numero che restasse della detrattione del numero della equatione fuori del quadrato della mità del numero delle cose, non hauesse radice discreta, ouer non fusse numero quadrato, all'hora di necessità la valuta della cosa sarebbe in binomio, ouer reciso. come se il numero di detta equatione fusse stato solamente 50, ilqual 50 detrahendolo de 64, quadrato della mità del numero delle cose di essa equatione, che ci resta 14, ilqual 14 non è numero quadrato. & per consequente non ha radice discreta. in quel caso si direbbe la cosa valere la mità del numero delle cose piu la radice di detto 14, ouer la mità del numero delle cose, men la radice di detto 14, cioè 8 p̃ ℞ 14, che è binomio, ouer 8 men ℞ 14, che è residuo.

Et quando il numero della equatione fusse eguale al quadrato del numero della mità delle cose, all'hora detta mità del numero di esse cose, sarebbe la vera quantità, ouero valuta della cosa di quella equatione. Ma quando esso numero della equatione, fusse maggiore del quadrato della mità del numero delle cose, all'hora veramente quel tal caso ouer quesito non sarebbe solubile anci sarebbe impossibile, imperoche alcuna quantità mai si può diuidere in due tal parti, che il dutto de l'una in l'altra di esse parti faccia piu del quadrato della mità di essa quantità. Ancora per molti altri modi & uie geometricamente si harebbe potuto fare le sopradette dimostrationi a delucidare la verità di sopradetti capitoli, ma mi è parso di non perder piu tempo in replicare quello che a sufficientia mi par esser chiaro & manifesto.

Di alcuni altri capitoli che ci sono, oltra li precedenti, delliquali si hanno le sue regole generali da trarli in luce, lequali regole dependono però da quelle di essi precedenti.

Ancora vi sono alcuni altri capitoli oltra quelli, delliquali si ha trattato di sopra, che hanno le sue regole generali de risolnerli ouer trarli in luce, lequal regole dependono però da quelle de gli precedenti, come di sotto a suoi debiti lochi s'intenderà, delliquali capitoli ad vno per vno, con sue regole chiare & aperte, qui sequente ne trattaremo. Et prima.

De censi di censi eguali a numero.

QVando li censi di censi sono eguali al numero. Parti sempre il numero per il numero de censi di censi, che lo aduenimento sarà la vera quantità, ouer valuta di 1 sol censo di censo, & prendendone la radice della radice, quella sarà la valuta de vna cosa. Verbi gratia, se 8 censi de censi fussino eguali a 128, dico che parti 128 per 8 che ne perviene 16, ilqual 16 dico essere la valuta di vn sol censo de censo. Et se pigliarai la radice della radice de 16 qual'è 2, hauerai la vera quantità ouer valuta della cosa.

Essempio operatiuo al detto capitolo de ce ce. eguali a numero.

TRouami vn numero, che il quadrato del quadrato di quello, multiplicato per 6. faccia 87846. Poni che il detto numero fusse 1 co. & multiplicala in se medesima farà 1 ce. el qual censo ancor multiplicato in se medesimo farà 1 ce. ce. & detto ce ce. multiplicato per 6, farà 6 ce ce. & quelli 6 ce ce. saranno eguali a 87846. Adunque parti 87846 per 6, cioè per il numero di ce ce. che ti verrà 14641 per valuta di vn sol censo di censo, del qual pigliandone poi la radice della radice si hauerà 11 per valuta della cosa. & tanto dirai essere l'adimandato numero. fanne proua multiplicando 11 in se medesimo che fa 121, & ancora 121 in se medesimo fa 14641. & questo 14641 multiplicato per 6. fa bene apunto 87846 come debbe fare.

De censi di censi & censi, eguali a numero.

QVando gli censi de censi, & li censi sono eguali al numero: ridotta che sia la equatione, talmente che in quella oltra li censi & numero, non vi sia piu che vn sol censo de censo.

Bisogna quadrare la mità del numero di censi,e detto quadrato ponere sopra il numero di essa equatione,& di quella summa prenderne la radice,& di essa radice cavarne la mità del numero di censi,quello che resterà sarà sempre la valuta di vn sol censo, e volendo poi la valuta della cosa, prenderai la radice della valuta del censo, & hauerai lo intento. Verbi gratia se 12 censi de censi piu 96 censi,fussero eguali a 1836, dico prima che tu recchi detta equatione, talmente che in quella vi sia vn sol censo di censo,il che si fa partendola tutta per il numero di censi de censi, cioè per 12, come per auanti e stato detto in altri capitoli,& hauerai poi vn censo de censo,piu 8 censi eguali a 153. Poi piglia la mità del numero di censi, laqual mità e 4,& quadrala, & ditto quadrato qual'e 16, ponil sopra il numero, cioè sopra 153, che fa 169,delqual 169 prendine la radice qual'e 13. & di essa radice abbattene la mità del numero di censi,cioè 4, che ne resterà 9 per la quantità ouer valuta di vn sol censo. Prendine poi la radice laqual e 3, e dirai che tanto val la cosa indubitatamente. &c.

Essempio operatiuo al detto capitolo de ce ce. & ce. eguali a numero.

Trouami vn numero,che sopra il quadrato del suo quadrato postoui 8 de suoi quadrati faccia 2793. Poni che il detto numero sia 1 co. e quadrala fa 1 ce.& ancora quadra 1 ce. che farà 1 ce ce. aggiongici 8 ce. farà in tutto 1 ce ce. p̃ 8 ce. qual 1 ce ce. p̃ 8 ce. saranno eguali a 2793. smezza il numero di ce. & il detto smezzamento qual'e 4, multiplica in se medesimo, che farà 16. & questo 16 poni sopra 2793 farà 2809. Et di detta summa prendine la radice,laquale è 53 Et di essa radice abbattene detta mità del numero de censi, cioè 4. che ti resterà 49. per valuta di vn sol censo. del qual censo pigliandone poi vltimamente la sua radice,si hauerà 7 per valuta di vna cosa. E tanto dirai essere lo addimandato numero, fanne proua, multiplicando 7 in se medesimo che fa 49. & anchora 49 in se medesimo fa 2401, aggiongici 8 fiate 49 che sono 392, farà in tutto 2793, si come debbe fare ragioneuolmente.

Ma quando gli numeri de' quali si hanno da pigliare le loro radici non hauessero radice discreta,come seria se si dicesse $\frac{1}{8}$ censo de censo piu $\frac{3}{4}$ censo essere eguali a 15, che partendo tutta essa equatione per $\frac{1}{8}$, cioè per il numero di censi de censi, si ha poi vn censo de censo piu 6 censi eguali a 120. Et ponendo il quadrato della mità di censi quali quadrato e 9, Sopra 120 si ha poi 129 di summa, ilqual 129 non ha radice discreta, all'hora in quel caso se direbbe il censo valere la radice di detto 129 men la mità del numero di censi, cioè ℞ 129 men 3. del qual censo, pigliandone poi la sua radice (laqual radice è vna delle linee irrationali, lequali Euclide pone nel decimo,cioè la gionta con rationale componente il tutto mediale, che da prattichi in questo modo si dipinge videlicet. ℞.v.(℞ 32 $\frac{1}{4}$ p̃ ℞ 30) mẽ ℞.v.(℞ 32 $\frac{1}{4}$ mẽ ℞ 30)) si hauerà nota & manifesta la vera quantità,ouer valuta della cosa. Questo capitolo per essere constituito sotto gli medesimi ordini che è quello di censi e cose eguali a numero, Si risolue mediante la regola, con laquale vien risolto quello, aggiontoui solamente quello, che quando qui siamo peruenuti alla notitia della quantità ouer valuta del censo. Si prende poi di piu la radice di esso censo per valuta della cosa, il che non fa bisogno fare in quello.

De censi & numero, equali a censi de censi.

Quando gli censi & numero, si agguagliano a gli censi de censi, reccata che sia la equatione,di maniera che in quella oltra gli censi & numero, vi sia vn solo censo di censo,si dimezzano gli censi,& il quadrato di detto dimezzamento si pone sopra il numero,& di detta summa se ne piglia la radice, & a essa radice si aggionge la mità del numero di censi per valuta di vn sol censo, delqual pigliandone poi la sua radice si viene ad hauere nota & manifesta la quantità ouero valuta della cosa.

Verbi gratia,siano 20 censi piu 4464, eguali a 4 censi de censi. reccata che sia la equatione al debito ordine secondo ch'è stato detto piu fiate. Si hauerà poi 5 censi piu 1116 eguali a vn censo de censo. Et pigliando la mità del numero di censi qual'è 2$\frac{1}{2}$,& il suo quadrato qual'è 6$\frac{1}{4}$, ponendo sopra il numero qual'è 1116, & di quella summa qual'è 1122$\frac{1}{4}$, pigliandone poi la sua radice quale è 33$\frac{1}{2}$,& a detta radice aggiongendogli la mità del numero di censi,cioè 2$\frac{1}{2}$, si hauerà in tutto 36, per la vera quantità, ouer valuta di vn sol censo, del quale si piglia poi finalmente la sua radice,quale è 6, per valuta di vna cosa.

Essempio operatiuo al detto capitolo de ce & numero eguali a ce ce.

TRouami vn numero, che il quadrato del suo quadrato, faccia quanto 40 fiate il suo quadrato, aggiontoui sopra 6000. Poni che esso numero sia vna co. che il quadrato sara 1 ce. & il quadrato di 1 ce. sara 1 ce. ce. & questo 1 ce. ce. sara eguale a 40 fiate il quadrato dell'adimandato numero, aggiontoui 6000, cioe a 40 ce. piu 6000, dimezza il numero di ce. & l'una mita chi è 20, multiplicala in se che fara 400, & questo 400 poni sopra a 6000, che fara in tutto 6400, delqual 6400 pigliane la radice che è 80, & ad essa radice aggiongici sopra detta mità del numero di ce. idest 20. che fara 100, per valuta di vn sol censo delqual ce. prendine poi la radice laqual è 10. & di che tanto val la cosa, & per consequente che tanto è l'addimandato numero, fanne proua, multiplicando 10 in se che fa 100, & anchora 100 in se, fa 10000, che è ben quãto 40 fiate 100, aggiontoui sopra 6000. Ma come fu detto anchora nel precedente capitolo, quando gli numeri de' quali se hanno da pigliare le loro radici, non hauessero radice discretta, come saria quando si dicesse che 12 censi piu 564 fussero eguali a vn censo di censo, che dimezzati gli censi & il suo quadrato di detto dimezzamento, qual'è 36, posto sopra 564. che fa in tutto 600, ilquale 600, non ha radice discreta. Allhora in quel caso, se direbbe che il censo valesse la radice di detto numero piu la mità del numero di censi, cioè ℞ 600 piu 6, delqual censo pigliandone poi la sua radice qual'è ℞ v.(℞ 150. p̃ ℞ 141.) p̃ ℞ v.(℞ 150. men ℞ 141.) si hauera nota & manifesta la quantità ouer valuta della cosa, laqual valuta ouer quantità di essa cosa, cioè ℞ v.(℞ 150 p̃ ℞ 141.) p̃ ℞ v.(℞ 150 men ℞ 141.) e' per via delle linee irrationali che Euclide introduce nel decimo, cioè la potente irrationale & mediale. Et questo capitolo per essere constituito sotto gli medesimi ordini, che e' quello di cose & numero eguale a censi, si pone in luce, mediante la regola con laquale vien posto quello aggiontoui solamente questo, che quando qui fiamo peruenuti alla noticia della quantità del censo, si prende poi di piu la radice di esso censo, per la valuta della cosa, ilche non fa bisogno fare in quello.

De censi di censi & numero, equali a censi.

QVando gli censi de censi & numero sono eguali a gli censi, reccata che sia la equatione al debito ordine, cioè che in quella non vi sia oltra gli censi & numero altro che vn sol censo di censo, per capo principale della equatione, si dimezzano poi gli censi, & del quadrato di esso dimezzamento si estrahe il numero, & la radice di quel residuo, si pone sopra il numero della mità di censi, o veramente si estrahe di essa mità del numero di censi, che sempre quello ne resterà ouero risulterà, sarà la vera quantità ouer valuta di vn sol censo, delqual censo prendendone poi la sua radice si hauera nota la valuta della cosa. Verbi gratia, siano posti $5\frac{1}{5}$ censi de censi, & $131\frac{1}{5}$ essere eguali a 190 censi, & sia diuisa ouer partita detta equatione per $5\frac{1}{5}$, cioè per il numero di censi, che si hauera poi vn censo de censo & $138\frac{7}{13}$ eguali a $24\frac{2}{13}$ censi, delqual numero de censi dico che ne piglia la mità che è $17\frac{1}{13}$ & del suo quadrato, qual'è $298\frac{105}{169}$ abbattene il numero, cioè $138\frac{7}{13}$ che ne resta $59\frac{14}{169}$ & di detto residuo pigliane la radice, laquale è $7\frac{8}{13}$, & essa radice ponela sopra la mità del n. di censi, cioè sopra $17\frac{1}{13}$, ouer detrarla di essa mita del numero di censi, idest de $17\frac{1}{13}$ che essendo aggionta si hauerà poi 25 per valuta di vn sol censo, & la radice di esso censo laquale è 5 per valuta di vna sol cosa. Et essendo detratta si hauerà $9\frac{6}{13}$ per per valuta di vn sol censo, e la radice di esso censo, laquale è ℞ $9\frac{6}{13}$ per valuta di vna cosa, si possiamo poi seruire della valuta di quella cosa, che ci fa lo effetto di quanto ricerchiamo, imperoche sempre l'vna ouer l'altra, ne lo faranno indubitatamente, & ancor qualche fiata ambedue, ma non sempre, come dicemo anchor nella dimostratione Geometrica, adutta sopra il capitolo de censi & numero eguali a cose, imperoche questo per essere constituito sotto gli medesimi ordini di quello, si pone in luce con la medesima regola che si pone quello, aggiontoui solamente questo, che quando qui siamo peruenuti in luce del censo, si prende poi di piu la radice di esso censo per noticia della valuta della cosa, ilche non fa bisogno in quello.

Essempio operatiuo al detto capitolo de ce ce. & numero, eguali a ce.

TRouami vn numero, che sopra il quadrato del suo quadrato postoui 64 faccia quanto il suo quadrato multiplicato per 20, poni che esso numero sia vna cosa è quadrala fara vn censo.

censo. Et anchora quadra detto ce. fara 1. ce.ce. aggiongici 64 fara in tutto 1.ce.ce. p̃ 64. & questo 1 ce.ce. p̃ 64 è eguale a la multiplicatione de 20, in vn ce. cioè a 20 ce. dimezza esso numero di ce. e l'una mita qual'è 10, multiplica in se medesima, che fara 100, delqual 100, abbatene 64 che ti remanirà 36, delqual remanimento prendine la radice che è 6, & essa radice ponila sopra la detta mita del numero di ce. che fara in tutto 16 per valuta di vn sol censo, del qual ce. pigliandone poi la sua radice si haverà 4 per valuta della cosa, & tanto potrai dire essere l'adimandato numero, o veramente detrai essa radice, cioè 6 della detta mita del numero di ce. idest de 10, che ti resterà 4 pur per valuta di vn sol ce. delqual ce. pigliandone poi la sua radice, si haverà 2 per valuta della cosa. Et tanto ancor potrai dire essere esso adimandato numero. fanne proua, cioè primamente multiplicando 4 in se, fa 16, & ancora 16 in se, fa 256; aggiongici 64 fa 320, che è ben eguale a 20 ce. cioè a 20 fiate 16. Similmente multiplicando ancora 2 in se fa 4, & 4 in se fa 16, aggiongici 64 fa 80, che è ben ancor eguale a 20 ce. idest a 20 fiate 4. Adunque a questo tal quesito se gli puo dare due risposte, & ambedue verissime, cioè che l'adimandato numero è 4, & anchor ch'egli è 2, come per le sue proue chiaramente si ha potuto vedere. per ilche egli è da notare (come ancor di sopra fu detto,) che alcuna fiata, si possiamo seruire della valuta di ambedue le cose, lequal valute si conseguiscono sempre nelli modi & ordini detti di sopra, videlicet vna aggiongendo, & l'altra detrahendo essa radice, presa di quel residuo che ci rimane, abbattendo il numero delle equationi, fuori del quadrato della mita del numero di ce. di esse equationi, ma non sempre. Ma ben sempre per regola generale, & indubitatamente si potremo seruire dell'una ouer dell'altra, idest che sempre l'una ouer l'altra ci farà l'effetto che ricerchiamo, per che altra cosa è vna equatione, & altra cosa è vn quesito, imperoche per quanto aspetta alla equatione sola, sempre l'una & l'altra ci farà l'effetto, ouero ci riuscirà. Ma per quanto aspetta poi alli quesiti, non sempre l'una & l'altra ci riuscirà, ouer farà l'effetto, ma si ben sempre l'una ouero l'altra infallibilmente. Et però la regola di questo tal capitolo di ce ce. & numero eguali a ce. dice che la detta radice (di esso residuo che ci rimane, abbattendo il numero della equatione, fuori del quadrato della mita del numero di censi, di quella aggionta sopra la mità del numero di ce. ouer detratta di essa mità del numero di ce. cioè all'uno ouer all'altro modo; darà sempre la vera valuta di vn sol ce. del qual ce. pigliãdone poi la sua radice si haverà la cognitione della vera valuta della cosa.

Ma quando gli numeri delliquali se hanno da pigliare le loro radici, non hauessero radice discreta, all'hora in quel caso il censo varrebbe la mità del numero di censi, men la radice sorda di quel numero che restasse della sotrattione del numero della equatione, fuori del quadrato della mita del numero di cẽsi, ouero detta mita del numero di censi, piu la radice sorda di detto numero, che restasse di detta sotrattione del numero della equatione, fuori del quadrato della mità del numero di censi, & la cosa varrebbe posta radice di esso censo, laquale radice sarebbe per vna delle linee irrationali che Euclide introduce nel decimo, dellaqual sene potria a beneplacito hauer la notitia, per li modi da noi posti nella seconda parte del general trattato de numeri & misure.

Ma egliè ancor da sapere, che quando il numero della equatione fusse eguale al quadrato della mità del numero di censi, che all'hora essa mita del numero di censi, sarebbe la valuta di vn sol censo. Et quando ditto numero della equatione fusse maggiore di esso quadrato della mita del numero di censi, che quel tal caso ouero quesito non si potrebbe essequire, idest sarebbe impossibile, per la causa che in fine di detta dimostratione geometrica adutta sopra il detto capitolo di censi & numero eguali a cose, fu assignata.

De alcuni documenti vtilissimi & necessarii, per instruttione de gli ordini che si hanno da osseruare in l'arte di Algebra. Et prima.

Della positione de gli casi ouer quesiti.

ESpediti gli capitoli algebratici, & a ciascuno di quelli posta & assignata la sua propria regola generale da porsi in luce, & ancora i suoi essempi operatiui, hor è da dare gli modi & ordini, che si hanno da tenere, nel soluere le questioni & casi, ouer quesiti a noi proposti per ditta regola algebratica, per laqual cosa egliè da sapere che a beneplacito si puo ponere il caso ouer quesito essere vna cosa a cose & piu cose, vn censo a censi & piu censi: vn cubo a cubi & piu cubi: vn censo di censo a censi de censi & piu cẽsi de censi. & cosi discorrendo, de ogni & qualunque altra dignità algebraticha che ci pare & piace, & quante ci pare & piace, dummente che siano de vno medesimo genere per non ci arecchare maggiore laboriosità, & operando, cioè multiplicando, partendo, summando, & sottrando, secondo che ricercha & vuole quel caso over quesito che si vuol soluere, se si perviene ad alcuno de gli precedenti capitoli, si puo poi porlo in luce, & peruenire alla cognitione della quantità over valuta di vna sol cosa, mediante gli modi & regole di sopra poste a essi capitoli, & peruenuti in cognitione della quantità over valuta di vna sol cosa, si puo poi multiplicarla per il numero delle cose che si apponessimo, cioe per 2 over piu, se a doe, over piu cose si hauessimo appolli si puo etiam quadrarla, cubarla, & ancora quadrare il suo quadrato & finalmente ridurla in forma & ordine di ogni & qualunque altra dignità algebraticha, alla quale over alle quale si hauessimo appolli, & etiam la quantità over valuta di ciascuna di esse dignità, multiplicare per 2 over piu, se a 2 over piu di dette dignità si hauessimo appolli, si puo anche se ce pare accompagnare la cosa, con il numero piu & meno, secondo che ci piace, come sarebbe a dire, io pongo il quesito essere vna cosa piu 2 over piu 3 &c. Et cosi io le pongo essere vna cosa men 2 o men 3 &c. Et operando per venire alla cognitione della quantità over valuta di vna sol cosa, alla quale bisogna poi aggionger quel numero che si pose essere il quesito piu di essa cosa, overo abbattere quel meno ad hauere il giusto di esso quesito, cosi apponendosi a vn censo, a vn cubo, a vn censo di censo, overo ad altra dignità algebraticha con il numero piu & meno, accompagnata come fu detto della cosa in tutto & per tutto. Si puo etiam apporsi a piu cose, a piu censi, a piu cubi, a piu censi de censi, & a piu altre dignità algebratice che ci pare (pur che siano di vno medesimo genere come di sopra dicemo) con il numero piu & meno accompagnate, & peruenuti in cognitione della quantità over valuta di esse cose, censi, cubi, censi de censi, over altre dignità alle quali s'hauessimo appolli, aggiongerli poi quel numero che hauessimo posto de piu in sua compagnia, over detrarre quel meno, vnde bisogna molto advertire nel primo apponere, perche alcuna fiata apponendosi a vn modo con la operatione, peruenirremo ad alcuni aggualiamenti alti, della quali sin'hora non se ne ha notitia, si come quando in la equatione sono tre over quattro termini de diuerse quantità eguali a doi over tre altri, delliquali aggualiamenti sin hora non è stata assignata regola niuna, & apponendosi a un'altro modo, ben ci conduremo a qualch'uno de gli assegnati capitoli, è mediante la sua regola che gli è stata posta & assignata, si trarrà poi in luce, & conseguirassi lo intento di quanto recerchiamo, eglie ben vero, che ci sono anchor de molti casi over quesiti che apponendosi l'huomo a ciò che si voglia, mai potrà con la sua operatione condursi ad alcuno de gli preditti assignati capitoli, per il che sarà sforzato ad abbandonare la impresa di soluere tal caso over quesito è lassarlo cosi irrisoluto, perche ogni & qualunque fiata che con la nostra operatione non potremo peruenire ad aggualiamento de alcuno di sopra assignati capitoli, non saperemo cio che si fare, per non hauere regola ne ordine di trarre in luce essi aggualiamenti, alliquali se siamo condotti con la operation nostra, per il che come di sopra fu detto, bisognerà abbandonare la impresa.

Anchora e da notare, per il detto primo apponere il quesito, che alle volte ci sarà necessario fare doe positioni, di doe quantità l'una diuersa dall'altra, perche facendosi vna position sola, malageuolmente si potrebbe peruenire ad alcuni de gli assignati capitoli, del quale apponere l'una di dette doe quantità sarà sempre ordinaria, cioè cosa over censo &c.ª l'altra estraordinaria laquale estraordinaria nominarassi per simplicemente vna quantità & scriuessi in questo modo v3, vna quantità. Come essempi gratia, chi dicesse trouami doi numeri, che tanto faccia l'uno multiplicato per 4, & sopra la detta multiplicatione aggiontoui 16, quanto l'altro multiplicato per 8, & di detta multiplicatione detrattone 4, & che il detto di l'uno in l'altro di essi numeri, faccia 12, doue potressi ponere l'uno essere vna cosa, & l'altro vna quantità, & multiplicato il primo per 4 & aggiontogli sopra 16, sarebbe 4 co. ₱ 16, & il secondo multiplicato per 8, & detrattone 4, sarebbe 8 quantità men 4, perche si come a multiplicare numero via cosa produce cosa, cosi a multiplicare numero via quantità produce quantità. Hauemo adonque 4 co. piu 16, eguali a 8 quantità men 4, hor ci bisogna auuedere quanto che cosi algebraticamente si viene ad hauere ragionata vna sol quantità, che ponessimo essere vno di detti numeri per leuarsi quantità fuori della equatione, hauendoci condotti fino doue facena dibisogno. Et per cio fare eglie necessario, che a dette 8 quantità si aggiongino 4 per li 4 che sono di meno in sua compagnia, & se ci fusse alcun piu bisognerebbe minuirlo, acciochè ditte quantità restino sempre sole da un canto, overo da uno de gli estremi della equatione, & quello che si aggionge over che si sminuisse da esse quantità, bisogna poi aggiongerlo

gerlo

gerlo overo minuirlo, anchora dall'altro lato overo dall'altro estremo di essa equatione, che cio sempre si potra fare, se non altrimenti con gli termini del piu over meno. Adunque havendosi al presente aggionto 4 a esse 8 quantità, che vi erano di meno in sua compagnia aggiongeremo medesimamente altri 4 all'altro extremo, cioè a 4 co. ₱ 16, che fara in tutto 4 cose ₱ 20, eguali a 8 quantità, hor parti 4 co. ₱ 20, per 8 quantità, come semplici numeri, & verrati $\frac{1}{2}$ co. ₱ $2\frac{1}{2}$ per valuta di una sol quantità. Adunque uno di detti numeri, cioè il primo è una cosa come lo ponessimo essere, l'altro cioè il secondo è $\frac{1}{2}$ co. ₱ $2\frac{1}{2}$ come havemo trovato valere over essersi ragionata una quantita, laquale ponessimo per detto secondo numero: Et perche il produtto della multiplicatione dell'uno in l'altro di essi numeri debbe fare 12 multiplicaremo 1 co. via $\frac{1}{2}$ co. ₱ $2\frac{1}{2}$ che fara $\frac{1}{2}$ censo ₱ $2\frac{1}{2}$ co. & questo produtto, cioè $\frac{1}{2}$ censo ₱ $2\frac{1}{2}$ cosa sarà eguale a 12. reduci a un censo partendo tutta la equatione per $\frac{1}{2}$, cioè per il numero di censi, & haverai poi 1 cen. ₱ 5 co. eguali a 24. hor vedi che sei a capitolo ordinario, cioè de censo & cose eguali a numero, & però dimezza le cose & il suo quadrato quale è $6\frac{1}{4}$ poni sopra il numero, cioè sopra 24 fara in tutto $30\frac{1}{4}$, dellaqual summa prendine la radice che è $5\frac{1}{2}$ & di essa radice detranne la mità delle cose, che è $2\frac{1}{2}$ & resteratte 3 per valuta di una cosa e tanto è il primo di detti numeri. il secondo è $\frac{1}{2}$ cosa piu $2\frac{1}{2}$ come fu trovato valere, overo essersi ragionata la quantità, laqual $\frac{1}{2}$ cosa ₱ $2\frac{1}{2}$ fanno in tutto 4. perche $\frac{1}{2}$ cosa vien ad essere $1\frac{1}{2}$ & $2\frac{1}{2}$ che vi sono di piu, con detta $\frac{1}{2}$ cosa, ben fanno aponto 4. & cosi dirai che quello di detti dui numeri, che ha da essere multiplicato per 4. & a detta multiplicatione aggiongere 16, è 3, & quello che ha da essere multiplicato per 8. & di essa multiplicatione detrarne 4. è 4. il che facendone prova si trovarà star bene, perche multiplicando 3 per 4 fa 12, & a quel 12 aggionger 16, fa in tutto 28, & multiplicando 4 per 8 fa 32, & di esso 32 abbaterne 4, resta ben aponto 28 come si ricercava.

Del levare gli superflui & ristorare gli diminuti delle equationi.

Anchora egliè da notare, a chi ben con destrezza vuol operare in algebra, che sempre agguaglino bene gli estremi delle equationi, cioè levando tutti gli superflui & ristorando tutti gli diminuti. Et accio che piu chiaramente il nostro parlare da ciascun sia inteso. Prima dichiariremo quali siano gli estremi delle equationi. Poi a che modo se habbino a levare di quelle gli superflui & ristorare gli diminuti, & per ciò fare poneremo caso che habbiamo da dividere 20 in due tal parti, che l'una di quelle multiplicata per 4, & a detta multiplicatione aggiongendovi 10, faccia tanto quanto l'altra multiplicata in se medesima. Dove ponendo che una di dette parti fusse una cosa, l'altra sarebbe poi il rimanente, cioè 20 men 1 co. e multiplicando una cosa per 4. & a detta multiplicatione aggiongendogli 10 haveressimo in tutto 4 co. ₱ 10, & quadrando 20 men 1 co. haveressimo in tutto 400 ₱ 1 ce. men 40 co. di quadratura. Adunque 4 co. ₱ 10 seriano eguali a 400 ₱ 1 ce. mē 40 co. quali 4 co. ₱ 10, & 400 ₱ 1 cen. men 40 cose. dico essere gli estremi di detta equatione, cioè 4 co. ₱ 10 per l'uno, & 400 ₱ 1 ce. men 40 co. per l'altro. Inteso adunque che 4 co. ₱ 10. è uno de gli estremi di essa equatione, & 400 ₱ 1 ce. men 40 cose l'altro. & che quelli dui estremi, over queste due summe sono eguale dal presupposito. Se dira mo in qual modo da essi estremi se habbino da levare gli superflui, & ristorare gli diminuti che ci sono. laqual cosa si fa communemente cominciando da gli maggior meni, aggiongendoli & restaurandoli, poi da gli minori piu abbattendogli & levandogli, ma perche in questa equatione se gli ritrovano solamente 40 cose di meno, in uno de gli estremi di quella, cioè con li 400 per un censo, però cominciando noi da esse 40 cose ad aggiongerle a esso estremo, con liquale sono di meno, quello sarà poi 400 ₱ un cen. et havendosi aggionto quello estremo 40 cose, ti bisogna aggiongerne medesimamente altretante anchora all'altro, acciochè quelli dui estremi, over quelle due summe sempre stiano pari overo eguali in bilancia: perche ogni & qualunque fiata che due over piu summe saranno eguale chi aggiongerà a quelle, overo extraherà da quelle quantità eguale, gli risultanti over rimanenti restanno anco sempre eguali. & similmente chi multiplicarà overo partirà summe eguale, per eguali numeri over per eguali quantità, ancora gli produtti overo avenimenti saranno sempre eguali, adunque aggiongendosi anchora a l'altro estremo cioè a 4 cose ₱ 10, 40 cose come si hanno aggionte a quello, s'haveranno poi in tutto 44 cose ₱ 10 eguali a 400 ₱ un censo. & cosi habbiamo ristaurati li diminuti, imperoche non vi è piu meno alcuno in ditta equatione, che quando ce ne fusse stati de gli altri, haverebbe bisognato ristaurarli nel medesimo modo & ordine che si ha ristaurato quello, accioche mai in le equationi, cioè quando si è per trarle in luce, vi resti alcun meno, resta mo a leuare gli superflui, quali superflui sono quelle quantità de vno medesimo genere che si trouano in l'uno & l'altro estremo, lequal quantità se abbattono sempre l'una dall'altra, acciò che il rimanente resti solamente in uno de essi estremi, cioè in quello nelquale se ne attrouano più di esse quantità di vno medesimo genere, come si vede qui in questa equatione, che il numero si attroua in l'uno & l'altro de gli estremi di quella, e pero chi leua via 10 che è con le 44 cose dall'uno & l'altro di essi estremi resteranno poi 390 p̄ vn censo, eguali a 44 cose, & a questo modo si leuano tutti gli superflui, acciò che mai in le equationi, cioè quando si è per trarle in luce vi restino quantità de vno medesimo genere in l'uno & l'altro estremo di quelle, hora hauendosi 390 p̄ vn censo iguali a 44 cose, siamo peruenuti a capitolo ordinario, & volendo trarre in luce dimezza le cose, & del suo quadrato, qual è 484 abbattine il numero, cioè 390, che ti resterà 94 delquale 94 prendine la radice, & essa radice detrahila della mità del numero delle cose, cioè de 22, che ti resterà 22 men R 94 per valuta della cosa, e tanto viene ad essere vna delle sopradimandate parte di 20, idest quella che si ha da multiplicare per 4 & aggiongerui 10, l'altra, cioè quella che si ha da quadrare, è tanto quanto che rimane de 20, abbattendone 22 men R 94 videlicet R 94 men 2 fanne proua e trouerai che iustamente si ha adimpito quanto si ricercaua: & insieme a bastanza si puo hauere inteso quali siano gli estremi delle equationi, & etiam in che modo da essi estremi si leuano gli superflui & restorino gli diminuti, niente dimeno per maggiore intelligentia & instruttione di leuare e si superflui, & ristorare essi diminuti, voglio ancora addurti dui altri essempi, vno delliquali sarà quando si haueßimo 10 censi p̄ 20 cose p̄ 60 eguali a 4 censi p̄ 36 cose men 10. & che da essi estremi si volessero leuare detti superflui & ristorare detti diminuti, bisognerebbe prima aggiongerli all'uno & l'altro, li 10 che sono di meno con gli 6 censi p̄ 36 cose & haueressimo poi 10 censi p̄ 20 cose p̄ 70, eguali a 6 censi p̄ 36 cose, poi bisognerebbe a leuarli per dall'uno & l'altro 20 cose lequal 20 cose sono in compagnia de gli 10 censi p̄ 70. & restariaci 10 ce. p̄ 70 eguali a 6 censi p̄ 16 co. finalmente bisognerebbe poi anchora leuarli d'ambidui 6 censi, iquali 6 censi sono in compagnia delle 16 cose. & haueriasi vltimamente 4 ce. p̄ 70, eguali a 16 co. & a questo modo saressimo gionti a capitolo ordinario, cioè de censi & numero eguali a cose. l'altro di detti essempi sarà questo, cioè quando si hauessero 12 censi p̄ 25 cose men 70 eguali a 100 cose men 8 censi men 30. Dico che a voler leuare detti superflui, & ristorare detti diminuti bisognerebbe primamente aggiongere 70 all'uno & l'altro di essi estremi qual 70 sono di meno con gli 12 censi p̄ 25 cose. & haueriasi poi 12 cen. p̄ 25 co. eguali a 100 co. p̄ 40 men 8 cen. perche a sommare 70 con men 30 fa p̄ 40, poi bisognerebbe ancora ad aggiongerli ad ambidui 8 censi, che sono per di meno con le cento cose più 40, & haueriasi poi 100 cose p̄ 40 eguali a 20 censi p̄ 25 cose, poi finalmente bisognerebbe a leuarli dall'uno & l'altro 25 cose lequal sono con gli 20 censi & restariaci vltimamente 20 censi soli eguali a 75 cose p̄ 40. & così saressimo peruenuti a capitolo ordinario, cioè de censi, eguali a cose & numero. & volendolo trarre in luce, osserua l'ordine della regola posta a detto capitolo. & questo voglio sia bastante per quanto expetta a leuare tali superflui & ristorare detti diminuti.

Del leuare le radici de gli estremi delle equationi.

ANcora l'accade molte fiate, nelli estremi delle equationi ritrouarsi de molte radici, cioè quando de vna sorte & quando de un'altra, e quando da per se sole, e quando accompagnate con altre diuerse quantità, lequale in verità ci danno non poco disturbo & trauaglio, & il più delle volte ci bisogna ingegnarsi di leuarle di esse equationi, volendole trarre in luce, & anchora molte fiate l'accade che per causa di esse radici dette equationi ci rimangono incognite, idest che non si possono trarre in luce, & ancora alcune fiate, accade che'l bisogna trarle senza leuare dette radici, per ilche egliè necessario primamente, a dare modo & ordine di leuarle di dette equationi & condursi a termini di poterle trarre in luce, quando non siamo impediti da impossibilità, poi a cognoscere quando per causa di dette radici esse nostre equationi ci rimangono incognite, & poi finalmente il modo di trarle in luce, quando si hanno da trarre senza leuare esse radici: & per ordine seguiremo in questo modo, cioè che primamente poneremo caso, che si hauessimo 8 cose equali a 10 p̄ R v. (40 cen. p̄ 20 co.) & che si volesse leuar detta radice di essa equatione, dico che il meglior ordine, & il meglior modo che ci sia essere questo, cioè a discompagnarle sempre da ogni & qualunque altra ouer altre quantità che si trouasse in sua compagnia, acciò che essa

radici

radici restino sole da uno de gli estremi, che cio sempre si potra fare, se non altrimenti cõ gli termini del più & del meno. Adunque leuando noi li 10, che sono in compagnia di essa ℞ v. (40 ce. p̃ 20 co.) Et leuandoli ancora dall'altro estremo, cioè da 8 co accioche questi estremi restino eguali, haueremo poi ℞ v. (40 ce p̃ 20 co.) eguali a 8 cose men 10. hor quadraremo l'uno & l'altro di essi estremi, cioè multiplicaremo in se medesimi, & haueremo poi 64 ce. p̃ 100 mẽ 160 co. eguali a 40 ce. p̃ 20 co. imperoche questa radice legata si scioglie a multiplicarla in se medesima, & viene a produrre precisamente quella ouer quelle quantità delle, ouer dellequal lei è supposta essere radice, & ancora essendo detta radice, eguale a 8 co. men 10, come si ha detto, chi puo dubitare che similmente detti loro quadrati non siano eguali. Adunque a questo modo si ha leuata detta radice di detta equatione & siamo ridotti a termini di poter peruenire a capitolo ordinario. leuando gli superflui, & ristorando gli diminuti.

Ancora poneremo caso, che se hauessimo 5 ce. p̃ 8, eguali a 100, men ℞ 20 cen. Dico che a voler leuare questa radice di detta equagliatione. per essere questa di meno in cõpagnia de gli 100, che bisogna prima ad aggiongerla all'uno & l'altro di essi estremi, & hauerassi poi 5 ce. p̃ 8, p̃ ℞ 20 ce. eguali a 100. hor discompagna ouer leua da essa radice, le quantità che sono in sua compagnia, cioè 5 ce p̃ 8. leuandole però ancora medesimamente dall'altro estremo, cioè di gli 100, & restera detta ℞ 20 ce. eguali a 92 men 5 ce. hor multiplicaremo detti residuali estremi in se medesimi, & haueremo poi 20 ce. eguali a 8464 p̃ 25 ce. ce. men 920 ce. & leuando gli superflui & ristorando gli diminuti si haueranno vltimamente 940 cen. eguali a 8464 p̃ 25 ce. ce. laqual equatione, volendola trare in luce, osserua l'ordine della regola posta al capitolo de censi eguali a censi de censi & numero. &c.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 8 p̃ ℞ 40 cose, eguali a ℞ 100 cose. Et che ancora si volessimo leuare dette radici di essa eguagliatione, che per essene nell'uno & l'altro delli estremi di quella, gli multiplicheremo ambidui in se medesimi, idest quadraremo, & hauerassi poi 64 p̃ 40 co. p̃ ℞ 10240 cose, eguali a 100 cose. hor discompagnaremo ouer leuaremo da essa radice 10240 cose, li 64 p̃ 40 co. che sono in sua compagnia, leuandogli però ancora medesimamente dall'altro estremo, cioè da 100 cose, & hauerassi poi ℞ 10240 cose, eguali a 60 co. men 64. Iquali estremi multiplicandoli vn'altra fiata in se medesimi, si haurà vltimamente 10240 cose eguali a 3600 censi, p̃ 4096 men 7680 cose, & cosi ancora siamo peruenuti a termini di poterli ridure ad hauere la cognitione della nostra operatione, leuando prima gli superflui & ristorando gli diminuti. &c.

Ancora poneremo caso, che se hauessero 10 p̃ ℞ 20 censi, eguali a 2 censi p̃ ℞ 17 cose, & che etiam si volessero leuare dette radici da essi estremi. Dico prima che tu leui la radice 17 cose, che è con gli 2 censi dall'uno & l'altro di essi estremi, & hauerai poi 2 cen. eguali a 10 p̃ ℞ 20 censi men ℞ 17 cose. Et ancora leua pur dall'uno & l'altro de ambidui essi estremi, li 10 che sono con la ℞ 20 cen. men ℞ 17 co. & hauerai poi ℞ 20 ce. men ℞ 17 co. eguali a 2 cen. men 10. Hor multiplica l'uno & l'altro di detti estremi, in se medesimi, & hauerai 20 cen. p̃ 17 co. men ℞ 1360 cubi, eguali a 4 cen. cen p̃ 100 men 40 cen. Aggiongi all'uno & all'altro di essi estremi ℞ 1360 cu. & hauerai poi 20 cen. p̃ 17 co. eguali a 4 cen. cen. p̃ 100 men 40 cen. p̃ ℞ 1360 cu. Discompagna mo detta ℞ 1360 cu. leuandoli 4 cen. cen. p̃ 100. & aggiongendoui 40 cen. che ci è di meno in sua compagnia, con questo però che ancora dall'altro estremo, cioè da 20 cen. p̃ 17 co. tu leui medesimamente 4 cen. cen. p̃ 100. Et aggiongi 4 censi (accioche sempre essi estremi se ritrouino eguali come è stato detto piu fiate.) perche ogni & qualunque fiate tu aggiongessi ouer detrahessi dall'uno di questi estremi, & che il medesimo tu non aggiongessi ouer detrahessi ancora dall'altro, tutta la operatione perirebbe, perche sempre questa regola di algebra va calculando & negociando aggiongendo & minuendo a questi dui estremi, & ancora partendoli & multiplicandoli, ma sempre però mantenendoli pari, ouer eguali. Et dapoi che tu hauerai leuato da 20 cen. p̃ 17 co. 4 cen. cen. p̃ 100. & aggionto 4 cen. tu hauerai poi ℞ 1360 cubi, eguali a 60 cen. p̃ 17 co. men 4 cen. cen. men 100. & quadrando ancora l'uno & l'altro di essi vltimi estremi tu hauerai poi 1360 cubi, eguali a 16 cen. cen. cen. p̃ 4400 cen. cen. p̃ 2040 cu. p̃ 10000 men 480 cen. cu. men 136 primi relati, men 12712 cen. men 3400 co. & a questo modo ben habbiamo leuate dette radici, ma per causa di quelle ci siamo condotti alla impossibilità di trare in luce essa equatione, perche non hauemo capitolo di regolare tante diuerse quantità, quale si ritrouano in questa vltima quadratione. Si vede adunque quanto trauaglio ci danno esse radici, & come per causa di quelle molte fiate le equationi ci rimangono incognite. Et tutto quello che ci ha detto & essemplifica-co, cerca il leuare delle radici quadre delle equationi, molto bene si puo adattare & accommodare in leuare ogni & qualunque altra sorte di radici, adoperando in quelle il cubicare, relatare, ouero altro ordine radicale a esse conueniente & espettante, come in queste si ha fatto con il quadrare.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 10 co. eguali a 35 p̃ ℞ 960. laquale eguagliatione è vna di quelle, che bisogna a trarre in luce senza leuare dette radici, che si fa partendo 35 p̃ ℞ 960 per il numero delle cose, cioè per 10, che ne venira 3 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 9 $\frac{3}{5}$ per valuta di vna sol cosa. &c. Similmente quando si hauessero censi, o censi de censi, ouero altre dignità algebratice, equali a numero & radice, ouero a radice sole, bisognerebbe partire quel numero & radice, ouer radice sole per il numero di censi, ouer censi de censi, o altre dignità algebratice che fossero, & lo auenimento di tal partire sempre sarebbe la valuta di vn sol censo, ouer cēso de censo, o di vna di q̃lle dignità algebratice, che fossero eguali a detto numero & radice, ouero ℞ sole.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 10 cen. p̃ 20 co. eguali a 200 p̃ ℞ 800. Dico che similmente questa ci conuiene trarla in luce, senza leuar detta radice, per che chi la volesse leuare ci arrecherebbe maggior intrico alle spalle. Adunque bisognando trarla in luce senza leuare detta radice. Bisogna adoperare la regola del capitolo de censi & cose eguali a numero, per che ancora che vi siano dette ℞ per essere quelle accompagnate con il numero, & ancora per essere radice di puro numero, per quanto aspetta a l'ordine del detto capitolo, quelle se hanno da intendere vnitamente con detto numero, come se fossero puro numero, anchora che nel maneggiarle bisogni però maneggiarle come radice. Et quello che si ha detto, & etiā che si dira per cagione de trare in luce la presente equatione, se habbi da intendere generalmente per tutte le altre che si potranno trarre, per le regole di alcuno de gli altri capitoli. Hor veniamo alla conclusione di porre in luce essa equatione, partendo primamente quella per 10, cioè per il numero di censi, & haueremo poi 1 ce. p̃ 2 co. eguali a 20 p̃ ℞ 8. Et dimezando le cose & il suo quadrato, quale è 1, ponendo sopra il numero, cioè sopra 20 p̃ ℞ 8. si hauera in tutto 21 p̃ ℞ 8, dellaqual somma prendendone la radice, laquale è ℞ v. (10 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 108 $\frac{1}{4}$ p̃ ℞ v. 10 $\frac{1}{2}$ men ℞ 108 $\frac{1}{4}$) & detrahendone la mita del numero delle cose, cioè 1. sera ℞ v. (10 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 108 $\frac{1}{4}$ p̃ ℞ v. 10 $\frac{1}{2}$ men ℞ 108 $\frac{1}{4}$) men 1, per valuta della cosa.

Et oltra tutto quello che si ha detto del leuare delle radici delle equationi, & etiam di trarre in luce quelle che bisogna, ouer che si possan trarre senza leuarle. Le da notare, che tutte le radici di ogni & qualunque dignità algebratica, ouer radici, doue che di esse dignità interuenghino si multiplicano, & partino, & ancora si summano, & sottrano (cioè quelle che sono communicanti; in vno modo, idest facendone risultare, ouer rimanere vna sol radice. Et quelle che non sono communicanti in vn'altro, cioè con gli termini del più & del meno) secondo li medemi modi & ordini che si fanno le altre radici de puri numeri, osseruando però appresso gli ordini di esse dignità, come è stato detto nel multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle, le quai cose da te medesimo potrai benissimo adattare, senza che circa ciò, io ti dica altro.

Dello inuestigare se delli estremi delle equationi, si possono pigliare le loro radici.

ANcora le da sapere, che alcune fiate le equationi, non si possono trarre in luce, stante nelli termini nei quali quelle si ritrouano, per non hauere noi regole de simili eguagliamenti. Onde ci bisogna tentare, s'egliè rimedio alcuno, di potere conseguire il nostro intento, cioè di poterle trarre in luce. & tra le altre esperienze che si fanno, lo inuestigare se delli estremi di esse equationi, si puo prendere le loro radici ne è vna, perche molte fiate dapoi che hauremo trouato essere possibile, & che con effetto le se haueranno prese, facil cosa ne sara poi trarle in luce. Et accio che io sia meglio inteso, Ponerò caso che si hauessero 9 ce.ce. p̃ 12 cu. p̃ 4 ce. eguali a 240, laqual equatione non si puo por in luce, stāte nelli termini che la se ritroua. Attēto che sin'hora nō si ha regola del capitolo de ce.ce. cu. & co. eguali a n̊, come si ritrouamo alle mani, e però inuestigaremo s'egliè possibile di hauere le radici di essi estremi, laqual inuestigatione si fara comincīādo dal detto trinomio cioè da li 9 ce ce. p̃ 8 cu. p̃ 4 ce. & considerando cōsideraremo che la radice di vno trinomio non puo essere altro che vno binomio, & questo perche a multiplicare el binomio

in se medesimo

in se medesimo gli interviene gli quadrati de ambedue le parti over termini di quello, & il doppio della superficie dell'una in l'altra di esse parti over termini, come Euclide afferma nella quarta del secondo, liquali quadrati & doppio di superficie dell'una in l'altra parte, sempre vengono ad essere un trinomio, videlicet quando essi quadrati non sono communicanti, adunque se detto nostro trinomio haverà due de gli numeri dinotanti, le dignità algebratice di quello che sian numeri quadrati, & ancor che esse dignità dinotate per detti numeri quadrati habbino radice quadra, per che di altra sorte non intendiamo per hora. Determinaremo che di quello si possi havere la sua radice, ma se non haverà doi numeri quadrati & ancora le dignità dinotate per essi numeri radici, non credo che di quello sia possibile haverne altrimenti detta sua radice. Hor torniamo a camino di esso soprascritto nostro trinomio ilquale si vede chiaramente havere tutte due queste conditioni che habbiamo narrate, cioè che in quello ui sono dui de suoi termini, videlicet 9 ce ce. & 4 ce. iquali termini, cosi gli numeri, quanto le dignità algebratice dinotate per essi numeri hanno radice quadra, adunque potemo rettamente determinare esso trinomio havere radice quadra, & volendola mo noi prendere over estraere, ci basta solamente a pigliare le radici de essi dui termini di detto trinomio, che gli numeri & dignità de quelli hanno radice quadra, cioè de gli 9 ce ce. & de gli 4 ce. & esse radici congionte insieme mediante il termine del piu sarà la vera radice di detto trinomio, ma la radice de 9 ce ce. è 3 cen. & la radice de 4 ce. è 2 co. adunque 3 ce p̃ 2 co. viene ad essere la radice quadra di detto trinomio. Il che facendone la esperientia, cioè quadrando 3 ce. p̃ 2 co. fanno hora a ponto 9 ce ce. p̃ 12 cu. p̃ 4 cen. & cosi habbiamo presa la radice de uno de gli estremi di essa equatione, hora pigliamo quella dell'altro cioè de 140. ilquale per non essere numero quadrato non ha, ne puo havere radice discretta over numerabil per alcun numero per ilche la sua radice se dirà per R 140, & a questo modo siamo pervenuti a capitolo ordinario cioè de censi & cose eguali a numero, imperò che detta R 140 tien loco di numero, ilqual capitolo volendolo por in luce, reduca prima la equatione alla sua maggior unità laqual è 1 ce. & haverai poi 1 ce. p̃ $\frac{2}{3}$ co. eguali a R 15$\frac{5}{9}$, dimezza il numero de le cose, & il quadrato di detto dimezzamento che è $\frac{1}{9}$ ponilo sopra R 15$\frac{5}{9}$ che farà in tutto R 15$\frac{5}{9}$ p̃ $\frac{1}{9}$, & di questa summa prendine la radice & detraine la mità del numero delle cose che tu haverai poi R v. (R 6$\frac{1}{4}$ p̃ R 6$\frac{1}{4}$ p̃ R 15$\frac{5}{9}$) men R 6$\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{3}$ per valuta della cosa.

Et se detto trinomio fusse stato 9 ce ce. p̃ 4 ce. men 12 cu. la radice di quello si harebbe per presa nel medesimo modo & ordine che si ha fatto quella de 9 ce ce. p̃ 12 cu. p̃ 4 ce. Ecce tuando però che, si come in quel loco congiongessimo la radice de 9 ce ce. con quella de 4 ce. mediante il termine del piu in questo bisognerebbe di giongerle mediante il termine del meno, & starebbe in questo modo, videlicet 3 ce. men 2 co. Ma egli è ancor da sapere, che alcuna fiata volendosi conseguire dette radici, ci sarà necessario ad aggiongere over minuire all'uno & l'altro estremo delle equationi, numero, over altra quantità, altrimenti esse radici non si poterebbono conseguire, del qual aggiongere sotto brevità ti porrò uno essempio perche quello del minuire per il medesimo, del giongere ti sarà manifesto. Et sia, che si havessero 1 ce ce. p̃ 2 cu. p̃ 2 ce. p̃ 2 co. eguali a 440, & che si volesse conseguire le lor radici, dico che quella del detto quadrinomio, cioè 1 ce ce. p̃ 2 cu. p̃ 2 ce. p̃ 2 co. assolutamente non si puo conseguire, che non gli aggionge un'altro termine, over quantità, & le ragioni son queste, videlicet prima, per che non se gli puo minuire attento che minuendosi da quello quadrinomio over estremo, bisognerebbe poi a minuire anche da l'altro a conservarli eguali, ilche non si puo perche non si potrebbe poi conseguire la radice di esso secondo estremo, minuendoli con il termine del meno quantità algebratica, essendo lui numero, poi quadrando un binomio, che gli quadrati di termini di quello non siano communicanti, necessariamente ne risulta un trinomio, come di sopra si è detto. Et ancora quadrando un trinomio, che gli quadrati di termini di quello, non siano communicanti, ne perviene un quinomio. Adunque non potendosegli a detto quadrinomio minuire termine alcuno, come si ha fatto cognoscere. il binomio non puo essere sua radice, ma ben puo essere il trinomio, aggiongendo si però a detto quadrinomio un'altro termine come si ha detto, che sarà il numero, quello inteso bisogna poi vedere se esso quadrinomio a il primo de suoi termini che il numero & le dignità habbino radice quadra, per che non havendo ambedue queste conditioni non accade a perder tempo in voler conseguire essa radice. Ma havendo dette due conditioni si puo ben investigare se la si puo conseguire, procedendo in questo modo, videlicet pigliando la radice di esso primo termine, cioè de 1 ce ce. laquale è 1 ce. & salvarla da parte, & poi perche il secondo termine di esso quadrinomio è 2 cu. qual a cui sono il doppio del producto de primo nel secondo termine del trinomio che ha da essere radice del ditto quadrinomio, però vn sol co. farà vna sol volta esso prodotto del primo nel secondo di essi termini del detto trinomio, & hauendosi trouato il primo di detti termini di esso trinomio essere 1 ce. partendo 1 cu. per 1 ce. ne perviene 1 co. laqual 1 co. sarà il secondo termine, & cosi hauemo gia noti dui termini di esso trinomio, di modo che ci manca solamente il terzo: la multiplicatione dil qual terzo nel secondo, è côtenuta due volte i l'ultimo termine di detto quadrinomio, cioe 2 co. lequal 2 co. vengon poi à essere il penultimo termine del quinomio, hauendosi aggiongere vn'altro termine a ditto quadrinomio come di sopra fu detto. Adunque 1 co. farà vna sol volta il prodotto del secondo nel terzo termine di detto trinomio, & perche esso secondo termine è pur 1 co. come habbiamo trouato, necessariamente il terzo sarà vno, adunque tutto questo trinomio congionto insieme, farà 1 ce. p̄ 1 co. p̄ 1. hor vediamo se fa lo effetto che cerchiamo, cioè se quadrandolo ouer multiplicandolo in se medesimo produce precisamente il ditto quadrinomio piu vn'altro termine di R. perche non facendo ditto effetto non si harebbe fatto nulla, anci piu non si harebbe a sperare di conseguire esse radici, ma faciando ditto effetto come veramente fa, imperoche della multiplicatione di quello in se medesimo ne perviene insumente ditto quadrinomio piu vno, adunque pigliandosi ditto trinomio per radice di esso quadrinomio ouer estremo di detta equatione, se gli vien ad aggiongere vno a esso estremo, per ilche ci bisogna aggiongerlo ancora a l'altro, che fara 4 1, la cui radice è a 1, & a qsto modo habbiamo conseguite le radici di essi estremi, & si vien ad hauere 1 ce. p̄ 1 co. p̄ 1. equali a 2 1, per ilche a nostro beneplacito possiamo trarre in luce ditta nostra equatione, & questo puo esser bastante per quanto expetta alla inuestigatione di poter conseguire ditte radici, perche quello che circa cio se ha ditto è stato solum per aprirti il sentimento accio tu sii fatto adauertito, & che tu sappi meglio accômodarti nelle tue operationi.

Del leuare gli rotti delle equationi.

Ncora l'accade molte fiate nelli estremi delle equationi ritrouarsi de gli rotti, cioe quando da per se soli, & quando accompagnati con altre diverse quantità, qual rotti nascono ouer peruengono da gli partimenti de alcuna ouer alcune delle dignità algebratice nel puro numero, ouer de alcuna o alcune di esse dignità maggior in alcuna ouer alcune delle minor, come ancor di sopra nel partir di quelle fu detto, iquali rotti al tutto bisogna leuarli di esse equationi chi vole peruenire in luce di quelle, & li ordini ouer modi che si ha da tenere & osseruare qui sequentemente si faran chiari & manifesti. Ponendo prima caso che si hauessero $\frac{144}{4\ co.}$ equali 12 p̄ 6 co. & chi di essa equatione si volesse leuar ditto rotto. Dico chel bisogna multiplicare 12 p̄ 6 cose che è vno de gli estremi di detta equatione per lo denominator dil rotto dell'altro estremo, cioè per 4 cose che farà 48 co. p̄ 24 ce. & queste 48 co. p̄ 24 ce. saranno equali al denominato di detto rotto, cioè a quel numero che si ritroua di sopra la linea, allaquale è di sotto le ditte 4 cose, idest a 144. & a questo modo ditto rotto viene ad esser leuato.

Ancor pongo caso, che $\frac{16}{2\ co.}$ fussero equali a $\frac{40}{1\ ce.\ p̄\ 4\ co.}$ & che per si volessero leuare essi rotti di detta equalitatione, dico chel bisogna sempre per ordinario, quando ambidui gli estremi dell'equatione sono rotti a multiplicare in croce il denominatore dell'uno per il denominato dell'altro, et ancora il denominatore dell'altro, per il denominato dell'uno, cioè 1 ce. p̄ 4 co. per 16, & 2 co. p̄ 40, che si haueranno poi li prodotti di queste due multiplicationi equali l'uno a l'altro, videlicet 16 ce. p̄ 16 co. saranno equali a 80 cose, & a questo modo si viene ad hauer leuati essi rotti, & per leuare ogni ambiguità che circa il leuare de tal rotti ci potesse restare nella mente, adurremo lo essempio de dui rotti de puro numero, cioè $\frac{3}{9}$ & $\frac{2}{6}$ iquali $\frac{3}{9}$ & $\frac{2}{6}$ sapemo chiaramente che sono tra loro equali, & gli multiplicaremo nel modo & ordine che habbiamo multiplicati gli soprascritti algebratici, idest el denominatore dell'uno per il denominato dell'altro, & ancora el denominatore dell'altro per il denominato dell'uno, cioè 3 p 6, & 9 p 2. che stâte qllo si ha ditto de gli soprascritti rotti algebratici gli prodotti de qlle due multiplicationi hâno da esser equali l'uno a l'altro, come bê chiaramête si vede che sono, imperoche tâto fa a multiplicare 3 p 6, quâto 9 p 2, perche l'una & l'altra di esse multiplicationi fanno 18. Nô è da dubitare adûq; che gli prodotti delle soprascritte multiplicationi de gli soprascritti rotti algebratici fatte nel pdetto modo possino essere altrimenti che equali.

Ancor ponero caso che si hauessero 12 co. p̃ $\frac{15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. p̃ 8 & che per si volesse leuare detto rotto, che si ritroua in ditta equatione, dico che questo si puo fare in dui modi. cioè primamente reccando a rotto, o vogliamo dire esini tutto lo estremo nelquale si attroua esso rotto, il che si fa multiplicando 12 per 1 ce. & a ditta multiplicatione aggiongendoui 15 che farà in tutto 12 ce. p̃ 15, alliquali 12 ce. p̃ 15 debbe essere tirata sotto vna linea, & sotto ditta linea si debbe ponere il denominatore di detto rotto, cioè 1 ce. che si haueranno poi $\frac{12\ ce.\ \tilde{p}\ 15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. p̃ 8. hor sia multiplicato l'altro estremo che non ha rotto, cioè 12 co. p̃ 8 per el denominatore di questo vltimo rotto, o vogliamo dire esini, idest per 1 ce. che farà 12 cu. p̃ 8 ce. liquali 12 cu. p̃ 8 ce. saranno eguali a 12 ce. p̃ 15. secondariamente si puo fare leuando a l'uno e l'altro de gli estremi di detta equatione, li 12 che sono in compagnia de ditto rotto, (accioche esso rotto resti solo da vno de gli estremi come fu detto, ancora sopra il leuare delle radici) che si haueranno poi $\frac{15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. men 4. liquali 12 co. men 4 debbono essere multiplicate per il denominatore di detto rotto, cioè per 1 ce. che si haueranno poi 15 eguali a 12 cu. men 4 ce. che bene e quel medesimo che ci è venuto ancor al primo modo, leuandosi però in uno e l'altro loco gli superflui & restorando gli diminuti.

Ancora ponero caso, che si hauessino 2 ce. p̃ $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ eguali a 10 p̃ $\frac{25}{4\ co.}$ & che etiam si volessino leuar ditti rotti, dico questo poterssi fare in dui modi, cioè prima abbattendo il minor rotto idest $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ del maggiore, videlicet de $\frac{25}{4\ co.}$ qual cosa si fa nel proprio modo che si fa ad abbattere gli rotti de puri numeri l'uno dell'altro, (osseruando però appresso gli ordini delle dignità algebratice, secondo che fu dichiarito sopra il multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle) che si haueranno poi 2 ce. eguali a 10 p̃ $\frac{5\ ce.}{12\ cu.}$ & recandosi poi tutto ditto estremo cioè 10 p̃ $\frac{5\ ce.}{12\ cu.}$ a rotto o vogliamo dire esini, come fu fatto di sopra, nel Terzo caso si haueranno poi $\frac{120\ cu.\ \tilde{p}\ 5\ ce.}{12\ cu.}$ eguali a 2 ce. & multiplicando il denominatore de questo vltimo rotto ouer esini cioè 12 cu. per l'altro estremo idest per 2 ce. si haueranno poi 24 primi relati eguali a 120 cubi per 5 censi. Secondariamente si puo fare reccando ambidui essi estremi di detta equaglatione a rotti o vogliamo dire esini nel modo che in questo & nel precedente caso si ha ditto & fatto, che per l'uno si haueranno $\frac{6\ ce.ce.\ \tilde{p}\ 10\ co.}{3\ ce.}$ & per l'altro $\frac{40\ co.\ \tilde{p}\ 25}{4\ co.}$ iquali rotti ouer esini, siano poi multiplicati in croce, cioè il denominatore dell'uno per il denominato dell'altro & il denominatore dell'altro per il denominato dell'uno come fu detto disopra nel secondo caso, che si haueranno poi 24 primi relati, p̃ 40 ce. eguali a 120 cu. p̃ 75 ce. che è ben tanto quanto ci venne anche di sopra al primo modo leuandosi però via gli superflui che sono qui nel secondo modo, & questo puo essere bastante circa el leuar di detti rotti, dechiarandoti però che essi rotti algebratici nō solamente si sottrano nel modo che si fanno gli rotti de puri numeri come di sopra fu detto, ma etiam si multiplicano, partino, & summano, secondo gli medesimi modi & ordini de essi rotti de puri numeri, osseruando però appresso come ancora di sopra fu detto gli ordini delle dignità algebratice esposti & dichiariti sopra il multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle &c.

Del degradare ouer schisare delle equationi.

ANcor le da notare, che alcuna fiata l'occorre, che nelle equationi non se ritroua numero, idest ne in l'uno ne in l'altro estremo di quelle, per il che egliè necessario in quel caso, a degradare ouer schisare esse equationi, accioche si peruenghi a scoprire esso numero. il qual degradare ouer schisare, si fa in questo modo, cioè partendo sempre per regola generale tutta la equatione, per vna delle minor dignità che in quella si ritroua, imperoche si come a multiplicare alcuna ouer alcune di esse dignità, per alcuna delle medeme ouer altra, quella ouer quelle si augumentano ouer cresceno, virtualiter se ben non cresceno di numero, cosi vicenersa partendola ouer partendole si abassano, ouer minuiscono virtualiter, se bene non minuiscono di numero. Et accio che meglio habbi da esser inteso, ponero caso che si hauessero 10 cu. p̃ 15 ce. eguali a 30 co. dico che questa equatione, si debbe degradare ouer schifare, accioche in quella si peruenghi a scoprire il numero della quale lei si attroua priua, ilche si farà, partendola tutta per vna sola cosa laquale è vna delle minor dignità che in essa equatione si ritroua, cominciando dal primo termine di detta equatione che è li 10 cu. E peruenendo fin a l'ultimo che è le 30 co. che si hauerano poi 10 censi p̃ 15 cose, eguali a 30 numero, attento che a partire 10 cu. per vna cosa ne peruiene 10 ce. & che 'l sia il vero multiplicando 10 ce. per vna cosa, fanno ben 10 cu. Et ancor partendo 15 ce. per 1 co. ne peruiene 15 co. & che cosi sia la verita multiplicando 15 co. per 1 co. fanno ben 15 ce. Similmente ancora partendo 30 co. per 1 co. ne peruiene 30 numero. Et che questo cosi sia chi multiplica 30 numero per 1 co. fanno ben 30 co. & a questo modo habbiamo scoperto esso numero, talmente che detta nostra equatione non si ritroua piu senza come faceua de prima. Et tamen gli estremi di quella sono però ancora eguali l'uno a l'altro. Attento che come hauemo detto per auanti in altri lochi, ogni fiata, che due ouer piu summe eguale saranno partite per eguali numeri, ouer per egual quantità ancora gli auenimenti de tali partimenti saranno sempre eguali. Le vero che alcuni haueriano tratta detta equatione in luce, senza degradarla ouer schifarla, dandogli però la debita conuenientia del medemo capitolo al quale noi siamo peruenuti con il nostro schifare ouer degradare, cioè de censi & cose eguali a numero. & questo fanno hauendo prima ne gli loe scartabelli scritto molte & assai loe regole, de molte & assai loro eguagliationi, lequali loro regole gli conduce poi però a quelle medeme che di sopra habbiamo poste a gli precedenti nostri capitoli. Ma a me gia non piace, ne laudo tal suo operare, imperoche quello che con breuità e poca fatica si puo hauere, se vogli con piu tempo & maggior laboriosità conseguire. Et questi tali ancor voglion che quando gli censi sono eguali a cose, che tal eguagliamento sia capitolo diuerso da quello de cose eguali a numero, il che non è vero. Attento che partendo ouer schifando detta equatione de censi eguali a co. per vna sol cosa, laquale è vna delle minor dignità di essa equatione, certo si hauerano poi cose eguali a numero. Ma io penso che questi tali non hauessero la vera cognitione del detto digradare, ouer schifare. per che se l'hauessero hauuta non harebbono posti ouer affirmati li principali capitoli di questa arte per sì, non essendo con effetto se non cinque, come di sopra nel principio del presente libro dicessimo. Ne manco haueriano determinato che censi de censi eguali a censi, fusse ancor capitolo diuerso da quello de censi eguali a numero per che non è, anci è quel medemo, attento che schifando detta equatione de ce.ce. eguali a ce. per vn sol censo, che è vna delle minor dignità di essa equatione, si hauerano poi censi eguali a numero. Adunque non è diuerso anzi è quel medemo come habbiamo detto. Hor torniamo a compire di dechiarire detto nostro schifare ouer degradare. Ponendo ancor caso, che si hauessero 14 ce.ce. p̃ 14 cu. eguali a 20 ce. laquale equatione volendola schifare: dico che la parti tutta per vn sol censo, che è vna delle minor dignità di quella, che si hauerano poi 14 ce. p̃ 14 co. eguali a 20 numero. & ancora ponendo che si hauessero 30 primi relati p̃ 20 ce.ce. p̃ 16 cu. eguali a 40. ce. cu. & che per essa equatione si volesse schifare. Dico che la parti tutta per vn sol cubo che è per vna delle minor dignità di quella & hauerai poi 30 ce. p̃ 20 co. p̃ 16 eguali a 40 cu. & con questo medemo ordine se schifano ouer degradano tutte quelle equationi, lequali non si attrouano hauere numero in alcuno de gli suoi estremi. Ma quelle lequali si attrouano hauerlo non si possono altramente degradare ouer schifare, imperoche quando si volesse partire il numero che in esse equationi si ritrouasse per alcuna dignità algebratica di necessità di tal partire peruenerebbe rotto, el qual rotto volendolo poi leuare di essa equatione, la se ritornaria nel medemo termine de prima. Adunque quando il numero è scoperto in esse equationi o sia dauanti ouer dopo il schifare, tali eguagliamenti non si possono altramente degradare. Si possono ben partire per che numero ci pare & piace, ouer che ci sia necessario per ridurle alla sua maggior unità ouer per altra occorrentia, ma non schifarle: Et questo voglio sia bastante per quanto aspetta a detto schifare ouer degradare. &c.

Della osseruantia de alcuni capitoli irregulari.

ANcor le da notare, che alcuna fiata con le nostre operationi ci conduchiamo ad alcuni eguagliamenti irregulari, il che procede da diuerse & varie cause che serano troppo longhe da narrare: Et accio che tu sii fatto auertente, mi è parso sopra di cio farti vn poco di dechiaratione ponendoti etiandio essempi breuissi-

ma

mi accio tu sappi meglio in qual modo in tali casi tu te habbi da gouernare: Et per ordine procedero in questo modo. Facendoti de prima a sapere, che quando le cose se aggiongiesseno alle cose che questo tal capitolo ouer eguagliamento saria de niun valore, per che ò che le seriano eguali dall'uno & dall'altro estremo, ò che dall'uno seriano piu che dall'altro, & quando fussero tante dall'uno quanto dall'altro estremo seria concluso quello che cerchiamo, come sarebbe a dir, trouami dui numeri che siano in proportione come 2 de 3 & che multiplicato il primo per 6, faccia quanto l'altro multiplicato per 4, per ilche se faria positione ponendo che'l primo fusse 2 co. & l'altro 3 co. per mantenere la proportione che si ricerca, Poi si multiplicarebbe 2 co. per 6 & 3 co. per 4, che l'una & l'altra di dette multiplicatione sarebbe 12 co. adunque 12 co. seriano eguali a 12 co. per ilche in questo caso l'uno di detti dui dimandati numeri sarebbe 2 & l'altro 3, come se li numeri delle co. che furono posti esser l'uno & l'altro, ma se le cose dall'uno de gli estremi fussero piu che dall'altro, all'hora il quesito sarebbe impossibile, come sarebbe a dire trouami dui numeri che siano in proportione come 2 de 3, che multiplicato il primo per 5 faccia quanto il secondo multiplicato per 4, doue si potrebbe il primo essere 2 co. & il secondo 3 co. per osseruare la proposta proportione & multiplicando il primo per 5 faria 10 co. & il secondo per 4 faria 12 cose, adunque si hauerìano 10 co. eguali a 12 co. che è impossibile, & accio tu ne sii piu chiaro schifaremo ditta equatione partendola per una sol cosa, che si haueranno poi 10 n̄ eguali a 12 per n̄, ilche non puo stare, che 10 unita siano eguali a 12 unità. Similmente quando gli censi fussero eguali a gli censi, ouer gli cubi a gli cubi, & ancor alcune delle altre dignità algebratiche, fussero eguali ad alcune altre del medesimo genere, per non abbondare in tanto dire, dico quello medesimo che ho detto & essemplificato delle cose, similmente quando si hauessero 10 ce. p̃ 12 co. p̃ 4 eguali ad altri 10 ce. p̃ 12 co. p̃ 4, ouer altra eguagliatione, che gli estremi di quella fussero nō solamente eguali l'uno a l'altro come sono in tutte le equationi, ma ancor simili in tutto è per tutto, come gli ditti dui di detta ultima eguagliatione, dico che sarebbe capitolo de niun valore o momento, & questo puo essere bastante cerca ditta irregularità.

CASI OVER QVESITI POSTI PER MEGLIO INSTRVIRE ET AMMAESTRARE, ET ANCORA FAR PRATICA CERCA L'OPERARE IN L'ARTE DI ALGEBRA.

Hauendosi a sufficientia trattato de gli principali fondamenti dell'arte dell'algebra, & dichiarite le regole de gli capitoli di quella, & appresso fatti noti & manifesti gli ordini & modo che hanno da tenere & osseruare quelli, che voleno diligentemente operare in essa arte, ci resta hor a dare ouer ponere alcuni casi ouer quesiti da soluere per ditta regula algebratica per meglio instruire & ammaestrare & ancora far pratichi gli studenti di quella, cerca esso operare in ditta arte, attento che poco construtto si conseguirebbe di quanto che fin hora si hà detto & trattato, chi non procedesse piu oltra, cioe chi non ponesse essi casi ouer quesiti da trauagliare & essercitare l'intelletto & la mente ad apprehendere gli modi di sapere soluere le proposte che per giornata ci occorrono, & il primo di detti casi ouer quesiti sarà questo videlicet.

Vno a da dare duc. 528 ad vno altro, in questo modo, che il primo mese gli debbe dare duc. 1, el secondo duc. 2, & cosi ogni mese cresce duc. 1 per fino che hauera pagato, dimando in quanti mesi pagarà questo quesito altro non uuol dire, ne altro vuol inferire, se non che'l si troui un numero, al qual numero essendogli aggionto sopra 1, & ditta summa poi multiplicata per la mità di detto numero faccia a punto 528, e però poni che esso numero sia 1 co. & smezzala viene $\frac{1}{2}$ co. & sopra 1 co. aggiongi vno che farà 1 co. p̃ 1, & questa summa multiplicala per $\frac{1}{2}$ co. che farà $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. qual $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. seranno eguali a 528, cioe al numero de gli ducati che colui a da dare, reduci la equatione a 1 ce. partendola tutta per $\frac{1}{2}$, cioe per il numero di ce. & quella che hauerai poi 1 ce. p̃ 1 co. eguali a 1056. sequi el capitolo smezzando il n̄ delle cose, & l'una mità laquale $\frac{1}{2}$ multiplicando in se che farà $\frac{1}{4}$ el qual $\frac{1}{4}$ poni sopra 1056 che farà $1056\frac{1}{4}$, delliquali $1056\frac{1}{4}$ pigliane la radice che è $32\frac{1}{2}$, & di essa radice ab- Primo.

battene ditta mità del numero delle cose, cioè $\frac{1}{2}$ che haverai poi 32 per valuta della cosa, e in tanti mesi dirai che haverà pagato, idest in mesi 32, fanne proua che trouerai iustamente hauer satisfatto a quanto si ricerca. la cagione che si dimezza quella cosa che ponessimo essere ditto numero, & sopra essa cosa aggiongemo 1, e poi la summa si multiplica per quella $\frac{1}{2}$ co. si è per la euidentia della natural progressione, che vole che si dimezzi l'ultimo termine, & sopra esso ultimo termine si aggionga uno, & poi la summa si multiplichi per quello mezzo ultimo termine, & quello che fa, sarà la summa di detta naturale progressione, ma le da notare, che quando gli mesi non venissero intieri, che tal summare di essa progressione al predetto modo, non reuscirebbe totalmente iusto ne gli rotti, come chiaramente noi habbiamo detto & essemplificato nella secõda parte del nostro general trattato, tamen se rissoluerebbe però per questa medesima via aggiontoci solamente il instare del rotto de gli mesi, ouer mese, come qui di sotto nel quesito della reuolutione de dui ponti mobili attorno la sfera terrena se dirà. &c.

Secondo. Poniamo che la circonferentia del circulo equinotiale della sfera terrena sia 20412 miglia, & che da uno medesimo punto della circonferentia del circulo equinotiale della celeste sfera del firmamento, in uno medesimo punto, si partano dui ponti mobili, & che l'uno vada verso oriente il primo giorno, tanto che quel spacio del camino che'l fa, viene ad occupare uno miglio della circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, il secondo 2 il terzo 3, & cosi ogni giorno sempre crescendo uno. L'altro vada verso occidente il primo giorno tanto che il camino ch'el fa, viene ad occupare uno miglio pur della circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, il secondo 8, il terzo 27, il quarto 64. & cosi ogni giorno procedendo ordinatamente, secondo l'ordine de gli numeri cubi, si dimanda in quanti giorni questi dui ponti si cögiungeranno in uno medesimo ponto. Poni che si congiungino in 1 co. de giorni, & perche questi dui ponti mobili vanno ouer caminano differentemẽte l'uno da l'altro secondo gli ordini delle dette progressioni, però le necessario primamente sapere in che modo si summano ouer raccogliono esse progressioni altramente la operatione sarebbe male intesa. Tu hai adunque da sapere, che la prima si summa ouer raccoglie, come fu detto di sopra nel primo quesito, & ancora nella seconda parte del nostro general trattato, de numeri & misure, cioè ponendo sempre uno per regola generale, sopra l'ultimo termine di essa progressione, & quella summa poi multiplicando per la mità de esso ultimo terminẽ, che il prodotto de tal multiplicatione, sarà sempre la vera summa di detta progressione, cioè quãdo li termini di quella saranno computati, secondo giorni intieri & non altrimenti perche altrimenti detto summare al predetto modo non riuscirìa totalmente iusto. la seconda si summa ouer raccoglie ancora lei, ponendo pure uno per regola generale sopra l'ultimo termine ouer loco di quella, & poi multiplicando il quadrato de questa summa, per il quadrato della mità di esso ultimo termine ouer loco, che il pdotto de tal multiplicatione sarà la vera summa di tal progressione, pur quando li termini di quella saranno computati secondo giorni intieri come hauemo detto etiam di sopra nell'altra progressione, ma non altrimenti. Hor congiungendosi questi dui ponti in 1 co. de giorni, come si ha posto, le da summare prima tutto il camino che haverà fatto il primo in detto tempo, secondo la detta progressione che lui camina, & cio si farà pur nel modo detto di sopra, cioè aggiongendo uno sopra una cosa, che farà 1 co. p̃ 1. & q̃sta summa multiplicando p̃ $\frac{1}{2}$ co. farà $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. per tutto il camino che haverà fatto esso primo, cioè quello che va verso oriente, poi si ha da summare ancora quello che haverà fatto il secõdo in esso medemo tempo, pur nel modo detto di sopra, cioè ponẽdo 1 sopra 1 co. che farà in tutto 1 co. p̃ 1. Et questa tal summa quadrandola idest multiplicandola in se medesima, che farà 1 ce. p̃ 2 co. p̃ 1. Et quadrando etiam, la mità de 1 co. che farà $\frac{1}{4}$ ce. & quello $\frac{1}{4}$ ce. multiplicando poi via 1 ce. p̃ 2 co. p̃ 1. che farà $\frac{1}{4}$ cece. p̃ $\frac{1}{2}$ cu. p̃ $\frac{1}{4}$ ce. per tutto il camino che haverà fatto esso secondo, cioè quello che va verso occidente, dapoi si summa insieme il camino che han fatto ambidui videlicet $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{4}$ cece. p̃ $\frac{1}{2}$ cu. p̃ $\frac{1}{4}$ ce. che fa in tutto $\frac{1}{4}$ cece. p̃ $\frac{1}{2}$ cu. p̃ $\frac{3}{4}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. Et questa tal summa sarà eguale a tutta la circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, cioè a 20412 miglia. Et reccando detta equatione alla sua maggior unita partendola tutta per $\frac{1}{4}$, cioè per il numero di ce ce. si haverà poi 1 cece. p̃ 2 cu. p̃ 3 ce. p̃ 2 co. eguali a 81648 miglia, ma per che non hauemo regola di trare in luce tal eguagliamento, le da vedere, se de gli estremi di essa eguagliatione si possono conseguire le lor radici. Et considerando diligentemente, si trouerà che aggiongendo una unità sola, sopra ciascuno di essi estremi si potran poi conseguire dette sue radici, per che si haueranno poi 1 cece. p̃ 2 cu. p̃ 3 ce. p̃ 2 co. p̃ 1. eguali a 81649.

de quali

de quali 1 ce.ce. p̃ 2 cu. p̃ 3 ce. p̃ 2 co. p̃ 1, la sua radice è 1 ce. p̃ 1 co. p̃ 1. Et de 117649 è 343 Adonque 1 ce. p̃ 1 co. p̃ 1. saranno equali a 343. per ilche egl'è prima da leuare quel 1, che vi è di superfluo in detta equatione, (in compagnia di 1 ce. p̃ 1 co.) dall'uno & l'altro estremo di quella, che si haueranno poi 1 ce. p̃ 1 co. equali a 342. & smezzando il numero delle co. & l'una mita quale è per $\frac{1}{2}$ multiplicando in se medesima, & detta multiplicatione ponendo sopra 342 che sara in tutto 342 $\frac{1}{4}$. & di detta summa pigliandone la radice, laquale è 18 $\frac{1}{2}$. & di detta radice sbbattendone detta mita del numero delle co. idest $\frac{1}{2}$ che ci restara poi 18 per valuta della cosa. Et in tanti giorni se dirà congiongersi detti dui punti in uno medesimo punto.

Ma quando gli giorni del detto congiongimento non venissero intieri (ilche si conoscerebbe per mediante la medesima operatione algebratica che habbiamo fatta, cioe quando la valuta della cosa, venisse irrationale ouer numero corrotto,) Allhora in quel caso gli bisognerebbe vn poco piu arte a voler risoluere vn tal quesito. Attento prima, che come habbiamo detto l'ordine del summare dette progressioni al modo detto di sopra non riuscisse totalmente iusto, non essendo secondo la computatione de giorni intieri, & poi vn simile quesito non puol sempre essere risolto iustamente senza irrationalita, per la causa adutta nella seconda parte del nostro general trattato sopra la espositione di vn simile quesito come è questo, posto da Frate Luca dal Borgo, Come sarebbe quando si hauesse posto che detta circonferentia di detto circulo equinottiale della sfera terrena fosse 30000 miglia, che secondo il modo della detta nostra operatione algebratica, si trouaria la co. valere R. v. R. 120001 men $\frac{1}{4}$. men $\frac{1}{2}$. ilche non è totalmente iusto per la causa detta di sopra. Tamen si puo facilmente iustare, reccando la valuta della cosa a numero rationale, laqual reccatione si fa pigliando prima la radice de 120001, & di quella battendo $\frac{1}{4}$. & poi pigliando ancora la radice del detto rimanente, & di essa vltima radice battendo $\frac{1}{2}$ che vi è di meno in detta valuta della cosa, che quello restara, sara il numero di detta valuta della cosa, benche non di punto, ilqual numero se diligentemēte operarai, tu lo trouerai essere 18 & rotto, elqual 18 è verissimo numero delli giorni intieri di detto congiongimento. Ma il rotto che si attroua in sua compagnia non è il vero rotto, & cosi saranno sempre tutte le simili verissime, in quanto a gli numeri intieri, ma non in quanto a gli rotti, (& sia per la valuta de la cosa irrationale, ouer numero con rotto che non importa, imperoche all'uno & l'altro modo sempre sara vero quello dicemo.) & volendosi poi conseguire ancor il vero rotto, le da vedere quanto camino haueriano fatto questi dui punti mobili in essi soli 18 giorni intieri, caminando secondo le dette lor progressioni, summandole secondo gli ordini dati di sopra, che si trouera hauer fatto 29412 miglia, ilche ci serue prima per proua del soprascritto quesito, quando ponessimo detta circonferentia di detto circulo equinottiale della sfera terrena, essere 29412 miglia, & che concludessimo congiongersi in giorni 18, poi ci serue in questo, che hauendo essi dui punti mobili fatto 29412 miglia, in giorni 18, si vede chiaramente che gli vien a mancare ad hauer compito di circuire la sfera terrena, laquale in questo secondo loco hauemo posta essere miglia 30000, solum 588 miglia, le mo da vedere nel giorno seguente al decimoottauo, cioe nel decimonono, quanto camino fariano detti dui punti mobili, per caminando secondo le dette lor progressioni e trouerassi che fariano 6878 miglia. E tamen habbiamo trouato che non gli manca altro che 588 miglia, per ilche se dirà per la regola del tre, se 6878 miglia, son fatti da quelli dui punti mobili in vn sol giorno in quanto fariano 588 miglia. E trouerassi che li fariano in $\frac{2 9 4}{3 4 3 9}$ de giorno, il che aggionto sopra 18 giorni intieri farebbe in tutto giorni 18 $\frac{2 9 4}{3 4 3 9}$. E in tanti giorni si direbbe congiongersi in vn medesimo punto infallibilmente. & a questo modo habbiamo conseguito il vero rotto. Et cō questo iustata detta nostra operatione.

Similmente quando la valuta della cosa venisse giorni con rotto Si faria per la summa del camino che hauessero fatto tra ambidui essi punti mobili nelli giorni intieri lasciando stare il rotto da parte, (laqual summa si faria per nelli modi di sopra posti) e trouato detto camino, se gli aggiongerebbe poi quella parte ouer parti de giorno, che gli andasse a compire detto suo camino, nel medesimo modo & ordine che si ha fatto di sopra, & cosi sempre potrai dare vera solutione a tali & simili quesiti operando vt supra. &c.

De Fiorenza a Roma, sono miglia 100. Et quattro compagni si vogliono partire da Fiorenza per andare a Roma, & caminano diuersamente. il primo fa vno miglio el primo giorno, el secondo 2 el terzo 3, & cosi ogni giorno cresce vno, el secondo fa il primo giorno vn miglio, el secondo 3, el terzo 5, & cosi ogni giorno cresce 2, il terzo fa il primo giorno 2 miglia, el secondo 4, el terzo 6, & cosi ogni giorno cresce 2, il quarto fa il primo giorno 4 miglia, el secondo Terzo.

condo 8, el terzo 12, & cosi ogni giorno cresce sempre 4. Si dimanda volendo questi quatro compagni giongere a Roma insieme, quanti giorni dovera partirsi l'uno doppo l'altro. Nel primo libro della seconda parte del nostro general trattato a carte 10. Promettessimo (Iddio concedendo) che in questo loco haveressimo dato il modo over regola di risolvere questa propositione, adutta da Frate Luca dal Borgo, nella sua opera a carte 42, & da lui non bene risolta, come chiaramente si puo havere inteso, per quello che in detto loco nel primo libro di detta seconda parte del nostro general trattato fu detto. Hor volendo noi satisfare a detta promissione, vi facciamo intendere, che egliè prima dibisogno, quando il primo termine de simili progressioni, come son queste, secondo lequali caminano gli soprascritti quatro compagni, ci sia manifesto, & che ancora sappiamo il numero ascendente, & etiam il numero de gli termini, over lochi di quelle, saper ancora ritrovare, quanto sia l'ultimo di detti termini, over lochi di quelle. Et appresso sapere poi ben summare over raccogliere esse progressioni, altramente la nostra operatione circa il risolvere questa tale propositione sarebbe male intesa. Et avvenga che in detto primo libro di essa seconda parte del detto nostro general trattato habbiamo chiaramente manifestato tutte le predette cose: Niente dimeno non ci par essere fuor di proposito, ancora in questo loco, per maggior intelligentia di ciascuno brevemente replicarla. Dico adunque, che a volere per la notitia del primo termine de simili progressioni, & ancora per quella del numero ascendente, & etiam del numero delli lochi over termini di quella, ritrovare quanto sia l'ultimo di detti termini, che sempre per regola generale, di esso numero de lochi over termini tu ne abbatti uno, & quello che resta multiplicara per il numero ascendente, & al prodotto di detta multiplicatione aggiongere il primo termino, che quella summa sara sempre la vera quantita di esso ultimo termine di quella progressione. (cioè essendo gli termini over lochi di quella intieri.) Poi a volere summare si procede in questo modo, videlicet, aggiongendo sempre il primo termine sopra l'ultimo, & quella summa multiplicando per la mità di termini che il prodotto di tal multiplicatione sara la vera summa di quelle, essendo però la computatione loro, secondo lochi over giorni intieri, e non altrimenti, perche altrimenti non darebbe totalmente il iusto: ma gli saria qual che poco di suario abenche minimo, come in altri lochi habbiamo detto. Hor volendosi risolvere questa propositione, le necessario prima di vedere in quanti giorni, ciascuno di detti quattro compagni caminando secondo le dette lor progressioni faranno detto viaggio. Però poneremo che facciano ciascun di loro in 1 co. de giorni. Adonque summaremo quanto camino haverà fatto ciascuno in detto tempo, comminciando dal primo, elquale il primo giorno fa uno miglio, el secondo 2, &c. (della qual sua progressione sempre l'ultimo termino, & li giorni che lui camina, sono equali di numero,) il che non interviene in alcuna delle altre. Però havendosi posto il numero de giorni essere 1 co. (ilqual numero de giorni vien a essere il numero di termini over lochi di tutte le dette progressioni,) sara etiam l'ultimo termine di quella, pur 1 co. per il che aggiongendoli sopra uno, cioè il primo termine di essa progressione sara 1 co. p̃ 1, qual 1 co. p̃ 1 multiplicandosi per la mità di termini, cioè per ½ co. si havera poi ½ ce. p̃ ½ co. per la summa del camino che havera fatto il primo in detto tempo, & questo tal camino, a da essere equale a 100 miglia, che sono da Fiorenza a Roma. Segui l'ordine del capitolo la co. valera R 200 ¼ men ½ il che non è iusto, se non per quanto aspetta al numero de gli giorni intieri (come di sopra si ha dichiarito,) ilqual numero de giorni intieri si havera pigliando la radice de 200 ¼, & di quella abbattendo ½, laquale (se diligentemente operarai) tu la trouerai essere 13 & rotto, elqual rotto per non essere totalmente iusto, tu lo lassierai andare da banda, & vederai quanto camino detto primo compagno haverà fatto in soli giorni 13 intieri summandoli al modo posto di sopra per detta progressione, & trouerai haver fatto miglia 91. Adunque gli manca miglia 9 a compire detto suo viaggio. Et perche nel giorno seguente al detto terzodecimo, cioè nel quartodecimo farebbe 14 miglia, però dirai, se 14 miglia son fatti in un giorno intiero, in quanto si faranno li detti miglia 9 che gli manca, & trouerai che gli sara in $\frac{9}{14}$ de giorno, & aggiongendo questo rotto sopra li 13 giorni intieri, sara in tutto giorni 13 $\frac{9}{14}$. E in tanti giorni el primo fara detto suo viaggio indubitatamente. Il secondo facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 co. de giorni, & caminando el primo giorno uno miglio, el secondo 5, &c. Volendo noi fare la summa del camino che'l fa in detto tempo, le necessario atrouare l'ultimo termine di detta sua progressione nel modo adutto di sopra, cioè abbattendo un per regola generale di 1 co. laquale è il numero di termini over lochi di essa progressione, che restara 1 co. men 1. Et questo residuo multiplicandolo per il numero ascendente di detta progressione, cioè per 4 fara 4 co. men 4.

men 2. Et a questa multiplicatione aggiongendoli poi sopra il primo termine, cioè 1 farà in tutto 2 co. men 1 per esso vltimo termine, alquale aggiontoli poi sopra vn'altra fiata, il primo si hauerà in summa 2 co. appunto, & multiplicando queste due cose per la mità di lochi, cioè per $\frac{1}{2}$ co. si hauerà poi 1 ce. per la summa del camino di esso secondo, el qual camino sarà pur etiam lui eguale a detta 100 miglia, che è da Fiorenza a Roma. Et essendo 1 ce. eguale a 100, la co. valerà 10 appunto, & in tanti giorni giustamente detto secondo farà detto viaggio: Il terzo facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 co. de giorni, & cominciãdo il primo giorno a far 2 miglia, el secondo 4 &c. Hauendo noi da fare la summa del camino chel fa in detto tẽpo, le pur necessario a trouar l'ultimo termine di detta sua progressione, nel modo che si ha fatto di sopra, in quella del secondo che si trouerà essere 2 co. alquale aggiongendoli poi il primo termine farà 2 co. p̃ 2, & questa summa multiplicandola per $\frac{1}{2}$ co. cioè per la mità di termini ouer lochi, se hauerà poi 1 ce. p̃ 1 co. per tutta la summa del camino di detto terzo, laqual summa a pur ancora lei da essere eguale a detti 100 miglia. Seguita il capitolo, che trouerai la co. valere radice 100 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$, laqual valuta reccandola a numero rationale, tu lo trouerai essere 9 & rotto, alqual rotto lascialo andare, & vedi quanti miglia costui hauerà fatto, in soli giorni 9 intieri, che trouerai hauer fatto miglia 90, per ilche gli viene a mancare miglia 10. a compire detto suo viaggio, liquali 10 miglia, gli farebbe in mezo del decimo giorno, adunque aggiongendo $\frac{1}{2}$ giorno sopra gli 9 intieri, farà in tutto giorni 9 $\frac{1}{2}$, & in tanto tempo veramente questo terzo farà detto suo viaggio: Il quarto poi, facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 cosa de giorni, come hauemo posto, & volendo pur noi summare tutto il camino che lui fa in detto tempo, le pur necessario di trouare l'ultimo termine della sua progressione cominciando lui il primo giorno 4 miglia, il secondo 8 &c. ilquale vltimo termine, si trouerà pur come è detto di sopra, cioè battendo vno del numero di lochi, adesi de 1 co. che resterà 1 co. men 1. & detto residuo multiplicando per 4 che farà 4 co. men 4. & a detta multiplicatione aggiongendo il primo termine che farà 4 co. per l'ultimo, alquale aggiongendoli il primo, si hauerà poi di summa 4 co. p̃ 4. & multiplicando detta summa per la mità di lochi, cioè per $\frac{1}{2}$ co. si hauerà poi 2 cen. p̃ 2 co. per la summa di tutto il tempo di esso quarto, ilqual camino, a pur da essere eguale a detti 100 miglia, seguita il capitolo reccando prima a 1 ce. che tu trouerai la co. valere R 50 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$, laqual valuta reccandola a numero, tu la trouerai 6 & rotto, il qual rotto, per non essere totalmente iusto tu lo lascierai andare, & vederai in 6 giorni intieri quanto camino costui hauerà fatto, che tu trouerai hauer fatto miglia 84, & che 16 gli manca a compir detto viaggio, & perche il settimo giorno farebbe 28 miglia, adunque li 16 gli farà in $\frac{4}{7}$ de giorno, ilqual $\frac{4}{7}$ aggiongendoli sopra giorni 6 intieri, farà in tutto giorni 6 $\frac{4}{7}$, & in tanto tempo detto quarto farà il viaggio. Hor per vedere quanti giorni questi quattro compagni, si hanno da partire l'uno dopo l'altro, caua gli giorni nelliquali il secondo fa detto viaggio, delli giorni che lo fa il primo, che resterà 3 $\frac{1}{4}$ e tanti giorni il secondo si partirà dopo il primo, similmente caua ancora li giorni nei quali il terzo fa esso viaggio, di quelli nei quali lo fa il secondo, che resterà $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{2}$ giorno si partirà il terzo dopo il secondo, Ancora caua gli giorni che pena il quarto a fornire esso viaggio, de quelli che pena a farlo il terzo che ti resterà 2 $\frac{13}{14}$, e tanti giorni il quarto a da partirsi dopo il terzo. &c. fanne proua a tuo beneplacito, che tu trouerai tutto star bene. &c.

Poniamo che da Ragusi a Constantinopoli siano 1970 miglia, & che vno Corriero si parta da Ragusi per andare a Constantinopoli, & faccia il primo giorno miglia 8, & il secondo 14, el terzo 20, & così ogni giorno crescendo 6: Vn'altro Corriero si parte in quel medesimo ponto da Constantinopoli per venire a Ragusi, & fa il primo giorno miglia 5, el secondo 8, el terzo 11, & così ogni giorno crescendo sempre 3. Si dimanda in quanti giorni questi doi Corrieri s'incontreranno. Quarto

Poni che s'incontrino in 1 cosa de giorni, & per trouare il camino che hauerà fatto il primo in detto tempo, cioè quello che si parte da Ragusi per andare a Constantinopoli, abbatti vno de 1 co. secondo la regola generale di tal progressione che ti resterà 1 co. men 1. & questo residuo multiplicalo per il numero ascendente di essa progressione, cioè per 6, & a detta multiplicatione aggiongici sopra il primo termine, cioè li 8 miglia chel fa il primo giorno che farà in tutto 6 co. p̃ 2, per l'ultimo termine di essa progressione, alquale vltimo termine aggiongici sopra vn'altra fiata il primo, cioè 8, farà 6 co. p̃ 10, & queste 6 co. p̃ 10, multiplica per la mità di termini, ouer giorni che si hanno da componere insieme, cioè per $\frac{1}{2}$ co. che farà 3 ce. p̃ 5 cose, per tutti li miglia che hauerà fatto il detto primo Corriero, in detto tempo, qual salua da banda.

Poi vedi con il medesimo ordine, quanti ne hauerà fatto il secondo, cioè quello che si parte da Constantinopoli per venire a Ragusi pur nel medemo tempo, idest in 1 co. de giorni, e trouerai hauer fatto 1 $\frac{1}{2}$ ce. p̄ 3 $\frac{1}{2}$ co. di miglia. Hor summa insieme il camino de l'uno & l'altro, cioè 3 ce. p̄ 5 co. & 1 $\frac{1}{2}$ ce. p̄ 3 $\frac{1}{2}$ co. che farà in tutto 4 $\frac{1}{2}$ ce. p̄ 8 $\frac{1}{2}$ co. & questi 4 $\frac{1}{2}$ ce. p̄ 8 $\frac{1}{2}$ co. hanno da essere eguali a 1970 miglia, che sono da Ragusi a Constantinopoli, segui l'ordine del capitolo, che tu trouerai la co. valer 20 di ponto, & in tanti giorni dirai scontrarsi questi dui Corrieri, ancora ci resta da vedere quanti miglia hauerà fatto ciascuno, che farà etiam la proua di detta nostra operatione, laquale si fa in questo modo, videlicet abbattendo quell'vn che si ha da battere per regola generale de gli termini di detta progressione, iquali termini sono 20, cioè li giorni che habbiamo trouato questi dui Corrieri scontrarsi insieme, che resterà 19, & questo 19, multiplicalo per il numero ascendente di detta prima progressione, cioè per 6, che farà 114, & a questa multiplicatione aggiongici il primo termine, cioè 8 farà in tutto 122, per li miglia chel primo fa l'ultima giornata, alquale 122 aggiongi il primo termine, cioè 8 miglia chel fa il primo giorno, farà 130, & questo 130, multiplicalo per la mità di termini, idest per la mità di 20 giorni, nei quali s'incontrano, farà 1300, & tanti miglia dirai hauer fatto il primo, videlicet quello che va da Ragusi a Constantinopoli. Poi multiplica ancora quel 19 (che restò quando tu cauasti 1 de gli 20 giorni, nei quali s'incontrano.) per il numero ascendente della seconda progressione, cioè per 3, che farà 57, & a questa multiplicatione aggiongici il primo termine, cioè gli 5 miglia che fa detto secondo il primo giorno, farà 62, per li miglia chel fa poi l'ultimo giorno. Et questi 62 miglia chel fa l'ultimo giorno, aggiongi gli 5 chel fa il primo, che farà 67, & questa summa multiplicala per la mità de gli giorni che s'incontrano, cioè per 10, farà 670, e tanti miglia dirai hauer fatto detto secondo, quali summa con miglia 1300 del primo, fanno ben appunto 1970 miglia, come debbon fare.

Quinto Vno compra vno credito de ducati 1000, per duc. 600, quali duc. 600, detto compratore gli esborsa attualmente subito concluso il mercato, & poi a da rascotere detto credito in anni dieci, videlicet duc. 100 in fine di ciascuno di essi dieci anni, se dimanda quanto guadagna per cento a l'anno detto compratore del suo capitale; questa tal proposita si può soluere algebraticamente, & non. Ma per che qui lo intento nostro, non è ad altro effetto che a dimostrare, operare, & ancora far pratica in detta arte algebratica, però algebraticamente la risoluerremo in questo modo, videlicet abbattendo prima gli duc. 600 che costa detto credito fuor de gli duc. 1000, chi è la summa di esso credito, che ci resterà duc. 400 per guadagno di detti duc. 600, il qual guadagno veramente non si sa in quanto tempo, detto compratore, con detti suoi duc. 600 di capitale lo conseguisca, per che sel si volesse dire che lo conseguisce in anni dieci, io dirò de non. Atteso che quando detta proposta dicesse, che finiti detti dieci anni esso compratore conseguisce tutti gli detti duc. 1000 in vna sola volta, che all'hora in quel caso sarebbe vero che con duc. 600 in dieci anni guadagnarebbe duc. 400, ma la non dice così, anzi dice che gli conseguisce in diece anni a duc. 100 per cadaun'anno, il che è molto differente dal conseguirli in vna sola volta in capo de gli diece anni. Et sel si volesse dire, che lo conseguisce in anni 6, nel qual tempo viene a compire de reimborsarsi tutto il suo capitale a duc. 100 all'anno, io dirò similmente di non, perche nō si harebbe alcuna consideratione al tempo che la da aspettare a conseguire gli altri duc. 400, ne manco a quello che la conseguito gli duc. 600 a duc. 100 all'anno, ilche è pure troppo in simili casi da essere considerato. Bisogna adunque che questo compratore con detti suoi duc. 600 de capitale venghi a conseguire detti duc. 400 de guadagno in un tal numero d'anni, che oltra gli duc. 400 chel guadagna, tanto sia ancora il semplice merito de gli danari che'l conseguisce a duc. 100 all'āno in detto n. d'āni, quāto q̄llo che'l patisce poi ad aspettare a cōpire de cōseguir il resto de detti duc. 1000 pure a duc. 100 all'anno fin'in capo de detti dieci anni. Et con q̄sta verità poneremo che il detto numero d'anni sia 1 co. per ilche il semplice merito de gli primi duc. 100 che'l conseguisce in fine del primo anno, da essa fine di detto primo anno, fino al compimento di detta cosa d'anni, debbe essere eguale a quello de gli vltimi duc. 100 chel conseguisce in capo de gli detti dieci anni, comminciando da detta co. d'anni, fino alla fine di essi dieci. Similmente il semplice merito de gli secondi duc. 100 chel conseguisce in fine de gli primi doi anni, debbe essere eguale a quello de gli penultimi duc. 100 chel conseguisce in capo di 9 anni, & così discorrendo di tutti essendo reseriti relatiuamente. Et per che gli danari chel conseguisce in fine del primo anno, sono eguali a quelli chel conseguisce in fine de gli dieci anni, se il merito loro, a da essere eguale come si ha detto, necessariamēte ancora gli anni dai quali nasce esso merito per commune scientia saranno eguali. Adunque 1 co. de anni men un'anno, cioè men quel primo anno, nella fine delquale consequisce gli primi duc. 400, sarà eguale a 10 anni men 1 co. d'anni, cioè dieci anni nella fine dei quali consequisce li ultimi duc. 400. & essendo 1 co. men 1 eguale a 10 men 1 co. come chiaramente per le ragion adutte à da essere, aggiongendo à ciascuno de gli estremi, quello che ciascun di loro si trova havere di meno, secondo gli ordini, si haveranno poi 2 co. eguale à 11, & mandãdo il capitolo ad essecutione, si troverà la co. valer $5\frac{1}{2}$. & tanti sono gli anni nei quali veramente detto compratore con detti suoi duc. 600 de capitale, guadagna li sopradetti duc. 400: Volendosi vedere quanto guadagna per cento all'anno, poni da capo che guadagni 1 co. de duc. per cento all'anno, adunque de duc. 600 de capitale, guadagnarà 6 co. de duc. in un sol'anno, & in anni $5\frac{1}{2}$ ne guadagnerà 33 co. & perche in detto tempo guadagna ancora duc. 400, come si ha detto 33 co. saranno eguale a duc. 400. & essequendo il capitolo si troverà la co. valer $12\frac{4}{33}$ e duc. $12\frac{4}{33}$ se dirà che detto compratore guadagna per cento all'anno a simplice merito.

Uno compra una mercantia adi 16 Luio 1550 per duc. 1450. Et la paga attualmente de contanti subito concluso il mercato. Et poi la vende adi 15 Ottobrio 1552 per duc. 1800 a esserli pagati in anni 6 a duc. 300 all'anno, si dimanda quanto costui guadagna per cento all'anno del suo capitale. Sesto

Prima le da vedere l'amontar della vendita di detta mercantia a pagarla a duc. 300 all'anno in quanti anni la si dovetebbe pagar in un sol termine. Et per farlo algebraticamẽte poneremo che esso tempo sia 1 co. de anni per ilche, per quello che per avanti è stato detto, il semplice merito de gli primi duc. 300 chel riscote in fine del primo anno da essa fine di detto primo anno, fino al compimento di detta co. de anni, (che havemo posto doversi pagare detta mercãtia in un sol termine) serà eguale a quello de gli ultimi 300 che l'aspetta poi a riscottere dal detto numero d'anni, che si dovrebbe pagare detta mercantia in un sol termine, cioè da 1 co. d'anni fino in capo de gli sei anni, & perche queste doe summe de danari, cioè quella chel riscote in fine del primo anno, & quella chel consequisce in capo de gli sei anni, sono eguale per essere ciascuna di loro duc. 300. & gli meriti di quelle eguali come si ha detto, necessariamente ancora gli anni dai quali pervengono detti meriti seranno eguali. Adunque 1 co. men 1 serà eguale a 6 men 1 co. Et essequendo il capitolo la co. valerà $3\frac{1}{2}$. & in anni $3\frac{1}{2}$ si dovetebbe pagare tutto l'amontare della vendita di essa mercantia in un sol termine. Et perche detto compratore, l'haveva tenuta avanti che la vendesse mesi 27 computando il giorno della compreda & quello della vendita, iquali mesi 27, aggionti sopra gli detti anni $3\frac{1}{2}$ fanno in tutto anni $5\frac{3}{4}$. Adunque costui con duc. 1450 di capitale, in detti anni $5\frac{3}{4}$, guadagna duc. 350, (iquali duc. 350, sono la differentia che è da duc. 1450 che costa detta mercantia a duc. 1800 che la si vende.) & si voria saper quanto guadagna per cento all'anno di detto suo capitale, però di novo poneremo che guadagni 1 co. de duc. & guadagnando 1 co. de duc. per cẽto all'anno, de duc. 1450 guadagnerà $14\frac{1}{2}$ co. de duc. in un sol anno, & in anni $5\frac{3}{4}$ ne guadagnerà $83\frac{3}{8}$ co. qual $83\frac{3}{8}$ co. seranno eguale a gli duc. 350 chel guadagna, & essequendo il capitolo si troverà la co. valer $4\frac{132}{667}$ e duc. $4\frac{132}{667}$ se dirà guadagnar costui per cento all'anno.

Uno presta a una communità duc. 2000, a 20 per cento all'anno di utilità, a essere pagato in anni quattro, videlicet in capo di ciascuno di essi quattro anni, tutto il guadagno che gli perveniarà per il suo capitale che detta communita haverà nelle mani. Et ancora tal parte di esso suo capitale, insieme con detto guadagno, che in fine di essi quattro anni, venghi totalmente a essere satisfatto, si di esso suo capitale, come del guadagno: Si dimanda quanto doverà havere per ciascuno di essi anni. Dovendo haver tanto un'anno quanto l'altro. Poni che debba havere 1 co. de duc. per ciascun'anno: poi vedi a 20 per cento all'anno, de 2000 duc. quãto pro gli viene in un'anno, che troverai venirli la quinta parte di detti duc. 2000 cioè duc. 400, iquali duc. 400 aggionti sopra gli 2000 farà 2400, & abbattendone 1 co. che'l riscote in fine di detto primo anno restarà 2400 men 1 co. poi di novo piglia la quinta parte de 2400 mẽ 1 co. che ti verrà 480 men $\frac{1}{5}$ co. per il guadagno del secondo anno, ilqual guadagno aggionto sopra 2400 men 1 co. farà 2880 men $1\frac{1}{5}$ co. della qual summa abbattendone 1 co. che'l riscote in fine di esso secondo anno restarà 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. Ancora piglia la quinta parte de 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. che ti verrà 576 men $\frac{11}{25}$ co. per l'utile del terzo anno, ilqual utile aggionto sopra 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. farà 3456 men $2\frac{16}{25}$ co. della qual summa abbattendone 1 co. che'l riscote in capo di esso terzo anno, restarà 3456 men $3\frac{16}{25}$ co. del qual residuo pigliando ne ancora la quinta parte per il guadagno del quarto anno cioè $691\frac{1}{5}$ men $\frac{91}{125}$ co. & ponen Settimo dolo sopra 3456 men 3 $\frac{16}{25}$ co. si hauera poi 4147 $\frac{1}{5}$ men 4 $\frac{46}{125}$ cosi, della qual summa abbattendone 1 co. che la da riscottere in fine di esso quarto anno, A da restar distrutto & annichilato egualmente cauedal & pro. Adunque 4147 $\frac{1}{5}$ men 4 $\frac{46}{125}$ co. seranno equali a 1 co. & aggiongendo 4 $\frac{46}{125}$ co. egualmente all'uno & l'altro extremo si hauera poi 5 $\frac{46}{125}$ co. equale a 4147 $\frac{1}{5}$. Et partendo 4147 $\frac{1}{5}$ per 5 $\frac{46}{125}$ videlicet per il n° delle co. ci verra 772 $\frac{388}{671}$ per valuta de 1 sol co. Et tanto se dira douer hauere per cadauno de essi quatro anni cioe ₫ 772 $\frac{388}{671}$ & volendone far proua palpabile fa in questo modo videlicet. aggiongi li ₫ 400 chel guadagna il primo anno a 20 per cento sopra li ₫ 2000 suo capitale che fara ₫ 2400 della qual summa abbattene ₫ 772 $\frac{388}{671}$ che habbiam trouato douer hauere cadauno di detti 4 anni resta 1627 $\frac{283}{671}$ & a detto rimanente aggiongendoli la quinta parte per il vadagno del secondo anno laqual quinta parte e 325 $\frac{325}{671}$ si hauera in summa 1952 $\frac{608}{671}$ dellaqual summa abbattēdone gli ₫ 772 $\frac{388}{671}$ chel conseguisse in fine di detto secondo anno restara 1180 $\frac{220}{671}$ al qual restante aggiongendoli la quinta parte per il vadagno del terzo anno, laquale è 236 $\frac{44}{671}$ si hauera 1416 $\frac{264}{671}$ & abbattendone gli ₫ 772 $\frac{388}{671}$ chel riscota in fine de esso terzo anno restara 643 $\frac{547}{671}$ alqual resto aggiongendogli finalmente la quinta parte per il vadagno del quarto anno laquale è 128 $\frac{512}{671}$ si hauera per summa 772 $\frac{388}{671}$ della qual summa abbattendone pur ₫ 772 $\frac{388}{671}$ chel conseguisse in fine di esso quarto anno, restara veramente egualmente satisfatto si del pro quanto del capitale come si ricerchaua, &c.

Ottavo Vno compra vno credito de ₫ 800 per ₫ 600 iqual ₫ 600 ditto cōperator gli exborsa attualmentene al venditore subbito concluso il mercato, Et poi esso compratore a da riscottere ditto credito in dui anni videlicet ₫ 400 in fine de cadauno de essi dui anni, si dimāda quanto esso compratore guadagna per cento all'anno. Poni che guadagnasse 1 co. de ₫ per cento all'anno per il che de 600 ₫ guadegnara 6 co. de ₫ in vno anno qual 6 co. aggiongile sopra gli ₫ 600 fara in tutto ₫ 600 p̃ 6 co. tra cauedal & guadagno del primo anno abbattene ₫ 400 chel riscotte in fine de esso primo anno, che ti restara poi ₫ 200 p̃ 6 co. per capitale del secondo anno, le da vedere quanto vadagnano questi ₫ 200 p̃ 6 co. in detto secondo anno per a ragion de 1 co. de ₫ per cēto all'anno, il che si puo fare per la regula del tre dicendo se de 100 si guadagna 1 co. de ₫ in vn'anno, che si guadegnaranno de ₫ 200 p̃ 6 co. Et multiplicando detti ₫ 200 p̃ 6 co. p̃ 1 co. fara ₫ 200 co. p̃ 6 ce. da partir per cento, che viene ₫ 2 . co. p̃ $\frac{6}{100}$ ce. de guadagno qual ₫ 2 co. p̃ $\frac{6}{100}$ ce. de guadagno aggiongi sopra il capitale di detto secondo anno, cioe sopra li detti ₫ 200 p̃ 6 co. che fara in tutto ₫ 200 p̃ 8 co. p̃ $\frac{6}{100}$ ce. tra cauedal e guadagno di esso secōdo anno qual ₫ 200 p̃ 8 co. p̃ $\frac{6}{100}$ ce. hanno da essere eguali a gli ₫ 400 chel a da riscottere in fine di esso secondo anno leuagli superflui che hauerai poi ₫ 8 co. p̃ $\frac{6}{100}$ ce. eguali a ₫ 200 recca a 1 ce. partendo tutta la equatione per $\frac{6}{100}$ idest per il numero di ce. di quella che hauerai ₫ 133 $\frac{1}{3}$ co. p̃ 1 ce. eguali a ₫ 3333 $\frac{1}{3}$. Smezza il numero delle co. e l'una mitta quale è 66 $\frac{2}{3}$ multiplica in se che fara 4444 $\frac{4}{9}$ qual 4444 $\frac{4}{9}$ aggiongi sopra in numero, cioe sopra 3333 $\frac{1}{3}$ fara in tutto 7777 $\frac{7}{9}$ della qual summa prendine la radice laquale e pur ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ & di esse radice abbattene ditta mita del numero delle cose, cioe 66 $\frac{2}{3}$ che ti restara ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ mē 66 $\frac{2}{3}$ per valuta della cosa, e di che tanto guadagna per cento all'anno ditto compratore, cioe ₫ ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che vol dire presa la radice de 7777 $\frac{7}{9}$ laqual e da 88 $\frac{1}{5}$ in circa. Et di essa radice abbattutone 66 $\frac{2}{3}$ che restara da 21 $\frac{8}{15}$ in circa per il numero de gli ducatti che guadagna per cento all'anno & a questo medesimo modo & ordine bisognerebbe a procedere quanto detto compratore hauesse da riscottere detto credito in piu de dui anni fane proua dicendo se de 100 guadagna ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ in vno anno che si guadegneranno de ₫ 600. E trouerai che si guadegnara 6 volte tanto, cioe 6 volte ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che fa ℞ 280000 men 400, qual ℞ 280000 mē 400 aggiongi sopra il capitale, cioe sopra gli ₫ 600 che fara in tutto ℞ 280000 p̃ 200 dellaqual summa abbattene gli ₫ 400 chel riscotte in fine del primo anno, che ti restara ℞ 280000 men 200 hor vedi quanto guadagna ℞ 280000 men 200 nel secondo anno alla medema ragione cio a ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ per cento all'anno dicendo se de 100 si guadagna ℞ 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che si guadegneranno de ₫ ℞ 280000 men 200 & operando trouerai che guadegnara ₫ 600 men ℞ 280000 elqual guadagno aggionto sopra il capitale di esso secondo anno cioe sopra ℞ 280000 men 200 faranno ben apunto ₫ 400 come detto compratore a da riscottere in fine di esso secondo anno, &c.

Nono Vno presta a un'altro ₫ 2500 per dui anni e non so quanto per cento all'anno, a far capo d'anno, &

no, &

20. & finiti detti dui anni colui gli rese fra merito & capitale ß 3025. Si dimanda a quanto fu prestato el cento all'anno queste simile proposte si rissolueno per via de quantita continue proportionali imperoche facendosi capo d'anno, chi moltiplica li danari prestati per vno, piu tal parte, qual e il guadagno che colui che presta conseguisce per conto all'anno del suo capitale, di esso cento suo capitale, ne peruiene quello che detti danari prestati saranno diuentati in fine del primo anno tra merito, & capitale. Et chi multiplica ancor quello che son diuentati in fine di esso primo anno tra merito e capitale p deta unita, piu deta parte, ne peruenira quello che seranno diuĕtati in fine del secondo anno tra merito e capitale, Et chi moltiplica ancor quello che seranno diuentati in fine di esso secondo anno tra merito capitale per dita unita & parte, ne peruenira quello, che seranno diuentati in capo del tercio anno tra merito & capitale, & cosi discorrĕdo a anno per anno se fussero cento, di maniera che quella vnita, & parte vien ad essere, la denominatione di esse proportioni, quantunque essa parte ci sia incognita. Ma perche questa proposta si extende solum per dui anni, quella se intĕdera essere continuata solamente sotto tre termini continui proportionali, el primo de quali e gli danari prestati cioe ß 2500 el secondo e quello che essi danari diuentorno tra merito e capitale in fine del primo anno, el qual ci e incognito, el tercio e gli ß 3025 che colui gli rese tra merito e capitale in fine de dita dui anni. E perche Euclide nel sesto ci dechiarisse, che il ditto della prima nella tercia di tre quantita cōtinue proportionali e sempre equale al quadrato della seconda adunque multiplicando nui 2500 in 3025 & di detta multiplicatione pigliandone la radice hauerem noto quello che detti danari prestati diuĕtorno in fine del primo anno tra merito & capitale, ma il detto di 2500 in 3025 fa 7562500, & la radice de 7562500 e 2750 adunque ß 2750 diuentorno ditti ß 2500 prestati tra merito & capitale in fine del primo anno de iquali ß 2750 abbattendone gli ß 2500 de capitale restara ß 250 per guadagno di esso primo anno per detti ß 2500, che viene a ragione de 10 per cento. Et a tanto si dira esser prestati detti danari cioe a 10 per cento all'anno. Ma perche il principale instituto nostro e per instruir in l'operare algebratico. Perho ancor' algebraticamente la rissolueremo altramente questo, & alcuni de gli seguenti sarebbon quasi superflui hauendone il medemo hauemo altroue posti de simili, & per cio fare procederemo in questo modo videlicet, ponendo chĕ detti ß 2500 fussero prestati a 1 co. de ß per cento all'anno per il che de ß 2500 in vn'anno guadagnarebbe 25 co. de ß lequal 25 co. agiōte sopra gli detti ß 2500 de capitale sara in tutto 2500 p̃ 25 co. tra merito e capitale in fine del primo anno & multiplicando 2500 p̃ 25 co. in se fara 6250000 p̃ 625 cen. p̃ 125000 co. Et questo prodotto sara equale a quello che e fatto de gli ß 2500 primo termine de tal proportione in ß 3025 ter cio cioe, a 7562500. Segui el capitolo che tu trouerai la co. valer 10, & a 10 per cento furno prestati detti danari vt supra.

Osseruamente per ordine generale de tutti gli simili, poni che la denominatione della sopradetta continua proportionalita sia 1 co. per che gli detti ß 2500 in fine del primo anno sara no diuentati 2500 co. & in fine del secondo anno 2500 ce. & questo per che moltiplicando 2500 per 1 co. idest per detta denominatione ne peruiene 2500 co. & ancor moltiplicando 2500 co. per la medesima denominatione videlicet per detta co. ne peruiene 2500 ce. equali 2500 ce. sono equali a ß 3025 che colui gli rese, tra merito & capitale in fine de gli detti dui anni, & partendo 3025 per 2500, cioe per il numero di ce. ne verra 1 $\frac{21}{100}$ per ualuta de 1 ce. de laqual pigliandone la radice, laqual e 1 $\frac{1}{10}$ quella sara la valuta della co. & denominatione di detta continua proportionalita, & moltiplicando gli ß 2500 prestati per detta denominatione idest per 1 $\frac{1}{10}$ ne uerra 2750 per il numero de gli ß che si trouorno esser diuĕtati tra merito & capitale detti ß 2500 prestati in fine del primo, iquali ß 2500 detrahendo li de essi ß 2750 ci restara ß 250 per guadagno di detti ß 2500 in vn sol anno si puo poi di poi per la regula del tre, se ß 2500 guadagna ß 250, che guadagnara ß 100, & operando secondo gli ordeni di detta regula trouerai che medemamente guadagnaranno ß 10 & a tanto vnaltra fiata dirai esser stato prestato el cento di ß all'anno, & questo e posto per ordine generale de tutti gli simili, siano per gli anni quanti si vogliono, che sempre facilmente da te medesmo, mediante esso ordine potrai darli vera risolutione. &c.

Vno presta a vn'altro, scuti 1600 per anni quattro, a non so quanto per cento di utile all'anno a far capo d'anno, & finiti detti quattro anni, colui gli rese tra merito & capitale scuti 2000 si dimanda a quanto fu prestato el cento all'anno. Decimo

Poni secondo, il nostro general ordine dato di sopra, che la denoīatione della proportionalita continua de deci scuti 1600 fino al compimento de quattro anni (che colui gli rese scuti

2000 tra merito & capitale) fusse 1 co.e, moltiplica essi scuti 1600 prestati de detta co., che fara scuti 1600 co. per quello che detti scuti 1600 diuentorno tra merito & capitale in fine del primo anno, & di nouo moltiplica scuti 1600 co. per detta denominatione, cioè per detta co. che fara scuti 1600 ce. per quello che si trouorno essere in fine del secõdo anno, per tra merito & capitale. & ancora moltiplica scuti 1600 ce. per essa medema co. che fara scuti 1600 cu. per cio che furon in fine del tercio anno. Etiam moltiplica scuti 1600 cu. per detta co. che fara scuti 1600 cece. per gli scuti 2000, che colui gli rese in fine del quarto anno tra merito, & capitale, & cosi andresti facciando quando la proposta fusse de piu numero d'anni, cioè moltiplicando sempre per detta co. fino che peruenisti alla fine de tutti gli anni. & peruenuto a esso fine exequire poi come si fara in questa, videlicet, che essendo detti danari prestati diuenuti in fine del quarto, scuti 1600 cece. & colui hauendo gli reso scuti 2000 tra merito & capitale 1600 cece. saranno eguali a 2000. & exequẽdo l'ordine del capitolo de cece. eguali a numero cioè partendo 2000 per 1600 ne verra 1 $\frac{1}{4}$ per valuta de 1 (.) ce. del qual pigliandone la radice della radice, quella sara la valuta della co. & denominatione di detta continua proportionalita, idest R R 1 $\frac{1}{4}$ hor moltiplicandosi gli scuti 1600 prestati per R R 1 $\frac{1}{4}$ reccãdo prima 1600 a radice de radice, ouer cece. ne verra R R 8192000000000, per detta moltiplicatione, e tanto si trouorno esser diuenuti detti scuti 1600 prestati tra merito & capitale in fine del primo anno, cioè R R 8192000000000 della qual quãtita detrahẽdone essi scuti 1600 de capitale ci restara scuti R R 8192000000000 men 1600 per il merito de vn anno di detti scuti 1600 hor diremo se scuti 1600 de capitale me da scudi R R 8192000000000 mẽ 1600 de guadagno che me dara scuti 100, de capitale e moltiplicando R R 8192000000000 men 1600 per 100. & il prodotto partendo per 1600 ne verra R R 125000000 men 100 e a tanto se dira essersi prestato el cento all'anno, cioè a scuti R R 125000000 men 100. &c.

Vndecimo Voglio meritare scuti 800 p anni 5 a ragion de 10 per cẽto all'anno a far capo d'anno si dimãda quanti saranno diuenuti in fine di detti 5 anni tra merito e capitale.

Si vede che a 10 per cento di merito all'anno, ogni 100 diuenta 110 in vno anno per il che partendo 110 per 100 ne verra 1 $\frac{1}{10}$ per la denominatione della continua proportionalità di detti scuti 800 per 5 anni della quale continua proportionalità essi scuti 800 sono l'origine & principio. & il fine sara 1 co. che ponemo quelli diuenire tra merito & capitale in detti cinque anni laquale 1 co. partendola retrograde per detta denominatione idest per 1 $\frac{1}{10}$ ci verra $\frac{10}{11}$ co. per la quantità che detti danari erano tra merito & capitale in fine del quarto anno & partendo ancora quelli $\frac{10}{11}$ co. per detta denominatione ci verra $\frac{100}{121}$ co. per la quantità che essi medesimi danari erano tra merito & capitale in fine del tercio anno. Similmente partẽdo quelli $\frac{100}{121}$ co. pur per detta denoĩatione ci verra $\frac{1000}{1331}$ co. p la quãtità che erano essi pdetti danari tra merito. & capitale in fine del secõdo anno. Ancora partẽdo quelli $\frac{1000}{1331}$ co. per essa medesima denominatione ci verra $\frac{10000}{14641}$ co. per quello che si trouorno esser tra merito & capitale in fine del primo anno, & ancora partẽdo q̃sti $\frac{10000}{14641}$ co. per essa denominatione ne verra $\frac{100000}{161051}$ co. per la quantità che essi danari da principio erano, idest per scuti 800 adonque $\frac{100000}{161051}$ co. saranno eguali a scuti 800 pero partendo (secõdo l'ordine del capitolo) 800 per $\frac{100000}{161051}$ ne verra 1288 $\frac{51}{125}$ per valuta della co. e tanto saranno diuenuti essi scuti 800 in 5 anni tra merito e capitale, videlicet scuti 1288 $\frac{51}{125}$. &c.

Duodecimo Ancor voglio meritare $ 600 per anni 6 a ragion de 5 per cento all'anno a far capo d'anno, si dimanda quanto essi $ 600 saran diuentate tra merito & capitale in fine de gli detti 6 anni. Le da esser proceduto, come di sopra ponendo che dette $ 600 in fine di detti 6 anni fussero diuenute 1 co. de $ tra merito & capitale. Et perche d'ogni cento a 5 per cento di utile all'anno si fa 105 in un'anno pero partendo 105 per 100 ne verra 1 $\frac{1}{20}$ per la denominatione della continua proportionalità di dette $ 600 per 6 anni della qual proportionalità esse $ 600 sono el primo termine, & 1 co. de $ (che ponemo quelle diuenire in detti 6 anni tra merito & capitale) e l'ultimo sia adunque come di sopra, retrograde diuiso detto vltimo termine, di essa continua proportionalità, videlicet 1 co. de $ per la detta denominatione de essa proportionalità, idest per 1 $\frac{1}{20}$ che ne verra $\frac{20}{21}$ co. per la quantità che esse $ 600 si trouorno essere tra merito & capitale in fine del quinto anno, & di nouo diuidendo quelli $\frac{20}{21}$ co. per detta denominatione ne verra $\frac{400}{441}$ co. per quello si trouorno in fine del quarto anno. & ancora diuidendo quelli $\frac{400}{441}$ co. per essa denominatione ne verra $\frac{8000}{9261}$ co. per quello che si trouorno in fine del tercio anno. Preterea diuidendo quelli $\frac{8000}{9261}$ co. per la medesima denominatione ne verra $\frac{160000}{194481}$ co. per cio che si trouorno in fine del secondo anno.

Et diui-

Et diuidendo ancora questi [illegible] co. per detta denominatione ne verra [illegible] co. p quāto si trouorno in fine del primo anno. Et vltimamente diuidendo ancora quelli [illegible] di co. per la medesima denominatione ne verra [illegible] co. per quello che essi danari se attrouorno da principio, cioè, che [illegible] co. sara equal a ß 600 per ilche diuidēdo 600 p [illegible] ne verra 604 [illegible] per valuta della co. E tanto dirai che dette ß 600 diuengono in anni 7 tra merito & capitale videlicet ß 804 [illegible]. &c.

Vno douendo hauer da un'altro, scuti 500 in un sol termine, cioè in capo de anni 7 fa patto e cōuentione cō el debitore, che se lui vuol satisfare al presente, che le cōtento che esso debito re guadagni a ragiō de 12 1/2 p cēto all'anno de suoi danari a far capo d'anno, se dimāda quanto (detto debbitore) debbe attualmēte esborsare al presente al creditore, acciochè esso credito re sia integralmēte satisfatto, secōdo il detto patto, qsto e all'opposito de gli tre passati. & la sua resolutione va ancora oppositamēte di qlla de essi tre passati. E perho pōgo che gli danari gli quali il detto debbitore debbe esborsare al presente p satisfattione de gli detti scuti 500 che lui douerebbe dare in termine de detti anni 7 siano 1 co. de scuti. Et p che il creditore cō sente chel guadagni a ragion de 12 1/2 p cento all'anno di suoi danari a far capo d'anno, fara adū que in vn anno de ogni 100. 112 1/2 p ho partēdo 112 1/2 p cēto, ne verra 1 1/8 p la denominatione della cōtinua pportionalita, sotto laquale vāno cōtinuando gli danari, che deuentarino quelli, che lui esborsara al pñte, ad anno p anno tra merito & capitale fin in capo de sette anni del laqual cōtinua pportionalita il primo termine e detta co. che poniamo douer esborsare al presente detto debbitore, & l'vltimo e gli scuti 500, che douerebbe esborsare in capo de 7 an ni. & moltiplicādo 1 co. p detta denominatione, cioè p 1 1/8 ne verra 1 1/8 co. p la quātità che gli detti danari (di quali esso debbitore debbe esborsare al presente) sarāno diuentati in fine del primo anno tra merito & capitale. & cosi moltiplicādo 1 1/8 co. p detta denominatione, ne ver ra [illegible] co. che sarā diuētati i fine del secōdo anno, cioè [illegible] co. & moltiplicādo [illegible] co. p essa mede ma denominatione ne verra [illegible] co. p qllo che sarāno in fine del tercio anno. Vn'altra fiata moltiplicādo [illegible] co. p detta denoīatione ne verra [illegible] co. p quāto sarāno i fine del quarto anno. Ancora moltiplicādo [illegible] co. p essa denoīatione ne verra [illegible] co. p la quātità che sa rāno in fine del quīto anno. Ancora moltiplicādo [illegible] co. p detta denominatione ne verra [illegible] co. p quāto sarāno in fine del sesto anno. Et vltimamēte moltiplicādo [illegible] co. p la p detta denominatione ne verra [illegible] co. per quello che essi danari iguali al detto debbito re debbe esborsare al presente sarebbō diuenuti tra merito & capitale in fine de 7 anni, quali adonimento idest [illegible] co. a da essere eguale a scu. 500 adunq; partēdo 500 p [illegible] co. ci verra 219 [illegible] p valuta della co. e tāto debbe esborsare il detto debbitore al presente a satisfare p detti scuti 500 che douerebbe dare in fine de 7 anni videlicet scuti 219 [illegible] &c. Decimoterzio

Vno piglia vna casa a fitto p ₤ 60 all'anno con patto di dare al patron di quella ₤ 200 auanti chel entri dentro gli quali ₤ 200 si habbino poi a scontare nel fitto con vtile per ho de 5 p cento all'anno. Et promette detto patrone lasciarlo stare in detta casa fino che detti danari saranno del tutto scontati si dimanda quanto tempo douera starli dentro. Decimoquarto

Merita ₤ 200 per vno anno a ragion de 5 per cento all'anno, che ui e a essere di utile ouer me rito, la vintesima parte del capitale idest ₤ 10 iquali posti sopra gli 200 fanno i tutto ₤ 210 tra merito, & capitale in fine del primo anno, de iquali abbattendone ₤ 60 chel paga de fitto restara ₤ 150. Et di nouo a questi ₤ 150 aggiongigli la sua vintesima parte, laqual e ₤ 7 1/2 fara in tutto ₤ 157 1/2 tra merito & capitale in fine del secondo anno de iquali abbat tendone come prima ₤ 60 che si paga de fitto restara ₤ 97 1/2. Et ancora a questi ₤ 97 1/2 ag giongigli per sopra la sua vintesima parte laqual e ₤ 4 7/8 fara in tutto ₤ 102 3/8 tra meri to & capitale in fine del tercio anno de iquali abbattendone gli ₤ 60 de fitto restara ₤ 42 3/8 hor per che si uede, che piu non puo stare anno intiero in detta casa, imperoche gli da nari che manca a essere scontati a vna con il suo merito non sono a sufficientia per il fitto de vno anno. Poneremo adunque che gli habbi a stare solamente 1 co. di anno, & douendogli stare 1 co. di anno diremo primamente, se in 1 anno paga de fitto ₤ 60 che pagara i 1 co. d'an no. Et moltiplicādo 1 co. p 60, & partendo il prodotto p 1 anno ne verra 60 co. de ₤ pel fitto che ha da pagare in 1 co. d'anno, di poi pigliaremo la vintesima parte de ₤ 42 3/8 che mancano a esser scontati, p merito di essa ₤ 42 3/8 in vn anno, laqual vintesima parte e ₤ 2 19/160 che porteranno i 1 co. d'an no 2 19/160 & diremo, se in 1 anno detti ₤ 42 3/8 portan di merito ₤ 2 19/160 che porteranno i 1 co. d'an no, & moltiplicando 2 19/160 p 1 co. Et partendo il pdotto p 1 anno, ne verra 2 19/160 co. de ₤ p merito de essa ₤ 42 3/8 in 1 co. d'anno qual 2 19/160 co. de ₤ aggiongi cō detti ₤ 42 3/8 fara in tu-to duc. 42 $\frac{1}{2}$ p. 2 [illegible] co. tra merito & capitale laqual somma a da essere eguale a cio che si ha da pagare de fitto di detta casa in 1 co. d'anno, che di sopra fu trouato essere 60 co. de duc. adunque essendo 42 $\frac{1}{2}$ p. 2 [illegible] co. egual a 260 co. leua gli superflui, che tu hauerai poi 42 $\frac{1}{2}$ equali a 257 [illegible] co. & esequendo il capitolo trouerai la co. valer [illegible] e tante parti de anno douera stare a scontare gli detti duc. 42 $\frac{1}{2}$ lequal parti volendole far in giorni moltiplica a 260, che e di sopra la virgula per 365 & il prodotto parti per 5087 che e di sotto, che ti verra giorni 267 hore 5 [illegible] iquali giorni 267 hore 5 [illegible] aggiongi sopra gli sopradetti tre anni intieri che si hanno trouati douer stare in detta casa, che sara in tutto anni 3 giorni 267 hore 5 [illegible] e tanto tempo dirai douer stare in tutto in essa casa a scontare gli detti duc. 200 nel modo detto di sopra. &c.

Decimoquinto Voglio meritare duc. 400 per anni 2 & mesi 3 a ragion de 5 per cento all'anno a far capo d'anno si dimanda quanto saranno diuenuti tra merito & capitale in detto tempo, Non facendo si altra conditione a detta propositione, & massime hauendo colui che piglia detti danari attione di poter far la restitutione de quelli, quando a lui par & piace. Io diria sempre che si douesse prima meritare duc. 400 per vno anno a ragion de 5 per cento all'anno, che viene ad esser di merito la vintesima parte del capitale, laqual vintesima parte, che e duc. 20 essendo posta sopra duc. 400 farebbe in tutto duc. 420 tra merito & capitale del primo anno. Poi medemamente sopra quelli duc. 420 aggiongergli per la sua vintesima parte laqual e duc. 21 che farebbe duc. 441 per tra merito & capitale del secondo anno. Et ancora sopra quelli duc. 441, che si douesse ponere, la quarta parte della sua vintesima parte (atteso che ti manca solamente a meritare detti duc. 441 per mesi 3, che sono la quarta parte d'un'anno) la qual quarta parte di essa vintesima parte, e duc. 5 $\frac{41}{80}$ che farebbe in tutto duc. 446 $\frac{41}{80}$ o duc. 446 $\frac{41}{80}$ diria senza alcun dubbio diuenire detti duc. 400 in anni 2 & mesi 3 tra merito & capitale alla detta ragione. Et massime essendo ancor questa la oppenion nostra come si vede nel vndecimo libro della prima parte del nostro general trattato.

Ma quando verbi gratia il prestatore de essi danari ricercasse da colui che piglia a imprestito, che in fine di detti dui anni & tre mesi gli facesse detta restitutione, non essendo fra lor patto, che detto prestatore potesse rettrohauere essi danari a suo beneplacito. Giusta cosa sarebbe, che di quella misura, che esso prestatore, hauesse misurato colui che piglia a imprestanza, che similmente colui che piglia douesse misurare quello che da, cio e che douendo colui che piglia satisfare colui che da per mesi 9 auanti, che compisca el tercio anno, debbe ancor lui fare detta satisfattione con suo vtile de 5 per cento all'anno per detti mesi 9 & perche detti duc. 400 in fine del secondo anno son diuenuti duc. 441 tra merito & capitale. Et essendo poi ancora oltra detti dui anni scorsi mesi tre eli duc. 441 in detti mesi tre hanno per meritato qualche parte del merito de tutto l'anno, qual parte pongo essere 1 co. laqual aggionta sopra duc. 441 fa in tutto duc. 441 p. 1 co. Et questa somma e quanto a da exborsare colui che piglia gli detti duc. 400 all'imprestito in fine de anni 2 mesi 3, cioe per mesi 9 auanti che compisca el tercio anno a 5 per cento all'anno di merito, si come ancor lui pagaua al prestatore. Et perche a 5 per cento all'anno vien di merito la vintesima parte del capitale & 9 mesi sono gli $\frac{3}{4}$ de 1 anno perho pigliando la vintesima parte de duc. 441 p. 1 co. laqual e duc. 22 $\frac{1}{20}$ p. $\frac{1}{20}$ co. & di quella vintesima parte pigliandone poi gli $\frac{3}{4}$ che sono duc. 16 $\frac{43}{80}$ p. $\frac{3}{80}$ co. & questi duc. 16 $\frac{43}{80}$ p. $\frac{3}{80}$ co. ponendo sopra a duc. 441 p. 1 cosa, che fa in tutto duc. 457 $\frac{43}{80}$ p. 1 $\frac{3}{80}$ co. per la somma de quanto sarebbon diuenuti duc. 441 p. 1 co. tra merito & capitale in fine de 3 anni che vien a esser mesi 9 doppoi la exborsatione de quelli. Et per che gli sopradetti duc. 400 prima prestati in fine de dui anni son diuenuti duc. 441 tra merito & capitale. & alla medema ragione in fine de 3 anni sarebbon diuenuti duc. 463 $\frac{1}{20}$, perho senza alcun dubbio, colui che piglia a imprestito, sarebbe stato debbitore de colui che da duc. 463 $\frac{1}{20}$ in fine de 3 anni adunque gli danari che esso pigliante ad imprestito exborsa per mesi 9 auanti el compimento di detti 3 anni insieme con il suo merito per essi mesi 9 a da essere eguale a duc. 463 $\frac{1}{20}$. Ma di sopra tal danari che lui exborsa con detto suo merito i somma hauemo trouato esser duc. 457 $\frac{43}{80}$ p. 1 $\frac{3}{80}$ co. per il che duc. 457 $\frac{43}{80}$ p. 1 $\frac{3}{80}$ co. saranno eguali a duc. 463 $\frac{1}{20}$ & esequendo el capitolo trouerassi la co. valer 5 $\frac{26}{83}$ qual 5 $\frac{26}{83}$ aggiongendogla sopra a duc. 441 che si trouorno esser diuenuti duc. 400 prestati in fine de dui anni tal somma qual e 446 $\frac{26}{83}$ sara la quantita de i ducati, che douera dare il pigliante a imprestito a colui che presta tra merito e capitale in termine de anni 2 & mesi 3 da poi prestati gli duc. 400 quando che la occasione della restitutione venghi come si ha detto di sopra per causa del prestatore. &c.

Ma quando si conuenisseno tra loro prestatore, & pigliatore, di far detta restitutione aportione per ne per portione,& a rattha per rattha,. si de beneficio quanto di maleficio tanto per l'una, quanto per l'altra parte,all'hora in quel caso la ressolutione de tal quesito, sarebbe alquanto piu difficile per che ogni volta che fussero scorsi dui anni & tre mesi doppoi la prestatione de detti ₤ 400 quelli sariano diuenuti ₤ 441 & piu,tra merito & capitale,el qual piu pongo essere 1 co.(come ancor fu fatto di sopra)& perche colui che presta in gli 3 mesi soli,che son scorsi,oltra gli dui anni intieri ha guadagnato 1 co.de ₤ perho bisogna alla medema rattha, veder colui che piglia a imprestito de ₤ 441 p̃ 1 co.che lha da esborsare per mesi 9 auanti, che compisca el tercio anno,quanto ancor lui debbe guadagnare, il che si fa in questo modo videlicet,dicendo se ₤ 441 in mesi 3 guadagna 1 co.de ₤ quanto guadegnaranno ₤ 441 p̃ 1 co. in mesi 9 Emoltiplicando prima ₤ 441 per mesi 3 che fa 1323 & ₤ 441 p̃ 1 co.per mesi 9 che fa 3969 p̃ 9 co.Poi moltiplicando 3969 p̃ 9 co.per 1 co.che fa 3969 co.p̃ 9 ce.& questo prodotto partendo per 1323 ne verra 3 co.p̃ $\frac{1}{147}$ ce.per cio,che si guadagnara de ₤ 441 p̃ 1 co.in mesi 9 il qual guadagno aggiongendolo sopra a ₤ 441 p̃ 1 co.fara in tutto ₤ 441 p̃ 4 co.p̃ $\frac{1}{147}$ ce.per cio,che sariano diuentati ₤ 441 p̃ 1 co.tra merito & capitale in fine del tercio anno.Et perche in fine de gli dui anni ₤ 400 prestati son diuenuti ₤ 441 tra merito & capitale a ragion de 5 per cento all'anno.Et alla medema ragione ₤ 441 in fine del tercio anno, sarebbo diuenuti ₤ 463 $\frac{1}{20}$ pero ₤ 441 p̃ 4 co.p̃ $\frac{1}{147}$ ce.saran eguali a ₤ 463 $\frac{1}{20}$ & seguì l'ordine del capitolo,trahendola in luce,che tu trouerai la co.valer R 89677 $\frac{1}{20}$ men 294 qual R 89677 $\frac{1}{20}$ men 294 aggiongédo con ₤ 441 che essi ₤ 400 prestati erá diuenuti in dui anni tra merito & capitale,fara in tutto ₤ R 89677 $\frac{1}{20}$ p̃ 147 e tanto douerra dare il pigliatore del imprestito a colui che presta,tra merito& capitale in termine de anni 2 & mesi 3 doppoi pigliato esso imprestito,cioe ₤ R 89677 $\frac{1}{20}$ p̃ 147. &c.

Dui fanno compagnia il primo mette vna quantita de danari il secondo quattro tanti del primo.Et guadagnano tanto per cento quanto fo loe capitale.Et alla fine si trouorno in tutto tra capitale e guadagno ₤ 800 si dimanda quanto misse cadauno in la compagnia. Decimosesto

Poni che il primo metta 1 co.che il secondo uerra a metter 4 co.idest,4 uolte tanto e tra ambidui,metteranno 5 co.& perche guadagnano tanto per cento,quanto e loe capitale. Adunque guadagnano 5 co.per cento,e perho di se 100 capitale me da 100 p̃ 5 co.capital e guadagno,che me dara 5 co.capitale e moltiplicando 100 p̃ 5 co. p 5 cosa. che fa 500 co. p̃ 25 ce.& questo tal prodotto partendo per 100 ne uerra 5 co.p̃ $\frac{1}{4}$ ce.per il capitale & guadagno che si attrouorno questi compagni in fine di detta compagnia.Et perche la proposta dice,che si attrouorno ₤ 800, adunque 5 co.p̃ $\frac{1}{4}$ ce. saranno eguali a 800 reduci a 1 ce.partédo tutta la equatione per $\frac{1}{4}$ ce.cioe per il numero di ce.che hauerai poi 20 co.p̃ 1 ce. eguali a 3200 e perho smezza il numero delle co.& l'una mitta laqual e 10 moltiplica in se che fa 100 & a questo prodotto aggiongi il numero idest 3200 fara in tutto 3300 della qual somma pigliane la radice laqual e per detta cosi sordamente R 3300,& di quella abbattene il numero della mitta delle co.cioe 10,che restara R 3300 men 10 per valuta della co. e tanto misse il primo de capitale in detta compagnia idest ₤ R 3300 men 10 il secondo quattro tanti videlicet ₤ R 52800 men 40 che e quanto si dimanda dil che volendone far proua somma insieme R 3300 men 10,che misse il primo con R 52800 mé 40,che misse il secondo,che fa R 82500 men 50 per tutto il capitale posto da ambi dui in detta compagnia,el qual capitale e equalica quanto guadagnano per 100 tra ambidui e perho a R 82500 men 50 come guadagnano aggiongeli sopra 100 di capitale fara in tutto R 82500 p̃ 50 tra capitale e guadagno, Poi di se 100 capitale me da R 82500 p̃ 50 capital e guadagno,che me dara R 82500 mé 50 capitale.Et moltiplicando R 82500 p̃ 50 per R 82500 men 50,che fa 80000,& questo prodotto partédo per 100 ti uerra a punto 800 tra capital e guadagno come si attrouorno in fine di detta compagnia. &c.

Tre fanno compagnia il primo mette ₤ 200,& vn rubino,il secondo ₤ 800, & vn diamante, il qual diamante e di tal ualore,che moltiplicádo esso ualore per gli ₤ 200 che mette il primo fa tanto come a moltiplicare il ualor del rubino,che mette esso primo per gli ₤ 800,che mette il detto secondo il tercio mette tanto quanto e il prodotto che uien fatto dalla moltiplicatione del valor del rubino in quello del diamante,& guadagnano ₤ 2400 del qual guadagno al primo ne tocca ₤ 360 si dimanda quanto tocca a cadauno de gli altri dui, & quanto valse il robino,& il diamante,& ancor quanto misse il tercio in la compagnia. Poni che il robino,che mette il primo uaglia 1 co.de ₤ & moltiplica per gli ₤ 800,che mette il secondo fara ₤ 800.co.lequal 800 co.partendole per gli ₤ 200,che mette il primo ne uerra ₤ 4 co. per il valor del diamante,qual valor de diamante moltiplicalo con quello del robino che fa- Decimosettimo ra 4 ce.per cio,che mette il tercio in la compagnia. Poi somma insieme questi capitali videlicet, duc. 200 p̃ 1 co. del primo duc. 800 p̃ 4 co. del secondo, & duc. 4 ce. del tercio che fara in tutto duc. 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. per il monte del capitale di essa compagnia, & di se duc. 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. de capitale, guadagna duc. 2400, che tocca a 200 p̃ 1 co. capitale del primo, e moltiplicando 2400 per 200 p̃ 1 co. che fa 480000 p̃ 2400 co. e quello prodotto partendo per 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. ne verra $\frac{480000\ \tilde{p}\ 2400\ co.}{1000\ \tilde{p}\ 5\ co.\ \tilde{p}\ 4\ ce.}$ per il guadagno del primo. Et di sopra egli e detto, che esso guadagno del detto primo e duc. 260. adunque $\frac{480000\ \tilde{p}\ 2400\ co.}{1000\ \tilde{p}\ 5\ co.\ \tilde{p}\ 4\ ce.}$ sara eguale a 260 leuā il rotto moltiplicādo il denominatore di quello, cioe 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. per 260 che fa 260000 p̃ 1300 co. p̃ 1040 ce. che tu hauerai poi 480000 p̃ 2400 co. eguali a 260000 p̃ 1300 co. p̃ 1040 ce. & leuando gli superflui & recādo la equatione a 1 ce. haurai finalmente 211 [illegible] p̃ [illegible] co. eguali a 1 ce. Et secondo l'ordine del capitolo trahendola in luce ti verra R 211 [illegible] p̃ [illegible] per ualuta della co. e tanto dirai esser valso il rubino, cioe duc. R 211 [illegible] p̃ [illegible]. Et il diamante essendosi di sopra ragionato per 4 co. uerra 4 volte tanto quanto valse esso robino idest duc. R 3384 [illegible] p̃ [illegible]. Et perche il tercio mette tanto come perviene della moltiplicatione del valor del rubino idest duc. R 211 [illegible] p̃ [illegible] in duc. R 3384 [illegible] p̃ [illegible] valor del diamante. Adunque moltiplicādo gli detti valori uno in l'altro quello che ti verra, sara cio che mette il detto tercio di capitale in la compagnia, cioe duc. 846 [illegible] p̃ R 11 [illegible] hor uolendo saper quanto tocca de guadagno al detto tercio, & ancor al secondo somma prima gli duc. 800 che mette il secondo, con il valor del diamante, cioe cō R 3384 [illegible] p̃ [illegible], che fara duc. 800 [illegible] p̃ R 3384 [illegible] per tutto il capitale che mette esso secondo in detta compagnia. Poi somma detto capitale che mette detto secondo con quello che mette el tercio, cioe con duc. 846 [illegible] p̃ R 11 [illegible] che fara duc. 1646 [illegible] p̃ R 3786 [illegible] per tutto il capitale che mettono ambidui questi, cioe, secondo & tercio, poi abbatti duc. 260 che tocca de guadagno al primo fuor di tutto el guadagno di detta cōpagnia, cioe fuor de duc. 2400, che restara duc. 2140 per guadagno del primo & secondo. Poi di se duc. 1646 [illegible] p̃ R 3786 [illegible] che metteno di capitale tra il primo, & secondo in detta compagnia, me da duc. 2140, che gli tocca de guadagno tra ambidui, che mi dara duc. 800 [illegible] p̃ R 3384 [illegible] che mette el secondo solo de capitale, & operando secondo gli ordini della regula del tre, & etiam del moltiplicare & partire de binomii posti a suoi debbiti lochi, ti uerra cio che tocca de guadagno a esso secondo el qual guadagno detrahendolo poi de detti duc. 2140, che gli tocca tralui & il tercio restara finalmente, quello che tocca di esso guadagno al detto tercio solo, che cio potrai ben fare da te medesimo, senza che piu cercha cio, lo me affaticha.

Decimottauo

Dui fanno compagnia l'uno mette una zoglia l'altro duc. 600, Et guadagnano in tutto duc. 500 a quello dalla zoglia tocca tra capitale & guadagno duc. 800, all'altro il resto. Si dimanda quanto misse la zoglia. Poni che essa zoglia ualesse 1 co. de duc. & aggiongeli sopra duc. 600 che mette l'altro fara in tutto 1 co. p̃ 600 per il capitale de ambi dui questi compagni al qual capitale aggiongi duc. 500, che guadagnano fara in tutto 1 co. p̃ 1100 tra capitale & guadagno. della qual somma abbattene gli duc. 800, che tocca a quel della zoglia, che restara 1 co. p̃ 300 per cio che tocca all'altro solo, tra capitale & guadagno. Poi di, se a, costui che mette duc. 600 de capitale gli tocca 1 co. p̃ 300 tra capitale & guadagno, che debbe toccare, a 1 co. che ponimo ualer la zoglia che misse quello da essa zoglia per suo capitale in detta compagnia. e moltiplicando 1 co. p̃ 300, per 1 co ti uerra 1 ce. p̃ 300 co. qual advenimento partendo lo per 600, ne uerra [illegible] ce. p̃ [illegible] co. per il guadagno & capitale de colui che misse la zoglia. el qual guadagno & capitale di sopra e stato detto essere duc. 800. Adunque [illegible] ce. p̃ [illegible] co. sara eguale a duc. 800. recca la equatione a 1 ce. e ponela in luce, che tu trouerai la co. ualer R 502500 men 150, e tanto dirai esser ualuta la zoglia cioe duc. R 502500 men 150. &c.

Decimonono

Tre fan compagnia il primo mette una quantita de danari, el secondo 200, piu che il primo, il tercio 12 fiate la radice di cio, che mette il primo, & secondo piu 60, & guadagnano 480, al primo ne tocca di detto guadagno 140 se dimanda quāto ne tocca a gli altri dui separatamente, & quanto misse cadauno in la compagnia.

Poni per schiuar le radici, che tra il primo & secōdo mettessino 1 ce. de capitale in detta cōpagnia, del qual ce. egli e necessario farne due tal parti, che l'una sia 200 piu dell'altra, secondo il tema il che si fa in questo modo uidelicet, abbattendo 200 fuor di detto ce. che resta 1 ce. men 200 delqual resto pigliandone la meta laqual e ½ ce. men 100, cio sara quello che mette il primo solo di capitale, alqual aggiongendoli sopra 200, che mette il secondo piu di lui ne uerra.

ne uerra, cio che mette esso secondo idest, $\frac{1}{2}$ ce. p̃ 100, che sta ben secondo la proposta. Et perche il tercio, mette 12 fiate la radice de cio che metteno gli dui primi p̃ 60, esso tercio uerra a metter 12 co. p̃ 60, imperoche mettando tra gli dui primi 1 ce. la radice sua uiene a essere 1 co. & moltiplicando 1 co. per 12 fa 12 co. & aggiongendogli sopra 60 chel mette di piu fa ben, 12 co. p̃ 60, come si ha detto. hor somma insieme questi capitali che metteno gli detti compagni in detta sua compagnia uidelicet, $\frac{1}{2}$ ce. men 100 del primo $\frac{1}{2}$ ce. p̃ 100 del secondo. Et 12 co. p̃ 60 del tercio, che fara in tutto 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 per il monte del capitale di essa compagnia. Et poi di se 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 di capitali, me da 480 de guadagno, che me dara $\frac{1}{2}$ ce. men 100 di capitale, che mette il primo e moltiplicando 480 per $\frac{1}{2}$ ce. men 100, che fa 240 ce. men 48000, Et esso prodotto partendo per 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 ti uerra $\frac{240 \text{ ce. men } 48000}{1 \text{ ce. p̃ } 12 \text{ co. p̃ } 60}$ per cio, che tocca de guadagno al detto primo, & la proposta dice, che gli tocca 140. adunque $\frac{240 \text{ ce. men } 48000}{1 \text{ ce. p̃ } 12 \text{ co. p̃ } 60}$ sara equal a 140 leua il rotto moltiplicando il deno minatore di quello 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 per 140, che fa 140 ce. p̃ 1680 co. p̃ 8400. che hauerai poi 240 ce. men 48000 equali a 140 ce. p̃ 1680 co. p̃ 8400. eguaglia le parti, leuando gli superflui, & restorando gli diminuti & partendo tutta la equatione per il numero di cen. che finalmente tu hauerai 1 ce. solo equale a 564 p̃ 16 $\frac{4}{5}$ co. & trahendola in luce, secondo gli ordini ouer regule del capitolo, trouerai la co. ualer R 634 [illegible] p̃ 8 $\frac{2}{5}$. Et il ce. 705 [illegible] p̃ R 179098 [illegible] che si troua moltiplicando la ualuta della co. idest, R 634 [illegible] p̃ 8 $\frac{2}{5}$ in se medesima, delqual ce. bisogna a farne doe tal parti che l'una sia 200 piu dell'altra nel modo che fu fatto ancor nel principio della presente propositione, cioè detrahendo 200, fuor de 705 [illegible] p̃ R 179098 [illegible] ualuta di esso ce. che resta 505 [illegible] p̃ R 179096 [illegible] & di quello residuo pigliandone la mita laqual e 252 [illegible] p̃ R 44774 [illegible], che cio sara una de dette parti, cio e la minore, laqual minore sara ancor quanto mette il primo de capitale in detta compagnia, l'altra de dette parti idest la minore tu l'hauerai aggiongendo, 200 sopra di quella minore, uidelicet sopra 252 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] che fa 452 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] per detta parte maggiore, laqual parte maggiore e ancor lei, quanto mette el secondo de capitale in essa compagnia, che sommate insieme ambodue queste parti fanno ben tanto quanto e la ualuta di detto ce. idest 705 [illegible] p̃ R 179098 [illegible] & la maggiore, cioè quello che mette el secondo e ancor 200 piu della menore, scilicet piu de cio, che mette il primo come debbe essere. Et perche il tercio mette tanto come e 12 uolte che la radice de cio che metteno il primo & secondo p̃ 60. Et la radice de cio che metteno essi primo & secondo, e R 634 [illegible] p̃ 8 $\frac{2}{5}$ idest la ualuta della co. adunque questo tercio uerra a metter 12 uolte R 634 [illegible] p̃ 8 $\frac{2}{5}$ aggiongendogli sopra 60 che fa in tutto R 91376 [illegible] p̃ 163 $\frac{1}{5}$ che si troua moltiplicando R 634 [illegible] p̃ 8 $\frac{2}{5}$ per 12 Et al prodotto di essa moltiplicatione aggiungendo 60, ci resta hor solamente a ueder quanto tocca de guadagno al secondo & tercio, di questi compagni, ma uoglio che insieme facciamo etiam la proua di detta nostra operatione, cioè che uediamo cio che tocca a tutti tre, a uno per uno, perche trouandosi che al primo tocchi 140, come dice la proposta detta nostra operatione, senz'alcun dubbio uerra a star bene e non trouandosi che gli tocchi 140 apunto, si hauerra errato. Somma adunque gli capitali, che mettano tutti tre uidelicet 252 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] del primo e 452 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] del secondo, & R 91376 [illegible] p̃ 163 $\frac{1}{5}$ del tercio, che fa in tutto 868 [illegible] p̃ R 526329 [illegible] & di se 868 [illegible] p̃ R 526329 [illegible] di capitale me da 480 de guadagno che me dara 252 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] di capitale, che mette il primo in detta compagnia, & essequendo secondo gli debbiti ordini posti a' suoi debbiti lochi se ti uerra 140 si hauera operato giustamente. Et non uenendoci 140 apunto gli sara qualche error di penna il che da te medesmo potrai facilmente emendare, cosa che io per carestia di tempo non ho potuto fare. Poi di nouo dirai se 868 [illegible] p̃ R 526329 [illegible] di capitale me da 480 di guadagno quanto ne tocca al secondo di esso guadagno che mette 452 [illegible] p̃ R 44774 [illegible] di capitale, & operando ti uerra il guadagno di esso secondo, & ancor un'altra uolta dirai, se 868 [illegible] p̃ R 526329 [illegible] di capitale, me da 480 de guadagno, quanto di esso guadagno toccara al tercio, che mette R 91376 [illegible] p̃ 163 $\frac{1}{5}$ di capitale, & operando ti uerra il guadagno di esso tercio, qual sommandolo insieme con quello del secondo uorra fare 480 men 140 che tocca al primo idest, 140 altramente hauresti errato ideo. &c.

Dui han fatto compagnia il primo misse una quantita de scuti il secondo una quantita de $\frac{2}{5}$ gli $\frac{2}{5}$ Vigesimo de gli scuti foron a numero $\frac{1}{2}$ delle $\frac{2}{5}$ men 10, & a moltiplicare il numero de gli scuti con quello delle $\frac{2}{5}$ fece quanto che aggiongerli insieme & piu 4820. & guadagnorno scuti 684 de liquali al primo ne tocco 168, al secondo el resto, si dimanda quanti foron gli scuti che misse il primo,

& quanto le ₰ che misse il secondo & quante ₰ misse il terzo.

Poniamo, che la quantita di scuti che misse il primo fussero 1 co. & pigliamone gli 1/4 che sono 1/4 co. a iquali 1/4 co. se gli aggiongeremo 20 tal somma sara poi il quarto delle ₰ che misse il secondo in ſeſta la proposita, imperoche quella dice, che gli 1/4 del numero di scuti furon quanto 1/4 del numero delle ₰ men 20 adunque aggiongendoli detto 20 che essi 1/4 di scuti furon meno del detto quarto del numero delle ₰ tal somma uien poi a esser giustamente esso quarto de ₰ il qual quarto, idest 1/4 co. p̃ 20 essendo moltiplicato per 4 che fa 2 1/4 co. p̃ 80 tal prodotto uiē poi a esser tutto il numero di esse ₰ & perche la detta proposita dice, che a moltiplicare il numero di scuti con quello delle ₰ fece quanto che aggiongerle insieme men 4800. Adunque se moltiplicaremo 1 co. per 2 1/4 co. p̃ 80 tal pdotto qual e 2 1/4 ce. p̃ 80 co. uerra a esser 4800 piu che la somma de 1 co. con 2 1/4 co. p̃ 80. Ma la somma de 1 co. cō 2 1/4 co. p̃ 80. e 3 1/4 co. p̃ 80 per il che 3 1/4 co. p̃ 80 uien a esser 4800 meno de 2 1/4 ce. p̃ 80 co. Adunque se a 3 1/4 co. p̃ 80 aggiōgeremo 4800 tal somma laqual e 3 1/4 co. p̃ 4880 sara poi equale a 2 1/4 ce. p̃ 80 co. hor mendiamo ad Essecutione gli ordeni del capitolo, leuando prima dall'uno & l'altro estremo 3 1/4 co. che restara 4880 egual a 2 1/4 ce. p̃ 76 3/4 co. Poi partendo tutta la equatione per il numero di ce. idest per 2 1/4 che si hauera poi 1830 egual a 1 ce. p̃ 28 ... co. Poi smezzando esso numero de co. & l'una meta qual e 14 ... moltiplicando in se, che fa 204 ... & a detta moltiplicatione aggiongendogli il numero della equatione idest 1830 che fa 2034 ... & di questa somma pigliandone la radice laqual e per ℞ 2034 ... & da essa radice detrahendo la detta meta del numero delle co. che quello restara sara la ualuta della co. videlicet ℞ 2034 ... men 14 .... E tanto se dira esser stato il numero di scuti che il primo misse in detta cōpagnia delqual numero de scuti se ne pigliaremo gli 1/4 che sono ℞ 904 ... men 9 ... & a essi 1/4 aggiongeremo 20 tal somma laqual e ℞ 904 ... p̃ 10 ... sara il quarto del numero delle ₰ che misse el secondo. ilqual quarto essendo moltiplicato per 4 tal prodotto qual e ℞ 14469 ... p̃ 41 ... sara poi tutto esso numero de ₰. se uogliamo sapere quante ₰ ualse il scuto abbatteremo gli scuti 268. che tocca de guadagno al primo, de tutto il guadagno della compagnia, idest de scuti 684 che restara scuti 416 per il guadagno del secondo. Poi diremo se scuti 268. che tocca de guadagno al primo, me da scuti ℞ 2034 ... men 14 ... che esso primo misse in la compagnia, che me dara scuti 416 che tocca de guadagno al secondo. e moltiplicando scuti ℞ 2034 ... men 14 ... per 416. che fa ℞ 3521 ... men 5954 & questo prodotto partendo per 268 ne uerra scuti ℞ 4902 ... men 22 ... percio, che doueua metter el secondo de capitale in la compagnia in scuti. Et perche esso ui misse ₰ ℞ 14469 ... p̃ 41 ... adunque scuti ℞ 4902 ... men 22 ... gli ualse ₰ ℞ 14469 ... p̃ 41 .... E perho diremo, se scuti ℞ 4902 ... men 22 ... gli ualsero ₰ ℞ 14469 ... p̃ 41 ... che ualse scuto 1, & procedando secondo gli ordeni della regula del tre moltiplicare, & partire de binomi, ti uerra la ualuta de 1 sol scuto che sara il preposito.

Vigesimoprimo Tre han fatto compagnia, e tra tutti tre missero in quella duc. 34 & sapemo, che il prodotto della moltiplicatione de quelli che misse il primo solo, in la somma de quelli che missero gli altri dui aggionto con il prodotto della moltiplicatione de quelle che misse il secondo solo in la somma de quelli che missero gli altri dui, & etiam cō il prodotto della moltiplicatione de quelli che misse il tercio solo in la somma de quelli che missero gli altri dui fece 544. Et guadagnorno duc. 81 si dimanda quanto misse cadauno in la cōpagnia & ancor quanto gli tocca a cadauno del guadagno.

Sappi che facendo de gli duc. 34 che missero tra loro questi compagni di capitale in detta cōpagnia, tre parte continue proportionali, che quelle faranno lo effetto, cerca il moltiplicarle nel modo che dice la proposita. Ma per fare de 34 tre parte continue proportionali, parti per il doppio de 34. cioe per 68 in la somma delle moltiplicationi di cadauna di quelle in le altre doi, laqual somma da proposita dice esser 544. che ti uerra 8 per la parte che cade nel diz in detta continua proportionalita tra le altre due, laqual parte media si potra etiam dire essere la quantita di ducati che misse il secondo de capitale in detta compagnia laqual duc. 8 cauali fuor de gli 34 che missero tra tutti 3. che ti restara 26 per la somma de cio che missero tra il primo & tercio, delqual 26 ti bisogna farne due tal parti che moltiplicando l'una per l'altra faccia tanto como sa a moltiplicare gli duc. 8, che habbiamo trouato hauer messo il secondo in se medesimi, il che potrai fare in questo modo, cioe ponendo che una di esse parti sia 1 co. che l'altra uerra poi a esser 26 men 1 co. e moltiplicando 1 co. in 26 men 1 co. fara 26 co. men 1 ce. qual 26 co. men 1 ce. faran equali al quadrato de 8 uidelicet a 64 raguaglia le parti & ponela in luce che tu trouerai la co. ualer 13 men ℞ 105 & tanto sara la menor di dette parti te parti, & la maggior sera il rimanente fin 26, cioè 13 p R 105. Et cosi poterai dire che uno de detti compagni, cioè il primo, over tercio qual te piace (che non fa caso) misse d. 13 p R 105 (videlicet la maggior di dette parti) il secondo L. 8 (cioè la meza) & l'altro, 13 men R 105 (idest la menore) lequal parti sommate insieme fanno ben 34 & moltiplicate nel modo della proposta, & dette moltiplicationi aggionte insieme fanno a ponto 544 come debbon fare. Ci resta di vedere che tocca a caduno di guadagno, il che si puo fare partendo tutto esso guadagno idest, 86 per 34 videlicet per il numero di docatti che han messo tra tutti di capitale in detta compagnia, che ne uerra 2 $\frac{1}{2}$ per il qual 2 $\frac{1}{2}$ moltiplicando lor capitali, a uno per uno ne uerra, cio che tocca a caduno di esso guadagno cioè a quello che misse gli L. 13 p R 105 trouerai toccarli d. 32 $\frac{1}{2}$ p R 656 $\frac{1}{4}$. A quello che misse L. 8 gli toccara L. 20, Et a quello che misse gli d. 13 men R 105 d. 32 $\frac{1}{2}$ men R 656 $\frac{1}{4}$. &c.

Dui vogliono barattare l'uno a zenzeri che a danari contanti valeno d. 15 el cento & a barratto gli vuol mettere L. 17 $\frac{1}{2}$ l'altro a panni che a danari contanti valeno L. 64 la pezza & a baratto gli mette d. 70. Si dimanda volendo costoro barattare pari, cioè non dare ne receuer botta l'uno dall'altro, qual de loro debbe dimãdar parte in denari, & che parte debbe dimandare. Abenche in altri lochi del nostro trattato de' numeri & misure sian state poste de simil dimãde. Niẽtedimeno nõ si debbe perho ripetare p superfluo se quelle cose che da noi son state dimostrate con semplici numeri saranno ancor qui dimostrate algebraticamente, atento che l'operar con numeri semplici, e una cosa, & l'operar algebratico ne e un'altra. Vedi adunque qual de questi dui conseguirebbe danno del baratto, barattando senza ch'alcun di loro desse parte in danari a l'altro, ilche si puo fare in piu modi. Ma il piu commune e quello, cioè procedendo per la regula del tre dicendo se cio che val 15 a danari contanti, colui da i zenzeri lo pone 17 $\frac{1}{2}$ a baratto, quello che val 64 a danari contanti de colui da i panni quãto si debbe poner a barratto. Et moltiplicando 17 $\frac{1}{2}$ per 64 over 64 per 17 $\frac{1}{2}$ che fa 1120. & detto prodotto partẽdo per 15 ti uerra 74 $\frac{2}{3}$ per cio, che doverebbe poner a barratto la pezza del panno a non dar ne receuer botta. Et perche lui la pone solamente L. 70 le adunque manifesto che esso da gli panni debbe haver la parte in danari p releuarsi della botta hor questo cognosciuto le da veder che parte debbe haver volendo barattar al paro, idest a nõ dar ne receuer botta, il che faremo ponendo che debba haver 1 co. & quella detrahendo si de gli L. 64 che val la pezza de' suoi panni a danari quanto de gli L. 70 che la mette a barratto che restara per gli contadi L. 64 men 1 co. & per il barratto L. 70 men 1 co. poi dicendo, se L. 64 men 1 co. de contanti me da L. 70 men 1 co. de baratto, che me dara L. 15 che val el cento di zenzeri a contanti. Et moltiplicando 70 men 1 co. per 15 che fa 1050 men 15 co. & detto prodotto partẽdo per 64 men 1 co. ti uerra $\frac{1050 \text{ men } 15 \text{ co.}}{64 \text{ men } 1 \text{ co.}}$ percio che debbe metter el cento di zenzeri a barratto a non dar ne pigliar botta. Et per che la proposta di ce, che gli mette L. 17 $\frac{1}{2}$ adunque $\frac{1050 \text{ men } 15 \text{ co.}}{64 \text{ men } 1 \text{ co.}}$ sara equale a 17 $\frac{1}{2}$ hor leva il rotto moltiplicando il denominator di quello cioè 64 men 1 co. per 17 $\frac{1}{2}$ che fa 1120 men 17 $\frac{1}{2}$ co. che tu haverai poi 1050 men 15 co. equal a 1120 men 17 $\frac{1}{2}$ co. ragaguaglia le parti e poneia in luce, secondo gli ordini del capitolo, che tu trouerai la co. valer L. 28. I qual L. 28 sono gli $\frac{2}{5}$ de L. 70 che si mette la pezza del panno a baratto &. $\frac{2}{5}$ debbe dimandare & havere in danari contanti esso da i panni a barrattare parimenti. &c. Vigesimosecondo.

Dui barattano luno da gottoni filadi, che a danari contanti vagliono L. 12 el centenaro, & in baratto gli mette d. 14 $\frac{1}{2}$ l'altro da oglio che a danari contanti vale L. 48 $\frac{1}{2}$ el mearo. Si dimanda essendo tra lor patto che esso da l'oglio guadagni 5 per cento quanto si debbe metter detto mearo d'oglio a baratto. Vigesimoterzo.

Poni che lo debba mettere 1 co. de d. poi moltiplica q̃llo che esso mearo d'oglio val a danari cõtãti videlicet d. 48 $\frac{1}{2}$ pcio, che q̃l da i filladi mette el cẽto de' suoi filladi a baratto idest per 14 $\frac{1}{2}$ che fa d. 681 $\frac{1}{4}$ per capitale di quello da l'oglio, poi moltiplica ancora cio che val a danari contanti el cento di filladi cioè d. 12 per quello che si mette a barratto el mearo de l'oglio cioè 1 co. che fa 12 co. per capitale de colui da i filladi. Et perche egli e patto tra gli detti barattanti che colui da l'oglio debba guadagnare 5 per cento, perho egli e ancor necessario che in somme eguali di baratto, il suo capitale che lui da l'oglio barratta sia meno di quello de colui da i filladi altramente non guadagnarebbe. Et essendo el capitale de colui da l'oglio videlicet L. 681 $\frac{1}{4}$ menor de quello de colui dai filladi cioè de 12 co. sub- trarai adunque L. 681 $\frac{1}{4}$ fuor de L. 12 co. che ti restara 12 co. men 681 $\frac{1}{4}$ per guadagno de L. 681 $\frac{1}{4}$ de capitale de colui da l'oglio hor di per la regula del tre se L. 681 $\frac{1}{4}$ guada-

guadagna 1 2 co. men 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ che guadagnar de 100 e moltiplicādo 12 co. men 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ per 100, che fa 1200 co. men 6815 $\frac{1}{}$ e detto prodotto partēdo per 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ ti uerra [illegible] co. men 100 per guadagno de ℔ 100 de capitale di esso da l'oglio. Et per che e gsie patto tra lor, che detto guadagno sia 5 per cento perho [illegible] co. men 100 sara eguale a 5 hor a tuo beneplacito ponela in luoco, che tu trouerai la co. ualer 59 [illegible] e tanto dirai douersi metter a barratto il mearo de l'oglio videlicet ℔ 59 [illegible]. Ma chi uolesse sapere per qual causa ouer per qual ragione moltiplicando gli ℔ 14 $\frac{1}{2}$ che si conta el cento de' filladi in barratto in gli ℔ 48 $\frac{1}{2}$ che ual el mearo de l'oglio a contanti ne peruenghi il capitale di quello da l'oglio gli facciamo intendere, che cio procede pche immaginemo che esso da l'oglio barratti tanti meara d'oglio quanto è esso numero de ducatti che colui da i filladi conta el cento di essi suoi filladi in barratto idest 14 $\frac{1}{2}$. Et quello da' filladi barratti tanti centenara de filladi, quanto è il numero de i ducatti che si conta el mearo de l'oglio in barratto idest 1 co. per che a tal modo tanto uiene sempre precisamente a montare cio che barratta l'uno quanto quello che barratta l'altro, cioe al precio che la robba de l'uno & l'altro si cōta in barratto. E perho meara 14 $\frac{1}{2}$ d'oglio a ℔ 48 $\frac{1}{2}$ el mearo che l ual a contanti monta ℔ 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ Et 12 co. de centenara de filladi a ℔ 12 el cento che valeno a contanti monta 12 co. de ℔. Et abbattando lo a montar della robba dell'uno fuor del amontar di quella dell'altro. Essendo fatta la compensatione dell'una & dell'altra per quello che valeno a contanti uien a restar el guadagno che fa colui che meglio barratta. Et per che in questo loco quello da l'oglio a da guadagnar 5 p cento, perho egl'e necessario che lui sia qllo che meglio barratta, & barratando meglio egl'e ancor necessario che la sua robba uenghi a montar manco al precio che la ual a danari contanti, che non fa quella de colui da i filladi. E perho di sopra fo abbattuto lo a montar de detta sua robba de lui da l'oglio idest ℔ 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ fuor di quella de colui da i filladi uidelicet de 12 co. & resto il guadagno de ℔ 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ di capitale de esso da l'oglio. E perho fo detto, se de ℔ 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ si guadagna 12 co. de ℔ men ℔ 681 $\frac{1}{7}\frac{7}{}$ che si guadagna per cento. Et tal guadagno peruiene di detta operatione to concluso douer essere eguale a ℔ 5 (che secondo lor patto debbe guadagnare per cento.) &c.

Vigesimoquarto Dui barrattano cera & carisee, el cento della cera ual a danari cōtanti ℔ 8. & a barratto lo mette ℔ 9 $\frac{1}{2}$ la pezza della carisea ual a danari contanti ℔ 10 $\frac{1}{2}$ si dimanda quanto la debbe mettere a barratto, uolendo quello dalla cera in danari contanti per ogni centenaro della sua cera il quarto de cio che si mette la pezza della carisea a barratto.

Poni che la pezza della carisea si debba metter in barratto 1 co. de ℔ poi di p la regula del tre, se cio che val ℔ 8 a danari cōtanti colui dalla cera lo mette ℔ 9 $\frac{1}{2}$ a barratto, che si douera metter la pezza della carisea che ual ℔ 10 $\frac{1}{2}$ a contanti. Ma p che quel dalla cera uuol p ogni centenaro della sua cera in danari contanti il quarto de cioche si mette la pezza della carisea a barratto perho, mettendosi 1 co. de ℔, quello uora $\frac{1}{4}$ co. per ilche abbatti $\frac{1}{4}$ co. de ℔ 8 che ual el cento della cera a contanti. Et etiam de ℔ 9 $\frac{1}{2}$ che lo metta a barratto, che restara ℔ 8 men $\frac{1}{4}$ co. per gli cōtanti. & ℔ 9 $\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{4}$ co. per il baratto. Dapoi secondo l'ordine della regula moltiplica ℔ 9 $\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{4}$ co. per 10 $\frac{1}{2}$ che fa 97 $\frac{1}{4}$ men 2 $\frac{5}{8}$ co. Et detto prodotto parti p 8 men $\frac{1}{4}$ co. che ti uerra $\frac{97\frac{1}{4}\text{ men } 2\frac{5}{8}\text{ co.}}{8\text{ men }\frac{1}{4}\text{ co.}}$ percio che si debbe metter la pezza della carisea a

barratto. Et perche habbiamo posto che la si debba metter 1 cosa, de ℔ adunque $\frac{97\frac{1}{4}\text{ men } 2\frac{5}{8}\text{ co.}}{8\text{ men }\frac{1}{4}\text{ co.}}$ sara eguale a 1 co. hor leua il rotto moltiplicādo il denominator di quello, idest 8 men $\frac{1}{4}$ co. per 1 co. che fa 8 co. men $\frac{1}{4}$ ce. che tu hauerai poi 97 $\frac{1}{4}$ men 2 $\frac{5}{8}$ co. eguali a 8 co. men $\frac{1}{4}$ ce. aguaglia le parti, & manda el capitolo ad essecutione che tu trouerai la co. ualer 21 $\frac{1}{4}$ men R. 63 $\frac{1}{16}$ e ℔ 21 $\frac{1}{4}$ men R. 63 $\frac{1}{16}$ si douera metter la pezza della carisea a barratto. &c.

Vigesimoquinto Dui barrattano, garrofoli & raso la ℔ de i garrofoli ual grossi 11 $\frac{1}{2}$ a danari contanti, & in barratto la mette grossi 12 $\frac{1}{2}$ el brazzo del raso ual grossi 28 $\frac{1}{2}$ a danari cōtanti, si dimanda quāto lo debbe metter a barratto, uolendo colui da i garrofoli dare in danari cōtanti per ogni ℔ de' suoi garrofoli la mita de cioche mette el brazzo del raso a barratto.

Poni che metta esso brazzo di raso a barratto 1 co. de grossi, della qual pigliane la meta che è $\frac{1}{2}$ co. & ponela sopra grossi 11 $\frac{1}{2}$ che ual la ℔ di garrofoli a danari contanti. Et etiam sopra grossi 12 $\frac{1}{2}$ che la mette a barratto, che per gli contanti hauerai grossi 11 $\frac{1}{2}$ p $\frac{1}{2}$ co. & per il barratto grossi 12 $\frac{1}{2}$ p $\frac{1}{2}$ co. Da poi di, se cioche ual grossi 11 $\frac{1}{2}$ p $\frac{1}{2}$ co. a danari contanti colui da i garrofoli lo mette a barratto grossi 12 $\frac{1}{2}$ p $\frac{1}{2}$ co. quello che ual grossi 28 $\frac{1}{2}$ a danari

contanti,

contanti, cosi dal raso quanto doueralo metter a barratto. Et moltiplicando 12 ½ p̃ ½ co. per 28 [illegible] che fa 347 [illegible] p̃ 14 ½ co. & quello prodotto partendo per 11 ½ p̃ ½ co. ti uerra $\frac{347\ [illegible]\ \tilde{p}\ 14\frac{1}{2}\ co.}{11\frac{1}{2}\ \tilde{p}\ \frac{1}{2}\ co.}$ perciochè doueria metter el braccio del raso a barratto. Et perche habbiamo posto che lo metta 1 co. de grossi, adunque $\frac{347\ [illegible]\ \tilde{p}\ 14\frac{1}{2}\ co.}{11\frac{1}{2}\ \tilde{p}\ \frac{1}{2}\ co.}$ sara eguale a 1 co. Et leuando il rotto, moltiplicando el denominator di quello, cioè 11 ½ p̃ ½ co. per 1 co. che fa 11 ½ co. p̃ ½ cen. si hauera poi 347 [illegible] p̃ 14 ½ co. egual a 11 ½ co. p̃ ½ ce. Et ragguagliando le parti & recando a 1 ce. finalmente si hauera 694 [illegible] p̃ 5 [illegible] co. egual a 1 ce. e ponendola in loce, si trouera la co. ualer ℞ 701 [illegible] p̃ 2 [illegible] e tanto ditai doueasi metter el braccio del raso a barratto uidelicet grossi ℞ 701 [illegible] p̃ 2 [illegible] &c.

Vno compra una peccia di samito per [illegible] 5 ß 5 ß 10 a ragion de [illegible] 6 ß 4 per [illegible] & fa suo conto e troua che tanti brazza com'e longa ditta peccia, tanti soldi gli costa il braccio. Et di poi la reuende per tanto precio, che facendo ancor suo conto troua che tăti ß come guadagna in essa peccia. Etiam tanti soldi uende il braccio. Si dimăda quanti braccia fu longa essa peccia, & quanti soldi costo il braccio, & ancor quanti lo uendete. Vigesimosesto

Questa tal proposta per quanto aspetta alla prima parte di quella, altro non uol inferire, se non che si fa trouato un numero ouer una quantità, che il dutto di quello ouer quella in se medesimo, ouer si medesimo faccia apũto 730, cioè tăti di soldi che costo ditta pecia qual numero de soldi si conseguisse, reducendo il precio di quella cioè [illegible] 5 ß 5 ß 10 tutto a soldi, adunque pigliădo noi la radice quadra de 730 potremo poi dire che tanti braccia fu lŏga essa peccia. Et per consequente che tanti soldi costo ancor il braccio. Ma perche 730 non e numero quadrato, non si puo dare ouer assignare precisamente per numero la sua radice per il che si dira che ditta peccia fu longa braccia ℞ 730 & per consequente che costo ancor ß ℞ 730 il braccio che e da cerca 27 [illegible] ma non di punto. Restaciemo a uedere quanti ß uendete il braccio. Et per cio fare poneremo, che lo uendesse 1 co. de soldi, adunque se 1 braccio fu uenduto per 1 co. de soldi braccia ℞ 730 che fu longa ditta peccia a quel medesmo precio viene a montare ß ℞ 730 cen. Et perche la proposta dice che in essa peccia guadagno tanti ß quanti uendete il braccio, chi pone 1 cosa de soldi sopra gli soldi 730 che costo ditta peccia, si hauera poi ß ℞ 730 ce. eguali a ß 730 p̃ 1 co. de soldi leua ditta radice moltiplicădo gli estremi in se medesimi che hauerai 730 ce. eguali a 532900 p̃ 1 ce. p̃ 1460 co. Et leuădo 1 ce. che e di superfluo in ditta Equatione, ti restara 729 ce. eguali a 532900 p̃ 1460 co. Et partendo ditta equatione per 729 uidelicet per il numero di censi che in quella si attroua, hauerai poi 1 cen. eguale a 731 [illegible] p̃ 2 [illegible] co. Segui el capitolo, cioe dimezzando il numero de le co. e l'una mita la quale e 1 [illegible] multiplicando in se che fa 1 [illegible] e ditto quadrato cioè 1 [illegible] ponendo sopra il numero idest sopra 731 [illegible] che fara 732 [illegible], dellaqual summa prendendone la radice, & a quella aggiongendo ditta mita del numero delle co. hauerai poi ℞ 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] per ualuta della cosa. E tanti ß dirai che uendete il braccio, uidelicet ß ℞ 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] che uol dire presa la radice de 732 [illegible] laqual e da cercha 27 [illegible] & a qlla aggiŏgeci 1 [illegible] che fara in tutto da cerca 28 [illegible], per il numero di soldi che fu uenduto ditto braccio. Ma non di ponto fane Proua in questo modo videlicet moltiplica la longhezza de ditta pecia, idest braccia ℞ 730 per tanti ß come si ha trouato esserci uenduto 1 braccio di quella, cioè per ß ℞ 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] che ti uerra ß 731 [illegible] p̃ ℞ 732 [illegible] Et questo a mŏtare uuol essere eguale a quello che costo ditta peccia aggiontoli sopra quello si uendete esso braccio Attento che la proposta dice, che tanti ß guadagna in essa peccia, quanti ß uende il braccio, ma il braccio hauemo ritrouato essersi uenduto ß ℞ 732 [illegible] p̃ 1 [illegible]. Et la peccia costo ß 730 che gioti insieme fano bene a punto ß 731 [illegible] p̃ ℞ 732 [illegible] come debbe fare.

Frate luca nella sua opra intitulata diuina proportione in fine del tercio trattato della seconda parte a carte 26 pone questo quesito dicendo. Egli e uno triangolo a b c, che la basa sua b c e 14 Sopra laquale si posa uno circulo a sesto che il suo diametro e 8, & il punto del contatto e discosto dal b 6 dimandasi la quantità de gli altri dui lati a b, & a c, del detto triangolo questo medesimo pone ancor Hieronimo cardano milanese medico, in una sua opra & cadauno de questi dui auttori lo risoluono per certe loe uie, lequali in uero nŏ sono generali. Et di una cosa che non e generale non si puo di quella conseguire costrutto alcuno buono. Nui adunque uolendo risoluere questo tal quesito & ogni altro simile a que- Vigesimosettimo

sto ouer da questo dependente con regule generali & euidenti,le da saper prima. che ducendo la perpendiculare dall'angolo supremo alla basa b c,laquale basa ci e nota & manifesta,come di sopra si ha detto, che alcuna fiata essa perpendicolare cadde di dentro del triagolo,& questo corre,quãdo gli dui angoli che riposano sopra la detta basa sono ambidui acuti. Ma quando gli ne fusse vno retto & l'altro acuto,all'hora necessariamente quel lato cadente sopra detta basa formante esso angolo retto sarebbe essa perpendicolare di detto triãgolo. Et quãdo vno de essi dui angoli fusse obtuso,cioe maggior che'l retto all'hora detta pgdicolare caderebbe fuori del detto triangolo.per il che seguita,che secondo la variatione di detti triangoli il proceder della rissolution de quelli sia ancor alquanto variabile.& perho bisogna cognoscere quando essa perpendicolare caschi di dentro,& quando di fuori,& quando nel lato di esso triãgolo.Et per cognoscerlo le da sapere che il detto cerchio e inscritto in detto triangolo,talmente che la circunferentia di esso cerchio tocca cadauno di lati di esso triãgolo solamente in un ponto.Et essendo dedutte le tre linee,o s,o t,& o e,dal centro,o de detto cerchio a gli tre ponti t,s,e di toccamenti,quelle uengono a stare perpendicolarmente sopra essi lati,diuidendo cadauno di quelli in due parti. Eperho seguita che le due linee b e,& b t,similmente le due,e c,& s c,& ancora le due a t,& a s,siano sempre adoe, adoe tra loro eguali,videlicet la a t,eguale alla a s,& la t b alla b e,& la s c,alla e c. Et che di questo dubbitasse riccorrendo alla quarta del quarto di Euclide,se ne poeran chiarire,benche ancor qui, sotto breuità si faci manifesto, tirando dal centro, o, de detto cerchio in scritto a detto triãgolo a gli tre angoli di esso triangolo le tre linee o c,o a,& o b.Et argumentãdo in questo modo uidelicet perche gli dui angoli che sono al ponto s,& gli dui che sono al ponto e, & ancor gli dui che sono al ponto t,sono retti,sarà il quadrato della linea o c,eguali a gli quadrati delle due linee o s,& s c,& similmente a quelli delle due o e,& e c,Ma perche gli quadrati delle due o e,& e s,sono eguali per essere cadauna di esse linee eguali imperoche ambedue uẽgono dal centro del detto circulo alla circumferentia,seguita per commune scientia il quadrato della s c,essere eguale a quello della e c,& per che gli quadrati eguali vengono descritti da linee eguali sarà per questo la linea s c,eguale alla e c,Ma la e c,e 8,dal presupposto, impero che essendo tutta la basa b c,14.& ancora essendo la parte b e di quella 6,come si ha detto l'altra parte e c,viene a rimaner 8. adũque la s c,sarà ancor lei 8.& per simile modo si prouarà de tutte le altre essere a due a due eguali,come di sopra si ha detto. Quando adunque el semidiametro del detto cerchio inscritto al detto triangolo e minore dell'una & l'altra delle dette due parti b e,& e c,della basa del triangolo,all'hora ambidui essi angoli cõsistenti sopra la detta basa sono acuti.Eperho la perpendicolare dutta dall'angolo supremo del triangolo cade di dentro di quello.Et quando vna de ditte parti di essa basa fusse eguale al detto semidiametro all'hora quell'angolo cõtenuto da ditta parte eguale a esso semidiametro sarebbe retto. Eperho la detta perpendicolare cadente dal detto supremo angolo sopra la detta basa caderebbe nel proprio lato di esso triangolo,cioe sarebbe il medesimo lato.Ma quando el detto semidiametro fusse maggiore de alcuna di dette due parti di essa basa all'hora quell'angolo contenuto da essa parte minor del detto semidiametro sarebbe maggior che'l retto.per ilche la perpendicolare dutta dal detto supremo angolo di esso triangolo caderebbe fuor di quello come di sopra dicemo hor tutte quelle cose benissimo insie possiamo uenire al fatto di rissoluere detto questo,facendo positione che cadauna delle parti a s,& a t,de li dui lati a b,& a c(lequal parti ci sono ignote & per essere cadauna di quelle necessariamente eguali come di sopra habbiamo detto) siano 1 co. Et perche la parte s c,della lato a c,e 8 come habbiamo detto & prouato,adunque tutto esso lato a c,sarà 8 p̃ 1 co.& per la medesima ragione tutto il lato a b sarà 6 p̃ 1 co. Et quadrando l'uno & l'altro di essi dui lati a b,& a c, per il quadrato del a b c,haremo 64 p̃ 1 ce. p̃ 16 co.& per quello del a b, 36 p̃ 1 ce. p̃ 12 co.,& abbattendo il minor del maggior ci restarà 28 p̃ 4 co.elqual residuo diuidendolo per la basa b c, cioe per 14 ci verra 2 p̃ $\frac{2}{7}$ co.elquale adoncimento detrahendolo di essa basa, cioe de 14 restarà 12 men $\frac{2}{7}$ co.delqual residuo pigliandone la mità che e 6 men $\frac{1}{7}$ co.essa mità,sarà la parte minore di essa basa che debbe essere distinta ouer causata dalla perpendicolare dutta dal supremo angolo di esso triangolo a essa basa. Et questo procede perche sempre il lato maggiore d'ogni triangolo puo tanto piu del minore,quanto puo la parte maggiore della basa di esso triãgolo conterminale a detto lato maggiore,piu della parte minore della medesima basa conterminale al lato minore lequal parti uengono assignate dalla perpendicolare cadente dall'angolo supremo,di esso triangolo sopra essa basa di quello. Et perche anchora la parte maggiore di essa basa puo tanto piu della minore,quanto e quello che e contenuto sotto tutta

detta

detta basa & quel residuo nelqual e la parte maggiore excede ouer sopramonta la minore. Et perho il residuo della subtratione del quadrato dellato minore fuor del quadrato dellato maggiore habbiamo diuiso per la detta basa ad hauere la quantita nellaquale la parte maggiore di essa basa excede la minore. & esso adauanzamento habbiamo detratto di detta basa, & di esso residuo presone la metta per il poncto doue debbe cadere essa perpendicolare sopra essa basa qual ponto per hora poneremo da canto. Et perche il ducto del semidiametro del detto cerchio a esso triangolo inscritto nella meta della summa de tutti gli lati di quello ne perviene la superficie di esso triangolo, adunque multiplicando noi 4 in 14 p̃ 1 co. (qual 14 p̃ 1 co. uiene a essere la meta de tutti essi lati) haueremo 56 p̃ 4 co. per la superficie di esso triangolo. & perche ancora chi multiplica la perpendicolare di esso triangolo nella meta della basa di quello ne perviene ancora essa superficie partendo adunque noi detta superficie cioe, 56 p̃ 4 co. per la metta di essa basa uidelicet per 7 ci uerra 8 p̃ $\frac{4}{7}$ co. p la quātita di detta perpendicolare. e detrahēdo il quadrato di essa ppēdicolare qual uien a essere 64 p̃ $\frac{16}{49}$ ce. p̃ 9 $\frac{1}{7}$ co. del quadrato del minor lato di detto triāgolo cioe del lato a b, qual lato e 6 p̃ 1 co. & il suo quadrato e 36 p̃ 1 ce. p̃ 12 co. come di sopra dicemo, ci restara $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. mē 28 per il quadrato della parte minore della detta basa assignata dalla perpendicolare. Et perche di sopra per l'altra via detta minor parte di essa basa l'habbiamo trouata essere 6 men $\frac{1}{7}$ co. quando fu detto douersi poner da canto. Adonque detto residuo restato della subtratione del quadrato di detta perpēdicolare fuor del quadrato del detto minor lato di esso triāgolo, cioe del lato a b. qual residuo e $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. men 28 uiē ad essere egual al quadrato di essa parte minore di detta basa ritrouata per il primo modo, cioe al quadrato de 6 men $\frac{1}{7}$ co. qual quadrato e 36 p̃ $\frac{1}{49}$ ce. men 1 $\frac{5}{7}$ co. Adunque haueremo $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. men 28 equale a 36 p̃ $\frac{1}{49}$ ce. men 1 $\frac{5}{7}$ co. & leuando gli superflui & restorando gli diminuti & riducendo a 1 ce. secondo gli ordini, si hauera finalmente 1 ce. p̃ 7 co. equali a 98. Et exequendo il capitolo si trouera la cosa ualer 7 liqual 7 aggionto sopra 6 & sopra 8, cioe sopra le parti, t b, & s c, di lati a b, & a c, di esso triangolo, si hauera 13 per tutto il lato a b, & 15, per tutto il lato a c. Et cosi habbiamo adempito quanto che per ditto quesito si ricercaua questo medesmo si potena fare adoperando la parte maggiore di detta basa in loco della minore, & il lato maggiore di esso triangolo in loco del minore, laqual parte maggiore di basa, si hauera aggiongendo sopra la minore, laquale e 6 men $\frac{1}{7}$ co. quella quantita nellaquale e sta trouato essa maggiore excedere ouero sopravanzare detta minore, cioe 2 p̃ $\frac{2}{7}$ co. che fara 8 p̃ $\frac{1}{7}$ co. tutto il resto trattando come si ha fatto della parte minore con il minor lato, ancor si potena peruenire a questa cognitione di detti dui lati di esso triangolo, reducendo la equalitione del quadrato della perpendicolare di quello, ritrouato al primo di detti dui modi a quello della medema, ritrouato al secondo modo. Et poteuasi etiam per il primo di detti dui modi ritrouare le ditte parti di basa di esso triangolo & la perpendicolare di quello, secondo che pone Euclide nella decimaterza del secondo, ma per uariare, si ha posto secondo si ha detto. &c.

Ancor egli e il triangolo a b c. che la sua basa b c, e 8. Et in quello egli e inscritto un' circulo che il suo diametro e p̃ 30 $\frac{6}{7}$ dal centro delqual cerchio, ilquale e il ponto, o, sono dedutte le tre linee, o s, o t, o e, & perpendicolare a gli tre lati di esso triāgolo lequal cadono ne gli ponti ne iquali il detto circulo tocca gli detti lati. Et il ponto del contacto e, e discosto dal b. e si ricerca la quātita de gli altri dui lati a b, & a c, di esso triāgolo. Essendo il diametro di esso cerchio scritto a detto triāgolo p̃ 30 $\frac{6}{7}$ sara la meta di esso diametro p̃ 7 $\frac{5}{7}$. Et essendo ancor la parte minore della basa del detto triangolo 2 Seguita per quello che nella dechiaratione del precedente quesito habbiamo detto che l'angolo a b c, di esso triāgolo sia obtuso, cioe maggiore del recto, imperoche la p̃ de 7 $\frac{5}{7}$ e piu che 2, cioe piu che la minor parte b e, di detta basa di esso triangolo. anchor seguita che essendo tutta essa basa b c. 8 dal presupposito che la parte maggior, e c, di quella sia, 6, e tanto e ancor la parte, s c, del lato a c, & la parte, t b, del lato a b, uien a essere 2, impero che tanto e la parte minore b e, di essa basa. hor poniamo che gli residui di detti lati a b, & a c,

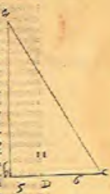
cioe le parti, a t, & a s, siano cadauna di loro 1 co. sara adunque tutto il lato a c, maggiore, 6 p̃ 1 co. & il lato a b, minore 2 p̃ 1 co. e detrahendo il quadrato del minore di quello del maggiore ci restara 32 p̃ 8 co. & di questo residuo detrahendo ancor il quadrato della basa b c, cioe 64 ci restara poi 8 co. mē 32, elqual ultimo residuo diuiso in due parti equali & l'una mitaparitta per detta basa b c. cioe per 8 haueremo $\frac{1}{2}$ co. mē 2 per la linea, b g, che ua aggionta in continuo e diretto alla basa b c.nella estremità dellaquale cioè nel ponto q.cade la perpendicolare di detto triangolo.dutta dal supremo angolo.a.di quello a essa basa. laqual perpendicolare cade fuor di esso triangolo nel detto ponto q.come si ha detto & questo per esser l'angolo a b c obtuso laqual cosa dimostra Euclide nella duodecima del secondo perche sendo quella habbiamo fatta questa operatione.hor trouamo la quantità di essa perpendicolare attento che essendo il semidiametro di detto cerchio R 7 $\frac{1}{7}$ & la meta de tutti gli lati di esso triangolo.8 p̃ 1 co.si poo facilmente conseguire essa quantità di detta perpendicolare per che essendo il semidiametro di detto cerchio R 7 $\frac{1}{7}$ & la mità di tutti gli lati di detto triangolo 8 p̃ 1 co.chi multiplica il detto semidiametro.nella detta mita de tutti gli lati di esso triangolo cioe R 7 $\frac{1}{7}$ uia 8 p̃ 1 co.ne peruenira R.V.458 $\frac{2}{7}$ p̃ 7 $\frac{1}{7}$ ce.p̃ 114 $\frac{2}{7}$ co. per la superficie di esso triangolo.laqual superficie essendo diuisa per 4.cioè per la meta della basa b c.di quello si harra poi R.V.30 $\frac{1}{7}$ p̃ $\frac{1}{2}$ ce.p̃ 7 $\frac{1}{7}$ co. per la quantità della perpendicolare a q di esso triangolo.il quadrato dellaquale che e 30 $\frac{1}{7}$ p̃ $\frac{1}{2}$ ce.p̃ 7 $\frac{1}{7}$ co.essendo detratto del quadrato del lato minore a b.di esso triangolo.qual quadrato e 4 p̃ 1 ce. p̃ 4 co. hauremo poi $\frac{1}{2}$ ce.men 3 $\frac{1}{7}$ co.men 26 $\frac{1}{7}$ per il quadrato della linea b q.che e aggionta in continuo ediretto alla basa b c.fino alla perpendicolare a q.laqual linea b q.di sopra secondo il modo di Euclide trouassimo esser $\frac{1}{2}$ co.men 2. Adunque $\frac{1}{2}$ ce.men 3 $\frac{1}{7}$ co. men 26 $\frac{1}{7}$ seran eguali al quadrato de $\frac{1}{2}$ co.men 2, cioè a $\frac{1}{4}$ ce. p̃ 4 men 2 co. & leuando gli superflui & restorando gli diminuti & riducendo a 1 ce.si hauera in fine 1 ce.eguale a 112 p̃ 6 co.dellequal 6 co. pigliando la meta del numero di quelle che e 3 & il suo quadrato che e 9.ponendo sopra a 112 sarà in tutto 121 dellaqual summa pigliandone la radice laquale e 11. Et a quella aggiongendo la detta meta del numero delle cose cioè 3 sarà in tutto 14 per ualuta della cosa.il qual 14 aggionto sopra la parte s c.del lato a c.ch'e 6 sopra 6 haremo in tutto 20 per il detto lato a c.similmente aggiongendo esso 14 sopra la parte t b.del lato a b.laqual parte e 2.si hauera 16 per tutto il lato a b.& cosi hauemo adempito quanto si ricerca.

Vigesimonono

Item egli e il triangolo a b c.nelqual egli e inscritto un cerchio che il suo diametro e 10.Et il ponto doue cade la perpendicolare dutta dal centro.o di detto cerchio al lato ouer basa b c.di esso triangolo e discosto dal ponto b 5.& il residuo.de detto lato b c cioe la parte e c.e 15 di modo che tutto esso lato ouer basa b c.e 20.Si dimanda la quantità de cadauno de gli altri dui lati a b.& a c di esso triangolo.Per le cose che nelli auanti l'antecedente questio si hanno dette l'angolo a b c.di detto triangolo uiena esser retto.& questo perche cosi la parte b e.della basa b c.come ancor il semidiametro del cerchio in scritto al detto triangolo sono cadauno di loro 5.& la parte b t.del lato a b.e ancor lei 5.& la parte s c.del lato a c.e 15.adunque ponendosi cadauno de dui residui de gli detti dui lati a b.& a c.cioè le parti a t.& a s.esser 1 co.Sarà tutto il lato a b. 5 p̃ 1 co.& lo lato a c.15 p̃ 1 co. Et concio sia che l'angolo a b c. sia retto sarà il quadrato del lato a c.eguale a quelli de gli dui lati a b.& b c gionti insieme. Ma gli quadrati de gli dui lati a b.& b c. gionti insieme fanno 425 p̃ 1 cen. p̃ 10 co.& quello del a c.e 225 p̃ 1 ce.p̃ 30 co.adunque 425 p̃ 1 cen. p̃ 10 co.sono eguali a 225 p̃ 1 ce.p̃ 30 co. Et eseguendo gli ordini si hauera ultimamente 200 eguali a 20 co.per il che la cosa uarra 10 liquali 10 aggionto sopra le parti t b.& s c.di lati a b & a c.di detto triangolo si hauera 15 per tutto il lato a b.& 25 per tutto lo a c.&c. Ancor per un'altro modo si poteua peruenire in luce di detti dui lati a b.& a c.di esso triangolo.cioè moltiplicando la metta del diametro del cerchio a quello in scritto nella metta della summa de tutti gli lati, cioè 5 in 20 p̃ 1 co.che farà 100 p̃ 5 co. per la superficie di esso triangolo. Et moltiplicando ancor il lato a b contenente l'angolo retto nella metta della basa b c.cioè 5 p̃ 1 co.in 10 farà 50 p̃ 10 co. per per la medesima superficie di esso triangolo per il che 100 p̃ 5 co.saranno eguali a 50 p̃ 10 co. & leuando gli superflui rimarrà 5 co.eguali a 50.Et la co.medesimamente uarrà per 10 come al primo modo.

Da questo questio se ne poo conseguire molti utilissimi documenti de iquali tre soli te ne voglio ponere per non esser prolisso. il primo de iquali sarà che sempre a tuo beneplacito potrai trouare quanti triangoli orthogonii tu uorai.che hauerano tutti gli lati rationali in longhezza.senza che altramente siano tolti proportionali a quello che uno di suoi lati e 3.l'altro 4.& l'altro 5.il secondo sarà che sempre tu potrai trouare dui numeri che gli lor quadrati gionti insieme faranno numero quadrato il tercio sarà che sempre tu potrai trouar dui numeri differenti l'uno da l'altro per quante unità ti piacerà.che sottrando il quadrato del l'uno fuor del quadrato de l'altro restarà ancor numero quadrato laqual cose sono molto necessarie

necessarie in quell'arte. Et accio che io sia meglio inteso porro a campo che tu uogli trouare dui numeri che l'uno sia differente dall'altro per una sol unità. Et che sbatendo il quadrato del minore fuor di quello del maggiore resti ancor numero quadrato, ilche si potra fare, se pigliaremo un numero disparo qual pongo sia il numero b c, cioè 11, Et divideremo quello in doe parti, che siano differenti l'una da l'altra per una sol unità lequal parti pongo che siano li dui numeri, b d, & d c, videlicet che il numero b d, sia 5, & il d c, 6. Et poi immaginando che il detto numero b c, cosi diviso in ponto d, sia una linea la longhezza dellaquale sia il detto numero cioè 11, sopra laqual linea sia designato ouer descritto il triangolo ortogonio A B C, delquale gli dui lati a b, & A c, ci siano ignoti. Et che per via del precedente quesito si uogli peruenire in cognitione di quelli ilche si fa ponendo che il lato a b, sia 5 p̄ 1 co, cioè la parte minore di detto numero ouer linea b c, & piu 1 co. & il lato A c b p̄ 1 co. cioè la parte maggiore del medemo numero ouer linea b c, & ancor piu 1 co. & quadrando il lato a b, & il numero ouer linea b c, & quelli congiungendo insieme tal summa qual e 146 p̄ 1 ce. p̄ 10 co. (per esser l'angolo, a, retto) sarà eguale al quadrato del lato a c, cioè 2 16 p̄ 1 ce. p̄ 12 co. delquale eguagliamento leuando gli superflui restarà 110 eguali a 2 co. & esequendo il capitolo la co. uarrà 55, liqual 55 aggionto sopra le dette due parti di esso numero ouer linea B C, cioè sopra 5 & sopra 6 haueremo 60 per il lato a b, &' 61 per lo' A C, che ben sono dui numeri differenti l'uno da l'altro per una sol unità, & che detratto il quadrato del minore qual e 3600 fuor del quadrato del maggiore qual e 3721 resta a ponto 121, che e numero quadrato, la radice delqual e il detto numero b c, cioè la basa del detto triangolo videlicet 11. Doue si uede chiaramente hauere adempito quanto si ha posto a campo, cioè che habbiamo trouati dui numeri differenti per una sol unità, che il quadrato del minore detratto di quello del maggiore resta numero quadrato. oltra di cio si ha constituito uno triangolo ortogonio che ha tutti gli suoi lati rationali in longhezza. Et ancora, trouati dui numeri che gli lor quadrati gionti insieme fanno numero quadrato, & quelli sono gli dui numeri ouer lati a b, & b c, cioè 60, & 11, che gli lor quadrati qual sono 3600 & 121 gionti insieme fanno 3721 ch'e numero quadrato, la radice delquale e 61, cioè il lato, a c del detto triangolo, & cosi riuscirà sempre de tutti, uero e, che alcuna fiata, bisognerà ponere il numero b c, paro, & alcuna uolta disparo, secondo la opportunità delle unità che si uora, che gli numeri siano differenti l'uno da l'altro. Et questa uariatione di poner detto numero paro ouer disparo farà solamente per causa di non rompere la unità & non per altro, aduertendo perho, che la minor delle parti nellequale si diuide il numero b c, resti sempre contingente a l'angolo retto del detto triangolo.



Trigesimo

Ancora egli e il triangolo ortogonio A B C, delqual tutti i suoi lati, A B. B C, & A C, aggionti insieme fan 60, & moltiplicando gli dui lati a b, & a c, quali contengono langolo A, retto di quello l'uno per l'altro. Et il prodotto di detta moltiplicatione ancora moltiplicato per la perpẽdicolare, a d, di esso triangolo, dutta da esso angolo. A, retto al lato opposito, fa tanto quanto il quadrato della summa de tutti gli lati di esso triangolo, si dimanda la notitia de cadauno de essi lati separatamẽte, & ancor quella della perpendicolare, & etiam quella della superficie.

Volendo soluere questo tal quesito, le da sapere che chi congiungesse gli dui lati a b, & a c (contenenti l'angolo A, retto del detto triangolo) in cõtinuo e di retto, che tal congiongimẽto se direbbe poi essere una sol linea diuisa in due parti in ponto a, dellaquale gli quadrati de ambedue esse parti, cõ il doppio della supficie de l'una in l'altra delle medesime parti, aggionto insieme sarebon eguali al quadrato de tutta essa linea cosi composta per la quarta del secondo di Euclide, Et perche il dutto dell'uno in l'altro di detti dui lati a b, & a c, contenẽti esso angolo a retto è quanto il doppio della superficie di esso triangolo, come esso Euclide in fine della trigesima prima del decimo ci fa manifesto. Adunque il doppio del dutto de l'uno in l'altro d'essi dui lati, fanno il quadruplo di essa superficie del medesimo triangolo. Et perche ancor gli quadrati de ambidui essi lati a b, & ac, contenenti esso angolo, a retto sono eguali al quadrato del lato opposito, a esso angolo retto, cioè al lato ouer basa, b c, come il medesimo Euclide dimostra per la penultima del primo. Adunque il quadrato della linea composta de gli detti dui lati a b, & a c, contenẽti il detto angolo a, retto, sarà sempre eguale al quadrato del lato ouer basa b c,(che si oppone al detto angolo retto) & al quadruplo della superficie di esso triangolo hor tutte queste cose benissimo intese, uolendo noi mandare ad essecutione quanto ci e proposto poneremo caso che la basa b c, del detto triangolo laquale è opposita all'angolo a.retto,sia 1 co.per ilche gli dui restanti lati a b.& a c.di quello contenenti esso angolo a.retto insieme gionti,saranno 60 men 1 co.& quadrando noi questo 60 men 1 co. il suo quadrato quale è 3600 p̃ 1 cen.men 120 co.per quello che di sopra si ha dechiarito sarà eguale al quadrato della basa b c,(cioè,a 1 ce.)& a quattro fiate la superficie di esso triangolo,ouer a 1 ce.piu due fiate il dutto de l'uno in l'altro de essi dui lati a b.& a c.contenenti d'esso angolo a retto del detto triangolo. Adonque detrahendo noi 1 ce.de 3600 p̃ 1 cen.men 120.co.ci restara 3600 men 120 co.per il quadruplo della superficie di esso triangolo ouer per il doppio del dutto de l'uno in l'altro di detti dui lati a b.& a c. Et perche il dutto della perpendicolare a.d.di esso triangolo in tutta la basa b c,di quello fa ancora il doppio di essa superficie del detto triangolo,come esso Euclide in fine della preallegata trigesimaprima del decimo ci narra. Adonque diuidendo noi la meta de 3600 men 120 co.laqual meta è 1800 men 60 co.per la basa,b c,laquale è 1 co.dal presupposito ci uerra $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ p la quantità di essa perpendicolare,& moltiplicando poi detta ppendicolare in 1800 men 60 co.(che è una sol uolta la moltiplicatione de l'uno in l'altro di detti dui lati a b.& a c.contenenti detto angolo a.retto di esso triangolo)tal moltiplicatione,a da essere eguale al quadrato della summa de tutti gli lati di detto triãgolo. Ma la moltiplicatione de $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ in 1800 men 60 co.fa $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ cen.men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ & il quadrato de tutti gli lati del detto triangolo fa 3600, adõque $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600.\text{ce.men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ sarà eguale a 3600 & moltiplicando 3600 per 1 co.per leuar il rotto haueremo poi 3600 cose. eguale a 3240000 p̃ 3600.ce.men 216000 co. Et leuando gli superflui & restorando gli diminuti & reducẽdo la equatione a 1 sol ce.haueremo poi finalmente 900 p̃ 1 ce.equal a 61 co.& smezando esso numero delle co.& detta meta qual'è.30 $\frac{1}{2}$ moltiplicando in se,& di detta moltiplicatione quale è.930 $\frac{1}{4}$ sotrando fuori il numero,cioè 900,restarà 30 $\frac{1}{4}$ dil qual residuo presa la radice laquale è 5 . $\frac{1}{2}$ & quella detratta della detta meta del numero delle co.cioè de 30 $\frac{1}{2}$ ci restarà 25 per ualuta della cosa,perche in questo loco aggiongendola essa radice, sopra la detta meta del numero delle co.non fa lo effetto del detto nostro quesito,come chiaramẽte si puo uedere imperoche aggiongendola farebbe 36 per ualuta della co.& tanto sarebbe il lato b c, opposito a l'angolo retto del detto triangolo,ilche non puo stare che un sol lato di esso triangolo sia 36,cioè piu de gli dui restanti lati,anzi egli è necessario che essi dui restanti lati sempre siano piu che non e quel solo. come esso Euclide nella uigesima del primo ci dimostra,adõque il detto lato b c, opposito al detto angolo a.retto del detto triãgolo sarà 25, & gli altri dui restanti lati a b,& a c,contenenti esso angolo retto(insieme gionti)saranno 35 e quadrando il lato b c,cioè 25.& esso suo quadrato qual è.625 sotratto del quadrato del cõgionto de detti dui lati a b,& a c,cioè del quadrato de 35 quale è.1225.ci restarà 600 per il doppio del dutto de l'uno in l'altro de detti dui lati a b.& a c.per ilche 300 che è la meta del detto 600,sarà una sol uolta il dutto de l'uno in l'altro di essi dui lati a b.,& a c., & diuidẽdo noi 35 in doe tal parti che il dutto de l'una in l'altra di esse parti facia 300 haremo poi la noticia di essi lati separatamente,& per far questo pigliaremo la meta de 35 laquale è.17 $\frac{1}{2}$ & la quadraremo & del suo quadrato qual è 306 $\frac{1}{4}$ detraheremo 300 che ci restarà 6 $\frac{1}{4}$ del qual 6 $\frac{1}{4}$ presa la radice ch'è 2 $\frac{1}{2}$ & quella detratta de 17 $\frac{1}{2}$ & aggionta sopra 17 $\frac{1}{2}$ haremo 15.& 20 per gli detti lati a b,& b c, contenenti il detto angolo retto,cioè 20 per il maggiore,& 15 per il minore,che moltiplicati l'uno per l'altro fanno ben 300,come debbeno fare, ci resta di hauere la noticia della perpendicolare & della superficie di esso triangolo laqual cose sono molto facili da conseguire e massime la superficie imperoche pigliãdo la meta del dutto de l'uno in l'altro di essi dui lati a b,& a c,contenẽti il detto angolo retto,cioè la meta de 300 quella sarà essa superficie uidelicet 150 e partendo 300, cioè esso dutto de l'uno in l'altro de detti dui lati a b,& a c,contenenti esso angolo retto per la quantità del lato b c., opposito a detto angolo retto idest per 25 ne peruiene la perpendicolare cioè 12,& cosi hauemo adempito quanto,che per detto quesito si dimãdaua, e uolẽdone far proua moltiplica essi dui lati a b,& a c, cõtenẽti esso angolo retto l'uno per l'altro,cioè 15 uia 20 fa 300(come si ha detto di sopra) di sopra) & questo 300 multiplicalo per la perpendicolare cioè per 12 fa 3600, come si ricerca, & ancora li quadrati de 15 & 20, aggionti insieme fanno quanto il quadrato de 25 solo, e partendo li quadrati de 15 & 20 per detto 25, ci viene 9 & 16 per le parti della basa ouero lato opposito all'angolo retto di detto triangolo, che uengono distinte ouero separate dalla perpendicolare dutta da esso angolo retto a detta basa, lequal parte multiplicate l'una per l'altra fanno 144 cioè tanto quanto fa la perpendicolare multiplicata in se medesima. Trigesimoprimo.

Item egliè il triangolo ortogonio A, B, C, che la summa de tutti e suoi lati è 60, la perpendicolare delquale, dutta dall'angolo A, retto, di quello al lato B, C, opposito a esso angolo retto, multiplicata nel diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo fa 60. Si dimanda la notitia de cadauno di essi lati del detto triangolo separatamente. Chi dubbitasse che della multiplicatione del semidiametro del circulo inscritto in un triãgolo, nella metà della summa de tutti gli lati di quello ne peruenisse la superficie di esso triangolo, se tirerãno tre linee dal centro, o del detto cerchio, a cadauno di angoli, a b c, dil detto triangolo facilmente se ne potran chiarire, perche si uedera quello essere diuiso in tre triangoli, la superficie de iquali si ha del dutto, delle tre linee o d, o s, & o t, che uengono da esso centro, o dil detto cerchio alla circonferentia

di quello (cadente perpendicolarmente, sopra gli tre lati di esso triangolo ne gli tre ponti d, t, s, di toccamenti della circonferencia di esso cerchio, cum detti tre lati di esso triangolo) nella metà de cadauno de essi lati, uidelicet, la superficie del triangolo, o a c, si ha dal dutto della perpendicolare o s, nella metà del lato a c, & quella del triangolo o a b, si ha dal dutto della perpendicolare, o t, nella metà del lato a b, similmente quella del triangolo o b c, si ha pure dal dutto della perpendicolare, o d, nella metà del lato b c, & perche le dette tre perpendicolare sono equali fra loro, per esser cadauna di quelle semidiametro del detto cerchio inscritto al detto triangolo, & ancora perche quelli tre triangoli partiali impiscono precisamẽte total triangolo a b c, però non è piu lecito dubbitare, che del dutto di essi semidiametro nella metà della summa de tutti gli lati di esso triangolo non ne peruenghi la uera superficie di quello. Et perche nel precedente quesito, si ha dechiarito che del dutto de l'uno in l'altro di dui lati a b, & a c, contenenti l'angolo, A, retto di esso triangolo, ne peruiene sempre il doppio della superficie di quello, & hauendosi qui & altroue dechiarito, che del dutto del semidiametro del cerchio inscritto a esso triangolo, nella metà di lati di quello, ne perviene la superficie di esso triangolo, adunque del dutto di tutto il diametro del medesimo cerchio nella detta metà dalla summa di lati del triangolo ne peruenirà ancor il doppio di essa superficie dil detto triangolo, cioè tanto quanto fa la multiplicatione dell'uno in l'altro de gli detti dui lati a b, & a c, contenenti esso angolo a, retto del detto triangolo. Per ilche seguita, che tanto faccia la multiplicatione della perpendicolare di esso triangolo, nel prodotto della multiplicatione dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo, a, retto quanto fa la multiplicatione di essa perpendicolare nel prodotto, della multiplicatione del diametro del cerchio a esso triangolo inscritto nella metà della summa di lati di quello, hora ponitamo che il lato b c, opposito all'angolo A, retto, sia 1 co. per ilche seguita che dui restanti lati a b, & a c, contenenti esso angolo A, retto insieme gionti siano 60, men 1 co. il cui quadrato fa 3600 p̃ 1 ce. men 120 co. dalquale sottrando il quadrato del lato b c, cioè 1 ce. restarà 3600 men 120 co. per il doppio del dutto dell'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, dil qual doppio pigliandone la metà, laquale è, 1800 men 60 co. quella sarà una sola uolta esso dutto dell'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, & partendosi questo dutto cioè 1800 men 60 co. per il lato b c, opposito al detto angolo retto, lo aduenimento quale è $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ sarà la perpendicolare di esso triangolo. Et multiplicando essa perpendicolare in detto 1800 men 60 co. ci uerrà $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ ce. men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ per il dutto della perpendicolare, nel prodotto dell'uno in l'altro de detti dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo retto, ilqual dutto sarà eguale alla multiplicatione della metà della sũma di lati del detto triãgolo, nel prodotto della multiplicatione della perpẽdicolare nel diametro del cerchio, cioè de 30 in 60 che fa 1800, & questo perche hauendosi di sopra dechiarito che del dutto del diametro dil detto cerchio nella metà della summa di lati del triangolo ne perviene tanto quanto fa il dutto dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo retto. Adunque del dutto della meta della summa di lati nel prodotto della moltiplicatione del diametro del cerchio nella perpendicolare videlicet de 30 in 60, ne peruiene quanto fa della moltiplicatione di essa medema ppendicolare nel prodotto del dutto dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, côtenenti detto angolo retto, essendo adunq; $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ ce. mẽ } 216000 \text{ co.}}{120}$ eguali a 1800 (come di sopra si ha trouato) moltiplicãdo esso 1800 per il denominatore del detto rotto, cioè per 1 co. Si haueranno poi 1800 co. eguali a 3240000 p̃ 3600 cen. men 216000 co. Et essequendo gli ordini si hauera finalmēte 900 p̃ 1 ce. eguali a 60 $\frac{1}{2}$ co. p ilche la co. sarrà 30 $\frac{1}{4}$ men ℞ 15 $\frac{1}{16}$ ē tanto sarà il lato opposito all'angolo retto, cioè il lato b c. & gli dui restanti lati a b, & a c, contenenti esso angolo retto insieme gionti saranno il resto de 60, cioè 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$. Et quadrando quello congionto di detti dui lati a b, & a c, & ancora il lato b c, solo, si hauera per il quadrato del congionto di dui a b, & a c, 900 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 53525 $\frac{1}{16}$ & per quello del solo b c, 950 $\frac{1}{2}$ men ℞ 55132 $\frac{1}{16}$ & soberando il detto 950 $\frac{1}{2}$ men ℞ 55132 $\frac{1}{16}$ dal detto 900 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 53525 $\frac{1}{16}$ ci restarà ℞ 216900 men 30, per il doppio del dutto de l'uno in l'altro di dui lati a b, & a c, delqual doppio pigliandone la metta laqual e ℞ 54225 men 15, questa sarà una sol uolta la moltiplicatione de l'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c. E diuidendo il congionto de quelli, cioè 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ in due tai parti che il dutto de l'una in l'altra faccia ℞ 54225 men 15, quelle saranno poi gli detti lati separati, & per far detta diuisione pigliaremo il quadrato della meta de 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ (qual quadrato, uien a essere la quarta parte di quello di tutto esso 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$, cioè la quarta parte de 900 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 53525 $\frac{1}{16}$ laquale, e 225 $\frac{1}{8}$ p̃ ℞ 3345 $\frac{21}{256}$) & di quello soberaremo ℞ 54225 men 15, che ci restarà 240 $\frac{1}{8}$ men ℞ 30671 $\frac{1}{256}$ delqual residuo ne pigliaremo la radice, laqual radice sarà una delle linee irrationali che Euclide pone nel decimo uidelicet quella che uien detta linea minore idest ℞. V. (120 $\frac{1}{16}$ p̃ ℞ 6735 $\frac{1}{16}$ men ℞ V. (120 $\frac{1}{16}$ men ℞ 6735 $\frac{1}{16}$) & essa radice aggiongeremo sopra la meta de 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ cioè sopra 14 $\frac{7}{8}$ p̃ ℞ 3 $\frac{49}{64}$. Et etiam detraremo de 14 $\frac{7}{8}$ p̃ ℞ 3 $\frac{49}{64}$ che si haueranno poi uoi detti lati a b, & a c, contenenti detto angolo retto separatamente, & per il maggiore si hauera 14 $\frac{7}{8}$ p̃ ℞ 3 $\frac{49}{64}$ p̃ ℞ V. (120 $\frac{1}{16}$ p̃ ℞ 6735 $\frac{1}{16}$) men ℞ V. (120 $\frac{1}{16}$ men ℞ 6735 $\frac{1}{16}$) E per il minor 14 $\frac{7}{8}$ p̃ ℞ 3 $\frac{49}{64}$ men ℞ V. (120 $\frac{1}{16}$ p̃ ℞ 6735 $\frac{1}{16}$) men ℞. V. 120 $\frac{1}{16}$ men ℞ 6735 $\frac{1}{16}$) & cosi hauemo adempito quanto che per detto quesito ci è stato recchiesto. Nientedimeno per maggior intelligentia de ogniuno aggiongemo questo uidelicet che facciamo a sapere, che sempre gli dui lati contenenti l'angolo retto de cadauno triangolo ortogonio, sono tanto piu longhi del restante lato opposito a esso angolo retto, quanto e il diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo che con la esperientia sopra questo medesimo quesito lo uogliamo far chiaro, facendo la rissolutione sua a un'altro modo diuerso da quello habbiamo fatto, cioè ponendo che il diametro di esso cerchio inscrittibile al detto triangolo sia 1 co. Et perche hauemo pronunciato questo diametro essere equale a quel eccesso nelquale gli dui lati contenenti l'angolo retto di esso triangolo eccedeno ouer sopraauanciano il lato opposito a esso angolo retto, sarà adunque il dutto della perpendicolare del detto triãgolo in ambidui essi lati contenenti detto angolo retto, tanto piu del dutto di essa medema perpendicolare nel solo lato opposito a esso angolo retto, quanto e il dutto di detta perpendicolare nel diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo. Ma del dutto della perpendicolare nel lato opposito all'angolo retto ne peruiene il doppio della superficie di esso triangolo come gia e stato dechiarito, adunque del dutto di detta perpendicolare ne gli dui lati contenenti esso angolo retto ne peruenirà il doppio della detta superficie del detto triãgolo piu 60, cioè piu il dutto di essa perpendicolare, nel diametro del cerchio, qual dutto dal presupposito è 60. & perche ancora del dutto del diametro di esso cerchio nella meta della summa de tutti gli lati del triangolo, ne peruiene similmente il doppio della detta superficie di esso triangolo, perche peruenendo del dutto de mezo esso diametro nella detta meta della summa de tutti detti lati una sol uolta detta supficie di esso triangolo come e gia stato prouato, necessariamēte adunq; del dutto de tutto il detto diametro in essa meta della sūma di lati ne peruenira il doppio di essa superficie. Ma esso diametro lo habbiamo posto essere 1 co. & la meta della summa de tutti i lati, e 30, adunque 30 co. sarà il doppio della superficie del detto triangolo, per laqual cosa del dutto della perpendicolare in ambidui gli lati contenenti esso angolo retto ne peruenirà 30 co. p̃ 60. & del dutto della medesima perpendicolare nel solo lato opposito a esso angolo retto ne peruenirà 30 co. sole. Adunque per esser queste superficie constituite sotto una medema altezza, laquale è, la detta perpẽdicolare per la prima del ma del sesto di Euclide, sarà la proportione da 30 co. p̃ 60 a 30 co. sole, come da tutti dui e lati contenenti l'angolo retto congionti insieme al lato solo opposito a esso angolo retto. Et cõgiontamente per la decima ottaua del quinto del nostro moderno, da 60 co. p̃ 60 a 30 co. sole sarà come da 60 congionto de tutti tre e lati del detto triangolo, al solo lato opposito a l'angolo retto, & moltiplicando 60 in 30 co. e partendo il prodotto per 60 co. p̃ 60, ci uerrà la quantità di esso solo lato opposito a detto angolo retto cioè $\frac{1800 \text{ co.}}{60 \text{ co. p̃ } 60}$ e partendo per essa quantità di detto lato, nel doppio della superficie del triangolo, cioè in 30 co. per nostri fratti ci uerrà 1 co. p̃ 1 per la perpendicolare di esso triangolo, & perche il diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo è stato posto essere 1 co. e dal presupposto del quesito la moltiplicatione di esso diametro in detta perpendicolare debbe far 60, adonque moltiplicãdo 1 co. p̃ 1 per 1 co. sola tal prodotto quale è 1 ce. p̃ 1 co. sarà eguale a 60. Et esequendo el capitolo la co. uarrà ℞ 60 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$ e tanto sarà il detto diametro di cerchio & cõciosia che habbiamo trouato la perpedicolare essere 1 co. p̃ 1 quella sarà ancora ℞ 60 p̃ $\frac{1}{2}$, che moltiplicati l'uno per l'altro fanno ben apunto 60 come debbon fare, & detrahendo detto diametro della summa de tutti e lati del triangolo cioè de 60, ci restarà 60 $\frac{1}{2}$ mẽ ℞ 60 $\frac{1}{4}$ & pigliando la metà di esso rimanente, laquale è 30 $\frac{1}{4}$ men ℞ 15 $\frac{1}{16}$, essa metà sarà la uera quantità del lato opposito all'angolo retto, e detrahendo detta quantità del lato opposito all'angolo retto, della summa de tutti e lati cioè de 60 ci restarà 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ per ambidui e lati contenenti l'angolo retto congionti insieme ouertamente aggiongendo la quantità di esso diametro di cerchio sopra quella del lato opposito al detto angolo retto, cioè ℞ 60 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$ sopra 30 $\frac{1}{4}$ men ℞ 15 $\frac{1}{16}$ ci uerrà la medema quantità di detti dui lati contenenti esso angolo retto, cioè 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ che bene se incontrano con quelli del primo modo, & così uenimo ad hauere uerificato quanto hauemo detto.

Proposta una linea retta longha piedi 60, con laquale ci fa bisogno descriuere uno triangolo ortogonio di maggior superficie che possibil sia. Si dimanda la notitia de caduno de suoi lati. — Trigesimosecondo 60

pone che il lato opposito all'angolo retto del detto triangolo, che uogliamo descriuere con la proposta linea, sia 1 co. per ilche gli dui restanti lati contenẽti esso angolo retto restarano 60 men 1 co. quai 60 men 1 co. diuideremo in due parti equali, e l'una di dette parti moltiplica in se che farà 1800 p̃ $\frac{1}{2}$ ce. mẽ 60 co. per gli quadrati de ambidui gli lati cõtenenti l'angolo retto di esso triangolo iquali quadrati hanno da essere equali per la penultima del primo di Euclide, al quadrato del lato opposito a esso angolo retto, cioè a 1 cen. & esequendo gli ordeni del capitolo hauerai finalmente 3600, equal a 1 ce. p̃ 120 co. per ilche la co. uarrà ℞ 7200 men 60, e tanto sarà il detto lato opposito all'angolo retto. Et gli altri dui restanti insieme saranno il remanente sin 60, cioè 120 mẽ ℞ 7200, & perche gli ponemo equali l'uno a l'altro, quando diuidessimo 60 men 1 co. in due parti equali caduna de quelli sarà la metà de 120 men ℞ 7200, cioè 60 men ℞ 1800, che moltiplicati l'uno per l'altro fanno 5400 mẽ ℞ 25920000, della qual moltiplicatione pigliaremo la metà, laqual è 2700 men ℞ 6480000 per la superficie del maggior triangolo, che con la proposta linea longa piedi 60 possi esser descritto. Ilche essendo dallo aduersario negato, con la ragione lo uogliamo sustentare, ma auanti che piu oltra procediamo, egli è da sapere che ogni uolta che una linea retta fu diuisa in due parti equali, & in due non equali, che sempre gli quadrati delle due parti inequali giõti insieme sono maggiori che quelli delle due parti equali por gionti insieme. E tanto piu come essa linea sarà diuisa in parti piu inequali ouer piu lontane dalla medietà, tanto piu sarà maggiore lo eccesso de detti quadrati di esse parti inequali gionti insieme sopra quelli delle parti equali por gionti insieme. Ma è ben uero che la superficie de l'una in l'altra delle parti inequali è sempre minore de quella che è contenuto sotto le parti equali, lequal cose Euclide ci fa chiare & manifeste per gli antecedenti della quarantesimaprima del decimo. & per la quinta del secondo, Se adunque lo aduersario dice esser possibile, che con la proposta linea si possi fare uno triangolo di maggior superficie di quello che si ha fatto, sarà necessario che gli dui lati contenenti l'angolo retto di quello siano piu longhi de gli dui che habbiamo trouati noi, perche essendo maggiori potrà poi dire che si possono diuider in due parti che la superficie de l'una in l'altra (laqual è sempre doppia a quella del triangolo) sarà maggior di quella che si possono diuidere quando sono piu corti. Et essendo gli detti dui lati del aduersario piu lon-

ghi di nostri seguitarà che il restante lato opposito a esso angolo retto resti minore del nostro, & se sarà minore, minor sarà etiam il suo quadrato di quello, che è al modo nostro, & se minor sarà il suo quadrato, minori saranno ancor quelli di dui de gli lati contenenti l'angolo retto al modo suo, di quello che sono al modo nostro, perche quelli dui sono sempre equali a quello del lato opposito a esso angolo retto, per la preallegata penultimo del primo di Euclide. Et perche li minori quadrati, che si posson fare dividendo una linea in due parti si è quando quella si divide in parti equali (come si ha detto di sopra) se quelli dui lati contenenti l'angolo retto del triangolo del adversario sono piu longhi di nostri, conciosia che gli nostri siano stati divisi in parti equali, seguitaria quello inconveniente che gli quadrati delle maggior linee fussero minori de quelli delle minor linee, ilche non è possibile. & se il detto adversario volesse dire, che detti suoi lati contenenti detto angolo retto, si posson dividere in parti inequali, che faranno lo effetto, noi respõderemo per l'auttorità adutta di sopra che gli detti quadrati d'esse parti inequali sarebbono ancora maggiori di quelli delle parti equali. & per consequente maggior sarebbe ancor lo inconveniente alquale esso adversario si condurebbe di quello alquale si ha condotto. seguita adunque, che non potendo esser detti dui lati contenenti detto angolo retto, piu longhi di quelli che habbiamo trovati (& concio sia che quelli siano divisi in parti equali, la superficie delle qual parti equali è sẽpre la maggior che possi esser fatta dalle parti d'una linea divisa in due) che il detto triãgolo che habbiamo descritto sia il maggiore che si possi fare con la proposta linea longha piedi 40 &c.

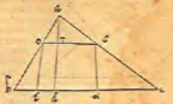
Trigesimoterzio

Egli è il triangolo diversilatero a b c, che la sua basa, b c è 20, & la sua perpendicolare a d, è 12 & gli dui restanti lati a b, & a c, insieme sono 36 si dimanda quanto sarà il lato del quadro che, è equale a quella differẽtia nellaquale il quadrato dil maggiore de detti dui restanti lati a b, & a c, eccede over sopravanza quello dil minore. Sia posto il lato, a b, minore essere 1 co. che il rimanente sin 36 sarà poi il lato, a c, maggiore, cioè 36 men 1 co. & sia moltiplicato il detto lato, a c, maggiore il se medesimo che farà 1296 p 1 cen. men 72 co. & al detto prodotto sia aggionto il quadrato della basa b c, videlicet 400, che ambidui questi quadrati faranno in summa 1696 p 1 cen. men 72 co. dellaqual summa sia dettratto il quadrato del lato a b, minore, cioè 1 ce. che restarà 1696 men 72 co. il qual residuo sia diviso per il doppio della basa b c, cioè per 40 che ne venirà 42 2/5 men 1 4/5 co. per la parte d c, de essa basa, dove cadde la perpendicolare cõdotta dall'angolo A, dil detto triangolo a essa basa, come nella terzadecima del

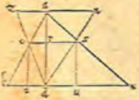
secondo, Euclide ci dechiara, & manifesta il quadrato dellaqual parte di basa, d c, aggionto con quello della perpendicolare, a d, per la penultima del primo del medesimo nostro a da esser equale al quadrato del lato a c, Ma il quadrato della detta parte d c, è 1797 19/25 p 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. Et quello della perpendicolare è 144 che gionti insieme fanno 1941 19/25 p 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. Et il quadrato del lato a c, è 1296 p 1 ce. men 72 co. come di sopra è stato detto. Adunque 1941 19/25 p 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. saranno equali a 1296 p 1 ce. mẽ 72 co. ristora le parti e reduci a 1 sol ce. che tu haverai poi in fine 288 2/7 p 1 cen. equali a 36 co. Smezza il numero delle co. e detto di mezzamento moltiplica in se, che farà 324 delqual prodotto dettrai il numero, cioè 288 2/7 che ti restarà 35 5/7 delqual residuo prendine la radice, che è per R 35 5/7 & quella dettrai della mità del numero de le co. che ti restarà 18 men R 35 5/7 per valuta della co. e tanto viene a essere il minor lato a b, di esso triangolo. Et il maggiore viene a essere il remanente sin 36, cioè 18 p R 35 5/7, hor quadra questi dui lati a b, & a c, che per quel del minore a b, tu haverai 359 5/7 men R 46285 5/7 & per quel del maggiore a c, 359 5/7 p R 46285 5/7 poi dettrai il minore del maggiore che ti restarà R 185142 6/7 p la lor differentia, dellaqual differentia pigliãdone la radice, laqual è RR 185142 6/7, essa sarà la detta quantità del lato del quadro, che è equale alla differẽtia nellaquale il lato del quadrato a c, maggiore, eccede over sopravanza quello del a b, minore questa medema operatione si harebbe potuta fare con l'altra parte, b d, di detta basa, impero che havendosi trovata la parte, d c, di quella essere 42 2/5 men 1 4/5 co. sottrando essa parte, d c, fuor di tutta essa basa cioè de 20, sarebbe restato 1 4/5 co. men 22 2/5 per detta parte b d, e summando il quadrato di quella, con il quadrato della perpendicolare, tal somma sarebbe stata equale al quadrato del minor lato, a b, cioè a 1 ce. tutto il resto si harebbe poi fatto come di sopra.

Ancor

Ancor egli è il triangolo diuersilatero a b c, delquale il lato a b, è 13, il b c, 14, & lo a c, 15, si dimanda quanto sarà il lato del maggior quadro che in quello si puo collocare. Prima le da sapere che cadauno di lati d'ogni triangolo puo esser basa di quello. Niente dimeno per il presente pigliaremo il lato b c, in loco di basa, & dall'angolo a, conduremo à quella la perpendicolare a d, laqual diuiderà essa basa in due parti in pũto d, la quantità de laqual perpendicolare si ritroua in piu modi. Pur uolendo noi immitar quello ch'è posto da Euclide nella decimaterza del secondo, quadraremo il lato a c, & la basa b c, & quelli dui quadrati congiongeremo insieme che faranno 421, dellaqual somma ne detraremo il quadrato del lato a b, cioè 169 che restarà 252, qual residuo diuideremo per il doppio della basa idest per 28, che ci uerrà 9 per la parte d c, di essa basa, laqual parte giace tra la perpendicolare, & l'angolo c, opposito al lato a b, il quadrato delquale habbiamo detratto del congionto di quadrati de gli altri dui, l'altra parte b d, di detta basa, sarà il rimanente da 9 fina 14, cioè 5 i quadrati dellequal parti essendo detratti a uno per uno di quelli di lati a essi parti conterminali, (cioè il quadrato della parte d c, de quello dello a c, & il quadrato dell'altra parte b d, di quello dello a b, restarà egualmente il quadrato della perpendicolare, delquale pigliandone poi la sua radice (laqual si trouera essere 12) quella sarà la uera quantità di essa perpendicolare, hor poneremo caso, che sia il quadro o t n s, quello che uien collocato in detto triangolo, Et perche tutti gli lati oppositi d'ogni quadrato sono tra loro equidistanti, sarà il lato o t, di quello equidistante a l'altro lato, n s, & perche cosi gli detti lati, di esso quadro, quanto la perpendicolare di detto triangolo stanno ad angoli retti sopra la basa b c, di quello, seguita per la uigesimaottaua, & trigesimaquarta del nostro predetto, che la parte, r d, di detta ppendicolare, sia eguale, & equidistante all'uno & l'altro di detti dui lati, o t, & n s, di detto quadro. Similmẽte per essere il lato o s, di detto quadro, equidistante al lato, t n, di medemo, il qual lato, t n, giace & sta nella basa b c, seguita ancor che essa basa sia equidistante a detto lato, o s, Adunque se la basa b c, equidistante al lato, o s, dil quadro, il triangolo, a b d, sarà per la uigesimanona del primo, & per la quarta del sesto dil nostro medemo simile al triangolo, a o r, & similmente il triangolo, a d c, sarà simile al triangolo, a r s, per laqual cosi la proportione dal, b d, al o r, & dal, a b, al, a o, sarà come da tutta la perpendicolare, a d, alla sua parte, a r, similmente la proportione dal, d c, al r s, & dal, a c, al, a s, sarà come dalla medema perpendicolare, a d, alla detta sua parte, a r, adunque in summa per la terciadecima del quinto di esso nostro, sarà la proportione da tutta la basa, b c, a tutto il lato, o s, dil detto quadro come da tutta la perpẽdicolare, a d, alla sua parte, a r, Et sia posto detto lato, o s, del quadro essere, 1 co. che sarà poi la proportione da detta basa, b c, laqual è, 14 a 1 co. si come da tutta la perpendicolare, a d, laqual è 12 alla sua parte, a r, laqual è 12 men 1 co. (cioè men tanto quanto è il lato di detto quadrato imperoche di sopra fu approuato l'altra parte, r d, di essa perpendicolare essere eguale al detto lato) adũque multiplicando 14, cioè la prima di queste quattro quantità proportionali per 12 men 1 co. idest per l'ultima, il prodotto di tal moltiplicatione per la decimasesta del sesto del nostro detto sarà eguale a quello che, è contenuto sotto l'altre due, uidelicet sotto de 1 co. & 12. Ma la moltiplicatione de 14 in 12 men 1 co. fa 168 men 14 co. & quella de 12 in 1 co. fa 12 co. adũque 168 men 14 co. faranno eguali a 12 co. restora le parte ouer estremi, & trarila in luce, che tu trouerai la co. ualer 6 $\frac{6}{13}$ è tanto uien ad essere cadauno lato di detto quadro, cioè 6 $\frac{6}{13}$. Ma uoglio che uediamo cioche ne dice il speculatiuo geometra di questa nostra operatione, acciochenon restassimo inciampellati non dimostrandogli geometricamente la uerità di tal nostra operatione, perche hauendosi di sopro dechiarito che la proportione del lato, a b, alla sua parte, a o, Et dal lato, a c, alla sua parte a s, essere come dalla perpendicolare, a d, alla sua parte a r, possiamo a nostro beneplacito trouar le dette parti a o, & a s, di detti lati, a b, & a c, per la regula del tre, in questo modo uidelicet, dicendo, se la perpendicolare, a d, laqual è 12, mi da la sua parte a r, laqual è, 5 $\frac{7}{13}$ (che si troua detrahendo l'altra parte, r d, di essa perpendicolare che è eguale al lato di detto quadro inscritto a esso triangolo idest 6 $\frac{6}{13}$) fuor di tutta essa perpendicolare laqual è 12) che mi darà il lato, a b, qual è 13, & che mi darà lo, a c, qual è 15, & multiplicando ambidui questi lati per 5 $\frac{7}{13}$ & gli prodotti partendo egualmente per 12, ci uerrà per la parte, a o, del lato a b 6, & per la parte a s, del lato a c, 6 $\frac{12}{13}$ lequal parti detrahendole de essi lati, cioè cadauna del suo, ci restarà 7



Trigesimoquarto



per la parte, o b, del lato, a b, & 8 $\frac{1}{13}$ per la parte s c, del lato, a c, hor dal ponto d della estremità della perpendicolare protraremo due linee a gli dui ponti, o, & s, de gli dui lati a b, & a c, & quelle a longharemo fuori del triãgolo fin che concorrino con quella linea retta, laquale ortogonalmente sarà dedotta dall'altra estremità di essa perpendicolare, cioè dal ponto, a, alongata da una, & l'altra parte quanto sarà besogno fin ne gli ponti del concorso, qual ponti pongo siano gli dui, z & n di questa seconda figuratione & perche il triangolo a d c, è simile al triangolo, s u c sarà la proportione del lato, a c, qual è 15 alla sua parte, s c, qual è 8 $\frac{1}{13}$ (come di sopra habbiamo trouato) come dalla perpendicolare a d, (qual è 12) al lato, s u del detto quadro, e multiplicando 12 per 8 $\frac{1}{13}$ fa 96 $\frac{12}{13}$ e partendo esso prodotto per 15, ci uerrà 6 $\frac{6}{13}$ per il detto lato, s u, che è ben quanto habbiamo trouato l'altro, o s, Ancora habbiamo il triangolo, a d b, simile al triangolo, o t b, per il che la proportione de tutto il lato, a b, qual è, 13 alla sua parte, o b, qual è 7 (come di sopra habbiamo trouato) sarà come dalla perpẽdicolare, a d, che è 12 al lato, o t, dil quadro, e multiplicando 12 per 7 & il prodotto qual è 84 partendo per 13 ci uerrà pur 6 $\frac{6}{13}$ per il detto lato, o t, che e ben quanto habbiamo trouato cadauno de gli altri dui, o s, & s u, ma che il lato, t u, sia ancor lui eguale a quelli tre ben che da se sia chiaro, & manifesto per la sopra allegata trigesimaquarta del primo di sopra allegato nostro si puo etiam prouare in questo modo, cioè detrahẽdo il quadrato del lato, s u, (di esso quadro fuor dil quadrato della parte, s c, del lato a c del triãgolo & del restãte qual, è 23 $\frac{?}{?}$ pigliãdone la radice laquale è 4 $\frac{?}{?}$. Et ancor detrahẽdo il quadrato de l'altro lato, o t, (di esso quadro) fuor dil quadrato della parte, o b, del lato, a b, del triãgolo & dil rimanente quale è 7 $\frac{?}{?}$, pigliandone la radice qual è, 2 $\frac{?}{?}$ & questa radice summata con l'altra, cioè con 4 $\frac{?}{?}$ che fa 7 $\frac{7}{13}$ el qual 7 $\frac{7}{13}$ detratto de tutta la basa b c, laqual è 14, restarà a punto 6 $\frac{6}{13}$ per il lato t u, di esso quadro, che è ben quanto cadauno de gli altri tre, & a questo modo habbiamo prouata la nostra operatione. Hor uediamo la quantità delle due linee, a z, & a n, dedotte ortogonalmente dalla estremità della perpendicolare, a d, cioè dal ponto a (accioche dimostriamo in che modo geometricamẽte per un altra uia diuersa da quella che habbiamo tenuta fin qui nel proposito triangolo si descriue il detto quadro,) & per ciò fare argumentaremo in questo modo, cum sit che gli dui triangoli, o b d, & o z a, siano equiangoli per la decimaquinta, & uigesima octaua del primo del detto nostro, sarà la proportione dal, o b, che e 7 al, o a, che e 6 come dal, b d, che è 5 al a z, & moltiplicando 6 per 5 & il prodotto che è 30 partendo per 7 ci uerrà 4 $\frac{2}{7}$ per l'a z, & conciosia ancora, che per le preallegate auttorità del detto nostro il triangolo s d c sia simile al triangolo, s a n, sarà la proportione del s c, che è 8 $\frac{1}{13}$ al a s, che è 6 $\frac{12}{13}$ come dal d c, che, è 9 al a n, e moltiplicando 9 per 6 $\frac{12}{13}$ che fa 62 $\frac{4}{13}$ & esso prodotto partendo per 8 $\frac{1}{13}$ ci uerrà 7 $\frac{5}{7}$ per la a n, per sì che tutta la z n, sarà 12, cioè tanto quanto e la perpendicolare, a d, & la proportione da tutta la detta z n, laqual è 12 alla sua parte, a z, che e 4 $\frac{2}{7}$ sarà come da tutta la basa, b c, laqual è 14 alla sua parte b d, laqual e 5, imperoche l'una & l'altra e come da, 14 a 5, Adunque quando geometricamente si uol descriuere un quadro in un' triangolo diuersilatero. Dapoi che in esso triangolo si hauerà dedotta la perpendicolare, dalla estremità di quella laqual termina ne l'angolo opposito alla basa, cioè nel ponto a, sia tirata ortogonalmente una linea eguale a essa perpendicolare, ma che sia diuisa in due parti & una di esse parti sia dalla man dritta, l'altra dalla mã sinistra, di essa perpendicolare, & sia la proportione da tutta essa linea alla sua minor parte, come, è da tutta la basa del triangolo pur alla sua minor parte, e facendo ancora che essa minor parte di detta linea ortogonalmẽte tirata dalla estremità di detta perpendicolare, cioè dal detto ponto a, sia dalla parte doue è ancor la minor portione della basa & poi siano tirate due linee rette dalle estremità di questa tal linea (a questo modo ortogonalmente prodotta della estremità di detta perpendicolare cioè dal detto ponto, a) all'altra estremità di essa perpendicolare, che termina nella basa, cioè al ponto d, le qual linee pongo siano le due z d, & n d, che segano ambidui gli lati a b, & a c del detto triangolo ne gli dui ponti, o & s, Et sia tirata una linea retta dall'uno all'altro di detti ponti qual pongo sia la linea, o s, Et ancor da gli medemi ponti siano protratte due perpendicolari sopra la basa b c, di esso triangolo, lequal pongo siano le due linee, o t, & s u, il che fatto, si hauerà perfettamente descritto un quadro in esso triangolo che è il quadro, o t u s, che così se approba uidelicet, perche egli è la linea, z n, ortogonalmẽte prodotta dall'estremità della perpendicolare, a d, cioè dal ponto a, quella sarà equidistante alla basa b c, per la uigesimaottaua del primo dil preallegato nostro. Et ancor perche tutti gli angoli contra-

positi

posti sono tra lor eguali per la decimaquinta di esso primo dil detto nostro, sarà il triangolo, o a z, equiangolo al triangolo, o b d. Et similmente il triangolo, s u n, sarà equiangolo al triangolo s u z, per ilche gli lati de quelli risguardanti gli angoli eguali per la quarta dil sesto dil medemo nostro saranno proportionali. Et essendo dal presupposito la proportione de tutta la z n, alla sua parte, z a, come da tutta la basa b c, alla sua parte b d, sarà ancor disgiontamente da l'altra parte, a n, di detta linea, z n, alla parte, z a, della medema, come dall'altra parte d c, della basa, alla parte, b d, della medema, & permutatamente, si come la parte, a n, della linea, z n, alla parte d c, della basa, b c, così dall'altra parte, z a di detta linea z n, all'altra parte, b d, della basa, b c. Ma come, z dalla, z a, alla, b d, così e, dalla parte, a o del lato, a b, alla parte o b, dil medesimo, e come dal, a n, alla, d c, così e dalla parte, a s, del lato, a c, all'altra parte, s c del medemo per ilche sarà dal a o, al o b, come e dal, a s, al s c, adonque per la seconda dil sesto dil sopradetto nostro, la linea retta tirata dal ponto, o, al ponto, s sarà equidistante alla basa, b c. Et conciosia che le due perpendicolari, o t, & s u, stiano ad angoli retti sopra la detta basa, seguita che ancor quelle per la sopra allegata vigesimaottava del primo di esso nostro siano equidistante l'una all'altra. Adunque la superficie, o t s u, sarà de lati equidistanti per laqual cosa, quella per la sopra allegata trigesimaquarta dil primo del detto nostro quella haverà gli lati e gli angoli contraposti eguali, cioè tutti li angoli di quella saranno retti, perche gli dui sopra la basa son retti. Et il lato, t u sarà egual al o s, & similmente il lato, o t, sarà equale al, s u. Et per la detta vigesimaottava & trigesimasecunda dil primo di esso nostro, il triangolo, a z d, è equiangolo al triangolo, o t d, similmente il triangolo, n a d, è equiangolo al triangolo, s u d, sarà la proportione dal, d t, al, t o, del triangolo, d t o, come dal z a, al, a d, del triangolo, z a d, similmente la proportione dal, d u, al, u s, del triangolo, d u s, sarà come dal, n a, al a d del triangolo, n a d, per laqual cosa per la vigesimaquarta del quinto dal, d t, & d u, insieme gionti, cioè da tutto il lato, t u, di esso quadro (qual è composto da esse due linee t d, & d u) a cadauno de gli altri dui lati, o t, over, s u, del medemo (per esser eguali) sarà come dalle due linee z a, & a n, insieme aggionte alla perpendicolare, a d, ma le due linee z a, & a n, insieme aggionte sono tutta la linea, z n, & essa linea, z n, è eguale alla detta perpendicolare dal presupposito, adonque il lato, t u, dil detto quadro sarà eguale a l'uno & l'altro di dui altri lati, o t, & s u, dil medesimo. Et perche egli è stato approvato che ancor l'altro lato, o s, di quello è equale al lato t u, & etiam che tutti gli angoli della detta figura de' lati equidistanti sono, retti, eglie chiaro quella esser quadro perfetto. Ma quando il detto triangolo fusse equiatero, over che l'havesse solamente dui lati eguali, qual pongo siano li dui, a b, & a c, della detta seconda figura, & che pur in quello si volesse collocare il detto quadro, se saria cadauna delle due parti della linea, z n (ortogonalmente prodotta dall'estremità della perpendicolare, a d, cioè dal ponto, a) eguale alla metà di essa perpendicolare. Et poi in tutto e per tutto seguitare, come si ha fatto di sopra a collocare esso quadro nel triangolo diversilatero. Ci restamo solamente a veder se questo quadro che habbiamo collocato in detto triangolo a b c, diversilatero è il maggiore che se gli possi collocare attento che la proposta dimanda il maggiore ilche non ci sarà grande faticha, havendo ritrovato il maggiore che se gli puo collocare quando uno de' suoi lati stano & giace nella basa b c, d'esso triangolo. Ma quando uno de suoi lati giacesse i uno de gli altri dui lati forsi che all'hora el detto quadro sarebbe maggiore, & p chiarezza di questo poneremo che il lato, a c, di questa terza figuratione qual è 15 sia basa del detto triangolo, a b c, Et per il modo acciutto di sopra trovaremo che la sua perpendicolare, b m, sarà 11 $\frac{1}{5}$ & ponendo che il lato di esso quadro sia 1 co. la proportione da 15 al 1 co. sarà come da 11 $\frac{1}{5}$ a 11 $\frac{1}{5}$ men 1 co. e multiplicando 15 per 11 $\frac{1}{5}$ men 1 co. che fa 168 men 15 co. questo prodotto sarà eguale a quello che perviene della multiplicatione de 1 co. in 11 $\frac{1}{5}$ cioè 11 $\frac{1}{5}$ co. restorando le parti & esequendo il capitolo si trovarà la co. valer 6 $\frac{1}{4}\frac{4}{7}$ e tanto sarebbe il lato dil detto quadro, quando esso lato giacesse nel lato maggiore, a c, del triangolo, che è meno de 6 $\frac{4}{7}$. Ma pigliando il lato, a b, di esso triangolo qual è 13 per basa di quello come in questa quarta figuratione, e tirando in quello la sua perpendicolare, c d, quella si trovarà esser 12 $\frac{12}{13}$ E ponendo per il lato dil quadro essere 1 co. sarà la proportione da 13 a 1 co. come da 12 $\frac{12}{13}$ a 12 $\frac{12}{13}$ men 1 co. e multiplicando 13 per 12 $\frac{12}{13}$ men 1 co. ci verrà 168 men 13 co. che sarà eguale alla multiplicatione de 1 co. in 12 $\frac{12}{13}$ cioè 12 $\frac{12}{13}$ co. & Esequendo il capitolo la co. verrà 6 $\frac{1}{2}\frac{1}{7}\frac{1}{9}$ e tanto sarebbe il lato dil detto quadro, quando quello gia

esse nel minor lato del proposto triangolo, che è qualche cosetta piu di cadauno di lati de dui altri quadri giacenti ne gli dui altri lati del medesimo triangolo, & questo securamente sen'alcun dubbio si puo dire essere il lato del maggior quadro, che puo esser collocato in esso triangolo, per il che egli è molto da advertire in simile proposte, perche quando si dimanda il maggior quadro egli è necessario constituir quello talmente che uno de suoi lati, giaci nel minor lato del proposto triangolo, come appar in questa nostra operatione.

Trigesimoquinto Ancor egli è il triangolo a b c, che ha tutti e suoi lati proportionali in la continua proportionalità sesquialtera, & la sua area è 175. Si dimanda quanto è cadaun di predetti suoi lati.

Per schivar gli rotti piu che sia possibile poneremo che il primo lato cioè il minore sia 8 co. che il secondo cioè il mezzano verrà poi a esser 12 co. & il tercio idest, il maggiore, 18 co. & volendo la sua area teniremo questo modo, cioè che prima summaremo tutti questi lati che li trovaremo essere 38 co. dellaqual summa ne pigliaremo la metà laqual è 19 co. & di queste 19 co. ne dettraremo 8 co. cioè il minor lato che restaranno 11 co. lequal 11 co. multiplicate per 19 co. cioè per detta metà della summa de tutti e lati di esso triangolo faranno 209 cen. Et ancora di dette 19 co. dettraremo 12 co. cioè il secondo lato che restarà 7 co. lequal multiplicate via 209 cen. farà 1463 cu. Et ancora dettraremo il tercio lato, cioè 18 co. per delle dette 19 co. che restarà 1 co. laqual multiplicandola in 1463 cu. farà 1463 cece. de iquali 1463 cece. pigliandone la radice, quella sarà la vera area dil proposto triangolo. Ma perche 1463 non è numero quadrato, la radice de 1463 cece. se dirà per cosi fondamento R. 1463 cece. Et questa tal radice è equale all'area dil detto triangolo cioè a 175. Et levando ditta radice dell'equatione, cioè multiplicando gli estremi di quella, cadauno in se medesimi, si haverà poi 1463 cece. eguali a 30625. & partendo esso numero, cioè 30625 per il numero di cece. videlicet per 1463 ne verrà 20 [illegible] per valuta de 1 sol cece. dellaqual valuta pigliandone la radice della radice laqual è per R.R. 20 [illegible] quella sarà la valuta de 1 sol co. Et perche ponessimo il minor lato dil detto triangolo 8 co. il mezzano 12 co. & il maggiore 18 co. moltiplicando detta radice de R. p 8 p 12 & p 18, ci verrà la quātità de cadauno di essi lati. Ma volēdo multiplicare detta radice de radice per detti, numeri è necessario ridurre cadauno de quelli a radice de radice, cio è a quadrato de quadrato. Essempli gratia volēdo multiplicare R.R. 20 [illegible] per 8, multiplica detto 8 in si medesimo fa 64 & ancor 64 in si medesimo fa 4096. Et questo 4096 multiplica per 20 [illegible] che fa 85741 [illegible] delqual prodotto pigliandone la radice del la radice che sarà per R.R. 85741 [illegible] quella sarà la vera quātità del minor lato. Et quella dil mezzano procedēdo poi per simil modo si troverà esser R.R. 434066 [illegible] Et quella del maggiore R.R. 2197464 [illegible] Et cosi potrai dar risposta alla detta dimāda e facendone prova, trovarai che havaremo iustamente operato.

Trigesimosesto Ancor egli è il triangolo, a b c, che la sua basa, b c, è 20, & il lato a c, è 30, & la sua area superficiale è 200. Si dimanda la noticia del lato a b.

In questo per esserci nota l'area di esso triangolo, e gia sapendo nui che sempre del dutto della perpendicolare d'ogni triangolo, nella metà della sua basa, ne perviene essa area superficiale. Partiremo adunque detta area laqual del presupposito, è 200 per la metà di essa basa, cioè per 10, che ci verrà 20 per la quantità di essa perpendicolare, laqual perpendicolare necessariamēte cade fuor del triāgolo, & questo perche la non puo cader ne nel lato, a b, ne meno di dentro di esso triangolo, perche ponendosi prima per satisfactione del adversario, che quella cadesse nel lato a b, essendo la quantità sua 20 & la basa b c, similmēte 20 gli quadrati de 20, & 20 gionti insieme che sono 800, cōveniriano essere eguali al quadrato del lato, a c, per la penultima dil primo di Euclide, ma il quadrato del lato a c, è 900, adunque 800, sarebbe eguale a 900, che, è impossibile, adunque detta perpendicolare non puo cader nel lato, a b, & non potendo cader nel lato, meno puo cader di dentro del triangolo. perche ponendosi poter cader di dentro (atteso che il quadrato di quella parte di basa che sarebbe) tagliata da essa perpendicolare verso l'angolo c, cadendo essa perpendicolare di dentro, del triangolo, sarebbe meno che quello di tutta essa basa, cioè men de 400) Seguitarebbe maggior inconveniente, che quādo essa perpendicolare sia posta cader nel lato a b, idest che il quadrato di essa perpēdicolare qual è 400 gionto con un'altro quadrato minor de 400 fossero eguali al quadrato del lato a c, videlicet a 900, che è pur troppo impossibile, il che inteso, ancor che questo tal quesito possi esser realmente

mente rissoluto senza algebra, nondimeno trattando noi di algebra, voglio che algebricamente per maggior utilità de gli studenti lo rissolviamo. Ponendo che il lato, a b, sia 1 co. Et perche il predetto nostro nella duodecima del secondo, ne dimostra che il lato che riguarda l'angolo obtuso, puo tanto piu de gli altri dui lati contenenti esso angolo obtuso, quanto è quello che è contenuto due fiate sotto uno di detti dui lati, & quella linea a se direttamente congionta al detto angolo obtuso tagliata della perpendicolare di fuori del triangolo, quadraremo la basa b c, cioè 20 che fa 400. Et similmente quadraremo il lato, a b, cioè 1 co. che fa 1 ce. & q̃sti dui quadrati detraremo del quadrato del lato, a c, cioè de 900, che restarà 500 men 1 ce. per il doppio di quello ch'è contenuto sotto la basa b c, & la linea o b, a se direttamente congionta a l'angolo, b, obtuso tagliata dalla perpendicolare, a o, di fuor del triangolo. E pigliando la metà d'esso 500 men 1 ce. laquale è 250 men $\frac{1}{2}$ ce. questa sarà una sol volta quello che è contenuto sotto la detta basa b c, & la detta linea o b, & partendo essa metà per la detta basa cioè per 20, ci venrà 12 $\frac{1}{2}$ men $\frac{1}{40}$ ce. per la quantità di detta linea o b, il quadrato dellaquale che è 156 $\frac{1}{4}$ p̃ $\frac{1}{1600}$ cece. men $\frac{5}{8}$ ce. aggionto con il quadrato della perpendicolare a o, laqual è 400, che fa in tutto 556 $\frac{1}{4}$ p̃ $\frac{1}{1600}$ cece. men $\frac{5}{8}$ ce. tal summa sarà eguale al quadrato del lato, a b, cioè a 1 ce. & restorãdo le parti si haverà poi 890000 p̃ 1 cece. eguali a 2600 ce. e dimezzando il detto numero del ce. è l'una di dette metà multiplicãdo in se che fa 1690000, & di detta multiplicatione detrahendo 890000 ci restarà 800000, delqual residuo presa la radice ch'è pur ℞ 800000, & quella detratta di detta metà del numero di ce. ci restarà 1300 men ℞ 800000, per valuta de 1 sol censo, (Attento che in questo loco aggiongendo essa radice sopra la detta metà del numero di ce. non fa lo effetto dil detto nostro quesito come per Esperientia cadauno puo vedere) delqual ce. pigliãdone la radice. Secondo gli modi & ordeni posti a i lochi suoi, quella sarà la valuta de la co. cioè ℞ V. (650 p̃ ℞ 112500) men ℞ V. (650 men ℞ 112500) e tanto se dirà essere il detto lato, a b.

Ma pigliando il lato, a c, qual è 30, per basa di esso triangolo (come in questa seconda figuratione) essendo dal presupposito l'area superficiale di quello, 200, la perpendicolare cõdotta da l'angolo opposito a essa basa venirà a esser 13 $\frac{1}{3}$ che si trova partendo detta superficie, cioè 200 per la metà di essa basa, cioè per 15. E ponendo pur ancora il detto lato, a b, ignoto esser 1 co. detraremo il quadrato di essa perpendicolare quale è 177 $\frac{7}{9}$ del quadrato del lato b c, che è 400, che ci restarà 222 $\frac{2}{9}$ per il quadrato della parte, s c, di detta basa, laqual parte giace tra la perpendicolare, b s, & l'angolo, c, delqual quadrato pigliandone la radice, laqual è per ℞ 222 $\frac{2}{9}$ quella sarà la propria lõgezza di essa parte, s c, di basa, laqual parte essendo detratta di tutta essa basa che è 30, ci restarà 30 men ℞ 222 $\frac{2}{9}$ per l'altra parte, a s, della medesima basa il quadrato dellaqual parte, a s, aggionto con quello della perpendicolare, b s, la summa loro a da essere eguale al sol quadrato del lato a b. Ma il quadrato della parte a s, di detta basa è 1122 $\frac{2}{9}$ men ℞ 800000. Et quello della perpendicolare, b s, è 177 $\frac{7}{9}$ come è stato detto di sopra, che gionti insieme fanno in tutto 1300 men ℞ 800000. Et il quadrato del lato a b, è 1 ce. Adunque 1 ce. val 1300 men ℞ 800000 & la co. val la sua radice, come di sopra è stato diffinito, senza che piu lo replichi.

Et volendo fare questa operatione di trovare la quantità del detto lato a b, senza algebra, havendosi di sopra trovato (quando nella soprascritta prima figuratione del presente quesito fu posito il lato, b c, cioè 20 esser basa dil detto triangolo) che la perpendicolare dedutta da l'angolo opposito a detta basa essere ancor lei 20, & che quella necessariamente cadde fuor di esso triangolo, quadraremo questa perpendicolare, & il suo quadrato qual è 400, detraremo di quello del lato, a c, che è 900 che ci restarà, 500, per il quadrato de tutta la linea, o c, laqual è composta della basa, b c, di esso triangolo, & dalla linea, o b, a se directamente congionta al l'angolo obtuso, tagliata dalla perpendicolare di fuor del triangolo, delqual quadrato pigliãdone la radice, laqual se dice per ℞ 500, & di quella detratta la detta basa b c, cioè 20 ci restarà ℞ 500 men 20, per la sola linea, o b, il quadrato dellaqual linea, o b, aggionto cõ quello della perpendicolare, a o, di essa prima figuratione, tal summa per la penultima del primo del sopra allegato nostro sarà equale al quadrato del lato, a b, ignoto. Ma il quadrato di detta linea, o b, è 900 men ℞ 800000, & quello della perpendicolare, a o, è 400, che gionti insieme fanno ben 1300, men ℞ 800000 per lo quadrato di detto lato, a b, ignoto, delqual pigliãdone poi la sua radice, quella sarà la vera longezza di esso lato. Si come ancor di sopra è stato dechiarito.

Trigesimosettimo

Preterea egli è il triãgolo equilatero.a b c,che la sua superficie,è eguale alla quãtità con laquale vien nominato vn de suoi lati.Si dimanda la notitia di essa superficie.

Egli è da sapere,che la perpendicolare dutta da qual si voglia angolo del triãgolo equilatero al lato,opposito,quella necessariamente cadde nel meggio di esso lato,& ciò si farà chiaro & manifesto per la penultima del primo dil megarense Filosopho, imperoche il quadrato di cadauno di altri dui lati.a,da essere eguale al quadrato di essa perpendicolare,& al quadrato di quella parte di basa.a cadauno di detti lati cõterminale,laqual parte uien distinta ouer assignata da essa perpendicolare,laqual perpendicolare pongo che sia la linea.a d,& perche cadauno de essi lati dal presupposito sono eguali,& linee eguali producono eguali quadrati, seguita gli quadrati de dui lati.a b,& a c,esser tra loro eguali.Et perche quello dello.a b,per la detta penultima del primo dil detto nostro è eguale a quello della perpendicolare. a d. & a quello della parte,b d,della basa,b c,gionti insieme.Similmente quello del lato a c,è eguale a quello di detta perpendicolare,a d.& a quello de l'altra parte,d c,di essa basa pur gionti insieme. Adunque il quadrato della parte b d,della basa,insieme con quello della perpendicolare sono eguali al quadrato de l'altra parte, d c, di essa basa, & a quello di essa medema perpendicolare, a d, pur insieme gionti, per ilche detrahendo egualmente de l'una & l'altra di queste due somme eguali,il quadrato di detta perpendicolare per commune scientia, restarano gli quadrati di esse due parti a d,& d c,eguali.Et perche come è ancor detto di sopra gli quadrati eguali sono fatti da linee eguali,seguita che dette due parti,a d, & d c, di detta basa sono tra loro eguali.

Hor poniamo,che cadauno di lati di esso triangolo a b c,per esser eguali sano 1 co.per ilche cadauno delle parti a d,& d c,della basa di quello distãte ouer assegnate dalla perpendicolare dutta da l'angolo a, di quello a essa basa per quello che di sopra si ha dechiarito,sarà meggia co.Adunque detrahendo il quadrato de $\frac{1}{2}$ co.il qual è $\frac{1}{4}$ ce.del quadrato di qual si voglia di dui lati.a b,ouer a c,che sono cadauno di loro,1 ce.restarà $\frac{3}{4}$ ce.per il quadrato della perpendicolare, a d, delqual quadrato pigliandone la radice,laquale è per ℞ $\frac{3}{4}$ ce.quella sarà la quãtità di essa perpendicolare,laqual perpẽdicolare moltiplicata nella metà della basa, cioè in mezza co.ci uerrà la superficie di esso triangolo.Ma a moltiplicare ℞ $\frac{3}{4}$ cen.in $\frac{1}{2}$ co. egli è necessario quadrar $\frac{1}{2}$ co.che fa $\frac{1}{4}$ ce.& questo quadrato cioè $\frac{1}{4}$ ce.multiplicato per quello della perpendicolare idest per $\frac{3}{4}$ ce.che fa $\frac{3}{16}$ cece.& di questo prodotto pigliarai la sua radice laqual è per ℞ $\frac{3}{16}$ cece.quella sarà la superficie dil detto triangolo,laqual superficie a da essere eguale dal presupposito alla quantità de uno de i lati dil proposto triangolo, cioè a 1 co. dunque ℞ $\frac{3}{16}$ cece.sarà eguale a 1 co.è multiplicando cadauno de essi estremi in se medesimi per leuar detta radice,si hauerà poi $\frac{3}{16}$ cece.egual a 1 ce. Et schifando ancor questi ultimi estremi per 1 ce.si hauerà finalmente $\frac{3}{16}$ ce.egual a 1 per numero,è partendo 1 per $\frac{3}{16}$ ci uerrà 5 $\frac{1}{3}$ per ualuta de 1 ce.delqual pigliãdone la radice,laqual è per ℞ 5 $\frac{1}{3}$ quella sarà la ualuta della co.e tanto se dirà essere l'area superficiale del proposto triangolo cioè ℞ 5 $\frac{1}{3}$ è parimenti ℞ 5 $\frac{1}{3}$ detto triangolo sarà per ciascuna sua faccia.

Trigesimoottauo

Ancor egli è il triangolo equilatero,a b c,che la sua superficie, è eguale alla sua perpendicolare a d,si dimanda la quantità di essa superficie.

Poni purancora,come nel precedente che caduno di lati del proposto triãgolo sia 1 co.per che ancor cadauna delle parti b d,& d c,della b c, di quello saranno $\frac{1}{2}$ co. è detrahendo il quadrato de una qual si uoglia di esse parti,de quello di uno qual si uoglia de dui lati a b,& a c,cioè $\frac{1}{4}$ cen. de 1 cen.restarà $\frac{3}{4}$ cen.per il quadrato della perpendicolare a d,delqual pigliandone la radice, che è per ℞ $\frac{3}{4}$ cen.& quella multiplicando nella metà della basa,b c,cioè in $\frac{1}{2}$ co.ne uerra ℞ $\frac{3}{16}$ cece.per la superficie di esso triangolo qual superficie dal presupposito,a da essere eguale a detta perpendicolare,cioè a ℞ $\frac{3}{4}$ ce.& multiplicando ditti estremi in se medesimi per leuar le radici,si hauerà poi $\frac{3}{16}$ cece.egual a $\frac{3}{4}$ ce. & schifando per ce.si hauerà finalmente $\frac{3}{16}$ ce.egual a $\frac{3}{4}$ numero è partendo $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{16}$ ci uerrà 4 per ualuta de 1 ce.delqual pigliandone la radice,laqual è 2 quella sarà la ualuta della co.e tanto è cadauno di lati del proposto triangolo idest, 2 & la sua perpendicolare è ℞ 3. Similmente la sua superficie è pur ℞ 3. &c.

Ancor

Tregesimonono

Ancor egli è il triangolo equilatero, a b c, che la sua superficie, è eguale alla summa de tutti tre è suoi lati. Si dimanda la quantità di essa superficie, & de cadauno di predetti tre lati.

Sia posto cadauno lato essere 1 co. che seguitarà, cadauna delle parti, b d, & d c, della basa b c, essere $\frac{1}{2}$ co. Et detrahendo il quadrato de $\frac{1}{2}$ co. qual è $\frac{1}{4}$ cen. fuor di quello de uno de i lati, a b, over a c, qual è 1 cen. restarà $\frac{3}{4}$ cen. per il quadrato della perpendicolare, a d, & multiplicando la radice di esso quadrato di detta perpendicolare la qual è ℞ $\frac{3}{4}$ cen. nella metà della basa, cioè in $\frac{1}{2}$ co. ne venirà ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie dil detto triãgolo, laqual superficie ha da essere equale a tutte tre le faccie over lati di quello videlicet a 3 co. Et moltiplicandosi detti estremi in se medesimi per levar detta radice della equatione, haveremo poi $\frac{3}{16}$ cece. eguali a 9 ce. & schifando per ce. haveremo finalmente $\frac{3}{16}$ ce. eguali a 9 & partendo 9 per $\frac{3}{16}$ ci venirà 48 per valuta de 1 cen. delqual pigliandone la radice, che è per ℞ 48, quella sarà la valuta della co. e tanto è cadauno lato dil detto triãgolo idest ℞ 48 per ilche tutti tre gli lati di quello in summa sarãno ℞ 432 Similmente la superficie di esso triangolo sarà pur ℞ 432 che, è il proposito. &c.

Quadragesimo

Ancor egli è il triangolo equilatero a b c, che la sua superficie è eguale al quadrato de uno de suoi lati men 4, si dimanda la quantità di essa superficie. Poneremo pur come ne gli passati, che cadaun di lati di esso triangolo sia 1 co. perche ancor le parti, b d, & d c, della basa, di quello verranno ad essere $\frac{1}{2}$ co. & detrahendo il quadrato d'una di esse parti, b d, over, d c, di quello de uno di lati a b, over a c, cioè $\frac{1}{4}$ cen. de 1 ce. restarà $\frac{3}{4}$ per ce. per il quadrato della perpendicolare, a d, la radice della quale, multiplicata nella metà della basa, cioè in $\frac{1}{2}$ co. farà per ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie di esso triangolo (come ne gli tre quesiti passati) laqual superficie, ha da essere equale dil presupposito al quadrato de uno di lati dil detto triangolo men 4 videlicet a 1 ce. men 4 Et multiplicando questi estremi in se medesimi per levar detta radice, haveremo poi $\frac{3}{16}$ cece. equal a 1 cece. p̃ 16 men 8 ce. & restorando le parti, & reducendo a 1 cece. si haverà finalmente 1 cece. p̃ 19 $\frac{1}{13}$ equali a 9 $\frac{1}{13}$ & dimezzando esso numero de ce. & l'una metà multiplicando in se medesima che fa 21 $\frac{?}{169}$ & di esso prodotto detrahendo il numero della equatione cioè 19 $\frac{?}{13}$ che restarà 4 $\frac{?}{169}$ delqual residuo pigliando la sua radice, laqual è per ℞ 4 $\frac{?}{169}$ & essa radice aggiongendo sopra la detta metà del numero di ce. videlicet sopra 4 $\frac{?}{13}$ detta summa sarà la valuta de 1 sol ce. idest 4 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ 4 $\frac{?}{169}$ delqual censo, pigliandone la radice, che si trovera per gli modi dati a suoi proprii lochi essere ℞ V. (2 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ 4 $\frac{?}{169}$) p̃ ℞ V. (2 $\frac{?}{13}$ men ℞ 4 $\frac{?}{169}$) questa sarà la valuta de 1 co. e tanto dirai essere cadauno di lati dil detto triangolo. Et volendosi conseguire la sua superficie con quella più facilità che possibil sia, teniremo questo ordine, cioè che pigliaremo la quarta parte della valuta di esso censo per il quadrato di una delle parti b d, over d c, della basa di esso triangolo (attento, che il quadrato de una linea, che è la metà d'un'altra è sempre la quarta parte del quadrato di quella che glie doppia) laqual quarta parte è 1 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ $\frac{?}{169}$ & questo quadrato detraremo dil detto suo quadruplo idest de 4 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ 4 $\frac{?}{169}$ che ci restarà 3 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ 2 $\frac{?}{169}$ per il quadrato della perpendicolare, a d, il qual quadrato di essa perpendicolare multiplicandolo con quello della metà della basa, idest cõ quello di una delle dette parti, b d, over d c, di essa basa, che è 1 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ $\frac{?}{169}$ & dil prodotto qual è 5 $\frac{?}{169}$ p̃ ℞ 15 $\frac{?}{?}$ pigliandone la radice laquale se ben operarai si troverà esser ℞ 4 $\frac{?}{?}$ p̃ $\frac{?}{?}$ questa sarà la detta superficie di esso triangolo, cioè ℞ 4 $\frac{?}{?}$ p̃ $\frac{?}{?}$ che è ben equale al quadrato de uno di lati dil detto triangolo men 4 cioè a 4 $\frac{?}{13}$ p̃ ℞ 4 $\frac{?}{169}$ detrattone 4, che a pũcto resta ℞ 4 $\frac{?}{?}$ p̃ $\frac{?}{?}$ come è la detta superficie.

Quadragesimoprimo

Ancor egli è il triangolo equilatero a b c, che la sua superficie multiplicata per 12 è eguale alla summa di quadrati di tutti tre è suoi lati p̃ 10 si dimanda la quantità di essa superficie, & di cadauno di essi lati.

Ponendo che uno di lati dil detto triangolo sia 1 co. Sarà cadauna delle parti, b d, & d c della basa b c, $\frac{1}{2}$ co. & il quadrato di qual si voglia de dui lati a b, over b c, sarà 1 ce. dalqual detrahendo il quadrato di una delle ditte parti di basa, cioè $\frac{1}{4}$ ce. restarà $\frac{3}{4}$ ce. per il quadrato della perpendicolare, a d e multiplicando la radice di questo quadrato di detta ppendicolare in una delle dette due parti, b d, over d c, di basa, per esser cadauna di loro la metà di quella ci perveniria ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie di esso triangolo, laqual superficie multiplicata per 12 che fa ℞ 27 cece. questo prodotto sarà equale alla summa di tutti tre e lati dil detto triangolo aggiontogli perho sopra 10 cioè a 3 ce. p̃ 10. & multiplicãdo cadauno de gli estremi di detta eguagliatione in se mede fami, si hauerà poi 27 ce.ce. eguali a 9 ce.ce. p̃ 60 ce. p̃ 100. & leuando gli superflui, & reducendo la equatione alla sua maggior unità come comanda el capitolo, si hauerà finalmente 1 ce.ce. eguale a 3 $\frac{1}{3}$ ce. p̃ 3 $\frac{1}{27}$. Et smezzando il detto numero de ce. & l'una metà laqual è 1 $\frac{2}{3}$ multiplicata in se medesima che fa 2 $\frac{7}{9}$, & il prodotto di essa multiplicatione aggiongendo con il numero della equatione cioe con 5 $\frac{5}{9}$ fara 8 $\frac{1}{3}$ della qual summa pigliandone la radice, laqual è pur ℞ 8 $\frac{1}{3}$ & a quel aggiongendogli detta metà del numero di ce. si hauerà in tutto ℞ 8 $\frac{1}{3}$ p̃ 1 $\frac{2}{3}$ per ualuta de 1 sol ce. del quale pigliandone la radice, laqual è ℞ V. (℞ 2 $\frac{1}{27}$ p̃ ℞ 1 $\frac{7}{9}$) p̃ ℞ V. (℞ 2 $\frac{1}{27}$ men ℞ 1 $\frac{7}{9}$) questa sarà la ualuta della co. & tanto se dirà essere cadauno lato ouer faccia dil detto triangolo, cioe ℞ V. (℞ 2 $\frac{1}{27}$ p̃ ℞ 1 $\frac{7}{9}$) p̃ ℞ V. (℞ 2 $\frac{1}{27}$ men ℞ 1 $\frac{7}{9}$) & uolendosi poi conseguire la superficie di esso triangolo, con quello manco disturbo che possibile sia, le da esser tenuto il modo della precedente, cioe, che del quadrato de uno di lati di esso triangolo, quale habbiamo trouato essere ℞ 8 $\frac{1}{3}$ p̃ 1 $\frac{2}{3}$ ne sia pigliata la sua quarta parte per il quadrato dell'una delle ditte parti b d, ouer d c, della basa dil detto triangolo, laqual quarta parte è ℞ $\frac{25}{48}$ p̃ $\frac{5}{12}$. & questo quadrato sia detratto dil detto suo quadruplo cioe de ℞ 8 $\frac{1}{3}$ p̃ 1 $\frac{2}{3}$, che restarà ℞ 4 $\frac{11}{16}$ p̃ 1 $\frac{1}{4}$ per il quadrato della perpendicolare a d, il qual quadrato multiplicato con quello della metà della basa b c, cioe con il quadrato di una di dette due parti, b d, ouer, d c, di essa basa il qual di sopra habbiamo trouato esser ℞ $\frac{25}{48}$ p̃ $\frac{5}{12}$ & dil prodotto di tal multiplicatione il qual è, 1 $\frac{1}{16}$ p̃ ℞ 1 $\frac{1}{192}$ pigliandone la radice laqual è 1 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ $\frac{3}{4}$ questa sara ueramente la superficie di esso triangolo, laqual multiplicata per 12 fa 15 p̃ ℞ 75, & ancor multiplicato il quadrato de un di lati di esso triangolo cioe ℞ 8 $\frac{1}{3}$ p̃ 1 $\frac{2}{3}$ per 3 fa ℞ 75 p̃ 5 il qual prodotto aggiongendoli 10 fa bene a punto ℞ 75 p̃ 15, come fa la detta superficie di esso triangolo multiplicata per 12 che è il proposito. &c.

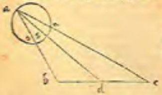
Quadragesimosecondo. Egli è il triangolo, a b c, al quale gli è inscritto dentro un cerchio, & un'altro gli ne è circonscritto di fuori il diametro dello inscritto, è 8 & quello del circonscritto, è 25. Et il prodotto del dutto del lato, a b, nel lato, a c, è 200, si dimanda la notitia de ciascun lato di esso triangolo, & ancor dell'area sua.

Sia prima tirato il diametro, a e, del cerchio circonscritto a detto triangolo, a b c, poi sia protratta la linea, e c, & ultimamente sia dedutta la perpendicolare dell'angolo, a del detto triangolo, a b c, al suo lato opposito cioe alla basa, b c, laqual pongo esser la linea, a d, che fatto questo si hauera fatti gli dui triangoli, a b d, & a e c, equiangoli, che cosi lo approbo, uidelicet, perche l'angolo, a b d, del triangolo, a b d, & l'angolo, a e c, del triangolo, a e c, hanno ambidui una medesima basa de circonferentia laqual è l'arco, a c, quelli saranno per la uigesimaprima del tercio di Euclide tra loro eguali, & perche ancor l'angolo, a d b, del triangolo, a b d, causato ouer fatto dalla perpendicolare, a d, è retto, similmente l'angolo, a c e, del triangolo, a e c, per esser fatto nel meggio cerchio per la trigesimaprima del detto tercio, e ancor lui retto, seguita per la trigesima del primo di esso nostro quello che di sopra habbiamo detto, cioe il triangolo a b d, esser equiangolo al triangolo, a e c, e perho gli lati de quelli sono proportionali in questo modo, uidelicet, che la proportione del lato, a b, del triangolo, a b d, al lato, a e, del triangolo a e c, il qual lato, a e, è il diametro del detto cerchio circonscritto al triangolo, a b c, e come dalla perpendicolare, a d, lato del triangolo a b d, al lato, a c, del triangolo, a e c, & etiam del triangolo, a b c, per laqual cosa il dutto della prima (di queste quattro linee proportionali) nella quarta per la decimasesta del detto sesto sara eguale a esso che, e contenuto sotto le altre due, idest, sotto la perpendicolare, a d, & il diametro, a e, del cerchio circonscritto a detto triangolo, a b c, ma il dutto dell'una in l'altra cioe prima & quarta di esse quattro linee proportionali (lequal sono gli dui lati a b, & a c, del triangolo, a b c) è, 200 dal presupposito, adunque della multiplicatione del diametro, a e, seconda, nella perpendicolare, a d, tercia, ne debbe peruenire similmente 200. & perche il diametro è posto essere, 25 se partiremo, 200, per 25, ne uenira 8 per la quantita della perpendicolare, a d, ma quando la perpendicolare, a d, cadde fuor del triangolo, come in questa seconda figuratione sia protratta la linea b c, che sara poi il triangolo, a d c, equiangolo al triangolo, a b e, perche hauendo l'angolo, a c d, & l'angolo, a e b, una medesima basa di circonferentia quelli uengono a esser fatti in una medesima portione di cerchio laqual è la portione, a c e b, e perho sono tra loro eguali per la sopradetta uigesimaprima del tercio similmente perche l'angolo, a d c, fatto dalla perpendicolare, a d, è retto, & etiam l'angolo, a b e, per esser fatto nel meggio cerchio, a b e, per la sopradetta trigesimaprima del tercio è perretto seguita senz'alcun dubbio per la trigesimaseconda del primo dil detto nostro il triangolo, a d c,

golo,a d c,essere equiangolo al triangolo,a b c,per il che la proportione del lato,a c,del triã
golo,a d c,al lato a c,del triangolo,a b c,sarà come dal lato,a d,del triangolo a d c,al lato,a
b,del triangolo,a b c,per ilche di nouo il dutto del lato,a c,prima,nel lato,a b,quarta,sarà
eguale al dutto della perpendicolare,a d,tercia nel diametro,a e,seconda. Et quando essa per
pendicolare cadesse nel lato del triangolo,come in questa tercia figuratione,all'hora il lato,
a c,sarebbe il diametro del cerchio,che circunscriueria tal triangolo,per che essendo il lato
a b,perpendicolare sopra la basa b c,l'angolo,a b c,verria a esser retto,& essendo retto quel-
lo per il cõuerso modo della già detta trigesimaprima del tercio,verria a esser fatto nel meg
gio cerchio,& essẽdo fatto nel meggio cerchio,il detto lato,a c,verrebbe a esser il diametro
de tal cerchio come habbiamo detto. Et essẽdo il detto lato,a c,diametro del detto cerchio,
& lo lato,a b,perpendicolare,seguita ancora che il dutto de l'uno in l'altro de gli detti dui lati,
a b,& a c,sia eguale al dutto della perpendicolare,a b,nel diametro,a c,anci e quel medesimo
perche essa perpendicolare e diametro, sono gli medesimi lati. Et per-che come piu volte in
altri lochi habbiamo detto,del dutto di meggio il diametro del cerchio inscritto a ogni
triangolo nella metà de tutti gli lati di quello,ne peruiene la superficie di esso triangolo. Si-
milmente del dutto della metà della perpendicolare nella,basa d'ogni triangolo ne peruie-
ne pur ancor essa superficie de tal triangolo,saranno adunque gli lati de questi tal prodotti
proportionali in questa forma videlicet,che dal meggio diametro del cerchio inscritto a tal
triangolo che in questo loco,e 4 alla mità della perpendicolare di quello,che qui e 6. sarà
come della basa di esso triangolo,che qui e la b c,laqual pongo essere 1 co. alla meta de tutti
e suoi lati. Adunque moltiplicando 6,per 1 co.& il prodotto qual e,6 co. partendo per 4. ci
uerrà 1 ½ co.per la meta de i lati del detto triangolo,a b c,gli quali essendo duplicati ci ver-
rà 3 co.per la summa de tutti essi lati. De iquali abbattendone la basa scilicet,1 co.restarà,2
co.per ambidui gli lati,a b,& a c,di quello congionti insieme. De iquali bisogna farne due tal
parti che del dutto dell'una in l'altra,ne peruenghi,300,ilche si fa in questo modo videlicet
pigliãdo la meta di esso congionto,laqual e,1 co.e quadrandola che fa,1 ce. del qual ce. se ne
abbatte,300,che resta 1 ce.men 300.delqual residuo,se piglia la sua radice,laqual e ℞ V. 1
cen.men 300. Et quella si aggionge sopra 1 co.& ancor si abbatte de 1 co.che quando e ag-
gionta fa,1 co. p̃ ℞ V. (1 cen.men 300.) per il maggiore de detti dui lati,cioe per lo,a c,&
quando e abbattuta resta 1 co.men ℞ V. (1 ce.men 300) per lo minore,cioe per lo,a b,hor
siano quadrati questi dui lati,che per lo maggiore si hauerà 2 cen.men 300 p̃ ℞ V. (4 cece.
men 1200 ce.) Et per lo minore 2,cen.men 300 men ℞ V. (4 cece.men 1200 ce.) Et di poi
sia abbattuto il minor del maggior,che restarà ℞ V. (16 cece.men 4800 ce.) & questo tal re-
siduo sia diuiso per la basa,b c,idest per 1 co.che ne uerrà ℞ V. (16 ce.men 4800) & questo
tal auenimento sia detratto di essa basa,cioe de 1 co.che restarà 1 co.men ℞ V. (16 ce.men
4800) & di questo residuo ne sia presa la meta,laqual e ½ co.men ℞ V. (4 ce.men 1200) che
essa mita sarà la minor parte di essa basa,b c,laqual parte vien definita & assignata ouer taglia
ta della perpendicolare dutta da l'angolo,a di esso triangolo a detta basa,cioe la parte,b d.
videlicet,quando detta perpendicolare cade di dentro dal detto triangolo. Ma quando quel
la cadesse di fuori,doue hauemo detratto ℞ V. (16 co.men 4800.) de 1 co. bisognerebbe de-
trare 1 co.de ℞ V. (16 ce.men 4800) che restarebbe ℞ V. (16 ce.men 4800) men 1 co.& poi
di tal residuo pigliarne la meta laqual sarebbe ℞ V. (4 cen.men 1200) men ½ co.che essame
te sarebbe la quantità della linea,laqual andrebbe aggionta in continuo e diretto a detta ba
sa,b c,dalla parte del puncto,b fino al puncto,d,doue caderebbe essa perpendicolare di fuor
del triangolo,laqual pongo esser la linea,b d,della seconda figuratione. Ma perche qui non si
cognosce se detta perpendicolare cadde di dentro,o,di fuori,ouer nel lato di esso triango-
lo pertho non voglio che sia posto mente a questo fino che la si hauerà trouata in luce perche
eglie il procedere di sorte tale,che qui non importa niente,a sapere se essa perpendicolare
cadde di dentro o,di fuori,ouer nel lato di esso triãgolo,imperoche in ogni modo,quella me
ta del residuo,che resta doppoi detratta ℞ V. (16 cen.men 4800) suor de 1 co.ouer 1 co.fuor
de ℞ V. (16 cen.men 4800) sempre per regula generale,bisogna quadrarla,& tal suo quadra-
to detrare del quadrato del lato menore,cioe del,a b. Et perche tanto fa a quadrare ½ co.
men ℞ V. (4 ce.men 1200) ch'è l'una di dette mita,quanto a quadrare ℞ V. (4 ce.men 1200)
men ½ co. ch'è l'altra. imperoche quello de luna,& l'altra,fa 4 ½ ce.men 1200 men ℞ V. (4
cece.men 1200 cen.) come cadauno da si medemo puo esperimentare,pertho cadde essa per
pendicolare come si uoglia,detraremo il quadrato delqual si uogli di dette mita d'essi residui,
cioè,4 ¼ cen.men 1200.men ℞ V. (4 cece.men 1200 ce.) suor del quadrato del lato mino-

re di detto triangolo, cioè del a b, qual quadrato e 2 ce. men 900 men ℞ V. (4 cece. mẽ 1200 cen. che ci restarà 900 men 2 $\frac{1}{4}$ ce. per il quadrato della perpendicolare a d. ma essa perpendicolare l'habbiamo trouata esser, 12. adunque 900 men 2 $\frac{1}{4}$ cen. sarà eguali al quadrato de 12, idest a 144. reguaglia le parti e ponela in luoco che tu trouerai il cen. valer. 336. Et la co. la radice sua idest ℞ 336. e tanto serà la basa, b c. di esso triangolo, & gli altri dui lati, essendo tra tutti dui congionti insieme, 2 co. come di sopra si hanno trouati, quelli saranno il doppio de ℞ 336 videlicet ℞ 1344. ci resta de questi dui lati farne doe tal parti che il dutto dell'uno in l'altro faccia, 900. & ancora di trouare la quantità dell'area superficiale de tal triangolo. Ma a diuidere il congionto de essi dui lati idest ℞ 1344 talmente, che il dutto dell'uno in l'altro faccia, 900 pigliaremo la meta de ℞ 1344. laqual e per ℞ 336 & del suo quadrato qual e 336. ne abbatteremo 300. che restarà, 36, del qual residuo pigliandone la radice laqual e 6. & essa posta sopra ℞ 336. & ancor detratta de ℞ 336 che quando è aggionta ne uiene ℞ 336 p̃ 6 per lo lato maggiore de detto triangolo, cioè per lo, a c. & quando e detratta ne resta ℞ 336 mẽ 6 per lo menore, cioè per lo, a b. & così diremo, che il lato menore, a b. del proposto triangolo, a b c, e ℞ 336 men 6, & lo a c. maggiore ℞ 336 p̃ 6. & la basa b c. ℞ 336. Et volendosi ancor l'Area superficiale di esso triangolo, multiplicheremo la meta della perpendicolare, a d. nella basa, b c. idest 6. in ℞ 336. che ne uerrà ℞ 12096 per detta area superficiale & a questo modo, uenimo ad hauer satisfatto a quanto ci e stato proposto dil che volendone far proua. quadra il lato, a c. qual lato habbiamo trouato esser ℞ 336 p̃ 6 che fa 372 più 12 fiate ℞ 336, del qual quadrato detrazene quello del a b (quale per hauersi trouato detto lato, a b. esser ℞ 336 men 6 vien a essere, 372 men 12 fiate ℞ 336) che restarà 24 fiate ℞ 336. qual residuo (secondo il soprascritto nostro general proceder in ritrouare doue cadde la perpẽdicolare de ogni triangolo) e da esser partito ouer diuiso per la quantità della basa, cioè per ℞ 336. che ne uerrà 24. imperoche essendo tal residuo, 24 uolte essa ℞ 336. partẽdo quello per una fiata essa medema ℞ 336. quella senz'alcun dubbio ne intrerà a punto, 24 fiate, e qual 24 per esser più che la detta basa idest più che ℞ 336, non si puo estrahere di quella, dal che ne seguita, la cognitione, che la perpendicolare de tal triangolo cadde fuor di quello imperoche quando quella cadesse di dentro, lo auenimento dil detto partire, esso residuo che rimane della detrattione del quadrato del lato menore, fuor di quello del maggiore, si potrebbe estrahere di essa basa, & ci restaria ancor qualche cosa, & quando lo auenimento di esso partire fusse eguale a essa basa, allhora detta perpendicolare caderebbe nel lato, idest esso lato sarebbe detta perpendicolare. Adũq; non potẽdosi estrahere, 24 fuor de ℞ 336 sia estratta ℞ 336 fuor de 24, che restarà, 24 men ℞ 336 de qual residuo ne sia preso la metà, laqual e 12 men ℞ 84, che quella serà la quantità della linea, b d, che va aggionta in continuo e diretto alla basa, b c. cioè dal ponto b. fino al d. doue cadde essa perpendicolare di fuor del triangolo, il quadrato dellaqual linea b d. qual e 228 men 24 volte ℞ 84. (che vien a esser 228, men 12 volte ℞ 336, per esser detta ℞ 336 doppia a ℞ 84) sia detratto del quadrato del lato, a b. qual e 372 men 12 fiate essa radice 336, che restarà apuntto, 144 per il quadrato della perpendicolare, a d. che, e il proposito. Et se'l si dicesse, egli e il triangolo, a b c, che il diametro del cerchio inscritto in quello, e 14 & quello del circunscritto e 42 $\frac{1}{2}$. Et il dotto del lato, a b. nel a c. sia 680. si dimanda la notitia de ciascun lato di esso triangolo. Procederesti medesmamẽte secondo che si ha fatto di sopra si che facendo trouaresti la co. valer 42. e tanto sarebbe la basa, b c. di esso triangolo, & gli altri dui lati congionti insieme sarebbono 54 de iquali facẽdone doe tal parti che il dotto de l'una in l'altra facesse 680 trouaresti il minore cioè lo, a b. essere 20. & il maggiore, cioè lo, a c 34. & la perpendicolare cadere di dentro da esso triangolo, si che potrai da te medesmo, ꝑ esser la soprascritta regula generale, soluere questo, & altri simili, pur che siano possibili, senza che io abundi in più longo dire. &c.

Quadragesimotertio Egli e il triangolo, a b c, del quale il lato, a b. e 30, lo, a c. 40 & la basa b c. e 20, & dal ponto, a. è



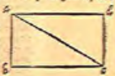
condotta alla detta basa b c. la linea, a d. laqual diuide essa basa in doe parti eguali in ponto, d. & faccio un cerchio di tal qualità, che il lato del pẽtagono, a esso medesimo cerchio inscritto e 10. & la circunferencia di esso cerchio transisse per il detto ponto, a segando le tre linee a b, a c, & a d. talmente che quello che, e contenuto sotto tutta la, a b, & quella sua parte, a o, che rinchiude dentro di se il detto cerchio, & ancor quello, che e contenuto sotto tutta la a c, & quella sua parte, a e, che rinchiude pur di dentro di se el medesimo cerchio, ambi doi questi prodotti aggiõti insieme sono doppi a quello ch'è prodotto da tutta la a d, in quella sua parte sua parte a s, che ancor rinchiude dentro di se, il medesimo cerchio. Si dimanda quanto cadde lontano, il centro di detto cerchio a cadauno de gli tre ponti, b, d, & c. Et etiam quanto saranno cadauna delle parti a c, a s, & a n di esse tre linee a b, a d, & a c, lequal parti rinchiude ouer taglia dentro di se il detto cerchio.

Prima & principalmente le necessario di sapere doue cadde il centro d'un tal cerchio, che tagli ouer seghi le dette tre linee, a b, a d, & a c, secondo la detta conditione, cioe che gli rettangoli cōtenuti sotto cadauna delle due, a b, & a c, in le sue parti a o, & a n, lequal parti rinchiude dētro di se il detto cerchio aggionti insieme, siano doppi al solo rettāgolo che, e fatto da tutta la, a d, in la sua pte, a s laqual par rinchiude dentro di se il medesimo cerchio. ilqual centro dico, sempre cadere nella perpendicolare de tal triangolo, & che ogni volta che tal centro sarà affirmato in detta perpendicolare, & che la circōferentia sia fatta transire per il detto ponto, a, che essa circonferentia tagliarà le dette linee, secondo che si ricercha, laqual cosa geometricamente voglio dimostrare & approbare, in questo modo videlicet. Deducendo la perpendicolare, a m, dall'angolo a, di esso triangolo alla basa, b c, di quello alongata in continuo e diretto dalla parte del ponto, b, di questa seconda figuratione quanto faccia bisogno. Atento che essa perpendicolare (per esser il quadrato del lato, a c, maggiore, che nō e gli quadrati de gli altri dui lati, a b, & b c, di esso triangolo aggionti insieme) cadde di fuori di quello. Et poi facendo il cerchio, a l o s n, di che grandezza mi pare & piace, pur che il diametro di quello non sia maggiore della detta perpendicolare a m, & che la circonferentia sua transisse per il ponto a, doue hanno principio & origine le dette tre linee, a b, a d, & a c, il centro dil qual cerchio pongo che sia il ponto, i. Et poi dalla estremità di tal cerchio, cioe dal ponto l, tiro la linea, l u, equidistante alla, m c, laqual sega tutte tre le ditte linee, a b, a d, & a c, ne gli ponti, p t u, & conciosia che l'angolo che, e al ponto, m, causato dalla perpendicolare a m, sia recto, sarà medesimamente per la uigesimanona del primo di Euclide, ancor l'angolo che, e al ponto, l, retto, & essendo l'angolo, l, retto per la penultima di esso primo gli quadrati delle due linee, a l, & l p, sono eguali al quadrato della, p a, il quadrato del a p, e eguale per la seconda dil secondo dil detto nostro a gli dui rettangoli contenuti sotto tutta detta, a p, & ambedue le sue parti a o, & o p, & perche quello ch'e contenuto sotto la detta a p, segante il detto cerchio in la sua parte estrinseca, o p, e eguale per la trigesimasesta dil terzo del medesimo nostro al quadrato della, l p, tocante esso medesimo cerchio, seguita che il rettangolo contenuto sotto tutta essa, a p segante in la sua parte, a o, intrinseca al detto cerchio, sia eguale al quadrato della, a l, per il che essa, a l, sarà media proportionale (per la decimasettima dil sesto dil prefatto nostro) tra tutta la, a p, & la sua parte, a o, cioè che la proportione, da detta a p, a detta, a l, sarà come da essa a l, alla parte, a o, della medesima, a p. Ancora conciosia che la, l u, sia equidistante alla, m c, sarà per la secōda del detto sesto la proportione dalla b p, alla, a p, come dal m l, al a l, per laqual cosa permutatamente dalla b p, al m l, sarà come dal, a p, al a l, e in summa per la decimaottava del quinto del medesimo nostro, da tutta la, a b, a tutta la, a m, sarà come dal a p, al a l, ma dalla a p, al a l, e come dalla medema, a l, ala o, come e sta approbato di sopra. Adunque dal, a b, al, a m, è come dal, a l, al a o, per laqual cosa per la decimasesta dil sesto prefatto nostro, il rettangolo contenuto sotto la, a b, prima & la, a o, quarta sarà eguale al rettangolo contenuto, sotto la, a m, seconda, & la, a l, tercia, & a simil modo si approuarà, che il rettangolo contenuto sotto tutta la, a d, & la sua parte a s, & ancor quello, che e contenuto sotto la, a c, & la sua parte, a n, esser eguali cadauno di loro al medesimo rettangolo, contenuto sotto la perpendicolare, a m, & il diametro, a l, per laqual cosa essendo cadauno de essi tre rettangoli contenuti sotto la, a b, & la sua parte, a o, sotto la, a d, & la sua parte, a s, & sotto la, a c, & la sua parte, a n, eguali al rettangolo contenuto sotto la perpendicolare, a m, & il diametro a l, seguita quelli esser tra loro eguali. Et perho quello che e fatto dal, a b, in la, a o, & ancor quello che e fatto dalla, a c, in la, a n, ambidui que di rettangoli aggionti insieme seranno doppi a quello che e fatto dal, a d, in la, a s, per il che egli e chiaro e manifesto, che il centro del detto cerchio senz'alcun dubbio si ha sempre da affirmare & stabilire nella detta perpendicolare dapoi che la circumferentia di esso cerchio passando per il detto ponto, a, taglia le dette tre linee, a b, a d, & a c, secondo che si ricercha, & non solamente esso centro si ha da stabilire & affirmare in detta perpendicolare, quando quella cadde fuor del triangolo, ma ancora quando cadde di dentro, ouer in uno de i lati, il che se approba con gli medesimi modi & cō gli medesimi meggi che si ha fatto di sopra quando cadde

do cadde di fuori. Ma volendo sapere, quanto il detto centro sia lontano da cadauno de gli tre ponti, b c e. Et etiam che parte taglia con la circonferentia sua delle tre linee, a b, a d, & a c, quando esso cerchio sia di tal grandezza, che il lato del pentagono a quello inscritto sia, 10 teniremo questo ordine, cioè che prima trouaremo la quantità del diametro di detto cerchio che circonscriue il detto pentagono ponendo pur che quello sia il medesimo diametro a l, della soprascritta seconda figuratione. & ancor ponendo quello per quantità essere 1 co. & per che il detto nostro Euclide nella duodecima del duodecimo, ci fa cognoscere, che detrahendo delli $\frac{1}{5}$ del detto diametro, una linea che sia media proportionale tra essi $\frac{1}{5}$ & $\frac{4}{5}$ di detto diametro, resta quella parte di esso diametro, laquale e segata da quella linea; che sotto tende all'angolo di esso pentagono (contenuto da dui de suoi lati) quando esso diametro viene dal detto angolo pentagonico diuidendo ortogonalmente in doi equal parti, essa linea sottotendente a tal angolo pentagonico. Adunque multiplicando $\frac{1}{5}$ co. per $\frac{4}{5}$ co. che fa $\frac{4}{25}$ ce. & di tal prodotto pigliandone la radice, laqual e per ℞ $\frac{4}{25}$ ce. & quella detrahendo de $\frac{5}{5}$ co. che resta $\frac{5}{5}$ co. men ℞ $\frac{4}{25}$ cen. per quella parte di esso diametro che e segata da detta linea, che sotto tende al detto angolo pentagonico al predetto modo, adunque multiplicando tutto esso diametro in detta sua parte tagliata da detta linea, sottotendente a tale angolo pentagonico, cioè 1 co. in $\frac{5}{5}$ co. men ℞ $\frac{4}{25}$ cen. per la penultima del primo, tertia del secondo, & trigesimaquinta del tertio di esso nostro tal prodotto qual e $\frac{5}{5}$ cen. men ℞ $\frac{4}{25}$ cece. sarà eguale al quadrato del lato di esso pentagono al detto cerchio inscritto idest al quadrato de 10, qual e 100. Adunque essendo $\frac{5}{5}$ ce. men ℞ $\frac{4}{25}$ cece, eguali a 100, aggiongeremo ℞ $\frac{4}{25}$ cece. a cadauno de essi estremi che hauremo poi $\frac{5}{5}$ cen. eguali a 100 p̃ ℞ $\frac{4}{25}$ cece. & leuando il numero cioè 100 da l'uno & l'altro de essi estremi, si hauera $\frac{5}{5}$ cen. men 100 eguali a ℞ $\frac{4}{25}$ cece. e multiplicando cadauno de essi estremi in se medesimi per leuare detta radice di detta equatione, ci uerra $\frac{25}{25}$ cece. p̃ 10000 men 200 cen. eguali a $\frac{4}{25}$ cece. E ragguagliando le parti e partendo tutta la equatione per il numero di cece. finalmente si hauera 1 cece. p̃ 32000 eguali a 400 ce. e ponendola in luce secondo la regula de tal capitolo trouaremo il ce. valer 200 p̃ ℞ 8000. & la co. ℞ V.(100 p̃ ℞ 8000) p̃ ℞ V.(100 men ℞ 8000) e tanto se dira essere il detto diametro, a l, dil predetto cerchio, quando il lato del pentagono a quello inscritto sia posto esser 10 vero, e che si puo ancor dire, detto diametro essere ℞ V.(200 p̃ ℞ 8000) che ueramente tanto e a uno quanto all'altro modo. Hor trouiamo la quantità della perpendicolare, a m, & ancor della linea, a d, procedendo secondo che ce insegna la duodecima del secondo del sopradetto nostro, cioè quadrando la, a b, qual e 30, che fa 900 di quadratura, & ancor quadrando la basa, b c, laqual è 20 che fa pur 400 di quadrato, che aggionti insieme ambi dui questi quadrati fanno 1300, laqual summa detraremo del quadrato del, a c, qual e 40, che fa 1600 da quadratura, che ci restera 300, delqual essendo pigliandone la metà laqual e, 150 & quella partendo per detta basa, b c, cioè per 20, ci uerra 7 $\frac{1}{2}$ per la linea, l b, laqual è aggionta in continuo e diretto a detta basa b c, il quadrato della qual linea, l b, qual è 56 $\frac{1}{4}$ essendo detratto del quadrato del lato, a b, qual e 900, ci restarà 843 $\frac{3}{4}$ per il quadrato della perpendicolare, a m, & la sua radice qual e per ℞ 843 $\frac{3}{4}$ sarà essa perpendicolare, & per che la metà della basa, b c, e 10, & la linea, m b, a quella aggionta in continuo e diretto, e 7 $\frac{1}{2}$ sarà tutta la, m d, 17 $\frac{1}{2}$ dellaquale il suo quadrato, e 306 $\frac{1}{4}$ che aggionto con quello della perpendicolare, a m, qual e 843 $\frac{3}{4}$ si hauera in tutto, 1150 per il quadrato della linea, a d, la radice delqual quadrato, qual e ℞ 1150, sarà la quantità di essa linea, a d. Hor trouamo la quantità delle parti, a o, a s, & a n, delle tre linee, a b, a d, & a c, lequal parti rinchiude over taglia dentro di se il detto cerchio, partendo il quadrato del diametro a l, quale habbiamo trouato essere, 200 p̃ ℞ 8000, per cadauna di esse tre linee, a b, a d, & a c, atteso che tanto debbe fare il rettangolo contenuto, sotto cadauna di esse tre linee, a b, a d, & a c, in le dette sue parti, a o, a s, & a n, segate del detto cerchio debbe essere eguale, a detto quadrato di esso diametro, a l, come di sopra geometricamente si ha prouato. E perho partendolo primamente per la, a b, laqual e 30, ci uerra 6 $\frac{2}{3}$ p̃ radice 8 $\frac{8}{9}$ per la parte a o, di essa medesima, a b. Poi partendolo per la, a d, laqual e radice 1150, ci uerra radice 34 $\frac{18}{23}$ p̃ radice 6 $\frac{22}{23}$ per la parte a s, di detta linea, a d, & ancor partendolo per la, a c, laqual e 40, ci uerra 5 p̃ radice 5 per la parte, a n, di essa, a c, ci resta solamente a sapere quanto sia lontano il centro, i, dil detto cerchio a cadauno de gli tre ponti b, d, & c, che ancor questo si trouarà, quadrando prima tutta la linea, m c, laqual, e 27 $\frac{1}{2}$ che fa 756 $\frac{1}{4}$ di quadratura, poi quadrando etiam la i, m, laqual vien a essere radice 843 $\frac{3}{4}$ men radice V.(50 p̃ radice 500) perche essendosi trouata tutta la perpendicolare, a m, esser radice 843 $\frac{3}{4}$ & ancor il quadrato de tutto il diametro, a l, 200 p̃ radice 8000. Seguita

8000. Seguita che la detta linea.l m. venghi a restar ℞ 843 $\frac{3}{4}$ men ℞ V.(50 p̃ ℞ 500) cioè ℞ 843 $\frac{3}{4}$ meno la radice della quarta parte di tutto il quadrato di esso diametro.a l, laqual radice uien ad essere la metà di esso medesimo diametro. E perho il quadrato di detta linea, l m, sarà 893 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 500. men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5695312500) alqual aggiongendoui il quadrato della m c, cioè 756 $\frac{1}{4}$ farà in tutto 1650 p̃ ℞ 500. men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea che uiene mentalmente protratta dal centro, i del detto cerchio al pončto c, & questo per la penultima del primo del sopradetto nostro (attento che l'angolo qual è al pončto m, e retto) delqual quadrato pigliandone la radice quella sarà la uera quantità secondo laquale il detto centro, i, e lontano dal detto pončto, c per ilche si dirà che centro, i sia lontano dal pončto, c la radice de, 1650 p̃ ℞ 500 mē ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) Ancor quadrando la linea, m d, laqual e, 17 $\frac{1}{2}$ che fa 306 $\frac{1}{4}$ di quadratura, & esso quadrato aggiongendolo sopra quello della linea.l m, cioè sopra 893 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 500 men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) farà in tutto per le auttorità e raggion di sopra allegate, 1200 p̃ ℞ 500 men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea, che mentalmente si puo intendere esser tirata dal detto centro, i al pončto, d E perho se dira esso centro i, esser lontano dal pončto, d la radice de 1200 p̃ ℞ 500 men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) & ancor quadrando la linea, m b, laqual e 7 $\frac{1}{2}$, & esso suo quadrato qual e 56 $\frac{1}{4}$ aggiongendo sopra il medesimo quadrato della, l m, cioè sopra 893 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 500 mē ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) farà in tutto 950 p̃ ℞ 500 men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea, che ancor mentalmente si puo intendere esser tirata da esso medesimo centro, i al pončto b, e perho si puo dire ditto centro, i, esser lontano dal detto pončto, b, la radice de 950. p̃ ℞ 500. men ℞ V.(168750 p̃ ℞ 5965312500) & a questo modo uenimo ad hauer satisfatto in tutto e per tutto alla detta dimanda. Ma egl'e da notare che in tutti gli lochi doue, si dice radice V. tanto men radice tanto, che quel secondo termine che dice piu uuol dire tanto piu meno e non altrimenti. &c.

Egli è un quadrilatero ouer parallelogrāmo rettāgolo parte altera longiore a b c d, che la summa de tutti quatro e suoi lati & etiam dil suo diametro fanno 164 $\frac{1}{2}$ & la sua superficie, e 735 si dimanda la notitia de ciascun suo lato. & ancor del diametro. quadragesimoquarto



Questa propositione ouer quesito, mi fu proposto da pre Antonio da monopoli, & la sua rissolutione si fa in questo modo videlicet ponendo che dui di lati di esso parallelogrammo, cioè un di corti, & un di longhi iquali contengono langolo retto di quello insieme aggionti siano 1 co. per ilche ancor gli altri dui uerranno a esser medemamente 1 co. & il diametro verrà a esser il rimanente da 2 co. fin 164 $\frac{1}{2}$ cioè 164 $\frac{1}{2}$ men 2 co. ilqual diametro viene a diuidere esso parallelogrāmo in dui triāgoli rettangoli equali l'uno all'altro habente ciascun di loro per suoi lati, dui di quelli dil detto parallelogrāmo cioè un di corti & un di longi, & per basa il diametro, a c di quello il quadrato dilqual diametro e equale a gli quadrati de dui lati contenenti l'angolo retto di esso parallelogrāmo, & il quadrato de dui lati contenenti esso angolo retto ponendosi esser congionti in una sol linea come si pongono e equale alli quadrati de ambedui le sue parti, cioè de ambi dui essi lati, & al doppio dil dutto de l'una in l'altra di esse parti cioè de l'uno in l'altro di essi lati. Ma dil dutto di una in l'altra di esse sue parti ouer de essi lati ne peruiene la superficie di esso parallelogrammo, cioè 735. Adunque il doppio de 735, che e 1470, sarà il doppio dil dutto de l'una in l'altra de ditte parti ouer de essi lati, cioè de 1 co. che si pongono esser congionti insieme, ilqual doppio di superficie aggiongendolo al quadrato del detto diametro cioè al quadrato de 164 $\frac{1}{2}$ men 2 co. (ilqual quadrato e quanto gli quadrati de dui lati contenenti l'angolo retto aggionti insieme.) quella summa sarà equale al quadrato de quella linea che e composta d'ambidui essi lati contenenti detto angolo retto videlicet al quadrato de 1 co. che si pongono esser. Ma il quadrato de 164 $\frac{1}{2}$ men 2 co. e 27060 $\frac{1}{4}$ p̃ 4. cen. men 658 cosa, alquale aggiongendoli detto doppio di superficie cioè 1470 fa in tutto 28530 $\frac{1}{4}$ p̃ 4 cen. men 658 co. Et il quadrato de 1 co. cioè de dui lati contenenti l'angolo retto congionti insieme e, 1 cen. adunque 28530 $\frac{1}{4}$ p̃ 4 cen. men 658 co. indubitatamente saranno equali a 1 ce. Et restorando le parti 28530 $\frac{1}{4}$ p̃ 3 ce. saranno poi equali 658 co. e diuidēdo la equatione per il numero di censi idest per 3 ci uerranno 9510 $\frac{1}{12}$ equalia 219 $\frac{1}{3}$ co. & pigliando la metà dil detto numero delle co. laqual e 109 $\frac{2}{3}$ & quella multiplicando in se medesima che fa 12026 $\frac{7}{9}$ & di tal prodotto detrahendo il numero della equatione, cioè 9510 $\frac{1}{12}$ ci restarà 2516 $\frac{25}{36}$ dilqual residuo pigliandone la radice laqual e 50 $\frac{1}{6}$ & quella detrahēdo della detta metà del numero delle co. perche qui aggiongendola non fa lo effetto dil detto quesito ci restarà $59\frac{1}{2}$ per ualuta della co. et tanto uien a essere gli dui lati contenenti l'angolo retto del soprascritto parallelogrammo congionti insieme. Et altrotanto egli altri dui di modo che tra tutti quattro sono 119. Et il restante da 119 fin $164\frac{1}{2}$ che è $45\frac{1}{2}$ uien a essere la quantità del diametro. ci resta a diuidere essi dui lati contenenti detto angolo retto, cioè $59\frac{1}{2}$ in doi tal parti, che il ducto de l'una in l'altra di esse parti faccia 735, cioè la superficie del detto parallelogrammo il che si fa pigliando la metà dil detto $59\frac{1}{2}$ laqual è $29\frac{3}{4}$ & quella moltiplicando in se medesima che fa $885\frac{1}{16}$ & di tal prodotto detrahendo 735 che resta $150\frac{1}{16}$ & di questo residuo pigliando la radice laqual è $12\frac{1}{4}$ & quella aggionta sopra la detta metà de $59\frac{1}{2}$ cioè sopra $29\frac{3}{4}$ & ancora detratta de esso $29\frac{3}{4}$ che quando è aggionta ne resulta 42 per il maggiore di detti dui lati contenenti esso angolo retto di tal parallelogrammo. & quando e detratta ne rimane $17\frac{1}{2}$ per il minore de essi lati & cosi se dirà che cadauno di dui lati maggiori di esso parallelogrammo è 42. & cadauno di dui minori è $17\frac{1}{2}$ & il diametro è $45\frac{1}{2}$ che gionti insieme tutti quattro essi lati con il diametro fanno ben a puntino $164\frac{1}{2}$ come debbon fare. Et ancor moltiplicando un di lati maggiori cioè 42 per un di minori idest per $17\frac{1}{2}$ fanno ben apontino 735, che è il proposito.

Quadragesimoquinto Ancor egli è un'altro parallelogrammo rettangolo parte altera longiore. a b c, dil quale tutti e suoi lati aggionti insieme con il suo diametro sono 150 & l'area sua è 600 si dimanda quanto è cadauno de essi lati separatamente, & ancor quanto è il diametro.

Questo si risolue nel medesimo modo che si ha risolto il precedente. a tenuto che il diametro a c. di esso parallelogrammo diuide quello in dui triangoli ortogoni, come è sta detto nella risolutione di esso precedente. E perho ponendo che dui de suoi lati contenenti un de suoi angoli di questo parallelogrammo (dalqual lati uien prodotta l'area superficiale di esso parallelogrammo per esser il detto angolo retto) insieme aggionti siano 1 co. per il che gli altri dui lati saranno ancor loro 1 co. & il diametro sarà il rimanente da 2 co. fin 150. uidelicet 150 men 2 co. e quadrando detto diametro che fa 22500 ꝑ 4 ce. men 600 co. & a esso quadrato aggiongendo il doppio della superficie di esso parallelogrammo idest, 1200 tal summa laqual è 23700 ꝑ 4 ce. mē 600 co. per le raggion addutte sopra il precedente sarà eguale al quadrato di dui lati contenenti esso angolo retto dil presente parallelogrammo, uidelicet al quadrato de 1 co. che son posti esser congionti insieme qual quadrato è 1 ce. & essendo 23700 ꝑ 4 ce. men 600 co. eguali a 1 ce. restaurando le parti & reducendo la equatione al debito ordine, si hauerà finalmente 7900 ꝑ 1 ce. eguali a 200 co. del qual numero de co. pigliādone la metà laqual è 100 & quella reducēdo al suo quadrato che fa 10000 & di tal prodotto detrahendo il numero della equatione cioè 7900 resta 2100. & di tal residuo pigliandone la radice, laqual è per cosi longamente detta ℞ 2100 & essa radice detrahendola di essa metà del numero delle co. che quello ci restarà qual è 100 mē ℞ 2100 sarà la uera ualuta della co. di detta equatione, e tanto si dirà esser dui di lati contenenti esso angolo retto dil detto parallelogrammo congionti insieme, & altro tanto sono gli altri dui a quelli oppositi, & la somma de tutti quattro laqual è 200 men ℞ 8400 detratta de 150 tal rimanente che è ℞ 8400 men 50 sarà la quantità del diametro di esso parallelogrammo. Ci mancano solamente a diuidere il congionto de essi dui lati contenenti il detto angolo retto dil detto parallelogrammo, cioè 100 men ℞ 2100 in due tal parti che il prodotto de l'una in l'altra faccia 600 il che farassi in questo modo uidelicet pigliando la metà di esso congionto de detti dui lati, laqual metà è 50 men ℞ 525 & di essa metà facendone il quadrato, qual è 3025 men ℞ 5250000, & di quello detrahendo 600 (cioè la superficie che debbon fare essi lati, moltiplicati l'uno in l'altro doppo che saranno diuisi) che restarà 2425 men ℞ 5250000 del qual residuo pigliandone la radice laqual è ℞.V.(1212$\frac{1}{2}$ ꝑ ℞ 157656$\frac{1}{4}$) men ℞ V.(1212$\frac{1}{2}$ men ℞ 157656$\frac{1}{4}$) & quella posta sopra la detta metà del congionto de detti lati, cioè sopra 50 mē ℞ 525. Et ancor detratta di essa metà idest di detto 50 men ℞ 525, che quādo è aggionta ci uiene la quantità del maggiore de detti dui lati, cioè 50 men ℞ 525 ꝑ ℞.V.(1212$\frac{1}{2}$ ꝑ ℞ 157656$\frac{1}{4}$) men ℞.V.(1212$\frac{1}{2}$ men ℞ 157656$\frac{1}{4}$) & quando è detratta, ci rimane la quantità del minore idest 50 men ℞ 525, men ℞.V.(1212$\frac{1}{2}$ ꝑ ℞ 157656$\frac{1}{4}$) men ℞.V.(1212$\frac{1}{2}$ men ℞ 157656$\frac{1}{4}$) & cosi hauemo adempita la detta dimanda. ma bene me immagino che molti saranno quelli che per la diuersità delle quantità irrationali che pertengono di questa resolutione, non uorranno affatticharse a uederla cosi minutamente. Ma gli perspicaci ingegni liquali hanno apiacere di saper risoluere le cose difficile ben se gli affaticheranno dentro quanto sarà debisogno.

Item egli è un'altro quadrangolo rettangolo a b c d. delquale la longhezza a b, è 8 piu che la larghezza a c, & la sua area con il diametro a d, è 120, Addimandasi quanto è la longhezza & larghezza sua. Quadragesimo sesto

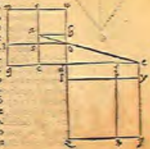
Ch i ponesse, che la longhezza del detto quatrangolo fusse 1 co. necessariamête la longhezza sua sarebbe 1 co. p̃ 8, e procedendo per questa uia si uerrebbe a capitolo tanto alto, che per le cose fin hora dette & decchiarite, non si saperebbe poi trarlo in luce, di maniera che il detto quesito ci restarebbe ignoto, come esperimentando cadauno se ne potra chiarire. E però bisogno sempre nel primo apponere aduertire di apponersi talmente, che se egli è possibile si possino ridurre a capitolo ordinario, cioè ad alcun de quelli a iquali si ha posta & assignata regola di porli in luce, come si uedra nel presente, imperoche ponendo la detta larghezza 1 co. men 4 sarà poi la longhezza 1 co. p̃ 4, idest 8 de piu. Et moltiplicando detta longhezza per la larghezza farà 1 ce. men 16 per la superficie ouer area di detto quatrangolo, è ancor quadrando detta longhezza, cioè 1 co. p̃ 4, che fa 1 cen. p̃ 8 co. p̃ 16 Et similmente quadrando la larghezza uidelicet 1 co. men 4 che fa 1 ce. p̃ 16 men 8 co. & questi doi quadrati aggiongendo insieme che fa 2 ce. p̃ 32 questa summa sarà tanto quanto è il quadrato del diametro a d, dellaqual presa la radice, che è R.V. 2 cen. p̃ 32. Et questa posta sopra l'area di esso quadrangolo, cioè sopra 1 cen. men 16, farà in tutto 1 ce. men 16 p̃ R.V. (2 ce. p̃ 32) per l'area, & diametro di detto quadrãgolo, laqual area & diametro hâ da esser eguali dal presupposito a 120 ci bisogna uolendola trare in luce aleuar uia detta radice, laqual cosi si fa in q̃sto modo uidelicet, desconpagnando essa radice da ogni altra quantità facendola restar sola da uno de gli estremi di detta equatione (come a suo loco e stà detto, & decchiarito) & perche se gli attroua in sua compagnia 1 ce. men 16 remouegli da quella, & remoui ancor altro tanto da l'altro estremo idest da 120 che restara 136 men 1 ce. eguali a detta R.V. 2 ce. p̃ 32 iquali estremi moltiplicati in se medesimi si hauerà poi 18496 p̃ 1 cece. men 272 cen. eguali a 2 ce. p̃ 32 & restorando le parti si hauera finalmente 18464 p̃ 1 cece. eguali a 274 cen. & essequendo il capitolo si trouerà il censo ualer 137 men R. 305. Et la co. la radice di questo uidelicet radice V. (68 1/2 p̃ radice 4616) men radice V. (68 1/2 men radice 4606) & perche la larghezza di detto quatrangolo fu posta 1 co. men 4 & la longhezza 1 co. p̃ 4 adunque chi detrarà 4 di essa ualuta della co. quello che restarà qual è radice V. (68 1/2 p̃ radice 4616) men radice V. (68 1/2 men radice 4606) men 4 sarà la larghezza del detto quatrangolo, & ancor chi aggiongerà 4 a essa medema ualuta della co. quello ne ressultara qual è radice V. (68 1/2 p̃ radice 4606) men radice V. (68 1/2 mê radice 4616) p̃ 4 sarà la lõghezza di q̃sto ben che si potrebbe ancor dire, che la detta larghezza fusse radice V. (137 men radice 305) men 4 & la longhezza radice V. (137 men radice 305) p̃ 4 che tãto è a un modo quanto a l'altro. Che in sustantia altro non uol dire, ne altro uuol inferire, se non che si prenda la radice de 305, laqual è da cerca 17 2/7 & quella detrare de 137 che restara da 119 7/9 & di nouo di questo residuo prenderne ancor la radice, laqual è da 10 [illegible] & di quella abbatterne 4 & ancor aggiongere 4 che tal residuo, & summa faranno la larghezza & longhezza di detto quatrangolo, ma nõ di puncto, cioè 6 [illegible] la larghezza & 14 [illegible] la longhezza, & ponendosi ben l'intelletto, a q̃sto tal quesito tarage grandissimo augumento cerca la cognitione dell'operare in quest'arte ouer scientia algebratica.

Ancor egli è un quadro a b c d, che è 20 per ciascuno suo lato, & l'angolo b a c d, di quello è diuiso in doe tal parti dalla linea a o (protratta in continuo ediretto e segante il lato b d, di esso quadro fin che concorra con il lato, c d, del medesimo quadro etiam lui allongato dalla medesima parte) che constituisse il triangolo, o d e, di fuori del detto quadro, eguale a esso quadro. Si dimanda la notitia di la linea a e, & ancor di cadauno di lati del detto triangolo o d. e. Pona che il lato d e, del detto triangolo, o d e, qual è una parte del lato b d, del detto quadro sia 1 co. che il rimanente di esso lato b d, cioè il b o, uerrà poi a esser 20 men 1 co. Et perche per la uigesimanona & decimaquinta del primo di Euclide, il triangolo o d e, è equiangolo al triangolo, o b a, sarà la proportione dal b o, lato del triangolo o b a, qual è 20 men 1 co. al o d, lato del triangolo, o d e, qual è 1 co. come è dal a b, lato del triangolo, o b a, qual è 20 al d e, lato del triangolo o d e, e multiplicando 20 per 1 co. fara 20 co. & il detto prodotto partendo per 20 men 1 co. se Quadragesimo settimo

uerrà questo rotto cioe $\frac{20\ co.}{20\ men\ 1\ co.}$ per il lato d e, del triangolo o d e, ilqual essendo multiplicato per lo, o d. cioè per 2 co. ne uerrà $\frac{20\ ce.}{20\ men\ 1\ co.}$ per il doppio della superficie di esso triangolo, o d e, & perche la superficie di questo tal triangolo a da esser eguale dal presupposito a quella dil detto quadro a b c d, qual è 20 per ciascaduna sua faccia. Adunque $\frac{20\ ce.}{20\ men\ 1\ co.}$ sarà eguale al doppio della superficie di detto quadro, cioè a 800. Et sia multiplicato detto 800 per il denominator dil detto rotto, cioè per 20 men 1 co. che tal prodotto qual è 1600 men 800 co. sarà poi eguale a 20 ce. & esequendo il capitolo si trouerà la co. ualer ℞ 1800 men 20. E tanto è il lato, o d. del triangolo o d e, il rimanente da ℞ 1800 men 20 per fino a 20 qual è 40 men ℞ 1800 sarà il lato, b o, del triangolo o b a. se tu uoi hauere la quantità del lato, d e, del triangolo o d e, procedi per il medemo modo, & per la medema uia che si ha proceduto di sopra proportionando & dicendo, come dal lato, b o, del triangolo o b a, qual habbiamo trouato esser 40 men ℞ 1800, al lato o d. del triangolo, o d e, qual habbiamo trouato esser ℞ 1800 men 20 così dal lato a b, del triangolo o b a, qual è 20, al lato d e, del triangolo o d e, e multiplicando ℞ 1800 men 20 per 20, che fa ℞ 480000 men 400, & tal prodotto partendo per 40 men ℞ 1800 ci uerrà ℞ 1800 p̃ 20, per il lato, d e, del triangolo o d e, se tu uoi il lato, o e, del medesimo triangolo, o d e, quadra l'uno & l'altro de dui lati o d, & d e, di quello, che per il, d o, harai di quadrato 1600 men ℞ 1920000, & per il d e, 1600 p̃ ℞ 1920000 liquali quadrati aggionti insieme per esser l'angolo, o d e, recto, harai 3200 per il quadrato dil detto lato, o e, dell'istesso triangolo o d e, del qual quadrato pigliandone la radice laqual si dice per così fondamente ℞ 3200, questa sarà la quantità ouer longhezza di esso lato, o e, similmente sia quadrato gli lati, b o, & b a, del triangolo, o b a, che per quello dil b o, si hauera 2800 men radice 7680000, Et per quello dil b a, 400, che aggionti insieme ambidui quelli quadrati per esser lo angolo o b a, retto si hauera 3200 mē radice 7680000 p il quadrato del lato, a o, dil detto triangolo o b a, di qual quadrato pigliandone la radice, laqual è radice 2400 men radice 800, essa sarà la quantità dil detto lato, a o, laqual quantità dil detto lato, a o, aggiongendola con quella del lato, o e, del triangolo o d e, idest con ℞ 3200, che fa in tutto radice 2400 p̃ radice 800 questa sarà la uera quantità di tutta la linea a o e, & così hauemo ad hauer satisfatto al tutto. Niente dimeno uogliamo mediante la detta nostra operatione algebraticha di mostrare ancor alla geometria ad esequire geometricamente un tal problema, cioè a diuidere l'angolo, b a c, dil detto quadro a b c d, talmente che aggiongendo la linea di tal diuisione quella uenghi a segare il lato, b d, di esso medemo quadro, che è opposito al detto angolo, b a c, & facendo fuor di esso quadro a uno con l'altro lato, c d, dil medesimo quadro a lōgato dal la medema parte, & ancor con quella portione dil lato, b d, laqual è segata da essa linea diuidente detto angolo, c a b, (laqual tocca il detto lato c d alōgato) di un triangolo che uenghi ad esser eguale al proposito quadro, ilche si fa alongando in continuo & directo il lato b d. di esso quadro fin al ponto, n, talmente che tutta la linea, d n, sia potentialmente treppia al detto lato, b d, & secondo la quantità ouer longhezza di essa linea, d n, sia descritto il quadrato, d n m q, di questa seconda figuratione, & sia ancor alongato il lato, a c, del quadro a b c d, fin che'l seghi il lato, q m, del quadro, d n m q, in ponto, t, & poi dalla parte superiore del detto lato d n, del quadro d n m q, sia assignata la linea, o n, eguale al a b lato del quadro, a b c d, laqual linea, o n, uerrà a intaccare essa linea, b d, coprendo una parte di quella altramēte il quadrato, d n m q, sarebbe quadruplo, ouer piu che quadruplo del quadro, a b c d, proposito, ilche non è per hauersi posto solamente treppio, & dal ponto, o, sia condotta la linea, o r, equidistante al lato, d q, del quadro, d n m q, laqual segharà il lato a c, del quadro a b c d, in ponto, s, Et ancor alongaremo il lato c d, di esso medemo quadro a b c d, sin in ponto e, facendo che la linea, d e, sia eguale ad ambidui gli lati, d n, & b d, ouer q d, & c d, di predetti quadri d n m q, & a b c d, & etiam sia tirata una linea dal ponto, a al ponto, o, & un'altra dal ponto, o, al ponto, e che fatte tutte queste cose si hauerà geometricamente adēpito un tal problemo, cioè diuiso l'angolo b a c, del proposito quadro a b c d, con la linea, a o, laqual linea, a o, uerrà a congiongersi directamente con la linea, o e, in una sol linea (laqual e tutta la, a o e) facendo con il

concor-

concorso del lato, c d, di esso medesimo quadro, a b c d, protratto in continuo & diretto dalla medesima parte il triangolo o d e, eguale al proposito quadro, che in questo modo si approba, videlicet perche il quadro, d u m q, è treppio al quadro a b c d, & il quadro a b c d, è eguale al quadro, t u s o, imperho che tanto è il lato, b d, de l'uno quanto lo, o u dell'altro, seguita che detrahendo il quadrato, t u s o, del quadrato, d u m q, cioe il rimanente del detto quadro, d t m q, qual e le due superficie, o t q d, & t m r s, sia doppio al proposito quadro a b c d, ma queste due superficie sono contenute sotto il detto del lato o d, del triangolo o d e, nel uno q d, del quadro, d u m q, & ancor nel lato s t, over m r, del quadro, t m r s, che è quanto il lato b d, over c d, del quadro a b c d, (imperoche essendo il lato, u o, del quadro, t u s o, eguale al lato b d, del quadro, a b c d, seguita che ancor tutti gli altri lati del detto quadro t u s o, sia eguali a tutti gli altri del quadro a b c d, & similmente la, m t, sia eguale al, o d, per quella commune sententia che è se da cose eguale, si leua cose eguale gli rimanenti debbono esser ancor eguali, perche essendo tutti gli lati del quadro d u m q, tra loro eguali, & ancor tutti quelli del quadro, t u s o tra loro eguali, leuando egualmente da gli lati q d, & u m, del quadro, d u m q, gli dui lati, u o, & u t, del quadro, t u s o, sera senz'alcun dubbio, le due rimanente linee, o d, & t m, tra loro eguali,) Et perche ancor del detto de esso medemo lato, o d, del triangolo, o d e, nella sua basa d e (laqual è composta de l'uno & l'altro di detti dui lati de questi quadri d u m q, & a b c d) ne peruiene il doppio della superficie di esso triangolo, Et esso detto, di questo tal lato, o d, in cadauno de quelli dui lati de detti quadri, e doppio a esso proposito quadro come si ha dimostrato, seguita adunque, che la superficie di esso triangolo, laqual è la metà di esso detto di detto lato o d, di esso triangolo, o d e, nella sua basa, d e, sia eguale alla superficie del proposito quadro, a b c d, ci restano a dimostrare, che ambedue le linee a o, & o e, (per esser quelle tirate separatamente) siano una sol linea, & per dimostrarlo slongaremo il lato, b d, del quadro a b c d, dalla parte del puncto, d, fino al puncto, l come si puo veder in questa terza figuratione, facendo il d l, eguale al b o, & da esso puncto, l, tiraremo una linea equidistante & eguale alla, d e, & protraremo la linea, e y, & la superficie, d, e, l, y, Sara, de lati equidistanti ancora divideremo la, d e, in puncto, f, & la l y, in puncto, h facendo la, d f, & l h, eguali al lato d u, over, q d, del quadro, d u m q, & la f e, & h y, eguali al lato b d, over, c d, del quadro, a b c d, che cioe ben possibil fare, atento che havendosi fatta la linea, d e, eguale alla summa de detti dui lati de cisi quadri, si puo ben ancor dividere quella seconda la quantita de essi lati, & similmente si puo dividere la l y, a lei equale, & conciosia, che il lato, o d, del triangolo, o d e, sia un residuo, cioe quello che ci rimane detrahendo over abscindendo della linea, d u, lato del quadro, d u m q, la linea o u, lato del quadro, t s o u, laqual linee in longhezza non sono communicanti per non esser la proportione delle potentie loro, come da numero quadrato, a numero quadrato anzi essere come da 3 a 1 perho. Questo se dira essere una linea potentialmente treppia al lato del proposito quadro, a b c d, men esso lato de ditto quadro a b c d, videlicet la linea, d u men la linea, o u, laqual, o u, e tanto come la b d, lato del detto proposito quadro a b c d, come si ha detto, & detrahendo esso residuo, o d fuor del lato, b d, di detto quadro, a b c d, ci restara il doppio di esso lato, b d, men tutta la linea, d u, per cadauna de le due linee, o b, & d l, adonque l'una & l'altra di dette due linee o b, & d l, sono ancor loro residui. Et per tanto a ditta linea d l, aggiongeremo quella medesima linea per la detratione over abscissione dellaquale esso è rimasto residuo, che pongo sia la, l z, laqual l z, sara eguale al la, d u, cioe una linea potentialmente treppia al lato del proposito quadro, a b c d, come è la detta, d u, & tutta la linea, d z, sara doppia al lato di esso proposito quadro, a b c d, dalla metà dellaqual linea, d z, cioe dal puncto, z, protraro la linea, z p, eguale & equidistante alla, l y & claudichero la superficie de i lati equidistanti l y z p, mediante la linea, y p, & ancor dal puncto, h, tiraro la linea, h n, equalmente distante a l'uno & l'altro de dui lati l z, & y p, della superficie l y z p, & poi argumentaro in questo modo, conciosia, che la linea, d f, sia eguale alla, d u, lato del quadro, d u m q, & la linea, f e, sia eguale al lato, b d, over, c d, del quadro a b c d, & la linea, z d, sia doppio al medesimo lato, b d, over, c d, di esso quadro, a b c d, seguita che tutta la rettangola superficie, d e z p, sia doppia alla summa della superficie, z u c d, (che giace & sta nel quadro, d u m q, Et al proposito quadro, a b c d, & perche la linea, l h, & ancor la l z, sono eguale alla, d f, & la, d f, è eguale alla d u, lato del quadro, d u m q, seguita che la superficie, l h z n, sia eguale a esso quadro, d u m q, & perche la linea, h y, è eguale alla, f e, & la, f e, è eguale alla, c d, lato del quadro, a b c d, & la, y p, è eguale al, h n, & al l z, & la, l z, è eguale al, d n, seguita



che la superficie,h y n p,sia eguale alla superficie,t u c d,per il che la superficie,l y n p, viene a esser tre fiate il quadrato,a b c d,& una fiata la superficie,t u c d,& per che havemo provato, che tutta la superficie,d e z p,è due fiate la detta superficie,t u c d,& due fiate il quadrato,a b c d e,seguita che la partial superficie,d e l y,sia una sol volta detta superficie t u c d,meno una fiata il quadro,a b c d,& perche la superficie,s o c d,e ancor lei quanto e detta superficie,t u c d, meno il quadrato,t u s o,ilqual è quanto il quadro,a b c d,come si ha dimostrato,seguita adunque che la superficie,s o c d,sia eguale alla superficie,d e l y, & perho quelle sono de lati mutui,cioè,che la proportione dalla,d e,alla c d,sia come dal,o d,al l d,ma la l d,è eguale al,b c, dal presupposito,& la,c d,è eguale al,a b. Adonque la proportione dal,d e, lato del triangolo, o d e,al,a b lato dal triangolo o b a,è come da l'altro lato,d o,del triangolo,o d e, a l'altro lato,o b,del triangolo,o b a,adunque il triangolo,o d e,per la sesta del sesto dil predetto nostro sarà equiangolo al triangolo,o b a,è perho per la decimaquarta del primo del medemo nostro la due base de quelli, a o, & o c, sono congionte direttamente in una sol linea, che è il proposito &c.

Quadragesimooctavo Egle una superficie de quattro lati eguali & equidistanti a b c d, laqual non è rettangola, anci ha li dui angoli contraposti a,& c,acuti. Et gli altri dui,b,& d,obtusi,laqual superficie è detta helmuayn over rombo,& è per ciascuno suo lato 20,& il diametro a c di quella e piu longo de l'altro b d,4,si dimanda la quantità dell'area sua superficiale.

Questa tal superficie. Essendo protratti in quella gli detti suoi diametri a c,& b d,quelli veramente si vengono a seghare tra loro in puncto o,per egual parti, ortogonalmente,cioè ad angoli retti,talmente che la parte,a o del diametro,a c,e equale a l'altra sua parte,o c,similmente la parte,b o,del diametro,b d,è eguale a l'altra sua parte o d,che in questo modo si fa manifesto videlicet,perche ponedo, che in esso rombo fusse protratto solamente il diametro,a c tal superficie verria a essere divisa in dui triangoli eguali,a b c,& a c d. Educendo la perpendicolare da gli angoli, b, & d, de detti triangoli alla sua basa commune laquale e,il detto diametro,a c,(per haver ciascuno de essi triangoli dui lati eguali, che sono due delle faccie over lati del detto rombo) cadauna di esse perpendicolari verriano a cadere nel meggio della detta sua basa,a c,cioè nel puncto,o dividendo quella per egual parti. Et questo perche dovendo per la penultima del primo di Euclide,il quadrato del lato,a b,essere eguale al quadrato del,a o,& b o,& similmente il quadrato del,b c,dovendo esser eguale a quello del b o,& del,o c,conciosia, che questi dui lati a b,& b c,dal presupposito sono tra loro eguali, seguita per commune scientia, che levando da cadauna de quelle due summe eguali, egualmente il quadrato della perpendicolare, b o, che il quadrato della, a o, resti eguale a quello della, o c, e perho la linea, a o, eguale alla o c, Et a questo modo si approuera de l'altra perpendicolare, d o, che quella cadde nel meggio dil detto diametro, a c cioè nel detto puncto, o, & cadendo ambedue queste perpendicolari nel medesimo puncto, o del detto diametro, a c, conciosia, che esse cadono ad angoli retti quelle serranno per la quartadecima di esso primo dil detto nostro una sol linea, che sia il diametro, b d,& al medemo modo si approuerà protrando in essa superficie solamente il diametro, b d, che ducendo le perpendicolari da gli angoli a, & c, a esso diametro, b d, esse caderanno nel meggio di quello, cioè in detto puncto, o,& si congiongeranno in esso puncto, o del cadimento in una sol linea laqual sarà il diametro, a c, hor veniamo al fatto. Ponendo che la metà del diametro, b d, cioè la parte, b o, sia 1 co,che la metà de l'altro diametro, a c, cioè la parte, a o,(per essere detto diametro a c, 4 piu longo de l'altro, b d) verrà ad essere 1 co.₱ 2. Et quadrando l'una & l'altra di esse metà de diametri, si haverà per quello della, b o 1 cen.& per quello della, a o 1 cen.₱ 4 co.₱ 4. Et summando insieme questi dui quadrati che fanno 2 cen. ₱ 4 co. ₱ 4, tal summa sarà eguale al quadrato della faccia, a b, dil detto rombo,cioè a 400,reduci le parte e trala in luce che tu trouerai la cosa valer ℞ 199 men 1. E tanto e meggio il diametro b d,per ilche tutto esso diametro verrà a esser il doppio de ℞ 199 men 1, cioè ℞ 796 men 2: & l'altro diametro, a c, per esser 4 de piu dal presupposito verrà ad esser radice 796 ₱ 2, che multiplicati questi diametri l'uno in l'altro fanno 792 per il doppio de l'area superficiale dil detto rombo. Adonque la metà de 792 laqual e 396 sarà la vera superficie di quello,& così si viene ad haver adempito quanto ci è stato proposito.

Ancor egli e un'altra superficie rombica a b c d, che per ciascuna faccia e 12. Et l'area sua superficiale e 96. Si dimanda la quantità de suoi diametri, a c, & b d. Hauendo ben intesa la ressolutione dil precedente, facil cosa sara, a rissoluere il presente, imperoche ponendosi la metà del diametro, b d, cioe il b o essere 1 co. Et detrahendo il suo quadrato qual è 1 ce. fuor del quadrato della faccia a b, di detta figura rombica, ilqual quadrato e 144 ci restarà 144 men 1 ce. per il quadrato della metta de l'altro diametro a c, idest per il quadrato del, a o, la radice delqual quadrato che e per ℞ V. 144 men 1 ce. multiplicata nel, b o, cioe in 1 co. produrra la superficie del triangolo a b c, ilqual e la metà di detta figura rombica. Ma della multiplicatione de 1 co. in ℞ V. 144 men 1 cen. ne peruiene ℞ V. 144 ce. mē 1 cece. & la meta d'essa supficie rõbica è 48 adunq; ℞ V. 144 ce. men 1 cece. sara eguale a 48. Et multiplicando questi dui estremi in se medesimi per leuare detta ℞ si hauera poi 144 ce. mē 1 cece. eguali a 2304. Et raguagliãdo le parti si hauera finalmente 144 ce. eguali a 2304 p̃ 1 ceec. Et esequẽdo el capitolo si trouera il ce. ualer 72 men ℞ 2880 delqual pigliãdone la ℞ laqual e ℞ 60 men ℞ 12 questa sarà la ualuta della co. cioe la metà del diametro, b d, idest il b o. Et ℞ 240 men ℞ 48, uerra ad essere tutto esso diametro, b d. Et uolendo la noticia de l'altro, a c, detrazi il quadrato del, b o, fuor di quello del lato a b, idest, 72 men ℞ 2880 de 144 che restarà 72 p̃ ℞ 2880 per il quadrato del a o, metà dil detto diametro a c, la ℞ delqual quadrato laqual e ℞ 60 p̃ 12, e essa metà dil detto diametro a c, cioe, la a o. Et ℞ 240 p̃ ℞ 48 sara tutto esso diametro a c, che multiplicati l'un per l'altro quelli dui diametri fanno 192 per il doppio della superficie della detta figura rombica che la metà qual è 96 uien a esser la giusta area superficiale di quella che è il proposito.

Quadragesimonono

Ancor egli e un'altra superficie rombica a b c d, che tutti e suoi lati & diametri a c, & b d, la summa sono, 140 & la sua superficie, e 220, si dimãda la notitia de cadauno lato & ancor de cadaun diametro separatamente. Poni che cadaun lato di essa figura rombica, sia 1 co. perche tutti quattro saranno 4 co. & gli dui diametri sarãno il restante da 4 co. fin 140, cioè 140 men 4 co. per ilche la meta de 140 men 4 co. laqual è 70 men 2 co. uerrà a esser la summa de ambodue le meta, a o, & b o, de detti diametri (lequal due meta cõtẽneno l'angolo, a o b, retto) Et perche il quadrato del lato a b, ouer b c, di essa figura rombica e eguale per la penultima del primo di Euclide a gli quadrati delle due linee perpendicolari ouer mezzi diametri a o, & b o, ouer, b o, & o c. Et il quadrato d'essi dui mezzi diametri essendo congionti in una sol linea, e eguale agli quadrati delle sue due parti, a o, & b o, & al doppio de l'una in l'altra di esse due parti. Ma il dutto de l'una in l'altra de dette sue parti, e la meta della superficie di essa figura rõbica, cioè 110. Adunq; tutta essa superficie di detta figura rõbiaca laqual e 220 e sẽ hipotesi sarà il doppio del dutto de l'una in l'altra di esse sue parti cioe dil doppio del dutto de l'uno in l'altro di detti dui mezzi diametri a o, & b o, per ilche aggiõgendo essa superficie rõbica sopra il quadrato de uno de suoi lati ch'è quanto gli quadrati delle due parti ouer mezzi diametri, a b, & b o cioe sopra, 1 ce. tal summa laqual e 1 ce. p̃ 220 sarà eguale al quadrato del congionto de detti dui mezzi diametri, a o, & b o, uidelicet al quadrato de 70 mē 2 co. ilqual quadrato è 4900 p̃ 4 ce. men 280 co. adũq; essendo 1 ce. p̃ 220 equali a 4900 p̃ 4 ce. men, 280 co. raguagliando le parti & reducendo a 1 ce. si hauera poi 93 1/3 co. eguali a 1 ce. p̃ 1560 e trahẽdosi la equatione in luce si trouarà la co. ualer 46 2/3 men ℞ 617 4/9 e tanto se dira esser per cadauna faccia detta figura rõbica uidelicet 46 2/3 men ℞ 617 4/9 attẽto che in questo loco la radice del rimanente della detratione del numero della equatione fuor dil quadrato della meta del numero delle co. laqual e ℞ 617 4/9 aggionta sopra la detta meta del numero delle co. nõ falo effetto, ma si ben detratta, come ciascuno da se medemo puo facilmente con la esperientia certificarsi, però si ha cõcluso la co. ualer 46 2/3 men detta radice, cioè 46 2/3 men ℞ 617 4/9 Et uolẽdo conseguire la noticia della quãtità di diametri di essa figura rõbica detraremo il quadruplo de 46 2/3 men ℞ 617 4/9 che uien a essere la summa de tutti quattro e lati di esso rõbo, cioè 186 2/3 men ℞ 9884 4/9 fuor de 140 che e la summa de essi quattro lati & de gli dui diametri, che questo restarà, che è ℞ 9884 4/9 men 46 2/3 sarà la summa de gli soli dui diametri. liquali essendo poi diuisi in due tal parti che il dutto de l'una in l'altra faccia il doppio della superficie di essa figura rombica uidelicet 440 si hauerà adempito quãto ci è sta proposito. Ma a diuidere detti diametri in tal modo, che multiplicati l'uno per l'altro facciano 440 la da esser presa la metà del congionto de quelli, laqual metà e ℞ 2741 1/9 men 23 1/3 & di quella farne il suo quadrato qual è 3025 4/9 men ℞ 538152 0 7/81 & di esso quadrato abbatteremo il detto doppio di superficie cioe 440 che restarà 2575 4/9 men ℞ 5381520 7/81 delqual residuo presa la radice laqual

Quinquagesimo

è ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ ₱ ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) men ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ men ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) & quella posta sopra la detta metà di esso congionto di detti dui diametri, videlicet sopra ℞ 2471 $\frac{1}{4}$ men 23 $\frac{1}{2}$. Et ancora detratta di ℞ 2471 $\frac{1}{4}$ men 23 $\frac{1}{2}$, che quando è aggionta ne resulta ℞ 2471 $\frac{1}{4}$ men 23 $\frac{1}{2}$ ₱ ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ ₱ ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) men ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ men ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) per il diametro a c, maggiore, & essendo detratta ne rimane ℞ 2471 men 23 $\frac{1}{2}$ men ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ ₱ ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) mè ℞ V.(1287 $\frac{1}{4}$ men ℞ 312988 $\frac{1}{16}$) per il diametro b d, minore. Ma chi non volesse tanta fattica si puo ancor dar risposta alla detta dimanda in questo altro modo, dicendo che il diametro a c, maggiore è ℞ 2471 $\frac{1}{4}$ men 23 $\frac{1}{2}$ ₱ ℞ V. 2575 $\frac{1}{4}$ mē ℞ 5381530 $\frac{1}{16}$ & lo b d, minore ℞ 2471 men 23 $\frac{1}{2}$ men ℞ V.(2575 $\frac{1}{4}$ men ℞ 5381530 $\frac{1}{16}$) che tanto è a un modo quāto a l'altro, ma il primo, è piu scientifico, imperoche il detto remanente, cioe 2575 $\frac{1}{4}$ men ℞ 5381530 $\frac{1}{16}$ è un quarto residuo, posto & assignato da Euclide nel suo decimo libro, delqual la sua radice, è quella che habbiamo trovata al detto primo modo, secondo che ce insegna el detto nostro nel detto nostro decimo libro laqual radice da noi è nominata linea minore. &c.

Quinquagesimoprimo Ancor egli è un'altra figura rombica a b c d, che tutti e suoi quattro lati & etiam gli dui diametri insieme aggionti fanno 68, & la sua superficie è 96, dentro dellaqual egli è collocato un quadro perfetto. Si dimanda quanto è ciascun suo lato di esso quadro perfetto.

℞ Questo è simile al precedente, imperoche egliè prima necessario trovar la quantità di lati & diametri di essa figura rombica separatamente, secondo il modo & ordine del precedente, & poi ritrovar il lato del perfetto quadro in quello collocato, & ultimamente dimostrare in che modo geometricamente si descrive ditto quadro perfetto in essa superficie rōbica. Ma se tu nō havessi per rispetto della quantità irrationali ben intesa la ressolutione del passato qui di novo sotto brevità si farà manifesta nella ressolution di questo, che ci da tutte le quātità rationali. Et perho sta attēto perche poneremo similmente che ciascun lato di esso rōbo sia 1 co. Et detraremo el quadruplo de questa cosa, che vien a esser la sūma de tutti quattro e lati di detto rōbo, fuor di 68, che restarà 68 men 4 co. per gli dui diametri a c & b d, de' quali pigliaremo la metà, cioe la sūma delle due linee a o, & b o che formano l'angolo retto di dentro d'essa figura rombica, laqual metà è 34 men 2 co. & quella quadrādo, che haveremo per detto suo quadrato 1156 ₱ 4 ce. men 136 co. & poi quadrando etiā uno de i lati di detta superficie rōbica, cioe 1 co. che si ha posti esser cadauno sara 1 ce. alqual 1 ce. aggiongendogli p le ragioni addutte nella ressolutione del precedente la quātità superficiale della detta figura rōbica cioè 96 tal sūma sarà eguale al detto quadrato dil cōposito della meta de detti dui diametri, cioe a 1156 ₱ 4 ce. men 136 co. raguaglia gli estremi e reduci a 1 ce. che tu haverai poi 45 $\frac{1}{3}$ co. eguali a 353 $\frac{1}{3}$ ₱ 1 ce. dimezza il n̄ delle co. & l'una metà moltiplica in sè, che fa 513 $\frac{7}{9}$. Et di tal prodotto estrahene il n̄ della equatione, cioè 353 $\frac{1}{3}$. Et dil residuo qual è 160 $\frac{4}{9}$ pigliane la radice, laqual è 12 $\frac{2}{3}$ & essa ℞ detrai della detta metà del numero delle co. cioè de 22 $\frac{2}{3}$ che ti restara 10 per valuta della co. e tāto vien a esser cadaun lato della detta figura rōbica, cioè 10 e detrahendo il quadruplo de 10, cioè 40 fuor di 68, restarà 28 per ambidui gli diametri di essa figura, congionti insieme liquali hanno da essere divisi, over partiti in due tal parti, che il dutto de l'una in l'altra faccia il doppio della superficie di essa figura, cioè 192. Et percio se se piglia la meta dil detto congionto d'essi diametri, laqual è 14 e quadra la fa 196 delqual quadrato detraene detto doppio de supficie, cioe 192, resta 4 delqual resto pigliane la ℞ laql è 2, & quella aggiongi sopra la detta metà del congionto de detti diametri, cioè sopra 14 che fara 16 p il diametro maggiore a c. & ancor detrai la essa ℞ da detta metà del cōgionto de essi dui diametri idest de 14, che restarà 12 p il menore, videlicet p lo b d. Hor se vogliamo sapere, quāto sia cadaun lato del quadro pfetto, che si attrova collocato in detta figura rōbica ilqual pōgo sia il quadrato, o t u s, teniremo qsto modo videlicet, che prima consideraremo, che di esso quadro pfetto meggio ne sta nel triangolo a b c, ilqual è la metà di essa figura rombica, & l'altro meggio giace nel triangolo a d c, che e l'altra metà della medema e pho secondo l'ordine che so tenuto a trovare la quantità dil lato del quadrato collocato nel triangolo dimostrato, se tenirà ancora trovar la quātità del lato di quello che e collocato in questo, atento che quelle medesime passioni che intervenne in quello intervengono ancor in questo eccetto che si come in quello egli era collocato tutto il quadrato, in qsto nō gli ne è collocato se nō meggio p cadauno. Et pho si com'è la pportione dal diametro a c, ch'è basa d'ambidui essi triangoli ilqual è 16 al lato, m n, di esso quadro qual pongo essere 1 co. cosi dalla perpendicolare b o, laqual è 6 cioè la metà del menor diametro b d, a quella sua parte, b r, che è tagliata da esso lato, m n, dil detto quadro laqual vien a essere 6 men $\frac{3}{8}$ co. cioè mē meggio detto lato dil q̄dro atēto che in detto triāgolo a b c, nō gli ne è collocato se nō meggio coe

si ha ancor

si ha ancor detto di sopra un'altra fiata per ilche multiplicata la prima nella quarta di queste quattro quantità proportionali,cioè 6 in 6 men $\frac{2}{3}$ co.tal prodotto qual e 96 men 8 co. sarà eguali a quello che è contenuto sotto le altre due,cioè sotto 6 & 1 co.che fa 6 co.come il nostro di Euclide nella decimasesta dil sesto ci fa manifesto.Adunque essendo 96 men 8 co.equale a 6 co.ragguagliando gli estremi,si hauera poi 14 co.eguali a 96, & partendo detto 96 per 14 ci uerra 6 $\frac{6}{7}$ per ualuta della co.e tanto e il lato dil detto quadro perfetto,collocato in detta supercie rombica.Se uogliamo dimostrare per uia di questa nostra operatione algebratica,in che modo il geometra a da collocare esso quadro perfetto in detta figura rõbica,teniremo quest'ordine,cioè che prima uederemo quanto siano cadauna delle parti b n,& n c,del lato b c,di essa figura.Et similmente quanto siano cadauna delle parti b m,& m a,de l'altro lato a b,della medesima.Proportionando in questo modo,conciosia che il triangolo b o c, sia simile al triangolo n n c,sarà la proportione dal b o,che è 6 al n n, che è 3 $\frac{3}{7}$,cioè la metà del lato del quadro perfetto collocato in detta figura,così dal lato b c,che è 10 alla sua parte,n c, è moltiplicando 10 per 3 $\frac{3}{7}$,che fa 34 $\frac{2}{7}$.& il detto prodotto partendo per 6 ci uerrà 5 $\frac{5}{7}$ per la parte n c,del lato b c,& l'altra parte b n,del medemo lato b c,sarà il rimanente sin 10, cioè 4 $\frac{2}{7}$.Similmente conciosia che l'altro lato,a b,di essa figura rombica sia ancor lui 10, sarà la parte,a m,di quello medemamente 5 $\frac{5}{7}$,& la parte m b,4 $\frac{2}{7}$ hor dal puncto,o siano protratte due hippotumisse a gli puncti m,& n,de detti lati,a b,& b c.Et queste siano a longate di fuor del triangolo a b c,sin che concorrano,con quella linea ortogonalmente cauata dalla estremità del diametro,b d,cioè dal puncto,b, & a longata da l'una & l'altra parte sin che concorra, con le dette due hippotumisse,che gli ponti del concorso pongo siano gli dui,h, & g,& perche il triangolo,n o c,e simile ouer equiangolo al triangolo n b h,sarà la proportione dal n c, qual habbiamo trouato esser 5 $\frac{5}{7}$ al,n b,qual habbiamo trouato esser 4 $\frac{2}{7}$ come e dal o c,qual e 8,cioè la metà del diametro maggiore a c,al h b,& multiplicando,8 per 4 $\frac{2}{7}$ che fa 34 & il detto prodotto partendo per 5 $\frac{5}{7}$ ci uerra 6 per lo h b che e quanto il b o,cioè quanto e meggio il diametro b d,minore,similmente per le medeme ragioni il b g lato del triangolo,m b g,sarà ancor lui 6 di maniera che tutta la linea h g ortogonalmēte cauata dalla estremità del detto diametro b d,cioe dal detto puncto,b a longata da l'una & l'altra parte di esso puncto, b sarà, 12 uidelicet tanto quanto e tutto il detto minor diametro, b d,& la metà ne sia da una parte dil detto puncto,b & l'altra metà da l'altra,similmente si trouera interuenire, facendo la medema operatione ne l'altro triangolo a d c,imperoche come si ha detto, meggio di detto quadro perfetto sta nel triangolo a b c,& meggio nel triangolo,a d c, iquali triangoli sono del tutto simili & eguali per esser ciascaduno de quelli la metà di essa figura rombica quādo adunque geometricamente si uuol collocare un perfetto quadro in una simil figura rombica,& dalle due estremità de l'uno de suoi diametri sia qual si uoglia,siano cauate quattro perpendicolari,cioè due da una di esse estremità,& due da l'altra,& cadauna di quelle sia posta eguale alla metà di esso medemo diametro,dalla estremità delquale son cauate.Et poi le estremità di esse perpendicolari siano congionte con quattro hippotumisse, con il puncto nelquale gli dui diametri di tal figura rombica si segano tra loro ortogonalmente,che in questa egli e rappresentato per il puncto o liquali quattro hippotumisse si uederano segar gli quattro lati di essa figura rombica,in quattro puncti,che in questo loco sono rappresentati per gli puncti,n m s t,liquali quattro puncti se saranno continuati cō quattro linee rette,si hauera adēpito un tal problema(cioè descritto ouer collocato un perfetto quadro in essa figura rombica, che in questo loco,e rappresentato per il quadro,m n s t) che in questo modo,si approua uidelicet perche gli quattro angoli a o b,a o d,c o b,& c o d,sono tutti retti,& gli dui lati h b, & b o,del triangolo h b o,sono eguali,& l'angolo,h b o,e retto saranno gli altri dui angoli b h o, & b o h, dil medemo triangolo h b o, per la quinta & trigesimaseconda dil detto nostro,ciascun meggio angolo retto,per ilche tutto l'angolo c o b, retto,e diuiso dalla hippotumisa o h,in dui mezzi angoli retti.Et con simil modo si approuerà esser ciascun de gli altri, di detti quattro angoli retti diuisi dalle altre hippotumisse,g o,k o,& f o,in dui mezzi angoli retti, di modo che tutti gli otto angoli,che circūstano al detto pūcto,o sono cadaun di loro meggio angolo retto.Adunque perche gli dui lati,n o,& m o,del triangolo m o n, sono eguali a gli dui lati,s o,& t o,del triangolo,s o t,& ancora a gli dui s o,& n o,del triangolo, n o s, Et etiam a gli dui,t o,& m o,del triangolo m o t,& cadauno di angoli contenuti sotto de essi lati eguali,sono retti p esser cadauno di loro cōposto da dui mezzi angoli retti,seguita p la quarta del primo dil nostro,che tutte le base de quelli che sono gli lati di detto quadro siano tra loro eguali e similmente gli altri angoli de ciascuno siano eguali a quelli del primo, cioè a quelro li del triangolo m o n. Et perche la perpendicolare g h, e eguale alla perpendicolare b h, simil mente il mezzo diametro a o, e eguale al meggio diametro, o c, sara la proportione dal g h, al b h, come dal a o, al o c, (cioe proportione di equalita) & permutatamente dal g h, al a o, sara come dal b h, al o c, ma com'e dal g h, al a o, & dal b h, al o c, cosi e dal h m, al n o, & dal g m, dil m o, per laqual cosa sara dal g m, al m o, come dal h n, al n o, adunque per la seconda del sesto del detto nostro la m n, sara equidistante al diametro a c. Et perche etiam tutta la linea. h g, e equidistante al medesimo diametro, seguita per la trigesima del primo del medemo nostro, che la sia etiam equidistante al m n, perho per la vigesimanona de esso primo dil prefatto nostro, gli angoli, o n m, & o m n, del triangolo m o n, sono eguali a gli dui angoli o h g, & o g h, del triangolo o h g, & perche questi dui del triangolo, o h g, sono cadauno di loro mezzo angolo retto, sara etiam cadauno de gli altri dui del triangolo m o n, meggio angolo retto, & cosi sono etiam cadauno de gli altri angoli delle base de gli altri triangoli, c o s, s o n, & t o m cadauno di loro meggio angolo retto (perche egli e stato prouato che sono tra lor eguali) adunque tutti gli angoli di esso quadro sono composti da dui meggi angoli retti, per ilche so no tutti retti. Et perche ancor e gli e sta prouato, che tutti e suoi lati sono eguali si conclude quello esser quadro perfetto. Adunque dalla probatione geometrica di questo nostro questo, ne seguita un'altro modo di collocare geometricamente esso perfetto quadro, in una simil figura rombica, cioe dividendo in due eguai parti, cadauno de gli quattro angoli retti che sono al puncto, o doue si segano ambidui gli diametri di essa figura, come ne insegna la nona del primo dil detto nostro, & producendo le linee di tal divisioni sin che seghino li quattro lati di tal figura rombica & poi continuando gli quattro puncti di tal incisioni con quattro linee, che si hauera adempito un tal problema. &c.

Quinquagesimosecondo

Egli e lo esagono, o x q p g s, equilatero & equiangolo, nel quale e gli e collocato il quadro, s m n t, si dimanda quanto e cadauno lato di esso quadro, essendo cadauno de quel li del detto esagono 8. Primo & principalmente sia tirato il diametro, x g, di tal esagono ilquale dividera esso in dui quadrilateri eguali che uno ne il quadrilatero o x g s, l'altro il quadrilatero x q p g, in cadauno de questi quadrilateri sta et giace la meta del ditto quadro, & perche il lato de esso esagono e 8, dal presupposito sara il diametro x g di quello per la decima quinta del quarto dil nostro Euclide il doppio de 8 ideste 16, in mezzo del qual diametro sieno erigate due perpendicolari, una dalla parte superiore, & l'altra dalla inferiore, & quale siano alongate in continuo et diretto sino, che quelle concorrino con gli lati x o, g s, x q, & g p etiam loro alongati uerso le medesime parti, cioe superiore, & inferiore, liquai concorsi pongo che siano gli puncti a, & b. Ma non si hanno voluti alongar essi lati per non generare confusione. E perche il diametro x g, e doppio al lato, o s, dil detto esagono intendendosi essere alongato il lato, x o, fino al puncto, a tutta la linea, x o a, sarebbe ancor lei doppia alla, o a, per ilche detta, o a, sarebbe pur 8, & tutta la, x o a, sarebbe 16 & 16 sarebbe ancor tutta la g s a. Et similmente dalla parte inferiore 16 sarebbe la, x q b, & ancor la, g p b, adunque, cavandosi il quadrato della meta del diametro x g, cioe il quadrato del la, x z, qual e 8 fuor del quadrato della x o a, qual sarebbe 16 quando fusse alongata fino al puncto, a, come si ha ancor detto, ci restara 192 per il quadrato della perpendicolare, z a, per il che detta perpendicolare sara ℞ 192, & similmente ℞ 192 sara l'altra, b z, della parte inferiore. Hor dal puncto, a superiore siano cavate due linee ortogonalmente alla perpendicolare a z, cioe, una dalla destra & l'altra dalla sinistra dil detto puncto, a, lequal siano poste eguali cadauna di loco a detta perpendicolare, a z, lequal linee pongo che siano le due, a c, & a d, & ancora due altre medemamente ne siano cavate dal puncto b inferiore due altre pur ortogonalmente alla perpendicolare, b z, cioe una dalla destra, & l'altra dalla sinistra del medemo puncto b, & cadauna di quelle siano pur fatte eguale a detta perpendicolare, b z lequal linee pongo siano le due, b e, & b f. Dopoi siano tirate altre quattro linee rette dalla estremita delle prime quattro, cioe da gli puncti, c d e f, lequal tutte andino a terminare nel puncto, z lequal ultime quattro linee, segaranno quattro de gli lati dil detto esagono in quattro ponti videlicet il lato x o, in puncto, m, lo x q, in puncto, n, lo g s, in puncto, t, & lo, g p, in puncto, r, gli quali quattro puncti essendo continuati con quattro altre linee rette, geometricamente si hauera adempita tal proposta, laqual cosa si approba medemamente come fu fatto quella del quadrato inscritto nella figura rombica. Ma se algebraticamente voremo trouare la quantita del lato di esso quadro a detto esagono inscritto, ci fara bisogno procedere come fu fatto in

trouar

trouar la quantità di quello che fu collocato nella sopradetta figura essibica, cioè proportionando, come il diametro, x g, qual è 16 al lato, n t, dil detto quadro, qual ponga esser, 1 co. così la ppendicolare, a z, qual è ℞ 192 alla sua parte a r, che è tagliata dal medemo lato, n t, di esso quadro, laqual parte uien a esser ℞ 192 men $\frac{1}{2}$ co. idest men $\frac{1}{2}$ il lato di esso quadro, atteso che meggio solo ne è collocato nel quadrilatero, o x g s, l'altro meggio nel quadrilatero, x q p g, & moltiplicãdo la prima di queste quattro quãtità proportionali nell'ultima, tal prodotto per la decimasesta dil sesto dil detto nostro sarà eguale a quello che è contenuto sotto le altre due. Ma il prodotto de 16 in ℞ 192 men $\frac{1}{2}$ co. è ℞ 49152 men 8 co. & quelli de 1 co. in ℞ 192 è ℞ 192 ce. Adunque ℞ 49152 men 8 co. sono eguali a ℞ 192 ce. Et fatto moltiplicati cadauno di questi estremi in se medesimi che ne uerrà 49152 p̃ 64 ce. men ℞ 12582912 cen. Eguali a 192 ce. & ragguagliando le parti si hauera 49152, eguali a 128 ce. p̃ ℞ 12582912 ce. Et leuando da cadauno de essi estremi, 128 ce. per far restar detta ℞ 12582912 ce. sola, si hauera poi 49152 men 128 ce. eguali a ℞ 12582912 ce. & moltiplicando ancor questi dui ultimi estremi in se medesimi per leuare detta ℞ della equatione ci uerrà 2415919104 p̃ 16384 cece. men 12582912 ce. eguali a 12582912 cen. e ragguagliando un'altra fiata le parti e riducendo essa equatione a 1 cece. si hauera finalmente 1 cece. p̃ 147456 eguali a 1536 ce. e trahendo il capitolo in luce si trouerà il ce. ualer 768 men ℞ 442368, & la co. ℞ V. (768 men ℞ 442368) ouer ℞ V. (384 p̃ ℞ 36864) men ℞ V. (384 mẽ ℞ 36864) e tanto sodirà essere il lato dil detto quadro collocato in detto essagono, cioè ℞ V. (384 p̃ ℞ 36864) mẽ ℞ V. (384 mẽ ℞ 36864) ouer ℞ V. 768 men ℞ 442368, che ueramente tanto è a uno modo quanto a l'altro. &c.

Egli è il triangolo equilatero, a b c, nel quale, è collocato il pentagono equilatero & equiangolo n d t s e, talmente che uno de suoi lati sia & giace nella basa, b c, dil detto triangolo, & dui de suoi angoli dil detto pentagono, tocca gli altri dui lati, a b, & a c, dil medesimo triangolo & esso pentagono è 10 per cadauna sua faccia, si dimanda quanto è cadauno lato dil predetto triangolo questo, e l'ordine de rissoluere tal proposta, uidelicet dechiarando prima che la linea, d e, laqual sottotende all'angolo d n e, dil detto pentagono, è equalmente distãte dalla basa ouer lato, t s, di esso medemo pẽtagono, & questo si manifesta in questo modo, cioè, immaginãdosi con la mente che a detto pẽtagono gli sia circõscritto uno cerchio, & perche tutti gli lati di esso pentagono sono tra loro eguali, gli archi ne quali cadono essi lati saranno ancor tutti tra lor eguali, per la uigesimaottaua del terzo di Euclide, & perche per la uigesimasettima dil detto terzo gli angoli cõstituiti sotto eguali archi, sono ancor tra lor eguali, adunq; immaginãdo essi tiri dal ponto d al ponto, s, & dal ponto è al põto, t, esser protratte due linee rette, gli angoli da quelle causati sopra la circonferentia de detti archi saranno ancor tra lor eguali. Eperho p la uigesimasettima del primo del medemo nostro le dette due linee, d e, & t s. Eperho tutta la, b c, (nella qual sta & giace detta, t s,) saranno tra loro equidistante, per il che seguita p la uigesimanona dil detto primo, che il partial triangolo, a d e, sia ancor lui equilatero, Et per che il lato dil detto pentagono, è 10 diuidendo un esso 10 in due tal parti che quello che si a fatto da tutto esso 10 in la sua minor parte sia eguale al quadrato della maggiore. Et ancor ponendo essa maggior sopra il detto 10 idest sopra il detto lato di esso pentagono si hauera notaetiam manifesta (p la quarta & undecima del terciodecimo del detto nostro) la quãtità della linea, d e, laqual sottotende a l'angolo, d n e, dil detto pẽtagono. Ma a diuider detto 10 secondo che si ha detto poneremo che la sua maggior parte sia 1 co. per il che la minore sarà 10 men 1 co. & moltiplicando 10 per 10 men 1 co. farà 100 men 10 co. per il detto de tutto esso 10 nella sua minor parte, ilqual prodotto a da essere eguale al quadrato della maggior parte, cioè al quadrato de 1 co. qual è 1 ce. adũque essendo 1 ce. eguale a 100 men 10 co. ragguagliando le parti, è trahendo il capitolo in luce, si trouarà la co. ualer ℞ 125 men 5 e tanto è la detta maggior parte, laqual aggiongendola sopra 10 farà in tutto ℞ 125 p̃ 5 per la quantità di detta linea, d e, laqual sottotende al detto angolo, d n e, dil detto pentagono. Hor dal pũcto, d sia lassiata andare una perpendicolare sopra la basa b c, laqual pongo sia la linea, d t dellaqual ci fa bisogno trouare la sua quantità. Ma prima si ha da sapere, che ducendo la perpendicolare, a o, del partial triangolo, a d e, quella cadde nel meggio della sua basa d e, Et similmente, ducendo la perpendicolare dall'angolo, n del pentagono alla detta basa, d, e laqual sottotende al detto angolo pentagonico quella ancor cadde nel meggio di detta basa d e, per il che egli è necessario, che la prima perpendicolare del detto partial triangolo, a d e, transsisca p l'angolo del detto pentagono, cioè per il puncto n. Et in esso puncto, n si cõgiunga

Quinquagesimoottauo

con la seconda, idest con quella che e dutta dal detto angolo del pentagono. Et diuentino una sol linea, la qual è la detta perpendicolare ouer linea, a o. Ma perche ancor ducendo dal detto angolo, a, il diametro del cerchio, che circunscriue il detto pentagono quello diuide essa basa, ouer linea, d e, ortogonalmente in due parte equali. Et similmente il lato, r u, dil detto pentagono (ilquale è equalmente distante a essa linea ouer basa, d e,) per ortogonalmente in due parti equali. Adonque a longando noi detta perpendicolare, a o, del detto partial triangolo a d e fino alla basa, b c, del total triangolo, a b c, quella diuiderà nõ solamente essa basa, b c, ortogonalmente in due parti equali, ma ancor il lato, r u, dil detto pentagono, per il che seguita che la superficie, d o r u, sia de lati equidistanti, & perche ogni superficie de lati equidistanti a gli lati oppositi equali, sarà adunque il lato, d o, di quella equale al lato r u, della medesima. Ma il lato, d o, è la metà de tutta la basa, d e, laqual habbiamo trouata esser ℞ 125 p̃ 5. Adunque l'uno & l'altro de detti dui lati, d o, & r u, sarà ℞ 31 $\frac{1}{4}$ p̃ 2 $\frac{1}{2}$. Et detrahendo del lato r u la metà del lato, r s, del pentagono, laqual metà e 5 restarà ℞ 31 men 2 $\frac{1}{2}$ per la linea, r s, il quadrato dellaqual linea, r s, qual è 37 $\frac{1}{2}$ men ℞ 781 $\frac{1}{4}$, essendo detrato del quadrato del, d r, lato dil pentagono, ilqual quadrato, e 100 per esser il detto lato 10 dal presupposito, ci restarà 62 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$ per il quadrato della perpendicolare ouer lato, d r. Et cosi per il quadrato del lato, o n, a quello opposito. & perche hauemo trouato la basa, d e, del partial triangolo, a d e, esser ℞ 125 p̃ 5, & essendo la proportione dil quadrato dil lato del triangolo equilatero, a quello della sua perpendicolare come da, 4 a 3, perho multiplicãdo il quarto del quadrato di essa basa, d e, (qual quadrato viene ad essere 150 p̃ ℞ 12500, & il suo quarto 37 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$) per 3 ci uerrà 112 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 7031 $\frac{1}{4}$ per la perpendicolare, a o. Et perche di sopra habbiamo trouato che il quadrato della linea, o n, a detta perpendicolare, a o, in continuo e diretto aggionta e 62 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$ perho congiungendo noi insieme le radici de ambidui quelli quadrati, haueremo nota & manifesta tutta la perpendicolare, a n, del total triangolo equilatero, a b c, laqual sarà ℞ V.(112 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 7031 $\frac{1}{4}$) p̃ ℞ V.(62 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$) Et perche p la seconda del sesto dil sopradetto nostro, e qũe la proportione della o, a, al o n, come del, a d, al d b, perho permutatamente della a o, alla d, sarà come dal o n, al d b, p il che, dal quadrato della a o, a quello della a d, sarà come dal quadrato della, o n, a quello della d b, ma quello della a o a quello della a d e come, 3 a 4 come si ha detto di sopra, perho quello della o n, a quello della d b, sarà ancor lui come 3, a 4. & perche quello della, o n, e 62 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$ partendo adunque 62 $\frac{1}{2}$ p̃ ℞ 781 $\frac{1}{4}$ p 3 e lo auenimento qual è 20 $\frac{5}{6}$ p̃ ℞ 86 $\frac{29}{36}$ multiplicando per 4 ci uerrà 83 $\frac{1}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$ per il quadrato della d b, del qual quadrato pigliandone la radice laquale è ℞ V.(41 $\frac{2}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) p̃ ℞ V.(41 $\frac{2}{3}$ men ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) essa sarà la vera longitudine di detta linea, d b, laqual aggionta co la quantità della linea, a d, che è ℞ 125 p̃ 5 cioe tanto quanto, e la basa, d e, del partial triangolo, a d e, per esser quello equilatero, si hauerà in tutto ℞ 125 p̃ 5 p̃ ℞ V.(41 $\frac{2}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) p̃ ℞ V.(41 $\frac{2}{3}$ men ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) per tutto il lato, a d b, del total triangolo equilatero, a b c, che è il proposito vero e che si porebbe ancor dire che esso lato, a b, & similmente cadauno de gli altri dui dil detto triãgolo, a b c, fussero ℞ 125 p̃ 5 p̃ ℞ V.(83 $\frac{1}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) ouero ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) p̃ ℞ V.(83 $\frac{1}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$). Et veramente cadauna delle dette tre risposte sono una medesima quantità a benche paiano diuerse.

Quinquagesimo quarto

Egli e il triangolo equilatero, a b c, nelqual e collocato il pentagono equilatero, n d r u e, talmente che uno de suoi lati sta & giace nella basa b c, dil detto triangolo, & dui de suoi angoli tocc. uno, gli altri dui lati a b, & a c, del medesimo triãgolo. Si dimanda quanto e ciascun lato del detto pentagono, essendo cadauno de quelli del triãgolo 10, che uolesse per uia retta peruenire in cognitione de' lati de tal pentagono, cioè procedendo per la regula de l'algebra o uogliamo dire della cosa si cõdurebbe a capitolo tanto alto, che poi nõ si porebbe per le cose sin'hora dette trarlo in luce. E perho per nõ incorrere in tal incõueniente, ci fa bisogno, che per uia di proportioni ueniamo a conseguire il nostro desiderio.

A beneplacito adunq; pigliaremo un pentagono che gli lati di q̃llo siano rationali per piu nostra facilità, a benche non faccia caso, che siano rationali ouero irrationali, se nõ in quanto da un pocco piu a un pocco men' fatica, Et sia ritrouato mediante il quesito precedente il lato del triangolo equilatero alquale esso pentagono cade dentro, che per non abondare in tanto dire, põgo che sia q̃l medemo di esso passato quesito, collocato nel passato triãgolo equilatero, ilqual ponessimo essere, 10 p. ciascun suo lato, & che fu trouato ciascun lato de tal triãgolo, nelqual esso pentagono staua collocato esser ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) p̃ ℞ V.(83 $\frac{1}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$). Poi proportionando, pportionaremo, si come il lato del triãgolo equilatero del suo q̃sito passato, cioe ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) p̃ ℞ V.(83 $\frac{1}{3}$ p̃ ℞ 1388 $\frac{8}{9}$) al lato del triãgolo equilatero del quesito presente qual e 10 cosi dal lato del pentagono collocato nel triãgolo passato qual so qual sia posto 10 al lato del pentagono collocato nel triangolo presente. & sia multiplicato 30 p 10 che fara 300. & tal prodotto sia partito p ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) p̃ ℞ V.(85 ⅓ p̃ ℞ 1388 8/9) in questo modo videlicet multiplicando prima detto binomio de radici universali nel suo residuo, cioe in ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) men ℞ V.85 ⅓ p̃ ℞ 1388 8/9) che fara ℞ 5555 5/9 p̃ 66 ⅔, poi multiplicando ℞ 5555 5/9 p̃ 66 ⅔ nel suo residuo idest in ℞ 5555 5/9 mẽ 66 ⅔ che fara 1111 1/9 elqual 1111 1/9 sia salvato p partitore. Et ancor sia moltiplicato 300 p gli medesimi residui, scilicet primamente p ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) mẽ ℞ V.85 ⅓ p̃ ℞ 1388 8/9, che ne verra ℞ V.(6000000 p̃ ℞ 20000000000000) men ℞ V.3333333 ⅓ p̃ ℞ 2222222222222 2/9). Poi per ℞ 5555 5/9 men 66 ⅔ che fara ℞ V.(23823823323 p̃ ℞ 64727595061728395061 7/...) p̃ ℞ V.(2481481481 4/... p̃ ℞ 4185957475994513031 ...) men ℞ V.(125185185185 ... p̃ ℞ 685871056241426611 79 ...) mẽ ℞ V.(26666666666 ⅔ p̃ ℞ 2350617283950617283 95 ...) Et questo ultimo prodotto sia diviso over partito p il sopra salvato partitore, cioe per 1111 1/9 che ne verra ℞ V.(27000 p̃ ℞ 405000000) p̃ ℞ V.(12000 p̃ ℞ 28800000), men ℞ V.(15000 p̃ ℞ 45000000) mẽ ℞ V.(21600 p̃ ℞ 259200000) per il lato del pentagono equilatero & equiangolo collocato nel detto triangolo qual è 30 per ciascuna sua faccia. Ma se da advertire, che la prima de queste quattro ultime radice universali vuol dire chel sia presa la radice de 405000000, & quella posta sopra 27000, & di tal summa prenderne ancor la sua radice, che quella sarà la vera quantità che vien dinotata per essa prima radice universale overamente presa la radice de 27000 p̃ ℞ 405000000, come binomio laqual è 150 p̃ ℞ 4500, & di poi presa la radice de 4500, & quella summata con 150, che medemamente tal summa sarà la vera quantità che vien dinotata per essa prima radice universale. Similmente la seconda vuol inferire chel sia presa la ℞ de 28800000. Et quella posta sopra 12000, & di quella summa ancor presa la sua ℞, che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa seconda ℞ universale, la tercia vuol dire, chel sia presa la ℞ de 45000000, & quella posta sopra 15000, & di tal sũma prenderne la radice, che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa tercia radice universale. laqual quãtità di essa tercia radice universale sarà tutta meno. si come le altre due prime son tutto piu, imperoche, a dire mẽ ℞ V.(15000 p̃ ℞ 45000000) q̃lli piu vuol dire tãto piu meno & nõ altramenti, si come quando verbi gratia diceemo men ℞ V.(40 men ℞ 60) el secondo meno, vuol dire tãto manco meno di quel primo, cosi alcuversa quãdo diceemo mẽ ℞ V.(15000 p̃ ℞ 45000000) quel piu vuol dire tãto piu meno di quel meno, come si ha detto, & cosi se ha da intẽder etiã in ogni altro loco della presente opa doue si ritroui simil radici. la quarta medemamente vuol inferire chel sia p̃sa la ℞ de 259200000. & quella posta sopra 21600, & di quella sũma ancor presa la sua ℞, che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa quarta ℞ universale overamente presa la ℞ de 21600. Et ℞ 259200000, come binomio laqual è mẽ ℞ 15000. Et 60, & dipoi presa la ℞ de 18000, & quella sũmata con 60 che medemamente tal sũma sarà la vera quantità che vien dinotata per essa quarta ℞ universale, laqual quãtità sarà pur tutta meno, com'è ancor quella della tercia. Et di q̃ste quattro radici prese nel modo che si ha detto le due prime (lequal son ambedue tutto piu) siano sũmate insieme. & di tal sũma, sia detratta la sũma delle due ultime lequali sono ambedue tutto meno, che quello restara sarà in ℞ la quãtità del lato de tal pentagono, ma nõ di pũto, Atteso che nõ si ha modo ne regula di dare in ℞ precisamente la ℞ di quelli numeri che nõ son quadrati, ma solũ sapẽdo lo approsimamẽto, ilquale approsimamẽto varia sequito dalla precisione, ma nõ di cosa sensibile over momẽtanea laqual quãtità d'esso lato pentagonico se diligentemente oparai tu la trouerai essere piu di 7 & mẽ di 8 vero è che piu succintamẽte di q̃llo, che si ha detto di sopra si poteua ancor dare, il lato di esso pẽtagono dicẽdo quello essere 90 mẽ ℞ 4500 p̃ ℞ V.(12000 p̃ ℞ 28800000) mẽ ℞ V.(15000 & ℞ 45000000) che veramẽte, e tãto q̃to sono le soprascritte quattro radici universali, impoche la prima & ultima di q̃lle in sũma fanno 90 mẽ ℞ 4500. Similmẽte ne l'operare, in loco de ℞ V.(150 p̃ ℞ 12500) poteuamo adoperare ℞ 125 p̃ 5 ch'è la ℞ sua, ma cosi ci è apparso di fare seruasi ogn'uno a q̃llo che piu gli aggrada, che l'una & l'altra è perfetta uia quãdo adũq; ci sarà pposto uno pẽtagono equilatero, e che certa q̃llo facci bisogno descriuere un triangolo equilatero, tiraremo la linea, che soctẽde all'angolo pẽtagonico che pongo sia la. d.e. ch'è tirata sotto l'angolo, a. del pẽtagono, a d f g e, & secõdo quella descriueremo il partial triangolo, a d e, equilatero, poi alongaremo ambidui gli lati, a d, & a e, di quello sin che cõcorrino ne gli põnti, d, & e cõ il lato, f g, d'esso pentagono, etiã lui alongato da l'una & l'altra parte, che fatto quello si hauera adẽpito un tal problemo, ilche si approba mediãte q̃llo che fu detto nel precedẽte quesito, quãdo fu approbato la linea d e, essere equidistante alla basa b c, p che da cio seguita che gli angoli che sono al b, & al c siano equali a q̃lli che sono al d & al e p la 29 di Euclide, & essendo detti angoli equali il

tocal triangolo.a b c.uien a essere equiangolo al partial triangolo.a d e.e perho gli lati de q̃lli sono proportionali.& perche quelli del partiale sono sta facti tutti eguali tra loro eglie necessario per la nona del quinto dil detto nostro.che ancor tutti quelli del totale sieno tra loro eguali. Ma se ci sarà proposito uno triangolo equilatero nelqual faci debisogno descriuersi dentro un pētagono equilatero ci bisognarà procedere p uia retrograda.cioe fabricādo prima per la decima & undecima del quarto di Euclide un pentagono equilatero di che grādezza ci pare & piace. Poi descriuendo atorno di q̃llo un triāgolo equilatero come si ha detto di poi per la decima del quinto di esso Euclide trouare una linea allaquale sia la pportione del lato dil pentagono alquale si ha descritto in cerca il triangolo equilatero.che dal lato d'esso triāgolo equilatero cerca a detto pentagono descritto.al lato del triāgolo equilatero alquale ci è proposito de collocarui dentro il pentagono.che q̃sta tal linea sarà il lato dil pētagono che cade nel medemo triangolo equilatero che ci e stato proposito da collocaruelo dentro laqual linea pongo che sia la.f g.& il dato triangolo lo.a b c.Dapoi sia diuisa la basa.b c.di esso triangolo in doe parti eguali in pōcto.o. & sia ancor diuisa la detta linea.f g.per in doe egual parti in pōcto.s.& sian assegnate le doe linee.o q.& o r. della detta basa.b c.dil detto triāgolo equilatero.che cadauno di q̃lle siano eguali alla meta della detta linea.f g.accio che tutta la.r q.che giace in detta basa.b c.sia eguale a tutta la.f g.cioè al lato del pentagono equilatero che cade nel detto triangolo dipoi sia descritto uno cerchio.secōdo la quātità della linea.r q.che giace nella basa.b c.del triāgolo a b c.talmēte che il semidiametro di tal cerchio sia la detta linea.r q.facēdo esso pōcto.q.cētro di detto cerchio.la circūferētia delquale segarà il lato.a c.di esso triangolo.che pōgo cio essere nel puncto.e & ancora sia descritto un'altro cerchio eguale al medemo che habbiamo descritto facēdo il cētro suo il pōcto.r la circūferentia delquale segarà il lato.a b.che cio pōgo essere nel pōcto.d.dipoi siano tirate tre linee rette uidelicet una dal puncto.d al pōcto.e un'altra dal medemo pōcto.d.al pōcto.r.& l'altra dal puncto.q.al puncto.e.oltra di cio siano ancora descritti doi altri cerchi eguali agli doi passati.facēdo centro de l'uno il pōcto.e & de l'altro il pōcto.d.le circūferētie di quali se intersecherāno tra loro e maxime dalla parte supiore.che cio pōgo essere nel pōcto.n.dalqual pōcto.n siano ptracte doe linee rette talmente che una uada a terminare nel pōcto.d l'altra nel pōcto.e che cio fatto, si hauerà adēpito tal problema. Et uolēdosi approuare sia tirata una linea retta dalla uertice de ciascuno d'essi triāgoli equilateri alla sua basa.talmente che essa linea diuida cadauna d'esse base in doe parti eguali.che si uederà cadauno d'essi triāgoli equilateri esser diuisi in triāgoli partiali simili.& eguali di n̄.& ancora gli pētagoni in triāgoli & quatrilateri per simili & eguali di n̄.& facilmēte si porrà poi per la diffinitione posta nel principio del sesto dil detto Euclide sopra le supficie simili & ancora p la quartadecimaoctaua.& decimanona d'esso sesto. Et ancor p la terciadecima del quinto d'esso medemo nostro sostentare che la proportione di lati di triangoli equilateri.sia eguale a quella di lati di pentagoni.dētro da essi triāgoli equilateri collocati.si come l'habbiamo fatta ouer posta ancor noi.Ideo. &c.

Quinquagesimo quinto

Egli è il pētagono equilatero & equiangolo a i m d b.nelquale egli è collocato il quadro.h o r c & dimādasi quāto e cadaun lato di esso quadro. Essendo cadauno di q̃lli del pentagono ℞ 500 mē 10. Prima ci è necessario di ritrouare la quātità della linea.a d.tirata sotto l'angolo.b.di tal pētagono.a ben che tāto saria tirādola ancora sotto cadauno de gli altri angoli.atēto che essendo tutti gli lati & angoli di tal pētagono eguali seguita p la quarta del primo di Euclide che ancor tutte esse linee tirate sotto gli detti angoli siano tra loro eguali.p il che lo effetto che fa una di q̃lle il medemo farebbe ancor ciascuna delle altre. Ma p hora ci è parso seruirsi di q̃sta.a d.dellaquale uolēdosi hauer nota la sua quātità.q̃sta sarà una linea che essendo diuisa.secondo la pportione habēte il meggio & doi estremi la sua maggior parte sarà eguale al lato del detto pētagono.cioe a ℞ 500 mē 10 p la undecima del decimoterzio d'esso Euclide. Adūq; poneremo che essa linea sia 1 co. e diuideremo q̃lla secōdo la detta pportione nel modo che ce insegna esso medemo nostro p la undecima del secōdo.cioe quadrādo.tutta essa linea.idest 1 co.che fa 1 ce.& ancor quadrādo la sua meta uidelicet $\frac{1}{2}$ co.che fa $\frac{1}{4}$ ce.& q̃sti doi quadrati.1 ce.& $\frac{1}{4}$ ce. aggiōgēdo īsieme che fanno 1 $\frac{1}{4}$ ce.& di tal sūma pigliādone la ℞ laqual è ℞ 1 $\frac{1}{4}$ ce.& di tal ℞ detraēdone la metà di essa linea uidelicet $\frac{1}{2}$ co.che resta ℞ 1 $\frac{1}{4}$ ce.mē $\frac{1}{2}$ co.p la sua maggior parte di essa medema linea.a d.laqual maggior parte (cōe di sopra dicemo) a da esser eguale al lato del detto pētagono.cioe a ℞ 500 mē 10. Et essendo ℞ 1 $\frac{1}{4}$ ce.mē $\frac{1}{2}$ co.egual a ℞ 500 mē 10.siano restorate le parti.che si hauerà poi ℞ 1 $\frac{1}{4}$ ce.p̃ 10.egual a ℞ 500 p̃ $\frac{1}{2}$ co.Et multiplicādo cadauno de q̃sti estremi in se medesimi ne uerra 1 $\frac{1}{4}$ ce.p̃ 100 p̃ ℞ 500.ce.egual a 500 p̃ $\frac{1}{4}$ ce.p̃ ℞ 100 ce.Et leuādo da l'uno & l'altro de q̃lli ℞ 500 ce.

& ancor

& ancor $\frac{1}{4}$ ce. cessari finalmente 1 ce. solo eguale a 400 p ilche se dirà detto ce. valer 400, & la cosa la sua ℞ cioe 20 è tãto è necessariamēte la detta linea a d, idest 20. Secondariamēte, ci fa bisogno da l'angolo b, del detto pētagono protrahere la ꝑpendicolare. b n, laquale necessariamēte cade nel meggio del lato. i m, di esso pentagono, dividēdo esso lato in due eguali parti, laqual cosa si manifesta tirando due linee sotto gli dui angoli, a, & d, cioè da gli ponti. i. & m. al puncto. b, lequal linee di sopra egli è stato ꝓuato necessariamēte esser tra loro eguali. Et la ꝑpēdicolare ducta dalla vertice di un triãgolo de dui lati eguali, sēpre cade nel megio della basa di tal triãgolo, laqual basa vien a esser il detto lato. i m, di esso pentagono, laqual perpendicolare sia allongata dalla parte inferiore fuor del pentagono, fino che qlla concorra con gli altri dui lati. a i, & d m, di esso pētagono etiã loro alongati dalla medesima parte inferiore, che pōgo sia il pũto. n, qlo di tal concorso. Tertio ci bisogna trouare la quantità delle due linee. i n, & m n, ꝑvenente dal l'alongamento di detti dui lati. a i, & d m, del detto pētagono, laqual si troua in qsto modo, cioè ꝑ via de gli angoli di esso pentagono, attēto che tutti sono tra loro eguali come si ha detto, dal che ne seguita ꝑ la trigesimasecõda del primo del medesmo autore Euclide, che cadauno di qlli sia un'angol retto, & un quīto de angol retto; & essēdo l'angolo. b, del detto pētagono un'angolo retto, & un quinto de angolo retto, seguita ꝑ la detta trigesimasecõda & ꝑ la quinta di esso primo, che cadauno de gli dui angoli. d a b, & b d a, del triangolo. b a d, siano cadaun di loro dui quinti de angolo retto, & cadauno de gli angoli. n a d, & n d a, del triangolo. n a d, quattro quinti de angolo retto, e però ꝑ la detta quinta di esso primo gli dui lati n a, & n d, del triangolo. n d a necessariamēte sarān tra loro eguali. Et ꝑche in quelli sono cōpresi gli dui lati a i, & d m, del detto pētagono, i qli son tra lor eguali. Egli accasca che lo i n, & m n, lati del partial triãgolo n i m, restino ancor medesimamente tra loro eguali, & l'angolo. n, del medesimo triangolo, i n m, per esser un medesimo cō qllo del triangolo a n d, ꝑ la detta trigesimasecõda del primo sia dui quinti d'angolo retto, ꝑ ilche tutto il spacio che sia atorno il punto. n, si potrà dividere ꝑ la detta trigesimasecõda & per la decimaquinta del detto primo in dieci angoli eguali all'angolo i n m. Adunque facendo centro il detto punto. n, e descriuendo un cerchio secondo la quantità della linea n i, la circunferentia di quello trãsirà etiã per il punto m, per esser la linea n m, eguale al n i, & il lato i m, del detto pentagono sarà il lato del decagono da tal cerchio circonscritto. Et per che il detto autore Euclide per la terza del quartodecimo ce dimostra, che essendo diviso il lato dell'essagono (ilqual vien'a esser il mezo diametro del detto cerchio idest il lato i n, del triangolo i n m,) secondo la proportione habente il mezo, & dui estremi, la sua maggior parte sarà il lato del decagono da esso medesimo cerchio circonscritto, & di sopra medesimamēte habiamo dechiarito, che essendo divisa la linea. a d, laqual sottotende all'angolo b, pentagonico, secondo la detta proportione che la sua maggior parte è eguale al detto lato i m, & etiam a cadauno de gli altri lati di esso pentagono, ilqual lato i m, viene ad essere il lato del decagono circonscritto dal detto cerchio, come si ha detto. Adunque la linea n i, & ancor la. n m, lati del triangolo n i m, saranno ambedue eguali alla linea a d, che sottotende all'angolo. b, del detto pentagono, e però sarãno ciascuna di loro 20, e tutta la n a, & etiã tutta la n d, sarãno ℞ 500 p̃ 10 per ciascuna di loro, attento che essendo il lato a i, & ancor il lato d m, di esso pētagono cadauno ℞ 500 mē 10 aggiongendoli all'uno la linea i n, & all'altro la m n, lequal sono 20 ꝑ cadauna ne pervene ℞ 500 p̃ 10, cosi ꝑ tutta la linea a n, quãto ꝑ tutta la d n, quarto ci fa bisogno ritrouare la quãtità del la linea o n, & ancor quella della o b, & di poi aggiongere insieme ambedue esse linee ꝑ hauer etiã la noticia di tutta la perpēdicolare b n, laqual ꝑpēdicolare viene ad esser basa commune de gli dui triãgoli b a n, & b d n, & ꝑ far qsto detraremo il quadrato della metà della linea a d, idest il quadrato della a o, (ilqual viene ad esser 100) fuor de cadauno di quadrati delle due linee a n, & a b, che ꝑ esser ciascun de gli angoli a o b, & a o n, retti, ci restarà gli quadrati delle due linee o b, & o n, Ma il quadrato della a n, ꝑ esser qlla ℞ 500 p̃ 10, vien a esser 600 p̃ ℞ 200000, & qsto della a b, per esser lei ℞ 500 men 10, vien ad essere 600 mē ℞ 200000, & quello della b o, per esser qlla 10, vien ad essere 100. Adunque detrahendo 100 fuor de 600 p̃ ℞ 200000, ci restarà 500 p̃ ℞ 200000, per il quadrato della o n, & detrahēdolo ancora (esso 100) fuor de 600 mē ℞ 200000 ci restarà 500 mē ℞ 200000, per il quadrato della b o, & summãdo insieme questi dui quadrati cioè 500 p̃ ℞ 200000, & 500 men ℞ 200000, con il doppio della multiplicatione dell'uno in l'altro, tal summa per la quarta del secōdo del predetto Euclide sarà la quantità del quadrato di tutta la linea b n, Ma a summar 500 p̃ ℞ 200000, cō 500 men ℞ 200000, fanno apũto 1000 & il doppio della radice della multiplicatione de 500 mē ℞ 200000, in 500 p̃ ℞ 200000, & ℞ 200000. Adunque il quadrato di detta linea b n, sarà in tutto 1000 p̃ ℞ 200000, per ilche se di rà che se essa linea b n, e lōga ℞. V. 1000 p̃ ℞ 200000, & la o n, ℞. V. 500 p̃ ℞ 200000, & la b o, ℞. V. 500. men ℞ 200000, Quinto ci bisogna dechiarire in che modo il quadro, b u r t, si descriut geometricamēte in detto pētagono se vogliamo che q̄sta nostra operatione sia intesa, Ildē dico farsi ptrahendo da ambe due le estremità della linea a d, cioè da gli punti a & d, due linee rette, che facciamo con detta linea a d, tutti gli angoli retti, cosi al punto a, quāto al punto d, et alongando q̄lle dalla parte superiore & inferiore, fino che cadauna di q̄lle siano eguali a detta linea a d, che vna ne ponGo essere la l z, & l'altra la e f, con q̄sta conditione però, che la proportione di ciascaduna di q̄lle alle sue parti di sotto da gli pūti a & d, sia come di tutta la b n, alla o n, che cō numeri lo faccio in questo modo, videlicet, dicēdo, se'l quadro della b n, quale è 1000 p̄ ℞ 200000, mi da il quadro della o n, idest 500 p̄ ℞ 200000, che mi darà il quadro della l z, quale è 400, attento che hauemo posta detta l z, esser tāto quāto è la a d, cioè 20, & multiplicādo 500 p̄ ℞ 200000 per 400, & il pdotto di tal multiplicatione partēdo p 1000 p̄ ℞ 200000, ci verrà 150 p̄ ℞ 12500 per il quadrato della parte a z, di detta linea l z, del qual quadrato pigliādone la radice q̄lla sarà la quātità di detta a z, cioè ℞ 125 p̄ 5, & la a l, sarà il resiuo da ℞ 125 p̄ 5, fino a 20, idest 15 men ℞ 125, e tāto sarāno ancor le parti della e f, videlicet la d f, ℞ 125 p̄ 5, & la d e, 15 men ℞ 125. Poi dalle estremità de dette linee l z, & e f, idest da gli punti l z e f, se tirano quattro linee rette, che vadino tutte quattro a terminare nel punto o, lequal quattro linee segarāno gli quattro lati a b a i d b, & d m, del detto pentagono in gli quattro punti h u r t, da liquali quattro punti si tirano ancor altre quattro linee rette, videlicet vna dal pūto h, al punto u, vna dal punto u, al punto r, vna dal punto r, al punto t, & vna dal punto t, al punto h, che fatto questo si hauerà adempito geometricamente tal problema, siche si approba con gli medesimi meggi che fu approbato del quadro collocato nel triangolo equilatero, eccetto che in questo fu approbato di tutto esso quadro in vna sol fiata, & qui bisogna approbarlo in due fiate, attento che meggio ne sia collocato nel triangolo b a n, & l'altro meggio nel triāgolo b d n, & p la similitudine di triangoli si approbarà la linea k g, esser doppia al lato & l'altro meggio lato u k, & h g, di esso quadro, si come la linea l z, è doppia al a o, & similmente la detta h g, esser ancor doppia a cadauno de gli altri dui meggi lati r g, & r h, di esso medesimo quadro, si come la e f, e doppia alla d o. Ci resta mo a cōsequire in numero la quātità del lato di esso quadro, che percio fare pcederemo in q̄sto modo, videlicet pche eglie la linea l z, equidistante alla b n, sarà p la quinta decima & vigesimanona del primo del prealegato auttore il triangolo a l h, equiangolo al triangolo h o b, similmente il triangolo a z n, equiangolo al triangolo u n o. Et ancor perche eglie la proportione da tutta la l z, alla sua parte a z, come da tutta la b n, alla sua parte o n, sarà disgiuntamente dalla, l a, alla, a z, come dalla b o, alla o n, & permutatamente dalla l a, alla o b, sarà come dalla a z, alla o n, et come dalla l a, alla b o, cosi è dalla a h, alla h b, & ancor come dalla a z, alla o n, cosi è dalla a u, alla u n. Adunque dalla a h, al h b, sarà come dal a u, al u n, per il che la linea tirata dal punto u, al punto h, p la secōda del sesto del medesimo auttore sarà equidistante alla linea b n, e però p la già detta vigesimanona del primo di esso auttore il triāgolo h a u, sarà ancor lui equiangolo al triāgolo a b n, & perche eglie stato approbato esser dal a l, al b o, & dal a h, al h b, & ancor dal a z, al o n, & etia dal a u, al u n, esser vna medesima pportione, sarà ancor cōseguentemēte dal b o, al a l, & dal o n, al a z, & etiā dal h b, al a h, & dal u n, al a u, vna medesima pportione, p laqual cosa p la terziadecima del quinto del piu volte detto auttore sarà da tutta la b n, a tutta la l z, come dal h b, al a h, over come è dalla u n, al a u, che è q̄sta medesima, p laqual cosa cōgiontamēte dalla b n, & l z, a essa l z, sarà come da tutta la a n, alla sua parte a u, & come da tutta la a b alla sua parte a h. Ma come dal a n, al a u, & dal a b, al a h, cosi è ancor dal b n, al u h, (& q̄sto p esser il triāgolo a n b, equiangolo al triāgolo a u h, come di sopra si ha detto) p laqual cosa dalle dette b n, & l z, congionte insieme a essa sola l z, sarà come dalla sola b n, al h u, lato del quadro inscritto a detto pētagono. Ma la b n, è ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) & la l z, è 20, adūque si come ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) p̄ 20, sono a 20, cosi ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) sarāno al detto lato h u, del predetto quadro, e multiplicādo ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) per 20, et tal pdotto partēdo per ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) p̄ 20, ci verrà la vera quātità del lato di esso quadro. Ma eglie da notare, che a voler multiplicare, & partire dette quātità, secōdo che si ha detto, che secōdo la opinion mia, la men fatichosa via sia q̄sta, videlicet a multiplicar prima ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) p̄ 20 nel suo recisō, cioè in ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) mē 20, che fa 600 p̄ ℞ 200000. Poi moltiplicare ancora 600, p̄ ℞ 200000, nel suo recisō, idest in 600 men ℞ 200000, che fa 160000. & q̄sto vltimo pdotto, videlicet 160000 sabbia da parte per nostro partitore, et moltiplicar medesimamēte ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) per il primo de detti recisi co liquale habbiamo moltiplicato il principal partitore per peruenire al numero, ilqual reciso, come si ha detto è ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) men 20. Ancor che essa ℞. V. (1000 p̄ ℞ 200000) douería esser moltiplicata prima per 20, ma cio nō fa caso, in quāto alla verità di q̄llo che ci ha da venire, perche hauendosi da moltiplicare vna quantità per vn'altra quantità, et poi quel pdotto per vn'altra, & ancor

ancor questo secõdo prodotto per vn'altra, sta a noia moltiplicar prima per qual ne piace; imperoche tãto ne resulta ultimatamente a un modo, quāto all'altro, ma a moltiplicar detto R.V.(1000 p̃ R. 200000) prima p detto recisio, cioe p̃ R.V. (1000 p̃ R. 200000) mẽ 20. ci tornera molto piu accõmodo, che a moltiplicarlo prima per 40. & poi per detto recisio, perche di tal moltiplicatione di R.V. (1000 p̃ R. 200000) p̃ R.V. (1000 p̃ R. 200000) mẽ 20. ne perviene 1000 p̃ R. 200000, men R.V. (400000 p̃ R. 32000000000) che e molto piu facile da maneggiare di quello che sarebbe cio che perveniriebbe a moltiplicar prima per 40. & poi p R.V. (1000 p̃ R. 200000) mẽ 20. come cadauno da si medesimo cõ la esperientia si puo chiarire. Hor questo prodotto, cioe 1000 p̃ R. 200000, men R.V. (400000 p̃ R. 32000000000) sia moltiplicato per 40. che ne verra 40000 p̃ R. 320000000 men R.V. (640000000 p̃ R. 512000000000000) ilqual prodotto doueria ancor esser moltiplicato p il secondo recisio, cioe per 600 men R. 200000. & quello che di tal moltiplicatione resultasse partito per il sopradetto partitore, idest per 160000. ad hauere la quantita del lato di tal quadrato, ma perche tal moltiplicatione ci produrebbe numeri grandissimi, voglio primamente che partiamo esso secondo prodotto per detto partitore, videlicet per 160000. & quello che ne verra di tal partimento, moltiplicarlo poi per detto recisio, cioe per 600 men R. 200000. che ci dara quel medesimo che sarebbe a moltiplicare prima per 600 men R. 200000. & poi tal prodotto partire per 160000. & schiuaremo li grandi numeri fastidiosi da maneggiare, & ancor da sfilzare, & a partire 40000 p̃ R. 320000000. mẽ R.V. (640000000 p̃ R. 512000000000000) per 160000. ci perviene $\frac{1}{4}$ p̃ R. $\frac{1}{80}$ men R.V. ($\frac{1}{40}$ p̃ R. $\frac{1}{50000}$) Et moltiplicando questo ultimamente per 600 men R. 200000. ne perviene 50 p̃ R.V. (1250 p̃ R. 312500) men R.V. (2250 p̃ R. 1012500) men R. 500 p il lato del detto quadro h i r t collocato in detto pentagono, che vol dire che'l sia presa la radice di 312500. & quella posta sopra 1250. & di tal somma presa ancor la sua radice, & quella gionta sopra 50, & salvar da parte, come somma di tutti gli piu che si ritrouano in detto prodotto. Poi che'l sia presa la radice de 1012500. & quella posta sopra 2250. & di tal somma presa ancor la sua radice, & quella sommata con la radice de 500. che quello fara fatti la somma de tutti gli meni, che sono in detto prodotto, (intẽdo che come ancor dicemo nel quesito passato, quãdo diceamo men R.V. (2250 p̃ R. 1012500) quel punto vol inferire tanto piu meno, & non altrimenti) laqual somma de meni essendo detratta della sopra saluata de tutti gli piu, quello che restara sara in numero la quantita del lato del detto quadro inscritto in detto pentagono, laqual quantita se diligentemente operarai, tu la trouerai qualche cosetta piu de 13. &c.

Egliè vna superficie de 12 lati eguali, allaquale egliè circonscritto il cerchio a b c. il cui diametro è 16, & il suo centro è il ponto d. Et io vorei fare vn pentagono equilatero & equiangolo, che la sua superficie fusse eguale a quella della detta figura di 12 lati alla quale è circonscritto il detto cerchio; Si dimanda quanto sara ciascun lato del detto pentagono, egliè da sapere, che la linea che sottotende a vn'angolo cõtenuto da dui lati della detta figura de 12 lati eguali, (laqual pongo sia la linea b c, che sottotende all'angolo a contenuto da gli dui lati a b, & a c, di essa medesima figura de 12 lati) è sempre il lato dell'essagono circonscritto dal medesimo cerchio a b c, ilqual lato di essagono è sempre eguale a meggio il diametro di tal cerchio che circonscriue le dette figure, come il nostro auttore Euclide per la decimaquinta del quarto chiaramẽte ci manifesta; & perche da quello che esso medesimo auttore in fine della ottaua del quartodecimo ci dimostra in hauer la notitia della superficie del pentagono, ne conseguisse questa infallibile verita, cioe che a moltiplicare tanti ottaui del diametro del cerchio che circonscriue qual si voglia superficie equilatera, & equiangola, quanti sono il numero de i lati di essa superficie in quella linea che sottotende all'angolo di detta superficie, ne perviene sempre la vera quantita dell'area de tal superficie,

Cinquãtesimo sesto

però moltiplicando noi 12 ottaui del diametro del detto cerchio a b c, iquali vengono ad essere un tanto e meggio di esso diametro, idest 24 nel lato dell'essagono dentro da esso cerchio collocato, qual è 8, ci verrà 192 per l'area superficiale di essa figura de 12 lati, dentro dal medesimo cerchio collocata. Se vogliamo fare vn pẽtagono equilatero, & equiangolo che sia eguale a detta figura de 12 lati, idest a 192. Voglio che procediamo secondo che procede il sopradetto auttore nella vigesimaottaua del sesto, cioe che pigliamo a nostro beneplacito vn pentagono equilatero & equiangolo, al quale sia circonscriuibile il cerchio, qual põgo sia il pentagono a b c d e, circonscritto dal cerchio signato delle medesime littere a b c d e. il centro delqual cerchio è il ponto f, & il diametro è lo a g, ilqual diametro pongo pur esser 16, come è quello del soprascritto a b c, & perche chi detrahe vna linea tolta media proportionale tra gli $\frac{5}{8}$ & $\frac{1}{8}$ di esso diametro del medesimo cerchio a b c d e, fuor di essi $\frac{5}{8}$ del detto diametro, ci resta la quantita a o, di esso diametro, laquale e tagliata orthogonalmente dalla linea b e, che sottotende all'angolo a, di tal pentagono, quando esso diametro sia dedutto da esso angolo a, fino che seghi la circunferentia del detto cerchio nel ponto g. Ma gli $\frac{5}{8}$ di esso diametro son 10. & $\frac{1}{8}$ è 2, adunque moltiplicando 10 p 2, che fa 20. & di tal prodotto pigliandone la radice, laquale è per R. 20, quella sara media proportionale tra gli detti $\frac{5}{8}$ & $\frac{1}{8}$ del detto diametro. Et abbattẽdo essa R. 20, fuor de essi $\frac{5}{8}$, idest de 10, ci restara 10 men R. 20, per la quãtità della parte a o, di esso diametro, che è tagliata dalla detta linea b e, laqual sottotende all'angolo a, di tal pẽ-

tagono, laqual parte a o, essendo moltiplicata primo esso diametro c i, pdurià p la trigesimaquinta del terzo & terzia del secõdo di esso predetto auttore il quadrato del lato di esso pẽtagono. Ma della moltiplicatione del detto diametro in detta sua parte a o, idest de 16, in a o mẽ ℞ 20, ne prouiene 160 mẽ ℞ 5120. Adunque il quadrato del lato de tal pentagono sarà 160 men ℞ 5120, & esso lato in longhezza se dirà esser ℞.V.160 mẽ ℞ 5120. Hor se sia trouata la quantità della ppẽdicolare, che viẽ dal cẽtro f, di esso cerchio, & cade nel meggio del lato c d, del detto pẽtagono in esso modo, videlicet pigliãdo la quarta parte del quadrato del lato di esso pẽtagono, cioe 40 mẽ ℞ 320, laqual quarta parte vien a essere il quadrato della metà di esso lato pẽtagonico, & esso tal quadrato di esso meggio lato detrahẽdolo del q̃drato della metà del diametro di esso cerchio, cioe de 64. (acciò che il detto pẽtagono vien diviso in cinque triangoli equali dalle cinque linee, over meggi diametri dutti dal cẽtro f, de tal cerchio a cadauno de gli angoli del medesimo pẽtagono) restarà 24 p̃ ℞ 320, p il quadrato di essa perpendicolare, che vien dal detto cẽtro f, e divide esso lato c d, in due parti equali per la terza del terzo del medesimo auttore, laqual perpẽdicolare põgo sia la linea f i, del qual suo quadrato, idest 24 p̃ ℞ 320, pigliandone la radice, laqual è ℞ 20 p̃ 2 quella sarà la longhezza di essa perpendicolare. Et pche del dutto di quella in vno de i lati del pentagono, ne perviene il doppio de vno de detti cinque triangoli, nelli quali è diviso tutto esso pentagono per le linee dutte dal centro f, del cerchio a gli angoli di quello. Adũque del dutto de due volte e meza essa perpendicolare in vno dei lati di esso pentagono, ne verrà l'area superficiale di tutto esso pentagono. Ma il lato di detto pentagono è ℞.V.(160 men ℞ 5120) & due volte e meza la perpendicolare f i, è ℞ 125 p̃ 5, Sia adunque fatta la superficie rettangola b h u c, che vno de suoi lati sia il lato b c, del predetto pentagono, videlicet ℞.V.(160 men ℞ 5120) & l'altro, cioè il c u, over b h, sia due volte e meggia la detta perpendicolare, idest ℞ 125 p̃ 5. Acciochè moltiplicati vno per l'altro quelli dui lati pducano la detta superficie b h u c, equale al detto pẽtagono a b c d e, il qual è ℞.V.(16000 p̃ ℞ 51200000) & poi sopra il lato c u, di detta superficie b h u c, sia ancor constituita la rettangola superficie c u l m, equale alla figura de 12 lati equali, collocata nel primo a b c, idest 192 che con numeri si fa partendo 192 per il detto lato c u, della superficie b h u c, il qual è due volte & meggia la perpendicolare f i, idest ℞ 125 p̃ 5, che ne verrà ℞ 460 $\frac{4}{5}$ men 9 $\frac{3}{5}$ per il lato c l, della detta superficie c u m l, hor sia presa vna linea, che sia media proportionale tra il lato b c, del detto pentagono, & il lato c l, della rettangola superficie c u m l, il che per il presente ci pare di fare in questo modo, videlicet moltiplicando il quadrato del lato b c, di esso pentagono nel quadrato del lato c l, della superficie c u m l, & di tal prodotto pigliarne la radice della radice, che quella sarà media proportionale tra il detto lato b c, di esso pentagono, & il lato c l, di detta superficie c u m l; ma il quadrato del lato b c, del pentagono è 160 men ℞ 5120, come si ha detto, & il quadrato del lato c l, di detta superficie c u m l, per esser quello in longhezza ℞ 460 $\frac{4}{5}$ men 9 $\frac{3}{5}$, vien a esser 552 [illegible] mẽ ℞ 169869 [illegible], adunque moltiplicando 552 [illegible] men ℞ 169869 [illegible] per 160 men ℞ 5120, si haverà la notitia del quadrato quadrato, over ce.ce. de tal linea media proportionale tra il detto lato b c, di esso pentagono, & tra il lato c l, di detta superficie c u m l; Ma della moltiplicatione de 552 [illegible] men ℞ 169869 [illegible] in 160 men ℞ 5120, ne perviene 117964 $\frac{4}{5}$ men ℞ 11132555231 [illegible], per il che detta linea media proportionale, tra gli più volte detti lati, sarà la radice della radice de 117964 $\frac{4}{5}$ men ℞ 11132555231 [illegible], la

qual pongo sia la linea s o, secondo laquale sia descritto vn pentagono equilatero, & equiangolo, come ce insegna la vigesimaquinta del Sesto del detto auttore, che põgo quello essere il pentagono r p s o q, il qual dico esser equale alla superficie della figura de 12 lati equali dentro del primo cerchio a b c, collocata, che così lo approbo, videlicet, perche le tre linee b c, s o, c l, sono constituite sotto la continua proportionalità, & sopra la b c, prima, & s o, seconda, son fatte le due simile superficie, lequal sono gli detti dui pentagoni a b c d e, & r p s o q, sarà la proportione di quelli, come dalla linea b c, prima, alla linea c l, terza, per la decimanona del sesto del predetto auttore. Ma come dalla linea b c, alla linea c l, così è per la prima del detto sesto, dalla rettangola superficie b h u c, alla rettangola superficie c u m l, p esser quelle constituite sotto vna medesima altezza, p laqual cosa dal pẽtagono a b c d e, al pẽtagono r p s o q, sarà come la supficie b h u c, alla supficie c u m l, però permutatamente dal pentagono a b c d e, alla superficie b h u c, sarà come dal pentagono r p s o q, alla superficie c u m l. Ma il pentagono a b c d e, è equale alla superficie b h u c. Adunque il pentagono r s o q, è ancor lui equale alla superficie c u m l, & la superficie c u m l, è stata fatta equale alla figura de 12 lati equali, collocata nel cerchio a b c; Adunque il pentagono r p s o q, indubitatamente sarà equale alla proposta figura de 12 lati, collocata nel detto cerchio a b c, che è il proposito; Diremo adunque, che il lato del pentagono equilatero, & equiangolo equale a detta figura de 12 lati equali essere tanto quanto è la radice della radice de 117964 $\frac{4}{5}$ men ℞ 11132555231 [illegible], che vuol dire che'l sia presa la radice de 11132555231 [illegible], & quella detratta de 117964 $\frac{4}{5}$, & di tal residuo presa la radice della radice, che quella sarà la quantità del lato de tal pentagono equale a detta superficie de 12 lati &c.

IL FINE.